

INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE
COORDENADORIA DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

DENISSON PEREIRA SANTOS

**MODELOS COSMOLÓGICOS CONTEMPORÂNEOS COMO FERRAMENTAS
PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA**

LAGARTO/SE

2019

DENISSON PEREIRA SANTOS

**MODELOS COSMOLÓGICOS CONTEMPORÂNEOS COMO FERRAMENTAS
PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe como pré-requisito para a obtenção do grau em Licenciatura em Física.

Orientador: Prof. Dr. Augusto dos Santos Freitas

LAGARTO/SE

2019

DENISSON PEREIRA SANTOS

MODELOS COSMOLÓGICOS CONTEMPORÂNEOS COMO FERRAMENTAS PARA O
ENSINO DE FÍSICA MODERNA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de
Sergipe como pré-requisito para a obtenção do grau em
Licenciatura em Física.

Aprovado em: __/ __/ __

BANCADA EXAMINADORA

Prof. Dr. Augusto dos Santos Freitas
Instituto Federal de Sergipe

Prof. Dr. Mauro José dos Santos
Instituto Federal de Sergipe

Prof. Dr. Paulo Jorge Ribeiro Montes
Instituto Federal de Sergipe

Dedico este trabalho a Nikola Tesla, a minha
família, amigos e ao meu professor orientador
Augusto Freitas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao grande inventor e visionário Nikola Tesla que me fez ter outros olhares referentes ao fazer ciência, a minha mãe Maria Eliane Pereira e minha irmã Daiane Pereira Santos, por sempre investirem e apoiarem meus estudos. Agradeço também a minha companheira Silmara Santos, a meu orientador Augusto Freitas, pelos incentivos e discussões que ocorreram em todo o curso e também a todos os meus professores que suportaram minha teimosia. Ao meu grande amigo Antônio/Marcos/Maik deixo aqui registrado meus agradecimentos pelo companheirismo e o amparo que foram a mim dedicados durante todo o curso. Por fim, agradeço aos demais amigos não citados, mas que também me auxiliaram neste trabalho.

“Deixem que o futuro diga a verdade e avalie cada um de acordo com o seu trabalho e realizações. O presente pertence a eles, mas o futuro pelo qual eu sempre trabalhei pertence a mim.”

(Nikola Tesla)

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo apresentar uma proposta de como os modelos cosmológicos podem ser utilizados como aplicações para o ensino médio, tomando como principal referencial teórico Yves Chevallard e a teoria da transposição didática. Utilizou-se como fundamento teórico para a inserção de conteúdos de Física Moderna e contemporânea no Ensino médio (OSTERMANN; MOREIRA, 2000; DOMINGUINI, 2012; OLIVEIRA; VIANNA; GERBASSI, 2007; IACHEL; NARDI, 2009; MARANDINO, 2004; BROCKINGTON; PIETROCOLA, 2005), que abordam a respeito dos conteúdos da física moderna, a possível contextualização de conceitos partindo de questões desses determinados assuntos e a transposição didática. Foi delimitada como objeto de pesquisa a coleção de livros para o ensino médio do Alberto Gaspar “Compreendendo a Física” segunda edição, contendo três volumes (Mecânica; Ondas, óptica e termodinâmica; Eletromagnetismo e física moderna). A pesquisa é de aspecto bibliográfico, tendo sido construída com base em levantamentos de dados acerca da transposição didática e sua prática ligada à física contemporânea.

Palavras-chaves: Transposição Didática. Física Moderna. Modelos Cosmológicos.

ABSTRACT

The present work had as objective to present a proposal of how the cosmological models can be used as applications for high school, taking as main theoretical reference Yves Chevallard and the didactic transposition theory. It was used as a theoretical foundation for the insertion of contents of Modern and Contemporary Physics in High School (OSTERMANN; MOREIRA, 2000; DOMINGUINI, 2012; OLIVEIRA; VIANNA; GERBASSI, 2007; IACHEL; NARDI, 2009; MARANDINO, 2004; BROCKINGTON; PIETROCOLA, 2005), which deal with the contents of modern physics, the possible contextualization of concepts based on questions of these subjects and didactic transposition. The collection of books for high school of Alberto Gaspar " Compreendendo a Física" second edition, containing three volumes (Mechanics; Waves, Optics and Thermodynamics; Electromagnetism and Modern Physics) was delimited as research object. The research is of bibliographic aspect, having been constructed based on data surveys about didactic transposition and its practice linked to contemporary physics.

Keywords: Didactic Transposition. Modern physics. Cosmological Models.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Proposta de conteúdos que podem ser lecionados no ensino médio.....	27
Figura 2 - reta referente à distância entre dois pontos.....	29
Figura 3 - relação entre catetos de um triângulo retângulo.....	30
Figura 4 - Cone de luz da métrica de MinKowski.....	31
Figura 5 - Esfera com raios arbitrários.....	32
Figura 6 – Aplicação de buracos negros no estudo de entropia.....	33
Figura 7 – Aplicação referente ao conteúdo efeito Doppler.....	34
Figura 8 – Proposta de aplicação de cosmologia em conteúdos de óptica.....	35

LISTA DE SIGLAS

IENCI – Revista Investigações em Ensino de Ciências

SciELO – Scientific Eletronic Library Online

PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático no Ensino Médio

ROSE – Relevance of Science Education

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1 Considerações Preliminares	13
2.2 Ensino-aprendizagem de Física Moderna Contemporânea	14
2.3 Os Fundamentos Físico-Matemáticos da Cosmologia Relativista	17
2.3.1 Métrica de MinKowski.....	17
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	20
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
4.1 A física moderna e a transposição didática	22
4.2 O ensino de cosmologia	24
5. UTILIZAÇÃO DE MODELOS COSMOLÓGICOS NO ENSINO DE FÍSICA	26
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
7. REFERÊNCIAS	37
APÊNDICES	40
TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL E A CONSTANTE COSMOLÓGICA.....	41
ONDAS ELETROMAGNÉTICAS NO VÁCUO	48

1. INTRODUÇÃO

A história da ciência foi marcada por vários observadores da abóbada celeste (firmamento), dentre eles estão: Nicolau Copérnico (1473-1543), Tycho Brahe (1546-1601), Johannes Kepler (1571-1630), Galileu Galilei (1564-1642), Isaac Newton (1643-1727), Albert Einstein (1879-1955). Sendo Albert Einstein o físico que marcou a cosmologia moderna com sua equação de campo e seu modelo cosmológico caracterizado por um universo estático.

A cosmologia aborda conteúdos como: buracos negros, buracos brancos, origem do universo, espaço-tempo, ondas gravitacionais, interações entre estrelas de nêutrons, dentre outros. Com relação a conteúdos a serem estudados Fróes (2014) faz o seguinte questionamento:

Em contraste, o que ensinamos na escola? Em muitos casos, somente fórmulas para “decorar”, e descrever problemas físicos do dia a dia que, embora devam fazer parte do currículo por sua importância, não são exatamente os que fazem os olhos de uma pessoa brilhar. Afinal, por quanto tempo um carro movendo-se de A até B com uma dada velocidade inicial e aceleração constante conseguiria capturar a atenção de um jovem de 15 anos? (p.3504-1)

Em paralelo com a problemática apresentada por Fróes (2014), muitos dos conteúdos que cercam os estudantes via internet, jornais, redes sociais e outros meios, pertencem ao conjunto de teorias denominado Física Moderna. Relatividade e mecânica ondulatória são conteúdos da física moderna que são utilizados pela cosmologia para descrever seus modelos.

Segundo os autores Oliveira, Vianna e Gerbassi em seu trabalho publicado em 2007, os assuntos instruídos no Ensino Médio estão antiquados referentes à sociedade atual. Com a escassez de física moderna e contemporânea no ensino médio, serão os conteúdos de cosmologia aplicáveis a essa modalidade de ensino?

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “Modelos cosmológicos contemporâneos como ferramentas para o ensino de física moderna” partiu de um projeto de iniciação científica desenvolvido no período de 2018 a 2019 que abordava o tema. A motivação para realização do mesmo ocorreu devido à percepção de que a cosmologia tem sido pouco abordada no ensino médio.

A cosmologia é uma área da física que desperta grandes curiosidades e reflexões devido aos paradigmas e filosofias envolvidos em suas teorias. Partindo desses pressupostos, esse

trabalho tem como objetivo geral *apresentar uma proposta de como os modelos cosmológicos podem ser utilizados como aplicações para o ensino médio.*

Para alcançar a proposta disseminada a pesquisa segue dois pontos específicos, sendo eles: *investigar como utilizar a teoria geral da relatividade para discutir conceitos trabalhados no ensino médio; e analisar como as descobertas de Edwin Hubble implicam no modelo cosmológico de Albert Einstein.*

A monografia foi dividida em sete capítulos, o primeiro é a Introdução, no qual foram expostos a motivação, objetivos geral e específicos da pesquisa. O segundo capítulo é a Fundamentação Teórica, o qual foi dividido em três seções, Considerações Preliminares, Ensino-Aprendizagem de Física Moderna Contemporânea e Os Fundamentos Físico-Matemáticos da Cosmologia Relativística.

No terceiro capítulo é explanado os Procedimentos Metodológicos que foram utilizados para essa pesquisa. O quarto capítulo apresenta a Revisão Bibliográfica, que foi particionada em duas seções, A Física Moderna e a Transposição Didática e O Ensino de Cosmologia, nas quais foram discutidos os principais artigos utilizados na pesquisa.

O quinto capítulo intitulado como Utilização de Modelos Cosmológicos no Ensino de Física Moderna e Contemporânea é responsável em propor a inserção da física moderna no ensino médio com a aplicação de modelos cosmológicos com base nos autores citados em capítulos anteriores. As Considerações Finais estão contidas no capítulo seis e em seguida vêm as Referências no capítulo sete.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

“Em primeiro lugar, descubra por que quer que os alunos aprendam o tema e o que quer que saibam, e o método resultará mais ou menos por senso comum”

(Richard P. Feynman)

2.1 Considerações Preliminares

Incluir os assuntos da física moderna e contemporânea nas aulas do ensino médio está sendo um grande desafio, e vários aspectos então presentes nesse contexto como barreiras que precisam ser atravessadas. Alguns desses aspectos mais relevantes estão entre a formação do docente e a quantidade de assuntos que “devem” ser ministrados nos respectivos anos do ensino médio. Com esse grande espectro de conteúdos, o professor se vê na difícil batalha de incluir assuntos de física moderna em suas aulas, referente à física moderna:

A física moderna é o conjunto de teorias surgidas a partir do início do Século XX, a partir dos trabalhos de Planck a respeito da mecânica quântica, que passa a estudar os fenômenos físicos da matéria em escala atômica e os de Einstein sobre a relatividade, que busca explicar os fenômenos em escalas astronômicas, envolvendo grandes quantidades de energia e massa. (DOMINGUINI, 2012, p. 1).

Segundo Ricardo e Freire (2007) há uma complexidade maior referente ao ensino médio por conta de uma pressão social regida da conclusão do mesmo coincidir com a admissão desses indivíduos no mercado de trabalho, tornando-se um obstáculo a mais na aprendizagem.

É de grande importância o uso de associações no ensino de física, e mesmo sendo uma tarefa que não siga um roteiro, o docente em pleno exercício da sua profissão tem ao seu dispor recursos tecnológicos de raízes da física contemporânea, que são usados com muita frequência pelos estudantes, como exemplo tem os tablets e os smartphones.

Em relação ao trabalho do docente no ensino médio:

O professor de Física que atua na educação básica, quase que exclusivamente no ensino médio no Brasil, tem a função, portanto, de realizar o seu trabalho (enquanto assalariado) ensinando aos jovens o que é esse fazer social, essa tarefa sem fim de investigar a natureza quanto aos seus aspectos físicos, na busca por relações particulares e leis gerais que nos permitem pensar melhor sobre o que somos, de onde viemos e para onde vamos, além de auxiliar no desenvolvimento de novas tecnologias e na melhoria do conforto humano. (PUGLIESE, 2017, p. 970)

O trabalho do professor é algo intrincado de natureza muito volátil, com o passar do tempo técnicas de ensino que eram classificadas como sofisticadas estão sendo rotuladas como

tradicionais. Atualmente há uma grande demanda de práticas investigativas, porém para a mesma é necessário um aluno participativo. Oliveira, Vianna e Gerbassi (2007) afirmam que:

É comum, nas aulas de física, os alunos trazerem discussões sobre assuntos que leram ou ouviram em revistas, jornais e telejornais e que, por serem mais atuais e/ou estarem presentes no seu dia a dia, despertam neles um interesse em conhecer e entender que princípios físicos explicam dado fenômeno. (p. 447-448).

Algo bastante reflexível é o papel do professor, segundo Seixas, Calabro e Sousa (2017) o professor atua como mediador e os alunos como aprendizes da ciência, e nesse mesmo contexto pode ser executado o estudo da física moderna no ensino médio:

No caminho de inserção da FMC no EM, alguns autores defendem que a FMC permite trabalhar uma física mais atual, cujos temas remetem a artefatos ou situações mais comuns na vida dos estudantes. De um modo geral, as pesquisas que discutem a inserção da FMC no EM convergem para a necessidade da compreensão do mundo atual, tanto no que tange ao conhecimento e a cultura científica, quanto ao desenvolvimento tecnológico. (MORAIS; GUERRA, 2013, p. 1502-1).

Do amplo leque que são os conteúdos da física moderna, a astrofísica é um dos muitos que mal aparecem no ensino médio, Iachel e Nardi (2009) expõe dois aspectos sobre a astrofísica na educação básica:

- i. Praticamente não existe ou apresenta deficiências.
- ii. Os professores não conhecem adequadamente os conteúdos da Astronomia que devem ensinar e, quase sempre, apresentam concepções alternativas não condizentes àquelas aceitas como corretas pela Ciência, muitas vezes próximas às de seus próprios alunos. (p. 76).

2.2 Ensino-aprendizagem de Física Moderna Contemporânea

Nesse repto de contextualização de conteúdo, o docente necessita de uma grande ferramenta chamada de transposição didática, tal termo surgiu em 1975 pelo sociólogo Michel Verret, porém foi reestruturado pelo matemático Yves Chevallard em 1980. Marandino (2004) realça que:

Chevallard (1991), em seu livro *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*, parte do pressuposto de que o ensino de um determinado elemento do saber só será possível se esse elemento sofrer certas “deformações” para que esteja apto a ser ensinado. Nesse aspecto, indica elementos que caracterizam o funcionamento didático com base no conceito de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, apud MARANDINO, 2004, p. 97).

Yves Chevallard em 1991 integrou alguns conceitos referentes à transposição didática, conceitos como: saber sábio, saber a ensinar e saber ensinado. De acordo com Melzer (2015) o

saber sábio tem como fundamento a ciência, é um saber que vem da academia e que segue uma metodologia científica, sendo bem hirto. O mesmo relata que o saber a ensinar é um saber mais acessível, derivado de uma transposição do saber sábio. Já o saber ensinado é oriundo do saber ensinar em uma sala de aula ou até mesmo em espaços não formais.

Nas margens da transposição didática existe a simplificação de determinado conteúdo proposto pelo docente. Na física ele surge com a idealização de fenômenos que divergem do caso real, exemplo disso é a exclusão da resistência do ar e o desprezo do atrito. Essa simplificação surge da espera do amadurecimento do discente, problemas mais reais são por sua vez mais complexos e necessitam de um tempo maior para modelá-los, tempo que o professor não tem pela quantidade exagerada de conteúdo pré-dispostos na grade escolar.

Alusivo à simplificação que ocorre na transposição, segundo Brockington e Pietrocola (2005):

Para o aluno, esta ideia de simplificação do conhecimento transforma-se em um obstáculo ainda maior. A imensa maioria dos conceitos apresentados aos alunos tem pouco (às vezes nenhum) significado para eles. Assim, aquilo que lhes é ensinado difere totalmente do que vivenciam fora da escola. Com isso, raramente conseguem aplicá-los em qualquer outra situação que não sejam aquelas fornecidas dentro da sala de aula. As famosas “condições ideais” só existem nos livros. (p. 389).

Chevallard (1998) impõe mais um conceito denominado de noosfera:

A noosfera é o centro operacional do processo de transposição, que se traduzirá em resposta ao desequilíbrio criado e comprovado (expresso por matemáticos, pais, professores). Lá todo conflito entre sistema e ambiente ocorre e lá encontra seu lugar privilegiado de expressão. Nesse sentido, a noosfera desempenha um papel de proteção. Mesmo em períodos de crise, isso mantém a autonomia do funcionamento didático dentro de limites aceitáveis. (p. 9).

A noosfera está relacionada com as modificações que ocorrerá com o Saber Sábio, sendo um artifício essencial para o aperfeiçoamento do processo de aprendizado. Outra análise fundamental da noosfera é descrita por Brockington e Pietrocola (2005)

A noosfera é composta, em geral, por cientistas, educadores, professores, políticos, autores de livros didáticos, pais de alunos, entre outros. Cada um destes contribuindo com seus valores, preferências, ideias e objetivos específicos no delineamento dos saberes que chegarão à sala de aula. Cada esfera dos saberes possui seus sub-grupos de atores da noosfera, podendo haver ou não uma sobreposição entre grupos de esferas diferentes. (p. 393).

Mesmo com toda essa base teórica, instrumentalizar a transposição didática de assuntos pertencentes como à mecânica quântica continua complexo, manter o rigor dos conceitos e em

paralelo simplificar o conteúdo para uma melhor compreensão se torna uma tarefa árdua e cautelosa, sendo muitas vezes operada de modo errôneo.

A palavra transposição, em rigor esta relacionada com deslocamento e para que ocorra essa transposição Yves Chevallard impõe mais um termo denominado de operacionalidade, em relação ao mesmo Brockington e Pietrocola (2005) diz que:

Outra característica importante nesse contexto é a Operacionalidade: O Saber a Ensinar deve ser Operacional. Um saber que é capaz de gerar exercícios, produzir atividades e tarefas que possibilitem uma avaliação objetiva tem grandes chances de ser transposto. Conteúdos que não conseguem gerar atividades possíveis de serem avaliadas estão fadados a não serem transpostos. Uma sequência didática considerada boa, (com conteúdos e atividades tidas como interessantes) porém não “operacionalizável” não será adequada à gestão do cotidiano escolar, pois não se consegue fazer os estudantes “trabalharem” com ela. Assim, corre-se o risco de o aluno considerar aquele conteúdo sem importância, desistindo de disponibilizar esforços para aprendê-lo. (p. 396).

De certa forma uma das principais funções do docente é de passar o conteúdo de forma que o discente tenha uma maior eficiência de aprendizado, essa operação não pode ser feita de qualquer maneira análoga já que nenhum indivíduo é igual, o que fundamenta que cada um vai aprender de um jeito diferente e em um tempo diferente. Algo que pode ser de grande auxílio para o docente, porém pode se tornar um pesadelo é o livro didático, em relação ao mesmo Brockington e Pietrocola (2005) discutem que:

Os autores desses livros, ao não informarem ao aluno-leitor sobre necessidade da modelagem, impedem a percepção do fazer científico e sugerem que se trata apenas de uma representação simplificada do fenômeno. Assim, nossa crítica é feita no sentido de enfatizar o quanto a transposição dos saberes científicos para a sala de aula induz a uma ideia de simplificação, de que, ao se ensinar Física no Ensino Médio, tem-se apenas um processo onde o cerne é “tornar mais simples” conceitos complicados, algo que difere totalmente das idealizações presentes no processo de modelagem. (389-390).

Em relação ao professor de disciplinas como física, matemática, química e biologia, Nogueira (2013) explana que as aulas dessas disciplinas seguem o mesmo padrão, uma aula com quadro e livro e a exposição com conteúdos dessas determinadas áreas. As características citadas descrevem uma aula tradicional e que dependendo da metodologia que o profissional de ensino vai aplicar, muitos dos alunos iram considerar esse tipo de aula enfadonha. Nogueira (2013) expande ainda mais essa discussão:

Mas, poderiam esses campos científicos – Matemática, Biologia, Química, Física – receberem o mesmo tratamento metodológico? Se esta questão fosse formulada a Piaget, a resposta certamente seria NÃO! Afinal, esses campos são

epistemologicamente diferentes, têm objetos de estudo diferentes, constituíram-se como conhecimentos específicos diferentes e, embora pertençam a um campo comum, o científico, esta diferença se estabelece tanto como área científica quanto como conhecimento escolar. (p. 284).

O estudo feito a seguir é de grande importância à área educacional já que ele contribui com mais uma ferramenta didática para o docente, essa mesma ferramenta abre um leque de opções que auxiliam o professor em suas aulas. Com o uso dos modelos cosmológicos e da teoria de Yves Chevallard é possível transpor como aplicação conteúdos poucos comentados no ensino médio.

2.3 Os Fundamentos Físico-Matemáticos da Cosmologia Relativista

2.3.1 Métrica de MinKowski

Dado um sistema de referência S, definido em um espaço quadridimensional, suas componentes podem ser representadas da seguinte forma

$$x^0 = ct$$

$$x^1 = x$$

$$x^2 = y$$

$$x^3 = z$$

Onde c é a velocidade da luz, a mesma foi mais trabalhada no Apêndice B.

As igualdades acima podem ser compactadas em x^μ , sendo $\mu = 0,1,2,3$. Dado um outro sistema S' com suas coordenadas representadas por x'^μ , Segundo Neto (2017) a relação das coordenadas dos dois sistemas são:

$$x'^0 = x'^0(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

$$x'^1 = x'^1(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

$$x'^2 = x'^2(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

$$x'^3 = x'^3(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

Sua diferenciação total é

$$dx'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^0} dx^0 + \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^3} dx^3$$

Na qual, pode ser compactada em

$$dx'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^v} dx^v \quad (1)$$

Para um campo escalar arbitrário φ :

$$\varphi(x^{\mu}) = \varphi(x'^{\mu})$$

Pois segundo Neto (2017), um campo escalar tem a propriedade de invariância em relação ao sistema de referência. Derivando o campo em relação à x'^{μ} :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x'^{\mu}} = \frac{\partial x^v}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial \varphi}{\partial x^v}$$

Assim, a equação acima junto com a Equação (1), representam duas maneiras diferentes a uma transformação. Denominadas respectivamente de covariante e contravariante, para um vetor V qualquer segue:

$$V'_{\mu} = \frac{\partial x^v}{\partial x'^{\mu}} V_v \quad (\text{covariante})$$

$$V'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^v} V^v \quad (\text{contravariante})$$

O elemento de comprimento é expressado por:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} \quad (2)$$

Porém o produto escalar entre um vetor covariante com um contravariante, resulta em um invariante. Segundo Neto (2017), utilizando essa propriedade e lembrando que o elemento de comprimento também é um invariante sobre transformações, o mesmo pode ser representado como um produto escalar (também chamado de contração):

$$ds^2 = dx_{\mu} dx^{\mu}$$

Ou seja,

$$dx_\mu = g_{\mu\nu} dx^\nu$$

Onde $g_{\mu\nu}$ é chamado de tensor métrico que funciona como um operador de levantamento ou abaixamento de índices, de modo que $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ (JACKSON, 1983, p. 412). Assim, o tensor métrico relacionado a métrica de Minkowski é:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

dessa forma, a métrica de Minkowski é definida como:

$$\begin{aligned} ds^2 &= dx_0 dx^0 + dx_1 dx^1 + dx_2 dx^2 + dx_3 dx^3 \\ ds^2 &= c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \end{aligned} \quad (3)$$

É fundamental a compreensão da inclusão da velocidade da luz como termo de uma métrica em quatro dimensões. O valor dessa constante pode ser obtido com uso das conhecidas equação de Maxwell como é demonstrado no Apêndice B.

O tensor métrico associado ao elemento de linha do espaço tridimensional euclidiano é uma matriz 3x3 onde os índices variam de 1 a 3:

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aplicando o tensor acima na Equação (2),

$$\begin{aligned} ds^2 &= (1) dx^1 dx^1 + (1) dx^2 dx^2 + (1) dx^3 dx^3 \\ ds^2 &= (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \end{aligned}$$

Segundo Silva (2017) é de grande importância ressaltar que,

O espaço-tempo de Minkowski é $\mathbb{R}^4$, que contém uma métrica de Lorentz. Vale ressaltar que foi Minkowski quem traduziu à teoria da relatividade restrita a linguagem do espaço-tempo, em 1907, isto é, foi ele que reconheceu a real consequência da teoria: unificação do espaço e do tempo em uma só unidade. (p.4)

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa realizada é de revisão bibliográfica, esse tipo de pesquisa segundo Silva (2015) tem como objetivo apresentar ao pesquisador tudo aquilo que já foi escrito sobre aquele determinado tema. Para Fonseca (2002) existe também outro objetivo referente à pesquisa bibliográfica:

[...] Existem, porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas como o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (FONSECA, 2002 apud GERHARDT e SILVEIRA, 2009 p. 37).

A pesquisa apresentada foi embasada em levantamentos bibliográficos, a primeira parte foi referente a artigos sobre transposição didática e como estão sendo tratados os conteúdos de física moderna e contemporânea no ensino médio, nesta parte do estudo foi pesquisado a fundo os fundamentos do termo “transposição didática” e como essa prática está ligada a física contemporânea. Durante essa análise foram realizadas buscas na Revista Investigações em Ensino de Ciências e na biblioteca online SciELO.

Em seguida, foi feito um levantamento bibliográfico com o intuito de pesquisar de uma forma mais rigorosa a cosmologia e seus aspectos analíticos e filosóficos, levando também em conta o ensino dessa área. Nesta parte foram efetuadas consultas na Revista Brasileira de Ensino de Física afim de encontrar trabalhos que explorem o ensino da cosmologia em escolas.

Ainda na Revista Brasileira de Ensino de Física, foram explorados artigos que abordavam a cosmologia de uma forma mais analítica para uma possível transposição didática. Também foram aproveitados nesse trecho da pesquisa dois livros: Cosmologia de Mário Novello e Gravitação & Cosmologia Uma Introdução de Antônio Manuel Alves Morais, obras que fizeram parte da bibliografia do projeto de iniciação científica que motivou essa monografia.

Com relação à teoria da transposição didática apresentou maior enfoque o teórico que a estruturou, Yves Chevallard. Para o mesmo foi feita uma maior análise considerando tanto o aspecto histórico quanto estrutural da teoria. Nessa partição foi utilizado o livro *La Transposición Didáctica: del saber sábio al saber enseñado* do autor Yves Chevallard.

Por último, foi feita uma pesquisa com a coleção de livros para o ensino médio do Alberto Gaspar “Compreendendo a Física” segunda edição, empregue nas escolas em 2015 a 2017 com os seguintes volumes:

- Volume 1: Mecânica;
- Volume 2: Ondas, óptica e termodinâmica;
- Volume 3: Eletromagnetismo e física moderna.

A pesquisa aos livros do Alberto Gaspar foi realizada para usar como referência os conteúdos em seus exemplares e fazer uma proposta de como a cosmologia poderia servir de aplicação para esses determinados conteúdos. Para fazer a conexão entre os conteúdos dos livros e os modelos cosmológicos, foi necessária a inclusão dos frutos do levantamento bibliográfico sobre a transposição didática e como está sendo tratada a física moderna e contemporânea no ensino médio.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 A física moderna e a transposição didática

Foi executado o levantamento de trabalhos relacionados à pesquisa com o termo: *TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA*, na Revista Investigações em Ensino de Ciências (IENCI), na qual, foram explanados cinco artigos em pesquisa aberta (sem nenhuma restrição). Os artigos encontrados foram publicados entre os anos de 2001 a 2011, no entanto, apenas um desses cinco trabalhos trata da aplicação da transposição didática a conteúdos de física moderna.

O artigo intitulado “Serão as regras da transposição didática aplicáveis aos conceitos de física moderna?” dos autores: Brockington e Pietrocola publicado em 2005 apresenta uma proposta de atualização curricular com base na convicção que está ocorrendo uma escassez de conteúdos de física moderna e contemporânea nas aulas do ensino médio. O trabalho aborda a inserção de conteúdos de mecânica quântica com base na teoria de transposição didática, proposta por Yves Chevallard na década de 80. Neste trabalho, os autores concluem que a inserção dos conteúdos de mecânica quântica pode ser feita segundo os mesmos, buscando aspectos qualitativos em atividades que trabalhem a argumentação.

Mais uma vez, foram pesquisados trabalhos na revista IENCI, porém, o termo empregue como palavras-chave foi *FÍSICA MODERNA*. Com resultado à pesquisa, foram exibidos nove artigos, sendo apenas dois aplicáveis à monografia. Dentre os dois materiais destacados, um se refere ao artigo de Brockington e Pietrocola (2005) já discutido acima, o outro é uma produção de Fernanda Ostermann e Marco Antonio Moreira publicado no ano de 2000. O artigo denominado de “Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio””, parte da ideia da necessidade de uma atualização curricular fundamentada pela progressão dos conteúdos atuais. Os autores executaram uma pesquisa bibliográfica relatando trabalhos com abordagens de diversos temas peculiares no ensino médio, dentre os temas estão:

- Sistemas caóticos: fórmulas matemáticas simples que incorporam esses determinados fenômenos;
- Supercondutividade: os autores apresentam três trabalhos sendo dois deles referentes a atividades laboratoriais, e o terceiro a estudos teóricos sobre a aplicação de supercondutores com abordagens históricas;

- Física de altas energias: projeto apresentado na década de 80, uma cooperação entre professores e físicos para recolher atuais descobertas que estavam ocorrendo nessa área de pesquisa e aplicá-las no ensino médio.

O trabalho em questão conclui com base de levantamento bibliográfico, uma possível carência a uma atualização curricular atinente ao ensino médio, de forma a questionar quais conteúdos necessitariam uma atenção maior nas licenciaturas na perspectiva de uma posterior transposição.

Em continuidade, foram pesquisados no banco de dados da Scientific Eletronic Library Online (SciELO), artigos com palavra-chave *TRANSPOSIÇÃO*, e foram encontrados quatro trabalhos com datas de publicações entre o ano de 2003 a 2011. Dentre esses quatro artigos encontrados, apenas um está relacionado com a transposição didática e a sua aplicação ao uso das ciências.

No artigo “Transposição ou recontextualização? Sobre a produção de saberes na educação em museus de ciência” da autora Martha Marandino, publicado em 2004, apresenta um estudo da transposição didática levando em conta abordagens históricas dessa teoria para em seguida fazer uma análise da transposição aplicada em discursos expositivos em museus de ciência. A autora consuma que essa área de estudo é de suma importância para divulgação das ciências e da educação não formal em museus.

Novamente foi feito mais uma pesquisa na plataforma SciELO, porém, utilizando como palavra chave o termo *FISICA MODERNA* e neste caso foram encontrados dez artigos com datas de publicação entre 2005 a 2017, dentre os dez apenas dois artigos foram de utilidade à pesquisa.

O primeiro artigo “Física moderna no Ensino Médio: com a palavra os autores dos livros didáticos do PNLEM” produzido por Domingui (2012), discute sobre a inserção da física moderna no ensino médio fazendo uma análise dos livros didáticos a procura de aspectos relacionados à física moderna e qual a posição dos autores desses livros à pesquisa proposta. Utilizando como base os livros do Programa Nacional do Livro Didático no Ensino Médio (PNLEM), o autor conclui que há livros do ensino médio que consideram a física moderna fundamental, porém, a outros que a considera como leitura complementar, tendo o professor a autonomia para escolher o livro que mais se adequa a suas aulas.

O segundo trabalho encontrado na SciELO, foi “Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores” produzido por Oliveira, Vianna e Gerbassi (2007), neste artigo os autores fazem uma crítica dura aos conteúdos lecionados no ensino médio no aspecto de que os mesmos estão desatualizados em relação a sociedade atual e que são ministrados de uma maneira tradicional. A pesquisa se desenvolve a uma proposta da aplicação de raios-X utilizando a abordagem Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS) para contornar as críticas listadas anteriormente.

4.2 O ensino de cosmologia

Foi feito um levantamento bibliográfico na Revista Brasileira de Ensino de Física utilizando como palavra-chave o termo: *COSMOLOGIA*, no qual, foram exibidos cinco artigos com datas de publicação entre os anos de 2005 a 2014. Dentre os cinco trabalhos encontrados, apenas dois foram utilizados na monografia, o primeiro artigo intitulado como “Astronomia, astrofísica e cosmologia para o Ensino Médio” do autor André Fróes, foi publicado em setembro de 2014 e o mesmo verifica o interesse que os alunos (independente o sexo) têm em relação à astronomia, astrofísica e cosmologia. No decorrer do artigo, o autor comenta sobre o projeto Relevance of Science Education (ROSE), que foi uma pesquisa para examinar o interesse dos alunos por ciência. O projeto ROSE se estendeu à aplicação de um questionário a alunos do final do ensino fundamental, no qual contava com a presença da seguinte pergunta: O que quero aprender? , o resultado foi que muitos dos estudantes responderam: supernovas, buracos negros e a existência de vida fora do planeta terra. Com esses aspectos, o autor conclui que esses determinados conteúdos podem servir para aumentar os interesses dos estudantes em relação à ciência, e o mesmo espera que futuramente seja comum tratar de física de fronteira nas escolas.

O segundo trabalho utilizado foi uma pesquisa produzida por Domingo Soares denominada “Os fundamentos físico-matemáticos da cosmologia relativística” publicado em setembro de 2013. O artigo demonstra de uma maneira qualitativa a equação de campo de Albert Einstein e discute temas como: a métrica de Schwarzschild (soluções das equações de campo no vácuo, propostas por Einstein em 1915), o universo estático de Einstein e os universos de Friedmann (modelo no qual resolve as equações de campo levando em conta homogeneidade e isotropia do universo). O Soares termina seu trabalho com algumas considerações a respeito da constante cosmológica (introduzida por Albert Einstein) e sua relação com a idade do

universo, o autor também comenta da implicação da energia e matéria escura nos modelos cosmológicos, dos quais, é utilizado um modelo de um fluido homogêneo e isotrópico como base.

5. UTILIZAÇÃO DE MODELOS COSMOLÓGICOS NO ENSINO DE FÍSICA

Como já dito por Pugliese (2017) a atuação do docente de física está associada a fazer com que seus alunos visualizem a natureza com outros aspectos e busquem o auxílio de leis para descrever as suas pesquisas, um bom exemplo disso é a lei da gravitação universal de Isaac Newton incorporada pela Equação (A.11) presente no Anexo A, a mesma relaciona a densidade de massa de um ponto com o campo gravitacional, essa lei descreve interação atrativa entre, por exemplo, um apagador e giz até a interação entre duas estrelas de nêutrons. Esses tipos de raciocínios são de grande importância para que os discentes percebam que o modelo físico utilizado para descrever um apagador e um giz pode ser utilizado para outros fenômenos da natureza que podem despertar a curiosidades dos alunos.

Mesmo a teoria de Newton sendo chamada lei da gravitação universal, a teoria mais aceita para descrever esse campo é a Teoria da Relatividade Geral com a sua equação de campo representada pela Equação (A.12), onde a mesma se resume as equações de Newton para o limite de um campo gravitacional fraco. O docente atuante pode passar para seus alunos essa outra visão de gravidade fundamentada pela Teoria da Relatividade Geral, o mesmo pode demonstrar em suas aulas como um objeto massivo deforma um pano elástico e como bolinhas de gude vão girar em torno desse objetivo mais massivo, esse tipo de ilustração serve de modelo para lecionar a dinâmica do sistema solar e apresentar uma outra abordagem do conceito de força gravitacional, a Figura 1 esquematiza essa proposta.

Com a internet, a informação se propaga de uma maneira muito fácil, os alunos estão sempre sendo confrontados com notícias que muitas vezes podem ser falsas, e como já escrito por Oliveira, Vianna e Gerbassi (2007) eles trazem essas informações do seu dia a dia para discussões em sala de aula e o professor encontra-se na tarefa de filtrar essas informações e utiliza-las como incentivo para que os alunos queiram aprender física e consigam por conta própria explicar um determinado fenômeno comentado. Recentemente saiu a notícia que cientistas conseguiram gerar a imagem de um buraco negro, esse mesmo fenômeno foi descrito pelas equações de Einstein no início no século XX e serve como abordagem para o estudo da relatividade e gravitação, onde a própria lei de Newton descreve uma grande força atrativa para corpos de grande massa que é o caso dos buracos negros.

Figura 1 – Proposta de conteúdos presentes na cosmologia que podem ser lecionados no ensino médio.



Fonte: Ilustração construída pelo próprio autor.

Muitos educadores se assustam com a ideia da inclusão de conteúdos de física moderna no ensino médio, porém, muitas das notícias televisionadas em jornais envolvem essa física contemporânea, e as mesmas despertam muitas curiosidades dos estudantes. Como debatido por Moraes e Guerra (2013) a física moderna é uma física mais atual que está ligada ao crescimento tecnológico, como exemplo temos a composição do universo, na literatura é encontrado que em torno de 95% do universo é composto por algo desconhecido denominado de matéria e energia escura, na qual, atualmente está havendo uma necessidade tecnológica para pesquisas nessa área.

No modelo cosmológico de Einstein apresentado, descreve a inclusão “à mão” da chamada constante cosmológica Λ , a mesma tem ligação direta nos modelos atuais, segundo Colaço (2014) há vários candidatos à energia escura sendo uma dos mais simples a constante cosmológica, a mesma teria implicação direta a energia associada ao vácuo.

Para que ocorra a transposição didática no ensino médio um dos pontos necessários é que o docente atuante tenha um conhecimento maduro do determinado conteúdo proposto, relacionado à astronomia Iachel e Nardi (2009) citam que muitos professores não têm um domínio maduro dos conteúdos tendo concepções errôneas que convergem para as dos seus alunos. Esses tipos de concepções se repetem para muitos dos conteúdos da física não só ficando na astronomia, tendo como exemplo a relação entre temperatura e o grau de agitação das partículas e o ciclo “sem fim” para a explicação do termo energia, há muitas literaturas que

relacionam energia com a capacidade de um corpo de realizar trabalho e descrevem trabalho como variação de energia cinética.

Outro ponto citado por Iachel e Nardi (2009) é a inexistência ou a deficiência da astrofísica no EM, essa falha educacional está relacionado à noosfera que segundo Brockington e Pietrocola (2005) são os cientistas, educadores, políticos, autores de livros didáticos e docentes. Mesmo o fundamento da ausência desses determinados conteúdos estando relacionado a outros aspectos, o professor tem autonomia para inclui-los em suas aulas, sendo a utilização dos mesmos como aplicações uma saída para evitar uma futura sobrecarga de conteúdos.

A Equação (A.10) mostra como o modelo cosmológico de Einstein resulta na equação de Poisson, onde implica fisicamente numa simetria esférica, que está relacionada à conservação do momento angular, assunto esse que é geralmente ministrado no primeiro ano do ensino médio, ou seja, a geometria do modelo einsteiniano pode ser usada como aplicação a conteúdos de movimento circular. Vale ressaltar que na utilização desse modelo em aulas do ensino médio não é necessária à inclusão de equações com o rigor matemático em que aqui foi apresentado, da mesma forma Chevallard (1991) já esclarecia que certo elemento do saber só estaria apto a ser ensinado se sofresse deformações.

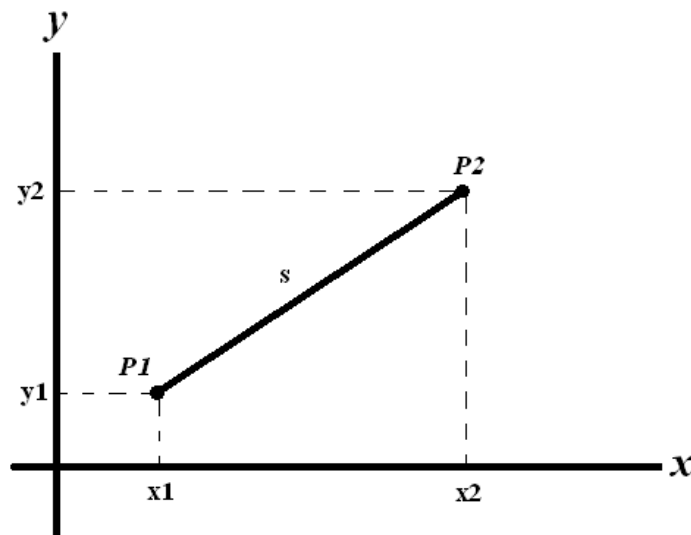
Em diversos conteúdos da física há a utilização de modelos já utilizados e reutilizados em outras teorias, um bom exemplo é o modelo de fluido, tomando como base o livro didático do Alberto Gaspar (Compreendendo a física, mecânica vol. 1) este determinado conteúdo é lecionado no primeiro ano do ensino médio em tópicos de hidrostática e dinâmica dos fluidos. O modelo cosmológico de Einstein lida com o espaço-tempo quadri-dimensional que é descrito por um fluido sem rotação que não tem interação com suas outras partes. O modelo de fluido não só foi utilizado na cosmologia moderna como também na termodinâmica clássica, onde segundo Nussenzveig (2014) uma das teorias mais aceitas para a natureza do calor era que o mesmo fosse um fluido indestrutível.

Um ponto bastante importante é o modo com o qual o docente atuante pode lecionar os determinados conteúdos comentados, referente aos aspectos epistemológicos o modelo proposto mostra que o “fazer ciência” é algo humano, ou seja, contém erros e limitações em suas modelagens, essa visão é fundamental para que o discente entenda e perceba esse lado humano da ciência, no modelo de Einstein temos como exemplo a idealização de universo estático e a introdução da constante cosmológica. Ao trabalhar com esses aspectos é de suma

importância uma utilização da abordagem histórica nas aulas para que isso reflita em futuras atividades bem sucedidas. Uma má utilização dessas técnicas fará com que segundo Brockington e Pietrocola (2005) os alunos considerem que o conteúdo não tenha importância e consequentemente não se esforçará para aprendê-lo.

Com relação à métrica, é bastante conveniente o cálculo do elemento de linha no caso bidimensional para uma boa introdução ao conteúdo, o mesmo pode ser expresso pela distância entre dois pontos no plano cartesiano:

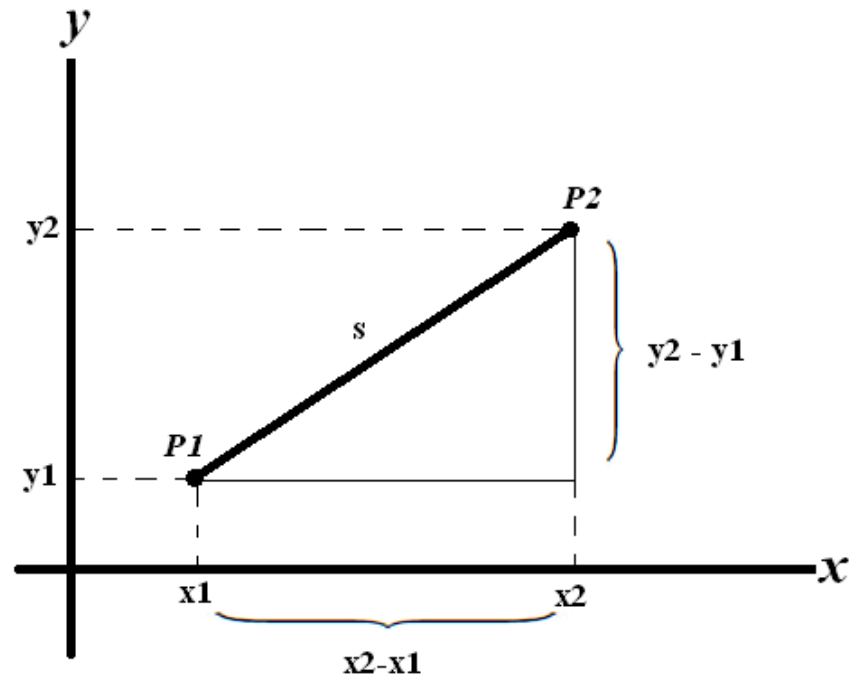
Figura 2 - reta referente à distância entre dois pontos.



Fonte: Gráfico construído pelo próprio autor.

O comprimento da reta s representada na Figura 2 pode ser expresso em termos dos comprimentos dos catetos que estão representados na Figura 3:

Figura 3 - relação entre catetos de um triângulo retângulo.



Fonte: Gráfico construído pelo próprio autor.

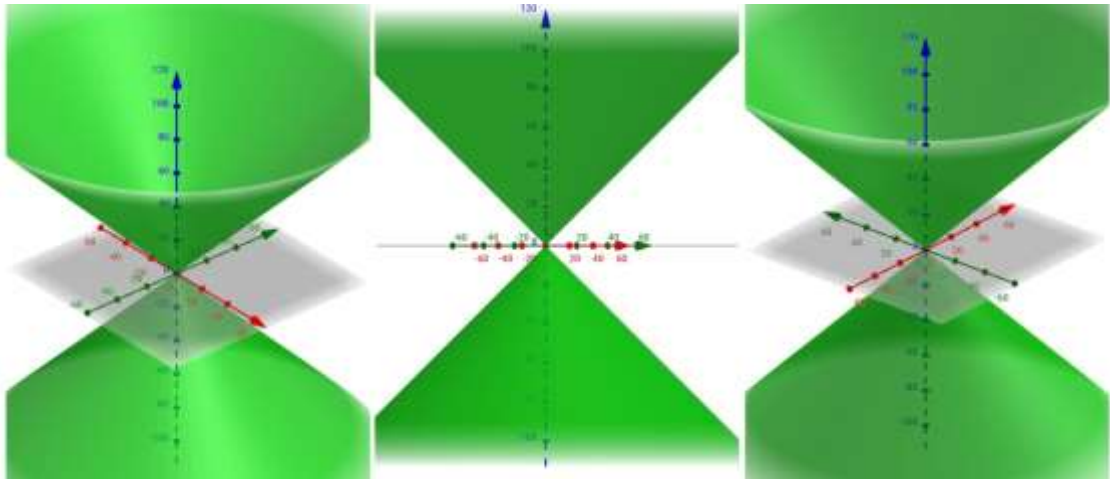
Aplicando o teorema de Pitágoras que relaciona o quadrado do comprimento da hipotenusa à soma dos quadrados dos catetos:

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

A relação exposta acima é bem eficiente para induzir os discentes ao pensamento de como seria o elemento de linha se o espaço tivesse deformações, ou seja, algo curvo típico da teoria apresentada por Albert Einstein em 1915.

Uma forma bem perspicaz de trabalhar com a métrica de MinKowski no ensino médio é utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3d, o mesmo é um programa gratuito que está disponível nas lojas de aplicativos para smartphones. Reduzindo dois termos espaciais da métrica descrita pela Equação (3) e plotando a equação na Calculadora Gráfica GeoGebra, o resultado obtido é ilustrado pela Figura 4.

Figura 4 - relação entre catetos de um triângulo retângulo.



Fonte: GeoGebra – Matemática Dinâmica para todos.

Os gráficos contidos na Figura 4 representa o chamado cone de luz do espaço de MinKowski, o cone superior é referente ao futuro, já o cone invertido na parte inferior representa o passado. Hawking (2015) comenta em seu livro “uma breve história do tempo” que o cone duplo é o conjunto de eventos a partir dos quais um pulso de luz é capaz de atingir o determinado evento citado.

Utilizando a métrica de MinKowski e igualando o elemento de linha à zero, a equação resultante é tipicamente uma esfera de raio cdt :

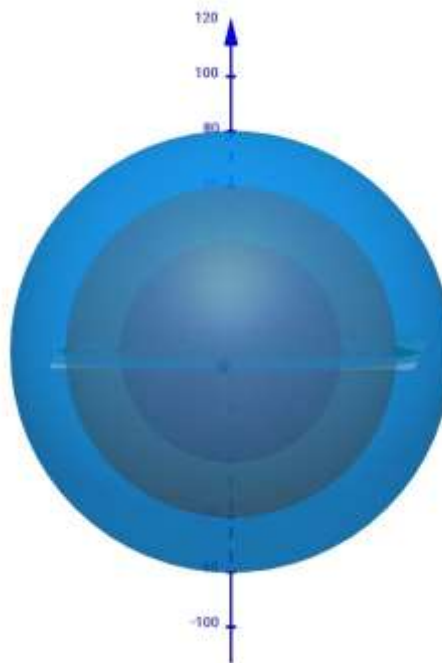
$$c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0$$

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2$$

A Figura 5 representa uma esfera de raios arbitrários que no caso da métrica de MinKowski são valores de cdt .

O conjunto de artifícios utilizados anteriormente pode ser usado para discursões sobre o espaço-tempo de uma forma visual, como o espaço-tempo de MinKowski é tratado de uma forma quadridimensional, sua visualização não é algo trivial. A técnica utilizada facilita nesse ponto de visualização, e permite que os estudantes consigam trabalhar de uma forma mais prática o conteúdo proposto.

Figura 5 - Esfera com raios arbitrários.



Fonte: GeoGebra – Matemática Dinâmica para todos.

Tomando como base o livro do Alberto Gaspar coleção compreendendo a física, os estudos relacionados à entropia começam no volume 2 na seção correspondente a segunda lei da termodinâmica. Uma aplicação bastante peculiar que é tratada no livro de Stephen Hawking (uma breve história do tempo) é o raciocínio de jogar um gás em um buraco negro, dessa forma, a entropia do lado de fora do buraco negro diminuiria o que implica diretamente na segunda lei da termodinâmica. A questão abordada nesse pensamento é se a segunda lei estaria sendo violada ou não, já para constatar que a entropia não diminui era necessário visualizar o que está dentro do buraco negro. A conclusão do seguinte raciocínio proposto é a introdução do conceito de horizonte de eventos de um buraco negro e como a sua área está relacionada com a entropia do sistema. A Figura 6 explana essa proposta de como os buracos negros podem ser utilizados para o estudo de termodinâmica.

Figura 6 – Aplicação de buracos negros no estudo de entropia.



Fonte: Ilustração construída pelo próprio autor.

Outro conteúdo que também é abordado no segundo ano do ensino médio é o efeito Doppler, esse assunto é tratado no conteúdo de ondas, porém, pode ser utilizado como aplicação usando a cosmologia como ferramenta. A luz é uma radiação eletromagnética que tem como fundamento excitações do campo eletromagnético, onde a mesma tem um tratamento ondulatório que é utilizado para comprovar a expansão do universo.

Os trabalhos de Vesto Melvin Slipher mostravam que as linhas espectrais referentes à galáxia de Andrômeda variavam com o tempo tendendo para comprimentos de onda da cor azul, levando em conta o efeito Doppler notou-se que a galáxia de Andrômeda estava se aproximando da Via Láctea, entrando em conflito com o universo estático da cosmologia de Albert Einstein. A Figura 7 esquematiza essa proposta de dialogo para uma aplicação no ensino médio.

Figura 7 – Aplicação referente ao conteúdo efeito Doppler.



Fonte: Ilustração construída pelo próprio autor.

Segundo Moraes (2009) Edwin Powell Hubble em 1923 observou que galáxias que já foram observadas anteriormente estavam com suas linhas espectrais deslocadas para o vermelho, o que o fez concluir que essas mesmas galáxias estavam se afastando. Levando em conta todos esses aspectos, a chamada Lei de Hubble relaciona a velocidade de afastamento de uma galáxia com a sua distância em relação à Via Láctea.

Tomando como base a proposta apresentada na Figura 7, o docente pode debater em suas aulas o chamado efeito Doppler relativístico que é um dos conteúdos que compõe o que chamamos de física moderna e contemporânea. Exemplos como a mudança de grave para agudo no som da sirene de uma ambulância é bastante presente no ensino médio, porém, o estudo de espectro de emissão de galáxias também pode lecionado.

Ainda referente aos conteúdos do segundo ano, a radiação cósmica de fundo é algo primitivo do nosso universo, de uma época que o mesmo era bastante denso. Essa radiação foi prevista em estudos teóricos 1948 porém só foi detectada em 1965, sendo bastante estudada em conjunto ao modelo do *Big Bang*. A Figura 8 relaciona os estudos da radiação cósmica de fundo com uma proposta da mesma ser lecionada juntamente com os conteúdos de óptica e ondas luminosas.

Figura 8 – Proposta de aplicação de cosmologia em conteúdos de óptica.



Fonte: Ilustração construída pelo próprio autor.

A cosmologia Einsteiniana trata como responsável da curvatura um fluido perfeito, fluido esse, chamado de fluido cósmico representado por um tensor momento-energia. O modelo de fluidos também é tratado na eletrodinâmica, na qual sua base matemática foi utilizada da hidrodinâmica, onde o movimento ordenado dos elétrons caracterizado como corrente elétrica é tratado como um fluido escorrendo pelo cano. Esse tipo de aplicação é importante para ressaltar a ideia do uso de modelos pelos físicos, como já debatido por Brockington e Pietrocola (2005) os livros didáticos passam uma ideia de simplificação dos fenômenos que a física estuda, sem informar aos alunos-leitor que esses conteúdos foram modelados.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi discutida a possibilidade da inserção de ensino de física moderna a nível médio de acordo com a perspectiva de vários autores analisados, de forma a caracterizar o trabalho apresentado como uma pesquisa bibliográfica. Com base na transposição didática reestruturada pelo matemático Yves Chevallard em 1980, o saber sábio poderá ser lecionado se sofrer certas deformações e que esse sistema educacional está diretamente relacionado com a noosfera, grupo que segundo Brockington e Pietrocola (2005) é formado por professores, cientistas, escritores de livros didáticos e educadores em geral. Mesmo a transposição didática estando ligado a esse determinado grupo, o professor tem autonomia em suas aulas, porém, essa autonomia não pode levar a uma sobrecarga de conteúdos.

Para evitar uma futura sobrecarga de conteúdos, a física moderna pode ser apresentada e discutida utilizando seus conteúdos como aplicações para os diversos temas propostos no ensino médio. Essa forma de lecionar esses tipos de assuntos é de acordo com a transposição didática de Yves Chevallard já que nesse caso, a deformação está relacionada com o uso de aplicações e o auxílio de ferramentas, como por exemplo, aplicativos.

O estudo apresentado foi restringido à aplicação de modelos cosmológicos contemporâneos para o ensino de física moderna, modelos contemporâneos que partem do estudo de um universo estático apresentado por Albert Einstein em 1917 e que serve de aplicação para muitos dos conteúdos do ensino médio. Nesta pesquisa foi utilizada a coleção de livros do ensino médio do autor Alberto Gaspar como referência para conteúdos suscetíveis à aplicação da cosmologia como contextualização dos mesmos.

A matemática contida nesses modelos é sofisticada e requer muita prática e maturidade, para contornar esse aspecto, o docente pode deformar esse tipo de conteúdo utilizando ferramentas como contexto histórico e aplicativos de smartphones, como aqui foi apresentado. Portanto, os modelos cosmológicos mesmo possuindo complexidades, o mesmo pode ser deformado seguindo a teoria da transposição didática de Yves Chevallard e ser utilizados pelos docentes como ferramenta para inserção de física moderna no ensino médio.

7. REFERÊNCIAS

BROCKINGTON, G.; PIETROCOLA, M.. Serão as Regras da Transposição Didática Aplicáveis aos Conceitos de Física Moderna?. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 3, p. 387-404, 2016. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/512/309>>, acesso em 12 de setembro de 2018.

COLAÇO, L. Cosmologia Newtoniana e Lagrangeana: aplicações e limitações. 2014. 59 f. **Dissertação** (Licenciatura em física)-Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/8293/1/PDF%20%20Leonardo%20Ribeiro%20Cola%C3%A7o.pdf>>, acesso em 01 de junho de 2019.

CATTANI, M. Dedução das Equações da Teoria de Gravitação de Einstein em um Curso de Graduação. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 20, n. 1, março, 1998. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v20_27.pdf>. Acesso em: 12 de dezembro de 2018.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. 3ª. ed. Argentina: Aique, 1998.

DOMINGUINI, L. Física moderna no Ensino Médio: com a palavra os autores dos livros didáticos do PNLEM. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 34, n. 2, Abril, 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v34n2/v34n2a13.pdf>>, acesso em 06 de novembro de 2018.

FRÓES, A. Astronomia, astrofísica e cosmologia para o Ensino Médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 36, n. 3, Setembro, 2014. Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/363504.pdf>>, acesso em 06 de junho de 2019.

GERHARDT, T, E.; SILVEIRA D. T. **Métodos de pesquisa**. 1 ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

HAWKING, S. **Uma breve história do tempo**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2015.

IACHEL, G.; NARDI, R. Um estudo exploratório sobre o ensino de astronomia na formação continuada de professores. In: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 7., 2009, Florianópolis. Anais... São Paulo: Cultura acadêmica, 2009. p. 75-90.

JACSON, John David. **Eletrodinâmica Clássica**. 3ª ed. São Paulo: Pearson, 2011.

MORAIS, A. M. **Gravitação e Cosmologia**: uma introdução. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MARANDINO, M. Transposição ou recontextualização? Sobre a produção de saberes na educação em museus de ciências. **Revista Brasileira de Educação**. Vol. 26, p. 96-107, Agosto, 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n26/n26a07.pdf>>, acesso em 06 de dezembro de 2018.

MELZER, E. E. M. As teorias de Chevallard e Fleck: relações entre a transposição didática e o tráfego de pensamentos. In: Congresso Nacional de Educação, 7., 2015, Paraná. Anais... Paraná: UNIPAR, 2015. p. 460-474.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica**: fluidos, oscilações e ondas, calor. 5ª ed. São Paulo: Blucher, 2014.

NETO, J. B. **Teoria de Campos e a Natureza**: parte quântica. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

NOVELO, M. **Cosmologia**. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

OLIVEIRA, F.; VIANNA, D.; GERBASSI, R. Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 29, n. 3, p. 447-454, Abril, 2007. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/rbef/v29n3/a16v29n3.pdf>>, acesso em 21 de outubro de 2018.

OSTERMANN, F; MOREIRA, M. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio”. **Investigações em Ensino de Ciências**, vol. 5, p. 23-48, Março 2000. Disponível em: < <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/600>>, acesso em 22 de maio de 2019.

PUGLIESE, R. M. O trabalho do professor de física no ensino médio: um retrato da realidade, da vontade e da necessidade nos âmbitos socioeconômicos e metodológicos. **Ciência e Educação (Bauru)**, vol. 23, n. 4, p. 963-978, Março, 2017. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v23n4/1516-7313-ciedu-23-04-0963.pdf>>, acesso em 13 de novembro de 2018.

RICARDO, E. C.; FREIRE, J. C. A. A concepção dos alunos sobre a física d ensino médio: um estudo exploratório. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 29, n. 2, Janeiro, 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v29n2/a10v29n2.pdf>>, acesso em 13 de novembro de 2018.

SOARES, D. Os fundamentos físico-matemáticos da cosmologia relativística. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 35, n. 3. Setembro, 2013. Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/353302.pdf>>. Acesso em 13 de abril de 2019.

SOUZA, G. Dedução das equações de Campo de Einstein. 102 f. **Dissertação** (Bacharel em física)- Faculdade de Física, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2008. Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/282151922_Deducao_das_equacoes_de_Campo_de_Einstein>. Acesso em 01 de junho de 2019.

SILVA, J. J. A estrutura erigida para a relatividade de Einstein: o espaço-tempo de Minkowski. **Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada**, vol. 4, n. 2, dezembro, 2017. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbfta/article/download/7155/4682>>. Acesso em: 12 de dezembro de 2018.

SEIXAS, R. H. M.; CALABRÓ, L.; SOUZA, D. O. A Formação de professores e os desafios de ensinar ciências. **Revista THEMA**, vol. 14, n. 1, p. 289-303, 2017. Disponível em: <<http://revistathema.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/413>>, acesso em 06 de dezembro de 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE A

TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL E A CONSTANTE COSMOLÓGICA

O tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$ segundo Soares (2012) é a representação matemática da deformação do espaço-tempo, já o tensor momento-energia $T_{\mu\nu}$ representa a matéria e a energia. Na teoria da relatividade, quanto mais massivo o corpo é maior será a deformação do espaço-tempo ao seu redor, dessa forma temos:

$$G_{\mu\nu} = -kT_{\mu\nu} \quad (3)$$

onde k é o escalar de curvatura e o tensor de Einstein é definido em termos do tensor de Ricci que é derivado da geometria Riemanniana.

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$$

A Equação (A.1) assume a seguinte forma

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -kT_{\mu\nu}$$

Fazendo $k = 1$,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu} \quad (A.4)$$

Na forma matricial a Equação (A.4) assume a seguinte forma

$$\begin{pmatrix} R_{00} & R_{01} & R_{02} & R_{03} \\ R_{10} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{20} & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{30} & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} R = - \begin{pmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}$$

Segundo Novelo (2010) a equação que descreve a evolução da expansão, chamada de equação de Raychaudhuri é definida como:

$$\dot{\theta} + \frac{\theta^2}{3} + 2\sigma^2 - 2\omega^2 - a^\mu_{;\mu} = R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu$$

Porém no modelo cosmológico de Einstein o universo tinha uma geometria estática, ou seja, não há expansão, assim:

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = 0$$

onde v^μ é o quadri-vetor velocidade do fluído. Manipulando a Equação (A.4),

$$R_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu} + \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}Rv^\mu v^\nu g_{\mu\nu}$$

Sendo v^μ normalizado:

$$v^\mu v^\nu g_{\mu\nu} = 1$$

Então:

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}R$$

Colocando a equação acima em termos do tensor momento-energia (esse artifício matemático é obtido fazendo uma contração na equação de campo de Einstein):

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}T$$

O escalar momento-energia é definido como

$$T = T_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}T_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$$

A densidade de energia é definida como

$$\rho = T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu$$

Assim

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -\rho + \frac{1}{2}T_{\mu\nu}g^{\mu\nu} \quad (\text{A.5})$$

Já o tensor momento-energia do fluido cósmico é definido como:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)v_\mu v_\nu - pg_{\mu\nu}$$

Para um fluido sem pressão,

$$T_{\mu\nu} = \rho v_\mu v_\nu$$

Aplicando a relação acima na Equação (A.5):

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -\rho + \frac{1}{2}\rho v_\mu v_\nu g^{\mu\nu}$$

sendo

$$v_\mu v_\nu g^{\mu\nu} = 1$$

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -\rho + \frac{1}{2}\rho$$

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -\frac{\rho}{2}$$

A equação acima diverge da geometria estática de Albert Einstein, para contornar esse problema Einstein mudou sua equação de campo acrescentando um termo a mais que foi chamada de constante cosmológica, a mesma é representada pela letra Λ . Levando em conta todos esses aspectos e segundo Novello (2010) a equação de campo incorpora a seguinte forma:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu} + \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \Lambda g_{\mu\nu}v^\mu v^\nu$$

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = -T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}T + \Lambda$$

Fazendo

$$R_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = 0$$

Temos então

$$-T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu + \frac{1}{2}T + \Lambda = 0$$

Sabendo que:

$$\rho = T_{\mu\nu}v^\mu v^\nu$$

$$T_{\mu\nu} = \rho v_\mu v_\nu$$

Chegamos em:

$$-\rho + \frac{1}{2}T_{\mu\nu}g^{\mu\nu} + \Lambda = 0$$

$$-\rho + \frac{1}{2}\rho v_\mu v_\nu g^{\mu\nu} + \Lambda = 0$$

$$\Lambda = \rho - \frac{1}{2}\rho = \frac{\rho}{2}$$

Com relação a constante cosmológica,

Esta constante é chamada cosmológica porque ela só tem relevância no contexto da cosmologia, isto é, para a estrutura e a evolução do universo. [...] A constante cosmológica não altera em nada a validade formal das equações de campo, e pode ser positiva, negativa ou nula. (SOARES, 2012, p. 4).

Sendo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}$$

com

$$R = kT$$

Assim:

$$R_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu} + \frac{1}{2}k g_{\mu\nu}T$$

$$R_{\mu\nu} = k \left[-T_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right]$$

Fazendo $\mu = \nu = 0$ encontraremos a conexão entre as equações de Einstein e a gravitação Newtoniana:

$$R_{00} = k \left[-T_{00} + \frac{1}{2} g_{00} T \right] \quad (\text{A.6})$$

Para a teoria Newtoniana usaremos o tensor de curvatura para um referencial inercial:

$$R_{\mu\nu\beta}^{\alpha} = \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} (\Gamma_{\mu\beta}^{\alpha}) - \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} (\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}) \quad (\text{A.7})$$

Na literatura encontramos os consecutivos símbolos de Christoffel,

$$\Gamma_{\mu\beta}^{\alpha} = \frac{1}{2} \sum_{\gamma} g^{\gamma\alpha} \left[-\frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^{\gamma}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\gamma\beta}}{\partial x^{\mu}} \right]$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2} \sum_{\gamma} g^{\gamma\alpha} \left[-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\gamma}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\gamma\nu}}{\partial x^{\mu}} \right]$$

Aplicando as relações acima na Equação (A.7):

$$R_{\mu\nu\beta}^{\alpha} = \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left[\frac{1}{2} \sum_{\gamma} g^{\gamma\alpha} \left(-\frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^{\gamma}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\gamma\beta}}{\partial x^{\mu}} \right) \right]$$

$$- \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} \left[\frac{1}{2} \sum_{\gamma} g^{\gamma\alpha} \left(-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\gamma}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\gamma\nu}}{\partial x^{\mu}} \right) \right]$$

Segundo Souza (2008) fazendo uma soma em γ e uma contração $\gamma = \alpha$ chegaremos em:

$$R_{\mu\nu\beta}^{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left(-\frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\mu}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} \left(-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} \right)$$

Utilizando,

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu\alpha}^{\alpha}$$

Então iremos fazer mais uma contração $\alpha = \beta$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left(-\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha\alpha}}{\partial x^{\mu}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \left(-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} \right)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left[-\frac{\partial^2 g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\nu}} + \frac{\partial^2 g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\nu}} + \frac{\partial^2 g_{\alpha\alpha}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} + \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\alpha}} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu} \partial x^{\alpha}} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\alpha}} \right]$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 g_{\alpha\alpha}}{\partial x^\mu \partial x^\nu} + \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha \partial x^\alpha} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu \partial x^\alpha} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu \partial x^\alpha} \right]$$

Fazendo $\mu = \nu = 0$

$$R_{00} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 g_{\alpha\alpha}}{\partial x^0 \partial x^0} + \frac{\partial^2 g_{00}}{\partial x^\alpha \partial x^\alpha} - 2 \frac{\partial^2 g_{\alpha 0}}{\partial x^0 \partial x^\alpha} \right]$$

Como estamos interessados no caso estático, ou seja, as derivadas temporais serão nulas, assim:

$$R_{00} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{00}}{\partial x^\alpha \partial x^\alpha}$$

A equação acima pode ser reescrita com a presença de um laplaciano,

$$R_{00} = \frac{1}{2} \nabla^2 g_{00} \quad (\text{A.8})$$

onde g_{00} é definido como:

$$g_{00} = 1 + \frac{2\Psi}{c^2}$$

A equação acima é obtida considerando pontos distantes da massa, nesse caso a geometria pode ser aproximada para a métrica de Minkowski e o potencial gravitacional tende a zero. Sendo Ψ o potencial gravitacional Newtoniano. Aplicando a equação acima na Equação (A.8):

$$\begin{aligned} R_{00} &= \frac{1}{2} \nabla^2 \left(1 + \frac{2\Psi}{c^2} \right) \\ R_{00} &= \frac{1}{c^2} \nabla^2 \Psi \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Com relação ao escalar momento-energia,

$$T = g^{00} T_{00} = \rho c^2$$

$$T_{00} = \rho c^2$$

Aplicando as relações obtidas na Equação (A.6) temos,

$$R_{00} = k \left[-\rho c^2 + \frac{1}{2} \rho c^2 \right] = -k \frac{1}{2} \rho c^2$$

Aplicando a formula acima na Equação (A.9):

$$\begin{aligned}\frac{1}{c^2}\nabla^2\psi &= -k\frac{1}{2}\rho c^2 \\ \nabla^2\psi &= -\frac{k\rho c^4}{2}\end{aligned}\tag{A.10}$$

“Numa região em que há matéria presente, com densidade ρ , vale a equação de Poisson para a gravitação:” (SOUZA, 2008, p. 83)

$$\nabla^2\psi = -4\pi\rho G\tag{A.11}$$

Comparando a fórmula acima com a Equação (A.10), temos:

$$\begin{aligned}4\pi\rho G &= \frac{k\rho c^4}{2} \\ k &= \frac{8\pi G}{c^4}\end{aligned}$$

Assim encontramos o valor da constante gravitacional e com o auxílio da mesma podemos reescrever a equação de campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}\tag{A.12}$$

APÊNDICE B

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS NO VÁCUO

Segundo Griffiths (2011) as equações de Maxwell no vácuo e na ausência de cargas são descritas como:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Ao fazer o rotacional do rotacional do campo elétrico,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$$

$$-\nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Considerando por simplificação que o sistema é unidimensional, ou seja, $E = E(z, t)$ a equação acima fica:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (B.1)$$

Griffiths (2011) descreve em sua literatura que a equação da onda é,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (B.2)$$

Sendo v a grandeza física que descreve a velocidade de propagação da onda.

Comparando a Equação (A.2) com a Equação (A.1) temos,

$$\frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0$$

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (B.3)$$

Onde,

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2 \quad (\text{permissividade do espaço livre})$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2 \quad (\text{permeabilidade do espaço livre})$$

Aplicando os valores da permissividade do espaço livre e da permeabilidade do espaço livre na Equação A.3),

$$c = 299\,863\,3805 \, m/s$$