

INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE COORDENADORIA DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

DANRLEY SOARES DOS SANTOS

SIMULAÇÃO TEÓRICA DE UM CONFLITO ENTRE PROFESSOR E ALUNO NA SALA DE AULA

DANRLEY SOARES DOS SANTOS

SIMULAÇÃO TEÓRICA DE UM CONFLITO ENTRE PROFESSOR E ALUNO NA SALA DE AULA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe como pré-requisito para a obtenção do grau em Licenciatura em Física.

Orientador: Prof. Dr. André Neves Ribeiro

LAGARTO/SE

Santos, Danrley Soares dos.

S189s Simulação teórica de um conflito entre professor e aluno na sala de aula / Danrley Soares dos Santos. – Lagarto, 2019.

46 f.; il.

Monografia (Graduação) – Licenciatura em Física. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS, 2019.

Orientador: Prof. Dr. André Neves Ribeiro.

1. Física. 2. Magnetismo. 3. Contexto social. 4. Dinâmica de grupo. I. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe – II. Titulo.

CDU: 537.8:316.45



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA, E TECNOLOGIA DE SERGIPE – CAMPUS LAGARTO.

GERÊNCIA DE DESENVOLVIMENTO DE ENSINO - GEN
COORDENADORIA DE CURSOS SUPERIORES – CCS
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM FÍSICA - CLF



ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DO ESTUDANTE DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA DO INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE – CAMPUS LAGARTO.

Ao(s) Ao(s) Ao(s) do mês de Ao Ao Ao de Aois mil e dezenove, às Of Harly no mini auditório do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe — Campus Lagarto instalou-se a Comissão Examinadora para avaliação do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Licenciatura em Física de DANRLEY SOARES DOS SANTOS, a fim de proceder à arguição pública e avaliação do TCC intitulado: "SIMULAÇÃO TEÓRICA DE UM CONFLITO ENTRE PROFESSOR E ALUNO NA SALA DE AULA". Compuseram a banca examinadora os professores André Neves Ribeiro (Orientador), Augusto dos Santos Freitas (Avaliador 1) e Ricardo Monteiro Rocha (Avaliador 2). Aberta a sessão, o(a) presidente da Comissão Julgadora autorizou o início da apresentação. Após a apresentação do trabalho, foi realizada arguição e na sequência a Comissão Julgadora se reuniu para a atribuição do conceito final. De acordo com o REGULAMENTO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO, o (a) candidato (a) foi considerado(a) APOCUADO com conceito final do conceito final presente Ata, que aprovada por todos os presentes, vai assinada por mim, orientador (a), e pelos demais membros da banca.

André Neves Ribeiro Orientador (a)

3 6 do E

Augusto dos Santos Freitas

Avaliador 1

Ricardo Monteiro Rocha

Avaliador 2

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me proporcionar a liberdade de questiona-lo, porquanto estou imerso em um ambiente de pessoas com opiniões críticas e com cosmovisões diferenciadas. Obrigado minha mãe Jocivania Celestino e meu pai Joel Bispo que me apoiou e ajudou diversas vezes nas minhas dificuldades desde o início do curso, lembro-me da alegria que tiveram quando souberam que havia passado no vestibular, não esqueco dos momentos que deixarm de comprar coisas para dentro de casa para me ajudar, meus pais vocês são únicos ímpares em minha vida, agradeço pela educação que me destes, pois são desde meu nascimento os meus professores de vida. Obrigado aos meus irmãos Leandro Soares e Paulo Soares que compartilham sempre a alegria e o apoio a minha pessoa, lembro-me também que sempre esperam a minha chegada ansiosamente e que também me fazem lembrar que devo ser um bom exemplo de irmão mais velho. Quero agradecer a minha namorada Karen Elaine por estar sempre ao meu lado, uma companheira que tem paciência com as minhas imperfeições, e que sempre está presente em meus sonhos/objetivos participando ativamente em minha vida, me motivando ou dando conselhos, por sempre está preocupada com minha vida de modo geral, sempre está perguntando como estou ou se eu me alimentei bem ou se dormir bem, obrigado pelo amor que me deste Karen não sabe o quanto estive triste em minha vida academica e você me levantou me fazendo feliz. Agradeço a minha vó Lina e minha tia Fátima por serem sempre prestativas, sempre estavam presentes nos momentos de dificuldades, me acolheram como se fosse um filho, não tenho palavras para expressar o carinho que me proporcionaram, em que compartilhamos o mesmo lar ou que sempre acordavam cedo para preparar meu alimento ou que sempre estavam preocupadas com minha saúde física e psicológica por conta dos meus longos períodos de estudo, obrigado por tudo. Agradeço a todos os professores do curso que compartilharam um grande conhecimento, conhecimento tal que ninguém poderá me roubar, agradeço em especial meu orientador André Neves pois me ajudou no desenvolvimento desta monografia e sempre atuou e atua como bom exemplo de professor. Obrigado meus companheiros de guerra, parceiros que vou levar para toda a vida, sempre irei lembrar das resenhas dos momentos de felicidades ou de desespero, e das vezes que me ajudaram em meus estudos. Enfim, agradeço a todos que de alguma forma me apoiaram.

"Se vi mais longe foi por estar de pé sobre ombros de gigantes." (Isaac Newton)

RESUMO

Sociofísica é a área do conhecimento que busca entender fenômenos sociais a partir de métodos teóricos utilizados na física. Um dos modelos da física mais aplicado na sociologia é o modelo de Ising. Originalmente utilizado para investigar o magnetismo de materiais, descrevendo a interação entre spins e a interação dos spins com um campo magnético externo, o modelo de Ising pode ser usado no contexto social, por exemplo, para descrever a dinâmica de opiniões dos indivíduos de um grupo social, como alunos em uma sala de aula. O objetivo do presente estudo é obter um modelo teórico do tipo Ising que seja capaz de descrever/simular conflitos entre professor e alunos, existindo ou não um aluno líder. Simulamos uma sala de aula com vinte alunos e um professor, organizada tradicionalmente com as carteiras dos alunos formando cinco linhas e quatro colunas. Em especial, investigamos a situação de conflito entre o professor e um aluno-líder. Nossos resultados revelaram que a competição entre a influência do professor sobre toda a turma (similar a um campo magnético externo) e a influência do aluno-líder sobre os colegas, tendo em vista a tendência de alunos vizinhos terem a mesma opinião (similar a uma interação de troca do tipo ferromagnética), provoca diversas fases associadas ao comportamento médio resultante dos dezenove alunos restantes. Diagramas de fases foram construídos. Os cálculos foram realizados numericamente a partir de programas escritos em linguagem Fortran. Seguindo a regra de transição de Glauber, uma análise da mudança de opinião dos alunos no decorrer do tempo foi realizada. Além da simulação da dinâmica das mudanças de opiniões, foi possível acompanhar a opinião resultante da turma tendendo ao valor constante correspondente ao equilíbrio estatístico do sistema. Acreditamos que a ferramenta teórica apresentada neste trabalho tem o potencial de ser um instrumento que auxilie o professor na tomada de decisão a fim de evitar uma situação de conflito ou conduzir a turma para fora desta.

Palavras-chaves: Conflito professor-aluno. Sociofísica. Modelo de Ising. Dinâmica de Glauber.

ABSTRACT

Sociophysics is the area of knowledge that seeks to understand social phenomena from theoretical methods used in physics. One of the most applied models of physics in sociology is the Ising model. Originally used to investigate material magnetism, describing the interaction between spins and the interaction of spins with an external magnetic field, the Ising model can be used in the social context, for example, to describe the dynamics of opinions of individuals in a group, as students in a class in a classroom. The objective of the present study is to obtain an Ising theoretical model capable of describing / simulating conflicts between teacher and students, whether or not there is a student leader. We simulated a classroom with twenty students and one teacher, traditionally organized with student desks forming five rows and four columns. In particular, we investigate the conflict situation between the teacher and a student leader. Our results revealed that the competition between the teacher's influence on the whole class (similar to an external magnetic field) and the student-leader's influence on peers, given the tendency of neighboring students to have the same opinion (similar to a ferromagnetic exchange interaction), causes several phases associated with the average behavior resulting from the remaining nineteen students. Phase diagrams were constructed. The calculations were performed numerically from programs written in Fortran language. Following Glauber's transition rule, an analysis of students' change of opinion over time was performed. In addition to simulating the dynamics of opinion changes, it was possible to follow the opinion resulting from the class tending to the constant value corresponding to the statistical balance of the system. We believe that the theoretical tool presented in this paper has the potential to be an instrument that assists the teacher in decision making in order to avoid a conflict situation or to lead the class out of it.

Key words: Teacher-student conflict. Sociophysics. Ising model. Glauber dynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Ilustração das interações entre os pins
Figura 2- Ilustração de alguns cenários de vizinhança da probabilidade de mudança W
Figura 3- Ilustração do sistema estudado
Figura 4- Ilustração para a construção do diagrama de fases
Figura 5- Diagrama de fases com e sem a presença do aluno líder com opinião variável26
Figura 6- Diagrama de fases com opinião fixa do aluno-líder e oposta a opinião do professor27
Figura 7- Ilustração que amplia o diagrama de fases com opinião fixa do aluno-líder28
Figura 8- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores H = 0 e T = 1
Figura 9- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores H = 0,3 e T = 130
Figura 10- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores $H=0,5$ e $T=1$
Figura 11- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores $H=0.5$ e $T=2.5$
Figura 12- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores H = 0,3 e T = 2,5
Figura 13- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores H = 0,5 e T = 5
Figura 14- Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra de Glauber para os valores H = 0,3 e T = 5
Figura 15- Opinião resultante da turma e sua média no tempo em função do tempo, para H = 0,3 e T = 5

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	.10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	22
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	25
5. CONCLUSÃO	34
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37
APÊNDICE A – PROGRAMA 1	.39
APÊNDICE B – PROGRAMA 2	42

1. INTRODUÇÃO

Desde o nascimento o ser humano está sujeito a interações com outras pessoas, ou seja, está inserido em um ambiente que possibilita a troca de ideias/opiniões e códigos de valores, no qual se tem como resultado um conjunto de hábitos e ações que se desenvolvem com o passar do tempo.

Segundo Vygotsky (1987, apud, MOREIRA, 2014), um ponto de partida para o entendimento da aprendizagem é a interação social. Nesta interação ocorrem trocas de significados, como a linguagem e gestos. Para Vygotsky a linguagem é um importante exemplo de objeto desenvolvido através da interação social.

Por conta da interação social, conflitos podem ocorrer entre as pessoas de um grupo social. A escola é um importante espaço onde um grupo de indivíduos interagem socialmente. Segundo Novak, "a educação é um conjunto de experiências (cognitivas, afetivas e psicomotoras) que contribuem para o engrandecimento (empowerment) do indivíduo para lidar com a vida diária [...]" (NOVAK, 1981, apud, MOREIRA, 2014, p. 175). Contudo, são comuns os casos em que professores entram em conflito com alunos de uma turma, o que representa um fator de desgaste na relação professor-aluno, e em alguns casos pode desencadear até mesmo para uma agressão verbal, física ou psicológica.

De acordo o trabalho de Célio Rodrigues, um dos argumentos utilizados por alguns professores em relação a geração de conflitos é a falta de respeito dos alunos – "eles não dão a devida atenção às aulas ministradas, ignorando até mesmo a presença do professor na sala de aula" (RODRIGUES, 2008, p. 2593). Por outro lado, os alunos argumentaram que "os conflitos são geralmente pela falta de motivação por parte do professor ou até mesmo pela falta de didática ao transmitir os conteúdos" (RODRIGUES, 2008, p. 2593). De qualquer forma, a conclusão latente desse estudo é que a ocorrência de conflitos na sala de aula é prejudicial tanto para o professor quanto para o aluno.

Portanto, estudos sobre conflitos entre o professor e *um* aluno influente (líder) na sala de aula e como esse conflito afeta o restante da turma são importantes. A indisciplina é um exemplo de causa de conflito que pode se difundir em uma turma a partir de um único aluno, já que, por conta da interação social, existe a probabilidade desse aluno influenciar colegas, que por sua vez influenciarão outros colegas.

O trabalho de Maria Preciosa e Isabel Pestana, relata uma situação de conflito entre uma professora de ciências e um aluno-líder com comportamento indisciplinado, o qual "afrontava-a frequentemente", "levantava-se constantemente para falar com os colegas ou então

para lhes atirar objetos", e, "por vezes, chegou mesmo a ameaçá-la e a insultá-la" (SILVA; NEVES, 2006, p. 15). O poder de influência deste aluno sobre alguns colegas era tão forte que ele conseguia convence-los a ajudá-lo na execução de planos previamente elaborados com a finalidade de atrapalhar a aula da professora. Sobre os motivos para esse comportamento, o próprio aluno-líder respondeu:

No meu caso não gosto. Eu faço qualquer coisinha e ela começa logo aos gritos comigo, começa-me logo a ameaçar que me manda para a rua, que me manda logo para conselho disciplinar, que me vai pôr uma participação em cima [...] A minha disciplina preferida é Ciências. O que está lá a estragar tudo é a professora.[...]. (SILVA; NEVES, 2006, p. 17).

No que se refere ao estudo de conflitos, em especial para a sociofísica, dois fatores nesse caso são relevantes: (i) o aluno-líder influencia mais os colegas que qualquer outro aluno; (ii) a influência da professora sobre alguns alunos (ou toda a turma) é menor que a do aluno-líder. O termo influência aqui está relacionado com a capacidade de convencimento.

O termo física social foi ultilazado em 1842 pelo filósofo positivista francês Augusto Comte, que acreditava ser possível descrever os fenômenos sociais por meio de leis gerais. Ele definiu física social como "o estudo das leis da sociedade ou da ciência da civilização" (COMTE, 1842, apud, SEN; CHAKRABARTI, 2014). Em 1856, Comte declarou:

Agora que a mente humana agarrou a física celestial e terrestre, a física mecânica e química, orgânica, tanto vegetais como para animais, continua a ser uma ciência, para preencher a série de ciências ou observação – física social. Isto é o que os homens agora têm mais necessidade e este é o principal objetivo do presente trabalho para estabelecer". (COMTE, 1856, apud, SEN; CHAKRABARTI, 2014, p. 1).

Relacionar física com sociologia é algo bastante intrigante, pois enquanto a sociologia está relacionada com sistemas vivos, a física trata primordialmente de corpos inanimados (SEN; CHAKRABARTI, 2014). Além disso, é necessário que se tenha cautela ao utilizar as ferramentas da física para explicar fenômenos sociais, pois há a possibilidade de os resultados teóricos não corresponderem com o fenômeno social observado. Sociofísica é a área do conhecimento que busca estabelecer esta relação de maneira adequada.

Embora as ideias de Augusto Comte sobre sociofísica tenham surgido em meados do século XIX, essa área "só começou a se tornar um tópico popular de pesquisa no ultimo quarto do século XX" (SEN; CHAKRABARTI, 2014, p. 1). Dois trabalhos pioneiros foram fundamentais para despertar o interesse da comunidade científica em sociofísica: 1) o estudo por Thomas C. Schelling, em 1971 (SCHELLING, 1971), sobre o fenômeno da segregação social, que é como em uma sociedade começam a se formar polos, por exemplo, negros e brancos nos Estados Unidos. Shelling mostrou matematicamente, usando um modelo teórico

similar ao modelo de Ising (do magnetismo) em temperatura zero, que mesmo sem influências externas a comunidade isolada poderia evoluir para um resultado de segregação. Na época esse resultado foi tido com surpresa, pois achava-se que segregações eram fruto de alguma interferência ou perturbação externa sobre o sistema. Este trabalho foi tão importante que deu a Schelling o prêmio Nobel de economia de 2005. (SALAZAR, 2007) 2) o estudo por Serge Galam, em 1982 (GALAM; GEFEN; SHAPIR, 1982), sobre o processo de greve, por exemplo, em uma grande fábrica. Por meio de um modelo também similar ao de Ising, Galam descreveu matematicamente o estado de insatisfação dos trabalhadores e, entre outros resultados, encontrou estados metaestáveis, isto é, uma situação em que a greve surge mesmo com uma pequena pertubação no sistema.

Nos últimos anos têm ocorrido um crescimento no número de pesquisadores e de trabalhos publicados em sociofísica (SEN; CHAKRABARTI, 2014). Alguns exemplos de trabalhos recentes incluem estudos de dinâmica de opiniões, a exemplo de processos eleitorais (GELMAN; KATZ; TUERLINCKX, 2002); estudos de índices de criminalidade (COLE, 2019); estudos de comportamento do mercado financeiro (VANGHELI, *et al.*, 2018); e estudos sobre a evolução de línguas e culturas (PETERSEN, *et al.*, 2012).

O objetivo do presente estudo é obter um modelo teórico tipo Ising que seja capaz de descrever conflitos entre professor e alunos em uma sala de aula, com e sem a presença de um aluno líder; analisar as diferentes fases do conflito que são previstas pelo modelo; e fornecer um instrumento para auxiliar o professor na tomada de decisão a fim de evitar situação de conflito ou conduzir a turma para fora desta.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Assim como em ciências da natureza, também em sociofísica, a simulação de sistemas sociais é realizada teoricamente utilizando um modelo numérico. Como as pessoas (partículas) e as formas como se relacionam (interação entre partículas) apresentam grande complexidade, seria de se esperar que um modelo matemático capaz de descrever um fenômeno social envolvesse uma enorme quantidade de variáveis, o que representaria um problema matemático impossível de ser solucionado. Contudo, comportamentos coletivos complexos podem surgir de regras simples entre os indivíduos constituintes. Na área da física conhecida por mecânica estatística, é investigado como uma dinâmica no nível micro (das partículas) explica o comportamento no nível macro (sistema de partículas), usando para isso, muitas vezes, modelos matemáticos com poucos parâmetros. A simplificação teórica surge por se considerar apenas os aspectos mais relevantes do sistema, descartando aquilo que se entende ser menos significativo à dinâmica das partículas. O mesmo ocorre com as próprias partículas – se considera apenas aquela propriedade que é relevante ao fenômeno estudado, as demais características das partículas são simplesmente ignoradas. O resultado são modelos minimalistas, que envolvem poucos parâmetros, mas que ainda são capazes de fornecer uma grande diversidade de fenômenos coletivos emergentes. Portanto, na sociofísica, o estudo adequado de um fenômeno social observado consiste inicialmente em obter o modelo físico teórico representativo dos aspectos mais relevantes ao fenômeno.

Dentre os modelos da mecânica estatística, os que têm sido mais utilizados na sociofísica são os relacionados ao magnetismo de materiais, visto que este fenômeno é resultado de um comportamento coletivo dos átomos ou moléculas do material. Em um material, o magnetismo é devido às interações do spin das partículas (átomos ou moléculas). O spin (\vec{S}) é um momento angular intrínseco que produz um momento magnético $\vec{\mu}_S$, isto é, a partícula comporta-se como um imã microscópico. As orientações permitidas para \vec{S} são aquelas em que sua componente Z é dada por $S_Z = m_{S_Z}\hbar$ (em que \hbar é a constante de plank h dividida por 2π), com $m_{S_Z} = -s, -s + 1, ..., +s$, e s denotando o número quântico de spin da partícula. Para o elétron $s = \frac{1}{2}$ e $m_{S_Z} = -\frac{1}{2}$ (spin down, representado por 1) ou $m_{S_Z} = \frac{1}{2}$ (spin up, representado por 1) (EISBERG, 2013).

Um modelo simples que descreve a interação entre spins e a interação dos spins com um campo magnético externo é o modelo de Ising. Nesse modelo o spin é a única propriedade dos átomos que é considerada. A interação entre os spins mais próximos (primeiros vizinhos)

resulta em uma energia magnética de magnitude J (ver Figura 1).

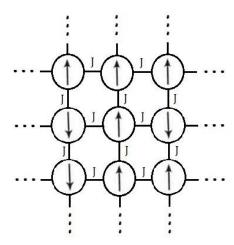


Figura 1: Ilustração das interações entre os spins. As setas representam os spins $up\ (\uparrow)$ e $down\ (\downarrow)$ e as linhas conectando-os representam interações entres os spins primeiros vizinhos com valor de energia magnética J.

Matematicamente, a interação entre o spin do átomo localizado na posição representada por i (S_i) e o spin do átomo localizado na posição representada por j (S_j) é descrita, no modelo de Ising, por $-JS_iS_j$, em que S_i assume os valores +1 ou -1, que estão associados a $S_{Z_i} = \hbar/2$ (spin up) ou $S_{Z_i} = -\hbar/2$ (spin down), respectivamente. Dessa forma, para J > 0 (< 0), se os dois spins forem iguais (+1,+1 ou -1,-1, isto é, configuração ferromagnética) a energia do par será -J(+J) enquanto que se os dois spins forem diferentes (+1,-1 ou -1,+1, isto é, configuração antiferromagnética) a energia do par será +J(-J). Assim, como um sistema físico tende ao estado de menor energia, J > 0 favorece o ferromagnetismo (spins paralelos), enquanto J < 0 favorece o antiferromagnetismo (spins anti-paralelos). Uma influência externa pode ser representada pela presença do campo magnético externo (H) que é aplicado uniformemente sobre todos os átomos (spins). Logo, a energia total do sistema/material (E), de acordo com o modelo de Ising, é descrita pela seguinte expressão:

$$E = -J\sum_{\langle i,j\rangle} S_i S_j - H\sum_i S_i, \tag{1}$$

em que, $\sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j$ é a soma dos pares de átomos/spins primeiros vizinhos do sistema e $\sum_i S_i$ é a soma de todos os átomos/spins.

No contexto social, o modelo de Ising pode ser usado, por exemplo, para descrever a dinâmica de opiniões dos indivíduos de um grupo social. Nesse sentido, a associação com a Equação 1 é a seguinte: (i) a grandeza *E* quantifica o grau de divergência de opiniões em um

grupo social, dessa forma, o princípio de menor energia é associado a tendência do grupo em buscar o consenso, ou seja, os indivíduos preferem estar em uma situação de mínima divergência de opiniões; (ii) os spins correspondem às opiniões dos indivíduos; (iii) são consideradas apenas duas opiniões; (iv) $S_i = +1$ corresponde ao indivíduo "i" com opinião favorável a alguma proposta/ação, enquanto $S_i = -1$ corresponde ao mesmo indivíduo, mas com uma opinião contrária; (v) $\sum_{\langle i,j\rangle} S_i S_j$ descreve a interação apenas entre indivíduos mais próximos (primeiros vizinhos), ou seja, os indivíduos interagem e por conta disso podem mudar de opinião; (vi) o parâmetro J > 0 favorece o alinhamento de opiniões entre indivíduos que interagem, o que está de acordo com o grupo social tender a um menor grau de divergência de opiniões; (vii) o parâmetro H representa a influência uniforme de um indivíduo externo sobre a opinião dos indivíduos do grupo, ou seja, $-HS_i$ terá menor valor quando o sinal de S_i for igual ao de H. (Tabela 1).

Tabela 1 - Significado do modelo de Ising no magnetismo e na sociofísica.

ELEMENTOS DO MODELO	SIGNIFICADO NO MAGNETISMO	SIGNIFICADO NA SOCIOFÍSICA
Princípio fundamental	Mínima energia	Mínima divergência
E	Energia do sistema	Grau de divergência no grupo
$S_i = \pm 1$	Valor da componente Z de um spin	Opiniões possíveis de um indivíduo
$\sum_{\langle i,j\rangle} S_i S_j$	Interação entre spins primeiros vizinhos	Interação social entre indivíduos mais próximos
J	Energia magnética da interação entre dois spins vizinhos. $J > 0$ favorece o ferromagnetismo (spins paralelos)	Influência de um indivíduo sobre a opinião de outro com quem interage socialmente. <i>J</i> > 0 favorece o alinhamento de opiniões
Н	Campo magnético externo aplicado uniformemente sobre todos os átomos (spins) do sistema	Influência de um indivíduo externo sobre a opinião dos indivíduos do grupo

Um grupo social, como alunos de uma turma em uma sala de aula, não é um sistema isolado, pelo contrário, está sujeito a influências externas devido a interação com colegas de outras turmas, professores, famílias, comunidade externa e, além disso, sofre o efetito inclusive da infra estrutura da sala de aula/escola que está inserido. Essas influências podem levar (alguns) alunos a mudarem de opinião conforme o tempo passa. Investigar teoricamente a situação exata em que a turma se encontra num determinado tempo é impossível diante da quantidade de variáveis envolvidas, então, para resolver este problema, será realizada uma descrição estatística para a dinâmica de opiniões dos indivíduos (mudanças de opinião de +1 para -1 e vice-versa) através da equação mestra a seguir: (SALINAS, 2005)

$$\frac{dP(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t)}{dt} = \sum_{i=1}^{N} P(S_1, ..., -S_i, ..., S_N; t) \cdot W(-S_i) -$$

$$-\sum_{i=1}^{N} P(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t) \cdot W(S_i).$$
 (2)

Na Equação 2, $P(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t)$ é a probabilidade de encontrar, no tempo t, a turma na situação de opiniões $S_1, ..., S_i, ..., S_N$ e $W(S_i)$ é a probabilidade por unidade de tempo do aluno "i" mudar sua opinião de S_i para $-S_i$. O termo $\sum_{i=1}^N P(S_1, ..., -S_i, ..., S_N; t) \cdot W(-S_i)$ é positivo porque $P(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t)$ aumentará com o tempo se o sistema sair do estado $S_1, ..., -S_i, ..., S_N$ para o estado $S_1, ..., S_i, ..., S_N$. Por outro lado, o termo $P(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t) \cdot \sum_{i=1}^N W(S_i)$ é negativo porque $P(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t)$ diminuirá com o tempo se o sistema sair do estado $S_1, ..., S_N$ para o estado $S_1, ..., S_N$ para o estado $S_1, ..., S_N$ para o estado $S_1, ..., S_N$.

A solução da Equação 2 para a obtenção da probabilidade $P(S_1, ..., S_i, ..., S_N; t)$ exige uma expressão para $W(S_i)$. Consideraremos que a taxa de probabilidade de mudança do valor de uma opinião de um aluno (central) deve depender dos alunos primeiros vizinhos (colegas de classe que tem uma interação mais próxima), sendo que a tendência da opinião do aluno central é de se alinhar aos colegas vizinhos, conforme mostrado na Figura 2.

Opinião central Vizinhança (S_i)	↑	1
000 000 000	$W = \frac{\alpha}{2}(1-\gamma)$	$W=\frac{\alpha}{2}(1+\gamma)$
	$W=\frac{\alpha}{2}(1+\gamma)$	$W = \frac{\alpha}{2}(1 - \gamma)$
	$W=rac{lpha}{2}$	$W=rac{lpha}{2}$

Figura 2: Probabilidade por unidade de tempo de S_i mudar o valor, W, em relação a alguns cenários de vizinhança. As setas representam a opinião/posição dos alunos — opinião/posição a favor (↑) ou contrária (↓) a uma determinada situação (por exemplo, conflito entre professor e alunos) em sala de aula. A tendência é a opinião do aluno central se alinhar às opiniões de colegas vizinhos. Quando (não) há o alinhamento, o valor de W, isto é, a taxa de probabilidade de mudança, é (maior) menor. Se a opinião do aluno central é ↑ (↓) e a dos quatros vizinhos forem também ↑ (↓), a probabilidade da opinião do aluno central mudar de valor durante uma unidade de tempo é pequena, pois, a influência dos quatro colegas vizinhos é grande, assim, tende a opinião do aluno central a permanecer ↑ (↓), o que justifica o parâmetro γ com sinal negativo para estes casos. Mas se a opinião central do aluno for ↑ (↓) e as opiniões dos quatros colegas vizinhos forem ↓ (↑), a probabilidade de mudar é grande, logo, na taxa de probabilidade W, o parâmetro γ surge com sinal positivo para estes casos. No caso de metade dos colegas vizinhos ter uma opinião e a outra metade ter a opinião contrária, teremos $\gamma = 0$, logo, a probabiliade da opinião do aluno central mudar de valor em uma unidade de tempo é independente do valor específico da opinião do aluno central. A figura não mostra os casos de três colegas vizinhos com opinião ↑ (↓) e um ↓ (↑), mas a análise é similar.

Todos os valores de *W* apresentados na Figura 2 podem ser obtidos usando a seguinte expressão:

$$W = \frac{\alpha}{2}(1 - \gamma),\tag{3}$$

em que o fator γ deve ser função das opiniões dos colegas da vizinhaça (VIZ),

$$\gamma = f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right),\tag{4}$$

e satisfazer as seguintes condições: (i) $f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right) > 0$, quando $S_i \sum_{VIZ} S_j > 0$; (ii) $f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right) < 0$, quando $S_i \sum_{VIZ} S_j < 0$; (iii) $f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right) = 0$, quando $S_i \sum_{VIZ} S_j = 0$; (iv) $f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right)$ deve ser crescente com relação a $S_i \sum_{VIZ} S_j$. (v) $f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j \to \gamma_{m\acute{a}x}\right) \to const.$ mesmo que $S_i \sum_{VIZ} S_j \to \infty$; (vi) $f\left(-S_i \sum_{VIZ} S_j\right) = -f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right)$, pois a diferença de W nas duas colunas de uma mesma linha da Figura 2 ocorre apenas no sinal γ , o módulo de γ não varia. Todas essas condições são satisfeitas pela função tangente hiperbólica.

Como o grau de divergência (energia de Ising; Equação 1) descreve a interação entre indivíduos de um grupo social, por exemplo, interação entre alunos de uma sala de aula, ela torna-se uma expressão interessante para a análise que está sendo realizada. Assim, se o sistema está inicialmente no estado $S_1, ..., S_i, ..., S_N$, o grau de divergencia pode ser escrito como:

$$E_{inicial}(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N) = \left(-J \sum_{\substack{l,m > l \ l,m \neq i}} S_l S_m - H \sum_{\substack{l \neq i}} S_l\right) - \left(J S_i \sum_{VIZ} S_j + H S_i\right). (5)$$

Definindo,

$$A = -J \sum_{\substack{l,m > l \ l,m \neq i}} S_l S_m - H \sum_{\substack{l \neq i}} S_l, \tag{6}$$

$$B = JS_i \sum_{VIZ} S_j + HS_i, \tag{7}$$

A Equação 5 se resume a,

$$E_{inicial}(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N) = A - B. \tag{8}$$

Analogamente, o grau de divergencia para um estado final $S_1, ..., -S_i, ..., S_N$, após a troca de valor do aluno'i' $(S_i \rightarrow -S_i)$, é:

$$E_{final}(S_1, ..., -S_i, ..., S_N) = A + B,$$
 (9)

Subtraindo a Equação 8 da Equação 9, obtém-se,

$$B = \frac{E_{final} - E_{inicial}}{2} = \frac{\Delta E}{2},\tag{10}$$

Logo, a Equação 4 torna-se:

$$\gamma = f\left(S_i \sum_{VIZ} S_j\right) = tgh(\beta B) = tgh\left(\beta \frac{\Delta E}{2}\right), \tag{11}$$

em que β é uma constante de proporcionalidade. Portanto, a taxa de probabilidade W de mudança de S_i por unidade de tempo para um sistema descrito por um modelo tipo Ising (Equação 1):

$$W(S_i) = \frac{\alpha}{2} \left[1 - tgh\left(\frac{\beta \Delta E}{2}\right) \right]. \tag{12}$$

Essa expressão é conhecida como fórmula de Glauber (GLAUBER, 1963).

No equilíbrio estatístico, quando o sistema atinge o estado de maior probabilidade, temos

$$\frac{dP(S_1,\dots,S_N;t)}{dt} = 0, (13)$$

Como dP/dt é descrita pela equação mestra (Equação 2), obtém-se

$$\sum_{i=1}^{N} P(S_1, \dots, -S_i, \dots, S_N; t). W(-S_i) = P(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N; t). \sum_{i=1}^{N} W(S_i).$$

Uma possibilidade de solução para esta equação é dada pela chamada condição de balanceamento detalhado, isto é,

$$P(S_1, ..., -S_i, ..., S_N).W(-S_i) = P(S_1, ..., S_i, ..., S_N).W(S_i).$$
(14)

Isolando os termos da Equação 14 tem-se:

$$\frac{W(-S_i)}{W(S_i)} = \frac{P(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N)}{P(S_1, \dots, -S_i, \dots, S_N)}$$
(15)

Substituindo o W da Equação 12 tem-se,

$$\frac{\frac{\alpha}{2}\left[1-\left(-tgh\left(\beta\frac{\Delta E}{2}\right)\right)\right]}{\frac{\alpha}{2}\left[1-tgh\left(\beta\frac{\Delta E}{2}\right)\right]} = \frac{P(S_1,...,S_i,...,S_N)}{P(S_1,...,-S_i,...,S_N)},\tag{16}$$

Lembrando que $e^x = \cosh(x) [1 + tgh(x)]$ e $e^{-x} = \cosh(x) [1 - tgh(x)]$, e utilizando as Equações 8, 9 e 10, podemos escrever

$$\frac{1 + tgh(\beta \frac{\Delta E}{2})}{1 - tgh(\beta \frac{\Delta E}{2})} = \frac{e^{\beta \frac{\Delta E}{2}}}{e^{-\beta \frac{\Delta E}{2}}} = \frac{e^{\beta B}}{e^{-\beta B}} = \frac{e^{-\beta (A-B)}}{e^{-\beta (A+B)}} = \frac{e^{-\beta E(S_1, \dots, S_{i, \dots, S_N})}}{e^{-\beta E(S_1, \dots, -S_{i, \dots, S_N})}}.$$
 (17)

Substituindo esse resultado na Equação 16 encontramos

$$P(S_1, ..., S_i, ..., S_N) = ae^{-\beta E(S_1, ..., S_{i,...,} S_N)},$$
(18)

em que a é uma constante de normalização. A Equação 18 é exatamente a distribuição de Boltzmann da mecânica estatística, que dá a probabilidade de encontrarmos o sistema no estado $S_1, ..., S_i, ..., S_N$ após ser alcançado o equilíbrio. Sendo assim, todas as ferramentas da física estatística podem ser usadas no estudo teórico da dinâmica de opiniões de um grupo social; em que $\beta = 1/T$ é denominado de permeabilidade social, com T representando o grau de agitação dos indivíduos do sistema (por exemplo um grupo de alunos) correspondente à mudanças de opinião/decisão que são independentes da influência dos colegas da turma ou do professor na sala, mas provocada pelo meio externo. Por exemplo, um ambiente de sala de aula com estrutura inadequada (sem ventiladores/ar-condicionado ou com cadeiras e quadros ruins), pode interferir na opinião/tomada de decisão de algum(ns) aluno(s). Outros exemplos de fontes de influências externas, que definem o valor de T, são: colegas de outras turmas; outros professores; ambiente familiar; e amigos de fora da escola.

Um sistema em equilíbrio estatístico ainda apresenta mudanças no decorrer do tempo, contudo, na média (tomando um longo tempo), diversas quantidades permanecem inalteradas. Em um grupo social, como em uma sala de aula em que se atingiu o equilíbrio estatístico, as opiniões dos alunos pode sofrer alterações, mas a média da opinião resultante dos alunos da sala se mantém constante. Para um sistema magnético de spins localizados, de acordo com a mecânica estatística, o valor da magnetização no equilíbrio estatístico é aquele para o qual a energia livre de Landau tem valor mínimo (SALINAS, 2005). No contexto social, o equivalente a energia livre de Landau será denominado por função de divergência F e o equivalente a

magnetização resultante por opinião resultante *R*. Matematicamente, ao fazer o uso das ferramentas da mecânica estatistica, podemos expressar a função de divergência em termos da opinião resultante por

$$F(R) = -\frac{1}{NT} \ln [Z(R)],$$
 (19)

em que

$$R = \sum_{i} S_{i}, \tag{20}$$

e Z é definido por

$$Z(R) = \sum_{\{S_1, \dots, S_i, \dots, S_N\}_R} e^{-E(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N)/T},$$
(21)

com $\Sigma_{\{S_1,\dots,S_l,\dots,S_N\}_R}$ denotando a soma sobre todas as configurações que possui opinião resultante R.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Segundo Sellitiz, "as pesquisas podem ser classificadas em três grupos: estudos exploratórios, estudos descritivos e estudos que verificam hipóteses causais (ou do tipo explicativa)" (SELLITIZ, 1967, apud, GIL, 2008, p. 27). A nossa pesquisa se enquadra no grupo da pesquisa explicativa, pois parte do objetivo deste trabalho é analisar as diferentes fases de um conflito entre o professor e um aluno-lider, buscando relacionar essas fases com suas causas. Tal classificação está em acordo com o pensamento de Gil, pois, segundo esse autor, as pesquisas explicativas "são aquelas pesquisas que têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos." (GIL, 2008, p. 28).

As pesquisas também de um modo geral podem ser classificadas como qualitativas e/ou quantitativas. Segundo Moreira, na pesquisa qualitativa:

O interesse central [...] está em uma interpretação dos significados atribuídos pelos sujeitos à suas ações em uma realidade socialmente construída, através de observação participativa, isto é, o pesquisador fica imerso no fenômeno de interesse. Os dados obtidos por meio dessa participação ativa são de natureza qualitativa e analisados de forma correspondente. (MOREIRA, 2011, p. 76).

Por outro lado, na pesquisa quantitativa o pesquisador busca entender a realidade por meio de procedimentos quantizaveis, como "gráficos, medidas experimentais, caracterizados primordialmente, por medições objetivas e análises quantitativos" (MOREIRA, 2011, p. 18). Dessa forma, a presente pesquisa também pode ser caracterizada como qualitativa e quantitativa, pois é necessário interpretar/investigar um modelo teórico que corresponda a uma situação real, como também é necessário obter do modelo teórico medidas objetivas para a elaboração de gráficos e assim interpretá-los de modo quantitativo.

O sistema simulado teoricamente através do modelo tipo Ising (Equação 1) é o de uma sala de aula com 20 (vinte) alunos e um professor, organizada tradicionalmente, conforme mostra a Figura 3. A quantidade de alunos simulados foi definida com base no tempo computacional – quanto maior a quantidade de indivíduos para simular, maior é o tempo e o esforço computacional necessário para o processamento dos dados. Investigamos os conflitos na sala de aula com a tendência de os alunos vizinhos terem a mesma opinião, ou seja, J > 0. Tomamos nesse trabalho o valor J = 1. A escolha do valor de J igual a 1 é apropriada, porque mesmo que a influência de um aluno sobre outro seja associada a um valor de J diferente de 1, basta interpretar os valores de H e T como sendo valores de H/J e T/J e assim nenhum de nossos resultados (gráficos) é alterado. Ou seja, o que é relevante para os resultados que nós encontramos são os valores de H e T em termos de J e não seus valores absolutos. Isso ocorre

porque a distribuição de Boltzmann é proporcional a $e^{(-E/T)}$ e portanto fica inalterada quando escrevemos $e^{[-(E/J)/(T/J)]}$. Como E é função de J e H, isto é E(J,H), a razão E/J será função apenas de H/J, isto é (E/J)(1,H/J). Essas duas funções tornam-se iguais se fizermos J=1 na primeira e associarmos o valor de E a E/J e de H a H/J.

Na Figura 3, os quadrados numerados representam os alunos na sala de aula e as linhas conectando esses quadrados denotam a interação social entre os alunos. De início foi definido uma turma, na qual cada aluno interage com colegas que são os seus primeiros vizinhos, como se encontra na Figura 3(A); depois definimos outra turma, na qual há a presença de um aluno líder (S_{15}) que interage também com colegas segundos vizinhos, como se encontra na Figura 3(B); por fim, definimos outra turma, em que o aluno líder não muda sua opinião como está destacado na Figura 3(C). O conflito professor – aluno-líder ocorre na situação da Figura 3(C) quando a opinião do aluno-líder é associada a um valor de sinal contrário ao da influência do professor (H)

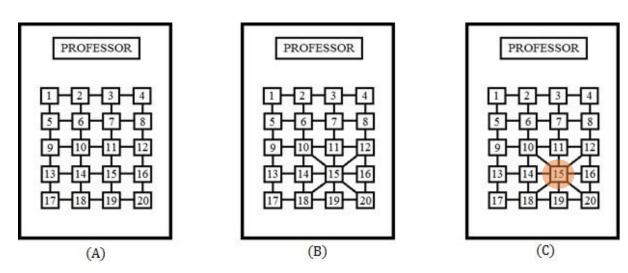


Figura 3: Organização de uma sala de aula com 20 alunos e um professor. Os quadrados representam os alunos e as linhas conectando os quadros denotam a interação social entre eles. O retângulo representa o professor. Em (A) cada aluno interage com colegas que são os seus primeiros vizinhos. Em (B) o aluno 15 (aluno-líder) interage também com colegas segundos vizinhos. Em (C) o circulo laranja destaca o aluno 15 (aluno-líder) para o caso em que sua opinião não muda.

Para a simulação foram desenvolvidos dois programas de computador em linguagem Fortran. O primeiro programa (Apêndice A) calcula, para os três sistemas descritos na Figura 3, o grau de divergência da turma e a função de divergência em relação a opinião resultante, tanto no caso da opinião do aluno líder (S_{15}) podendo variar, quanto no caso de ser mantida fixa. O segundo programa (Apêndice B) calcula, de acordo com a regra de Glauber, a dinâmica temporal para o sistema descrito na Figura 3(C).

A partir da função de divergência calculada para diversos valores de parâmetros H e T, foram construídos os diagramas de fases para os sistemas representados nas Figuras 3(A), 3(B) e 3(C). Dessa forma pudemos mapear o comportamento dos demais 19 alunos da turma diante de um conflito entre o professor e o aluno líder. Esse diagrama de fases nos permite relacionar valores de H e T com a situação/fase em que a turma se encontra (por exemplo, turma com opinião/decisão dividida entre professor e aluno ou com a maioria dos 19 alunos com opinião/decisão a favor ao professor ou ao aluno líder).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para analisar as diferentes fases do conflito de um grupo social é necessário construir um diagrama de fases, e para a construção é necessário relacionar o grau de agitação crítico da turma (Tc) com a influência do professor sobre a turma (H). Para encontrarmos o valor da agitação crítica é necessário analisarmos a função de divergência da turma (F) em relação à opinião resultante da turma (R), conforme ilustra a Figura 4. Na Figura 4(A) podemos observar que a agitação da turma corresponde a um valor que faz o mínimo absoluto da função de divergência estar no estado de opinião resultante igual a 20, ou seja, todos os alunos estão com a mesma opinião (unanimidade). Na Figura 4(C) a agitação da turma é tal que a opinião resultante correspondente ao mínimo de F é 14 (opinião não unânime). A Figura 4(B) revela o comportamento de F na transição de R=20 para R<20. A agitação correspondente a essa transição é denominada agitação crítica (T_C) , sendo neste caso, a agitação em que a turma deixa de ter uma opinião unânime.

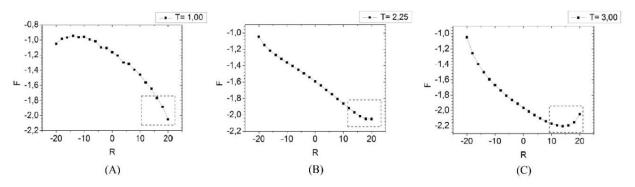


Figura 4: Função de divergência da turma (F) em relação à opinião resultante da turma (R). Em (A) a agitação da turma corresponde a um valor que faz o mínimo absoluto da função de divergência estar no estado de opinião resultante igual a 20; em (B) revela o comportamento de F na transição de R=20 para R<20 e em (C) a agitação da turma é tal que a opinião resultante correspondente ao mínimo de F é 14 (opinião não unânime). Com a intenção de realçar a região de mínimo absoluto, foi adicionado um quadrado pontilhado em (A), (B) e (C).

Na Figura 5 encontram-se os diagramas de fases correspondentes aos sistemas representados na Figura 4. As linhas pretas indicam o diagrama de fases obtidos para a turma da Figura 3(A) e as linhas vermelhas para a turma da Figura 3(B). A Figura 5 revela que com a presença de um aluno líder a região associada a estados com maioria é ampliada, ou seja, para que a turma esteja dividida é necessário um maior grau de agitação quando comparado com a turma que não tem a presença do aluno líder, assim, a existência de um aluno-líder favorece a coesão da turma.

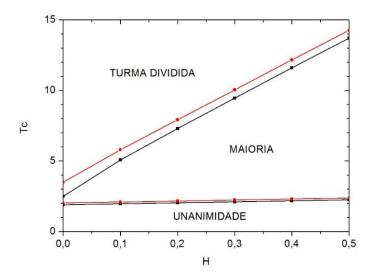


Figura 5: Diagrama de fases com o aluno 15 da Figura 4 com opinião variável. Linhas pretas indicam o diagrama de fases que corresponde a turma da Figura 4(A) e as linhas vermelhas da turma da Figura 4(B).

O diagrama de fases apresentado na Figura 6 descreve as fases da turma para a situação em que o aluno líder (aluno 15 na Figura 3(C)) mantem sempre a mesma opinião ($S_{15} = -1$). Desde que a opinião (invariável) do aluno-líder está associada a um valor numérico negativo, para valores de H negativos essa opinião está alinhada com o desejo do professor, contudo, para valores de H positivos, a opinião do aluno-líder é contrária ao que o professor deseja. Dessa forma, para valores positivos de H, existe um conflito entre o aluno líder e o professor - o professor influencia a turma para que os demais alunos tenham opinião/comportamento associado ao valor +1, enquanto o aluno líder interage com os colegas a fim de que estes tenham opinião/comportamento associado ao valor -1.

Na região de conflito no diagrama de fases da Figura 6 (H > 0) há a existência de 6 fases, conforme destacado na Figura 6(B): na fase (I) os 19 alunos estão a favor do aluno aluno-líder; na fase (II) os 19 alunos estão a favor do professor; na fase (III) a maioria dos alunos estão a favor do professor; na fase (IV) a maioria dos alunos estão a favor do aluno-líder; na fase (V) a turma é dividida, mas como o aluno-líder nunca muda de opinião, isso implica que um aluno está a favor do professor; e na fase (VI) os 19 alunos não são influenciados pelo professor nem pelo aluno-líder.

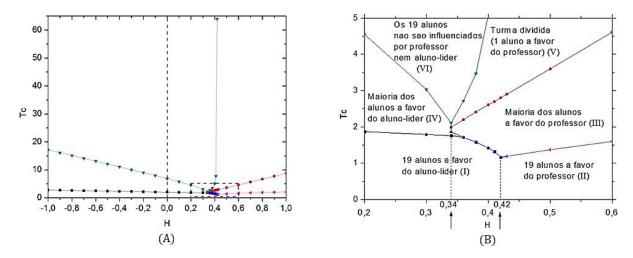


Figura 6: Diagrama de fases com o aluno 15 da Figura 3(B) sem mudar de opinião. Figura 6(A) revela o diagrama de fases construído para valores de H variando de -1 a +1. Houve a necessidade de ampliar a região destacada com o retângulo pontilhado para uma melhor visualização das fases do diagrama. A ampliação encontra-se na Figura 6(B). O traço pontilhado da Figura6(A) para o valor em que H=0 indica o início da região de conflito.

Na Figura 6(B) é possível observar a existência de dois valores críticos para a influência do professor sobre a turma (H). O valor H=0,34 é crítico, pois para qualquer valor de H menor que isto o professor nunca controla a maioria da turma. O mais favorável ao professor nessa região de valores de H é a situação em que a turma está dividida, alcançada quando a turma está em grande agitação (elevado valor de T). O valor H=0,42 é também crítico, visto que a partir dele a influência do professor sobre a turma é suficiente para controlar os demais 19 alunos, quando a turma está em baixa agitação. Na região 0,34 < H < 0,42, há a possibilidade do professor controlar a maioria da turma, desde que a turma esteja na agitação adequada.

Na Figura 7 podemos observar que ao variar o valor de *H* de forma crescente, em um valor de *T* baixo, os alunos passam de uma fase unanime a favor do aluno-líder para uma fase unanime a favor do professor, ocorrendo assim, uma abrupta mudança de fase. Porém, em um valor de *T* alto, a turma sai gradualmente da fase com a maioria dos alunos a favor do aluno-líder para uma fase de maioria a favor do professor. A partir da Figura 7 também é possível perceber a existência de quatro pontos tricríticos. Nesses pontos três fases coexistem, ou seja, é igualmente provável encontrar a turma em qualquer uma das três fases adjacentes ao ponto tricrítico.

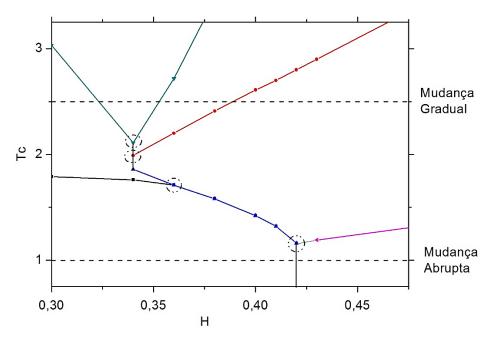


Figura 7: Diagrama de fases da Figura 6(B) ampliado. Os circulos pontilhados indicam os pontos tricríticos. As linhas tracejadas horizontais indicam, para uma variação de *H*, uma mudança de fase abrupta/gradual em um valor de *T* baixo/alto.

Em H = 0.34 ocorre uma grande variedade de transições de fase. A depender do grau de agitação, toda a turma pode ser encontrada a favor do aluno-líder; uma maioria pode ser encontrada a favor do aluno-líder ou do professor; ou ainda a turma pode se apresentar dividida.

Os resultados obtidos através do diagrama de fases 6(B) revelam que, para uma pequena influência do professor em sala de aula, a turma tende a seguir a opinião do alunolíder, mesmo que este interaja diretamente apenas com vizinhos. Ou seja, a turma é controlada pelo aluno-líder, não pelo professor. Dessa forma, numa situação de conflito entre alunos ou de alunos com o professor (exceto o aluno-líder), o professor não precisa influenciar diretamente todos os alunos para fazer com que sua opinião ou determinação seja seguida pela turma, ele pode simplesmente atuar para que o aluno-líder esteja alinhado a ele. Assim, o professor transmite indiretamente sua ideia para todos os alunos, sem precisar aumentar sua influência, já que o aluno-líder influenciará seus colegas. Embora esse fenômeno seja previsto pelo modelo e observado em sistemas sociais reais, existem importantes questões éticas que devem ser consideradas pelo professor antes de realizar uma ação dessa natureza.

Os resultados da Figura 6(B) também indicam que para uma pequena faixa de valores de H, a maioria da turma pode mudar de opinião favorável ao aluno-líder para favorável ao professor sem que este aumente o valor de sua influência (H), mas introduzindo na turma uma pequena agitação. Um exemplo desta situação é quando o professor ao se deparar com uma turma indisciplinada, por conta da influência de um aluno líder, dialoga com os familiares

revelando as condutas dos alunos. Dessa forma, graças a interação dos alunos com o meio externo (por exemplo, família), representado quantitativamente por T, alguns alunos mudam de comportamento/opinião e a maioria da turma passa a estar alinhada com o professor, mesmo sem o professor nem o aluno-líder alterarem suas condutas (H e I inalterados).

Escolhemos alguns valores de H e T para verificar a mudança de opinião dos alunos no decorrer do tempo (t). Para o estudo dessa dinâmica foi utilizado a regra de Glauber (Equação 12), com $\alpha=1$. Os valores escolhidos para os parâmetros foram: H=0 e T=1, professor sem expressar orientação específica; H=0,3 e T=1, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que o aluno controla toda a turma; H=0,5 e T=1, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que o professor controla toda a turma; H=0,5 e T=2,5, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que o professor controla a maioria da turma; H=0,3 e T=2,5, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que o aluno controla a maioria da turma; H=0,5 e T=5, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que o professor controla um aluno e a turma fica dividida; H=0,3 e T=5, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que o professor controla um aluno e a turma fica dividida; H=0,3 e T=5, situação de conflito e valores correspondentes à fase em que os 19 alunos não são influenciados pelo professor ou pelo aluno líder.

Para H=0 e T=1 iniciamos a dinâmica com a turma aleatoriamente dividida, contudo, conforme o tempo passa e os alunos interagem entre si, a opinião do aluno líder tornase consenso (ver Figura 8). Interessante observar que em t = 1000 a turma se encontra na fase de unanimidade, em t = 2000 um aluno muda de opinião, mas em t = 3000 a unanimidade volta a emergir. Isso mostra que embora a opinião de cada indivíduo possa mudar, em curto intervalo de tempo a turma retorna para a fase de menor divergência (unanimidade). Um exemplo da situação em que H=0 é quando o professor em todas as aulas ministradas não interage com os alunos, ou seja, se preocupa apenas em passar o conteúdo. No entanto, mesmo aumentando o valor de H para 0,3 e definindo em t = 0 todos os 19 alunos com opinião a favor do professor, após um certo tempo, a turma novamente estabelece um consenso em torno da opinião do aluno-líder (ver Figura 9). A diferença em relação a situação com H=0 é que para H=0,3 a frequência em que a unanimidade deixa de ocorrer por breves períodos de tempo tornou-se maior e com mais alunos envolvidos na mudança de opinião (comparar Figuras 8 e 9).

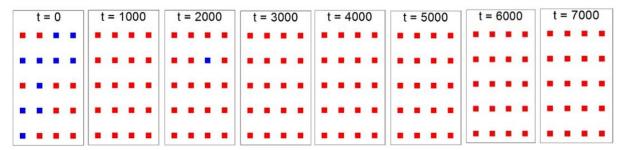


Figura 8: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0. O grau de agitação da turma é associado a T=1. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a I=1.

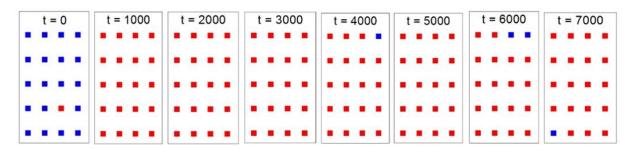


Figura 9: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0,3. O grau de agitação da turma é associado a T=1. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a I=1.

A evolução no tempo para as opiniões dos alunos, em que a influência do professor é H=0.5 e a agitação da turma é T=1, está presente na Figura 10. Em t=0 definimos todos os alunos com opinião oposta ao professor. Porém, no decorrer do tempo as opiniões começam a mudar, até que na média, todos os 19 alunos estão a favor do professor. Podemos observar com esse resultado que mesmo mantendo a agitação da turma igual ao caso ilustrado na Figura 8, basta o professor aumentar sua influência para H=0.5 que a turma (exceto o aluno-líder) torna-se a favor do professor.

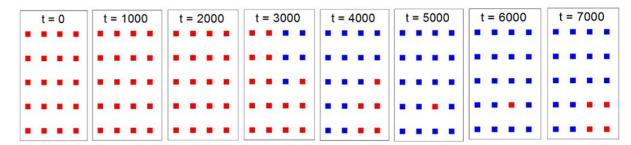


Figura 10: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0,5. O grau de agitação da turma é associado a T=1. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a I=1.

Mantendo a influência do professor em H=0.5, aumentando a agitação para T=2.5, e escolhendo o estado inicial da turma com todos os alunos tendo opinião oposta ao do professor, nota-se através da Figura 11 que a situação de unanimidade não mais se estabelece na turma. Após um certo tempo, a turma se estabiliza em um estado em que a maioria dos alunos possui opinião favorável ao professor. Cenário similar, porém, a favor do aluno-líder, é encontrado quando o valor da influência do professor é diminuído para H=0.3 (ver Figura 12).

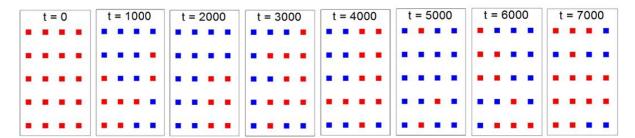


Figura 11: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0,5. O grau de agitação da turma é associado a T=2,5. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a J=1.

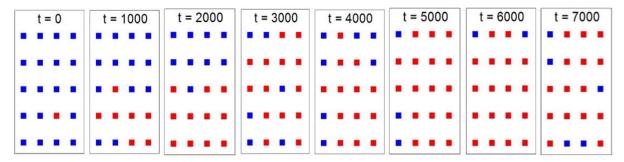


Figura 12: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0,3. O grau de agitação da turma é associado a T=2,5. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a J=1.

A dinâmica para valores de H=0.5 e T=5 se encontra na Figura 13. Inicialmente definimos todos os alunos com opinião oposta ao professor, mas podemos perceber nesta figura que no decorrer do tempo ocorrem mudanças de opinião e após um determinado tempo, na média, a turma mostra-se dividida. Vale destacar que, como a opinião do aluno-líder é mantida fixa (sempre contrária ao professor), para termos uma situação em que 10 alunos têm uma opinião e os outros 10 a opinião oposta, é necessário que 1 (um) aluno tenha sempre opinião favorável ao professor. Dessa forma, neste cenário, sempre um aluno está a favor do professor, embora a turma, no geral, esteja dividida. Diminuindo o valor de H para 0,3, encontramos que este aluno deixa de está a favor do professor e assim, os 19 alunos restantes comportam-se como livres da influência tanto do professor quanto do aluno-líder, resultando em uma divisão natural da turma, sem ser consequência do conflito, mas consequência da grande agitação (ver Figura 14).

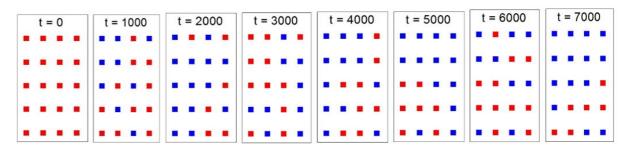


Figura 13: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0.5. O grau de agitação da turma é associado a T=5. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a J=1.

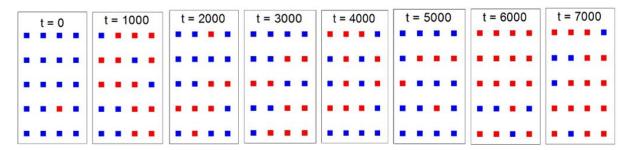


Figura 14: Dinâmica de opiniões de um grupo de alunos de acordo com a regra Glauber. Quadrados azuis representam opiniões favoráveis ao professor; quadrados vermelhos representam opiniões contrários ao professor. A opinião do aluno situado na segunda linha de baixo para cima e segunda coluna da direita para a esquerda é mantida sempre contrária ao professor. A influência do professor sobre a turma é associada a H=0,3. O grau de agitação da turma é associado a T=5. A tendência dos alunos vizinhos em terem a mesma opinião é associado a J=1.

É necessário destacar que estamos simulando um comportamento dinâmico, por isso, nas Figuras 13 e 14, não encontramos a turma exatamente dividida (10 a 10) em nenhum dos tempos analisados. A divisão se mostra em termos da média tomando os diferentes estados ao longo do tempo. Isto é, em cada tempo específico dificilmente a turma estará exatamente dividida, porém, como ora a maioria estará a favor do professor e ora a favor do aluno-líder, na média, o resultado é turma dividida (ver Figura 15).

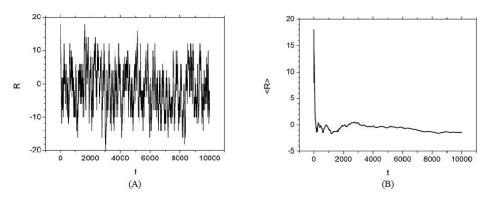


Figura 15: Opinião resultante da turma (A) e sua média no tempo (B) em função do tempo, para H=0.3 e T=5.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentamos um modelo tipo Ising para descrever uma dinâmica de opinião em sala de aula com a presença de um aluno-líder. Resolvendo o modelo computacionalmente, foi possível analisar uma situação de conflito entre o professor e um aluno-líder em uma turma com 20 (vinte) alunos. Diagramas de fases foram construídos. Cada fase revela um estado da turma, que vai desde a opinião unânime e favorável ao aluno-líder até a opinião unânime (exceto, às vezes, pelo aluno-líder) e favorável ao professor.

O conflito foi simulado fazendo a opinião do aluno-líder não variar e ser contrária à determinação do professor. O diagrama de fases relativo ao conflito possui uma estrutura rica em detalhes. Por exemplo, aumentando a influência do professor sobre a turma, se o grau de agitação for elevado, o estado da turma passa gradualmente de maioria a favor do aluno-líder para maioria a favor do professor, por outro lado. se o grau de agitação for baixo, o estado da turma muda abruptamente de unanimidade a favor do aluno-líder para unanimidade (exceto o aluno-líder) a favor do professor.

Através do estudo da mudança de opinião dos alunos no decorrer do tempo, com base na regra de Glauber, possibilitou a observação tanto das mudanças de opiniões dos alunos vizinhos por conta da interação social quanto da opinião resultante dos alunos mantendo-se constante no equilíbrio estatístico. Além disso, para certos valores de H e T, as flutuações da resposta resultante ainda são grandes com relação ao seu valor médio, mesmo após longos tempos, ou seja, embora o valor médio da resposta resultante da turma se torne constante após um longo tempo, a frequência com que os alunos mudam de opinião e a quantidade de alunos envolvidos na mudança de opinião continuam grandes. Isso ocorre em especial nas fases em que há divisão da turma. Na sala de aula, um processo de grande alternância de opiniões, tende em geral (depende da postura do professor, dos alunos e da comunidade escolar) a aumentar o número de conflitos.

Nossos resultados podem servir como instrumento para auxiliar o professor na tomada de decisão da seguinte forma (a fim de que o instrumento possa ser usado, é necessário que o professor possua domínio em linguagem matemática, em especial no que se refere a gráficos): O professor, após identificar a fase em que se encontra a turma e utilizando o diagrama de fases correspondente, consegue prever qual será a fase futura da turma após variar o grau de agitação ou a influência dele próprio, dessa forma, a escolha da ação no sentido de variar esses parâmetros é realizada conscientemente e estrategicamente tendo por base o estado final em que o professor deseja que a turma esteja. Exemplo: se o aluno-líder estiver contra o professor e o restante da turma a seu favor, o professor pode conduzir a turma para uma fase sem controle

do aluno-líder não apenas aumentando sua influência, mas também aumentando o grau de agitação da turma, ou seja, fazendo com que a influência externa (direção da escola, família, etc) aumente sobre a turma.

Apesar do modelo teórico estudado apresentar resultados interessantes, este possui algumas limitações quanto ao uso em situação real. A principal é a determinação experimental, ou seja, do valor real, dos parâmetros utilizados no modelo (J, T e H). Diferentemente dos fenômenos naturais, em fenômenos socias não existem dispositivos experimentais, como termômetro ou teslâmetro, que podemos fazer uso para medir o grau de agitação da turma, a influência do professor sobre a turma ou a influência de um aluno sobre outro aluno. Diante disso, o que o usuário do modelo pode fazer é estimar valores (ou ordem de grandeza) por meio da observação da turma. Essa observação permite a determinação da fase em que a turma se encontra, assim, utilizando o diagrama de fases pode-se estimar os valores de $\frac{H}{J}$ e $\frac{T}{J}$ correspondentes (os valores precisos continuam indeterminados). Logo, quanto mais o usuário do modelo puder observar a turma, melhor será sua estimativa do grau de agitação da turma, da influência entre alunos e da influência do professor. Por conta disso, o usuário mais indicado para fazer uso do modelo é o próprio professor da turma.

Outra limitação é a influência do professor sobre a turma ter sido considerada a mesma para todos os alunos. Ter um único valor para o parâmetro *J* também é uma limitação, pois, um par de alunos não interage entre si da mesma forma que qualquer outro par de alunos. Uma outra limitação do nosso trabalho é que não sabemos a unidade do tempo. No programa que desenvolvemos, o tempo corresponde a cada calculo realizado da fórmula de Glauber, ou seja, em cada calculo realizado corresponde a cada vez que um aluno (escolhido aleaxtoriamente) tem a chance de mudar sua opinião. Então, a definição de tempo no nosso trabalho está relacionado ao ritmo com que os alunos mudam (ou podem mudar) de opinião. Assim, a dificuldade prática é determinar experimentalmente quanto tempo leva para um aluno decidir se muda ou não de opinião (1 s ?, 1 min ?, 1 h ?). Logo, quando usamos para t o valor de 1000, por exemplo, estamos nos referindo a 1000 vezes o tempo necessário para um aluno se decidir.

Propostas para futuros trabalhos incluem: investigar a turma em outras geometrias, por exemplo, alunos sentados em uma forma circular ou triangular; investigar o efeito do tamanho da turma, ou seja, variar a quantidade de alunos na turma; descrever a influência do professor de maneira não uniforme, mas como uma função da posição do aluno na sala; investigar a turma tratando a influência do(s) aluno(s) sobre o professor; descrever influências de intensidades diferentes entre alunos, ou seja, como uma função do par de alunos que estão interagindo;

descrever o grau de agitação da turma como uma função da influência da família e outras influências externas; considerar mais de duas opiniões possíveis para cada aluno; e investigar detalhadamente a natureza dos pontos multicríticos encontrados no diagrama de fases.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

p.

Colle, Sam J. Social and Physical Neighbourhood Effects and Crime: Bringing Domains Together Through Collective Efficacy Theory. MDPI, pp. 1-18. 2019.
EISBERG, Robert; RESNICK, Robert. Física Quântica : Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas. 35. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 1979.
GALAM, Serge; et al. Sociophysics : A new approach of sociological collective behavior. Journal of Mathematical Sociology, vol. 9, pp. 1-13. 1982.
GELMAN, Andrew; KATZ, Jonathan N; TUERLINCKX, Francis. The Mathematics and Statistics of Voting Power . Instituto of Mathematical Statistics, pp. 420-435. 2002.
GIL, Antonio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social . 6.ed. São Paulo: Atlas, 2008. 27 p.
Métodos e técnicas de pesquisa social . 6.ed. São Paulo: Atlas, 2008. 28 p.
GLAUBER, ROY, J. Time-Dependent Statistic of the Ising Model. Journal of Mathematical Physics, 10.1063/1.1703954, vol. 4, n 2. pp. 294-307. 1963.
LEITE, Célio Rodrigues. Convivência escolar : a questão dos conflitos entre alunos e professores e alunos. XIV Congresso Nacional de Educação, pp. 2587-2598, 2008.
MOREIRA, Antonio Marcos. Metodologias de Pesquisa em Ensino . 1. ed. São Paulo: L.F, 2011. 76 p.
Metodologias de Pesquisa em Ensino . 1. ed. São Paulo: L.F, 2011. 18 p.
MOREIRA, Antonio Marco. Teorias de Aprendizagem . 3. ed. São Paulo: E.P.U, 2014. 175

PETERSEN, Alexander M. Statistical Laws Governing Fluctuations in Word Use from Word Birth to Word Death. Scientific Reports, pp. 1-9. 2012.

SALAZAR, Boris. **Thomas C. Schelling**: La Paradoja de Un Economista Errante. Revista de Economia Institucional, vol. 9, n 17, pp. 131-152. 2007.

SALINAS, Silvo R. A. **Introdução à Física Estatística**. 2. ed. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2013.

SCHELLING, Thomas C. **Dynamics Models of Segregation**. Jornal of Mathematical Sociology, pp 143-186. 1971.

SEN, Parongama; CHAKRABATI, Bikas K. **Sociophisics An Introduction**. 1. ed. O.U.P, 2014. 1 p.

SILVA, Preciosa Maria; NEVES, Isabel Pestana. **Compreender a (in)disciplina na sala de aula**: uma análise das relações de controlo e de poder. Revista Portuguesa de Educação, pp. 5-41. Lisboa. 2006

VANGHELI, Dorina Andru; *et al.* **The Ising Like Statistical Models for Studying the Dynamics of the Financial Stock Markets**. arXiv: cond-mat/0010318, v. 1, pp. 1-7. 2019.

APÊNDICE A- Programa 1

```
integer, parameter:: L1=4, L2=5, n=L1*L2
!L1=n° de colunas, L2=n° de linhas, n=n° de sítios
real,parameter:: T=3.00, J=1.00, H=0.5
!T=temperatura, J=energia de troca, H=campo magnetico externo
integer l, c, i, cod, M(2**n,n), SQ(2**n), PQ, k, MA
real EQ(2**n), EL, z, emin, de
!EL=energia livre, z=função de partição por magnetização
open(1,file='configuracoes.dat')
open(2,file='autoenergias.dat')
open(3,file='EnergiaLivre.dat')
!gerador das configurações de Ising
do c=1, n
       cod=0
       do l=1, 2**n, (2**c)/2
              cod = cod + 1
              do i=1, 1+((2**c)/2)-1
                     if (mod(cod,2) = 0) then
                            M(i,c)=1
                     else
                            M(i,c)=-1
                     end if
              end do
       end do
```

implicit none

```
end do
!-----
do l=1,2**n
      write(1,*) 'configuração', l
      write(1,*) (M(l,c), c=1, n)
end do
!-----
!calcula as energias de Ising para geometria quadrada
do l=1,2**n
      PQ=0
      SQ(1)=0
      do k=0,L2-1
             do c=1,L1-1
                   PQ=PQ + M(l,k*L1+c)*M(l,k*L1+c+1)
             end do
      end do
      do k=1,L1
             do c=1,L2-1
                   PQ=PQ + M(1,L1*(c-1)+k)*M(1,L1*c+k)
             end do
      end do
!PD\!\!=\!\!M(l,\!15)*M(l,\!10) \ + \ M(l,\!15)*M(l,\!12) \ + \ M(l,\!15)*M(l,\!18) \ + \ M(l,\!15)*M(l,\!20) \ !segundos
vizinhos do sítio 15
      do c=1,n
             SQ(l)=SQ(l)+M(l,c)
      end do
      EQ(1) = -J*PQ - H*SQ(1) !- J*PD
      write(2,*) l, EQ(l)
end do
!-----
!calcula as energias livre, para geometria quadrada
do MA=-n,n,2
```

```
write(*,*) MA
       !determina energia mínima de cada sub-espaço MA
       emin=1000000.0
       do l=1,2**n
             if (MA==SQ(1)) then
                    if (EQ(l)<emin) then
                           emin=EQ(l)
                    end if
              end if
       end do
       z=0
      do l=1,2**n
              if (MA==SQ(1)) then
                    de = EQ(1) - emin
                    z = z + \exp(-de/T)
              end if
       end do
      EL= (emin - T*log(z))/n
      write(3,*) MA,EL
end do
close(1)
```

close(2)

close(3)

end

APÊNDICE B- Programa 2

IMPLICIT NONE INTEGER, PARAMETER:: L1=4, L2=5, n=L1*L2,lid=15 !L1=nº de colunas, L2=nº de linhas, n=nº de sítios,lid=o spin que está fixo(lider) REAL, PARAMETER:: T=2.0, J=1.00, H=0.35 !T=temperatura, J=energia de troca, H=campo magnetico externo INTEGER TEMPO, X, EST(20), ESTN(20), SQ, MAG, PD, PQ, K, C, I !EST é o vetor configuração do sistema, ESTN é a nova configuaração REAL NA, EA, EB, W, R, ARG OPEN(1,FILE='MAGxTEMPO.DAT') OPEN(2,FILE='ESTADOup.DAT') OPEN(3,FILE='ESTADOdown.DAT') CALL RANDOM_SEED() !monta a configuração inicial DO I = 1, 20EST(I)=1IF (I==15) THEN EST(I)=-1**END IF** END DO !imprime TEMPO=0 MAG=0DO I = 1, 20IF (EST(I)==1) THEN WRITE(2,*) TEMPO+I-4*INT((I-1)/4), 5-INT((I-1)/4) **ELSE** WRITE(3,*) TEMPO+I-4*INT((I-1)/4), 5-INT((I-1)/4) END IF MAG = MAG + EST(I)

END DO

```
WRITE(1,*) TEMPO, MAG
!-----
DO TEMPO = 1, 1000
     !número inteiro aleatório X entre 1 e 20
          CALL RANDOM_NUMBER(NA)
          X = INT(10*NA)
          CALL RANDOM_NUMBER(NA)
          IF (NA>=0.5) THEN
                X = 10 + X
          END IF
          IF (X==0) THEN
                X = 20
          END IF
!CONFIGURAÇÃO NOVA (ESTN) = CONFIGURAÇÃO_SISTEMA (EST)
!COM O SPIN NO SÍTIO X TROCADO DE VALOR
          DO I=1,20
                ESTN(I)=EST(I)
          END DO
          ESTN(X) = -EST(X)
!EA = ENERGIA DA CONFIGURAÇÃO EST
          PQ=0
          SQ=0
          DO K=0,L2-1
                DO C=1,L1-1
                      PQ=PQ + EST(K*L1+C)*EST(K*L1+C+1)
                END DO
          END DO
          DO K=1,L1
```

```
DO C=1,L2-1
                       PQ=PQ + EST(L1*(C-1)+K)*EST(L1*C+K)
                 END DO
           END DO
! Calculos nas diagonais-----
           PD=EST(Iid)*EST(10) + EST(Iid)*EST(12) + EST(Iid)*EST(18) +
EST(lid)*EST(20)
                   !spin da casa 15 fixo
           DO C=1,n
                 SQ=SQ + EST(C)
           END DO
           EA = -J*PQ - H*SQ - J*PD
!EB = ENERGIA DA CONFIGURAÇÃO ESTN
           PQ=0
           SQ=0
           DO K=0,L2-1
                 DO C=1,L1-1
                       PQ=PQ + ESTN(K*L1+C)*ESTN(K*L1+C+1)
                 END DO
           END DO
           DO K=1,L1
                 DO C=1,L2-1
                       PQ=PQ + ESTN(L1*(C-1)+K)*ESTN(L1*C+K)
                 END DO
           END DO
           !----- calculos nas diagonais
           PD=ESTN(15)*ESTN(10) + ESTN(15)*ESTN(12) + ESTN(15)*ESTN(18) +
ESTN(15)*ESTN(20)
                      !spin da casa 15 fixo
           !----
           DO C=1,n
```

```
SQ=SQ + EST(C) END DO EB=-J*PQ - H*SQ - J*PD
```

```
!W = FÓRMULA DE GLAUBER OU METROPOLIS OU BANHO TÉRMICO
           ARG = (EB-EA)/(T*2)
           W = (0.5)*(1-(TANH(ARG)))
      !número real aleatório R entre 0 e 1 para comparar com W_AB
           CALL RANDOM_NUMBER(R)
           IF (R<W) THEN
                 !CONFIGURAÇÃO_SISTEMA PASSA A SER A NOVA
                 EST(I)=ESTN(I)
           ELSE
                 !CONFIGURAÇÃO_SISTEMA CONTINUA A ANTIGA
                 ESTN(I)=EST(I)
           END IF
      !imprime
     MAG=0
     DO I = 1, 20
           IF (MOD(TEMPO,100)==0) THEN
                 IF (EST(I)==1) THEN
                       WRITE(2,*) 5*INT(TEMPO/100) + (I-4*INT((I-1)/4)), 5-
INT((I-1)/4)
                 ELSE
                       WRITE(3,*) 5*INT(TEMPO/100) + (I-4*INT((I-1)/4)), 5-
INT((I-1)/4)
                 END IF
```

END IF

MAG = MAG + EST(I)

END DO

WRITE(1,*) TEMPO, MAG

END DO

END