

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE**  
**CAMPUS ARACAJU**  
**DIRETORIA DE ENSINO**  
**COORDENADORIA DE ENGENHARIA CIVIL**  
**CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL**

**VICTOR KLEVERTON LIMA BARRETO**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MODELOS DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS**  
**EM CONCRETO ARMADO: EFEITOS DE 1ª ORDEM EM PILARES E NÃO**  
**LINEARIDADE GEOMÉTRICA GLOBAL DA ESTRUTURA**

**MONOGRAFIA**

**ARACAJU**

**2021**

**VICTOR KLEVERTON LIMA BARRETO**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MODELOS DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS  
EM CONCRETO ARMADO: EFEITOS DE 1ª ORDEM EM PILARES E NÃO  
LINEARIDADE GEOMÉTRICA GLOBAL DA ESTRUTURA**

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel, da Coordenação do Curso de Engenharia Civil, do Instituto Federal de Sergipe – Campus Aracaju.

**Orientador:** Prof. Msc. Marcílio Fabiano Goivinho da Silva

**ARACAJU**

**2021**

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Geocelly Oliveira Gambardella / CRB-5 1815,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Barreto, Victor Kleverton Lima

B273a Análise comparativa entre modelos de análise de estruturas em concreto armado: efeitos de 1ª ordem em pilares e não linearidade geométrica global da estrutura. / Victor Kleverton Lima Barreto. - Aracaju, 2021.

120 f. : il.

Orientador: Prof. Me. Marcílio Fabiano Govinho da Silva.  
Monografia (Graduação - Bacharelado em Engenharia Civil.) - Instituto Federal de Sergipe, 2021.

1. Modelo estrutural. 2. Pilar. 3. Concreto armado. 4. Não linearidade geométrica. I. Silva, Marcílio Fabiano Govinho da. II. Título.

CDU 691.328

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE**

**CAMPUS ARACAJU**

**CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL**

**TERMO DE APROVAÇÃO**

**Título da Monografia Nº 199**

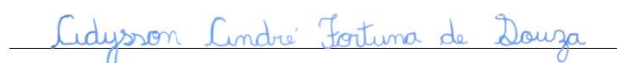
**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MODELOS DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS  
EM CONCRETO: EFEITOS DE 1ª ORDEM EM PILARES E NÃO LINEARIDADE  
GEOMÉTRICA GLOBAL DA ESTRUTURA.**

**VICTOR KLEVERTON LIMA BARRETO**

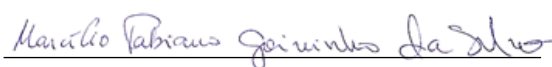
Esta monografia foi apresentada às 10h do dia 01 de setembro de 2021 como requisito parcial para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.



Prof. M.Sc. Rodolfo Santos da Conceição  
(IFS – Campus Aracaju)



Prof. M.Sc. Ádysson André Fortuna de Souza  
(IFS – Campus Aracaju)



Prof. M.Sc. Marcílio Fabiano Goivinho  
(IFS – Campus Aracaju)  
**Orientador**



Prof. Dr. Pablo Gleydson de Sousa  
(IFS – Campus Aracaju)  
**Coordenador da COEC**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e por me dar forças e paciência necessárias para superar todos os obstáculos até aqui. Sem Ele, nada disso seria possível.

Agradeço a meus pais, Cacilda e Joselito, por me apoiarem até aqui e não medirem esforços na minha educação.

Aos meus avós, Erivaldo e Maria, por participarem da minha criação e na formação de quem sou hoje.

Aos amigos; Denisson, Joanderson, Vancine, Samuel e Thalisson; por estarem comigo desde o Ensino Médio, dividindo os bons momentos, bem como os difíceis. De fato, já os considero como irmãos.

Ao meu orientador, Marcílio, pelo apoio e orientação na execução deste trabalho.

A todos os professores da Coordenadoria de Engenharia Civil do IFS, que, com paciência e dedicação, transmitiram todo conhecimento necessário à minha formação acadêmica, influenciando, inclusive, meu desenvolvimento pessoal.

Finalmente, a todos que, de alguma maneira, contribuíram para a execução deste trabalho.

*“Escolhas difíceis requerem determinação forte.”*  
Thanos em Vingadores: Guerra Infinita

## RESUMO

BARRETO, Victor Kleverton Lima. **Análise comparativa entre modelos de análise de estruturas em concreto armado:** Efeitos de 1ª ordem em pilares e não linearidade geométrica global da estrutura. 120p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2021.

Modelos estruturais visam representar a estrutura de modo que seu comportamento seja adequadamente representado. Entretanto, modelos diferentes podem levar a previsões muito distintas do comportamento de uma mesma estrutura. Assim, torna-se importante entender as hipóteses admitidas em cada modelo e se elas se ajustam à realidade. O presente trabalho traz a análise linear dos esforços internos nos pilares de um edifício em concreto armado com nove pavimentos, através do modelo de vigas contínuas; do modelo de vigas contínuas com a adoção de molas de rigidez rotacional; do modelo de pórticos planos associados em série; e dois modelos de pórtico espacial, um deles sem as lajes integradas e o segundo com as lajes modeladas por elementos finitos. Adicionalmente, varia-se o número de pavimentos da estrutura, de modo que seja possível avaliar os impactos gerados pela não linearidade geométrica global e comparar processos distintos para sua consideração na análise. Dessa forma, pretende-se entender como os diferentes métodos de análise estrutural se comportam por efeito das hipóteses que admitem. Neste trabalho, percebeu-se que os modelos de viga isolada não conseguem representar bem o comportamento dos pilares. Também foi possível notar que as classificações das estruturas de acordo com o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  são semelhantes. O processo  $P-\Delta$  e o método rigoroso geraram resultados praticamente idênticos. Simultaneamente, o coeficiente  $\gamma_z$  mostrou ser uma aproximação melhor da não linearidade geométrica global da estrutura, em relação ao processo simplificado com multiplicação das ações horizontais por  $0,95\gamma_z$ .

**Palavras-chave:** Modelos estruturais. Pilares. Concreto armado. Não linearidade geométrica.

## ABSTRACT

BARRETO, Victor Kleverton Lima. **Análise comparativa entre modelos de análise de estruturas em concreto armado:** Efeitos de 1ª ordem em pilares e não linearidade geométrica global da estrutura. 120p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2021.

Structural models aim to represent the structure so that its behavior is appropriately represented. However, different models may lead to very distinct predictions of the behavior of the same structure. Thus, it is crucial to understand the hypotheses admitted in each model and whether they fit reality. The present work brings the linear analysis of internal forces in the columns of a building in reinforced concrete with nine floors, through the model of continuous beams; the model of continuous beams with the adoption of rotational stiffness springs; the model of plane frames associated in series; and two space frame models, one of them without the slabs integrated and the other with the slabs modeled by finite elements. In addition, the number of floors of the structure varies so that it is possible to evaluate the impacts generated by the global geometric nonlinearity and compare procedures for its consideration in the analysis. Thus, it is intended to understand how the different methods of structural analysis behave as a result of the hypotheses they admit. In this work, it was noticed that the models of isolated beam can not represent the behavior of the columns. It was also possible to note that the classifications of structures according to the instability parameter  $\alpha$  and the coefficient  $\gamma_z$  are similar. The P- $\Delta$  process and rigorous method reproduced nearly identical results. Simultaneously, coefficient  $\gamma_z$  proved to be a better approximation of the global geometric nonlinearity of the structure, concerning the simplified process with the multiplication of horizontal actions by  $0,95\gamma_z$ .

**Keywords:** Structural models. Columns. Reinforced concrete. Geometric nonlinearity.

## LISTA DE QUADROS

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| Quadro 1 - Coeficientes de ligação viga-pilar .....                   | 22 |
| Quadro 2 - Rigidez dos elementos para modelo de vigas contínuas ..... | 23 |
| Quadro 3 - Resumo dos modelos.....                                    | 29 |
| Quadro 4 - Apoios indiretos das vigas.....                            | 57 |
| Quadro 5 - Pórticos planos formados pela estrutura.....               | 58 |

## LISTA DE GRÁFICOS

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Gráfico 1 - Compressão nos pilares P1 e P13 .....                                                              | 69 |
| Gráfico 2 - Compressão nos pilares P2 e P14 .....                                                              | 70 |
| Gráfico 3 - Compressão no pilar P19 .....                                                                      | 72 |
| Gráfico 4 – Variação de esforços normais no pilar P9 (Combinação 2) .....                                      | 76 |
| Gráfico 5 - Variação de esforços normais no pilar P9 (Combinação 3).....                                       | 76 |
| Gráfico 6 - Momentos de topo na direção x dos pilares P1, P7 e P13 (2º pavimento).....                         | 78 |
| Gráfico 7 - Momentos de topo na direção x dos pilares P2, P8 e P14 (2º pavimento).....                         | 79 |
| Gráfico 8 - Momentos de topo na direção x dos pilares P4 e P16 (2º pavimento).....                             | 80 |
| Gráfico 9 - Momentos de topo na direção y dos pilares P7, P8 e P9 (2º pavimento).....                          | 80 |
| Gráfico 10 - Momentos de topo na direção y dos pilares P2 e P5 (2º pavimento).....                             | 81 |
| Gráfico 11 - Diagrama de momento fletor da viga V114 no trecho P2-V101 (2º pavimento).81                       |    |
| Gráfico 12 - Momento de topo na direção x no pilar P1 ao longo dos pavimentos .....                            | 82 |
| Gráfico 13 - Momento de topo na direção x no pilar P2 ao longo dos pavimentos .....                            | 82 |
| Gráfico 14 - Momento de topo na direção x no pilar P4 ao longo dos pavimentos .....                            | 83 |
| Gráfico 15 - Excentricidade no pilar P1 (direção x).....                                                       | 83 |
| Gráfico 16 - Momento de topo na direção y no pilar P2 ao longo dos pavimentos .....                            | 84 |
| Gráfico 17 - Momento de topo na direção y no pilar P3 ao longo dos pavimentos .....                            | 84 |
| Gráfico 18 - Momento de topo na direção y no pilar P7 ao longo dos pavimentos .....                            | 85 |
| Gráfico 19 - Variação do momento de topo na direção y no pilar P2 .....                                        | 85 |
| Gráfico 20 - Variação do momento de topo na direção y no pilar P4 .....                                        | 86 |
| Gráfico 21 – Momento fletor de topo dos pilares P1, P7 e P13 no térreo (Combinação 3) .....                    | 87 |
| Gráfico 22 - Momento fletor de topo dos pilares P15 e P16 no térreo (Combinação 3).....                        | 87 |
| Gráfico 23 - Momento fletor de topo do pilar P15 no térreo (Combinação 2).....                                 | 88 |
| Gráfico 24 - Momentos fletores de topo dos pilares P16, P12 e P18 no térreo (Combinação 2)<br>.....            | 88 |
| Gráfico 25 - Momentos fletores gerados exclusivamente pelo vento nos pilares do térreo<br>(Combinação 2) ..... | 89 |
| Gráfico 26 - Momentos fletores gerados exclusivamente pelo vento nos pilares do térreo<br>(Combinação 3) ..... | 89 |
| Gráfico 27 - Momentos na direção y exclusivamente causados pelo vento no pilar P1<br>(Combinação 3) .....      | 90 |
| Gráfico 28 - Momentos na direção y exclusivamente causados pelo vento no pilar P9<br>(Combinação 3) .....      | 90 |
| Gráfico 29 - Momento de tombamento na direção x e razão entre momentos na estrutura com<br>13 pavimentos.....  | 97 |

|                                                                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Gráfico 30 - Momento de tombamento na direção x e razão entre momentos na estrutura com 19 pavimentos.....                                          | 97  |
| Gráfico 31 - Momento de tombamento na direção x e razão entre momentos na estrutura com 25 pavimentos.....                                          | 98  |
| Gráfico 32 - Momento de tombamento na direção y e razão entre momentos na estrutura com 25 pavimentos.....                                          | 98  |
| Gráfico 33 - Soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 13 pavimentos ..... | 105 |
| Gráfico 34 - Soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 19 pavimentos ..... | 106 |
| Gráfico 35 - Soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 25 pavimentos ..... | 106 |
| Gráfico 36 - Soma dos momentos fletores de base na direção y dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 25 pavimentos ..... | 107 |

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1 - Componentes de um modelo estrutural .....                                                      | 20  |
| Figura 2 - Esquema da ligação viga-pilar 1 .....                                                          | 22  |
| Figura 3 - Esquema da ligação viga-pilar 2 .....                                                          | 23  |
| Figura 4 - Momento fletor final nos pilares.....                                                          | 24  |
| Figura 5 - Adoção das molas de rotação .....                                                              | 25  |
| Figura 6 - Associação de pórticos planos para análise de forças horizontais.....                          | 27  |
| Figura 7 - Pórtico Espacial .....                                                                         | 28  |
| Figura 8 - Diagrama tensão-deformação para um material elástico-linear .....                              | 30  |
| Figura 9 - Estrutura indeformada e deformada.....                                                         | 32  |
| Figura 10 - Pilar de rigidez equivalente .....                                                            | 34  |
| Figura 11 - Efeito $P-\Delta$ em um pórtico e seus elementos .....                                        | 36  |
| Figura 12 - Forças Laterais Fictícias .....                                                               | 37  |
| Figura 13 - Esforços em uma estrutura deformada .....                                                     | 38  |
| Figura 14 - Deslocamentos devido à rotação em um elemento linear.....                                     | 39  |
| Figura 15 - Viga em balanço com momento na extremidade.....                                               | 40  |
| Figura 16 - Planta do apartamento do edifício .....                                                       | 43  |
| Figura 17 - Planta de forma do pavimento tipo .....                                                       | 44  |
| Figura 18 - Planta de forma da cobertura .....                                                            | 45  |
| Figura 19 - Planta de forma da escada.....                                                                | 46  |
| Figura 20 - Modelo de Cálculo da escada .....                                                             | 50  |
| Figura 21 - Coeficiente de arrasto para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência ..... | 53  |
| Figura 22 - Formato do edifício para área de influência do vento.....                                     | 54  |
| Figura 23 - Compatibilização de deslocamentos verticais no SAP2000 .....                                  | 59  |
| Figura 24 - Associação de pórticos planos na direção x.....                                               | 60  |
| Figura 25 - Associação de pórticos planos na direção y.....                                               | 60  |
| Figura 26 - Pórtico espacial sem lajes no SAP2000.....                                                    | 61  |
| Figura 27 - Restrição do tipo diafragma no SAP2000.....                                                   | 62  |
| Figura 28 - Pavimento tipo modelado com as lajes em elementos finitos .....                               | 63  |
| Figura 29 - Trecho da escada do edifício em elementos finitos .....                                       | 63  |
| Figura 30 - Método $P-\Delta$ no SAP2000 .....                                                            | 66  |
| Figura 31 - Método rigoroso no SAP2000 .....                                                              | 67  |
| Figura 32 - Vinculação dos apoios das lajes do edifício .....                                             | 114 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1 - Coordenadas da ponta livre da viga em balanço .....                                                                                        | 40  |
| Tabela 2 - Carregamento nas lajes.....                                                                                                                | 48  |
| Tabela 3 - Reações de apoio das lajes .....                                                                                                           | 49  |
| Tabela 4 - Reações de apoio da escada.....                                                                                                            | 51  |
| Tabela 5 - Classe da edificação e coeficiente de arrasto .....                                                                                        | 54  |
| Tabela 6 - Momento devido ao desaprumo e ao vento.....                                                                                                | 55  |
| Tabela 7 - Esforços de compressão nos pilares do térreo.....                                                                                          | 68  |
| Tabela 8 - Diferença dos esforços de compressão entre os modelos.....                                                                                 | 70  |
| Tabela 9 - Reações de apoio sobre a viga V101 (kN) .....                                                                                              | 71  |
| Tabela 10 - Esforços verticais totais na base da edificação.....                                                                                      | 72  |
| Tabela 11 - Variação de esforços normais nos pilares devido ao vento (kN) .....                                                                       | 73  |
| Tabela 12 - Relação entre o esforço normal devido ao vento e às ações verticais nos pilares.....                                                      | 75  |
| Tabela 13 - Parâmetros de instabilidade global do edifício em função do número de pavimentos .....                                                    | 91  |
| Tabela 14 – Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação à base do edifício na direção x .....                                   | 92  |
| Tabela 15 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação à base do edifício na direção y .....                                   | 94  |
| Tabela 16 - Deslocamento no topo dos edifícios na direção y segundo o modelo linear.....                                                              | 94  |
| Tabela 17 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação ao nível médio do edifício na direção x .....                           | 95  |
| Tabela 18 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação ao nível médio do edifício na direção y .....                           | 95  |
| Tabela 19 – Razão entre deslocamento final e deslocamento de 1ª ordem no topo do edifício na direção x .....                                          | 99  |
| Tabela 20 - Razão entre deslocamento final e deslocamento de 1ª ordem no topo do edifício na direção y .....                                          | 99  |
| Tabela 21 - Razão entre esforços de compressão final e de 1ª ordem nos pilares do térreo do edifício com 25 pavimentos.....                           | 101 |
| Tabela 22 - Diferença entre relações dos esforços normais nos pilares e relações entre momentos de tombamento em relação ao térreo dos edifícios..... | 102 |
| Tabela 23 – Razão entre a soma dos momentos fletores totais e de 1ª ordem na base dos pilares do pavimento térreo na direção x .....                  | 103 |
| Tabela 24 - Razão entre a soma dos momentos fletores finais e de 1ª ordem na base dos pilares do pavimento térreo na direção y .....                  | 104 |
| Tabela 25 - Cargas distribuídas geradas pela alvenaria nas vigas do edifício.....                                                                     | 115 |
| Tabela 26 - Cargas distribuídas geradas pelas lajes nas vigas do edifício .....                                                                       | 117 |

|                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 27 - Reações de apoio das lajes do tipo 1 ao 2B..... | 119 |
| Tabela 28 - Reações de apoio das lajes do tipo 3 ao 4B..... | 120 |

## SUMÁRIO

|          |                                                |           |
|----------|------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                              | <b>16</b> |
| 1.1      | OBJETIVOS                                      | 17        |
| 1.1.1    | Objetivo Principal                             | 17        |
| 1.1.2    | Objetivos Específicos                          | 17        |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO TEÓRICA</b>                         | <b>19</b> |
| 2.1      | ANÁLISE ESTRUTURAL                             | 19        |
| 2.2      | MODELOS ESTRUTURAIS                            | 19        |
| 2.2.1    | Modelo de vigas contínuas                      | 21        |
| 2.2.2    | Modelo de vigas contínuas com apoios elásticos | 24        |
| 2.2.3    | Modelo de pórticos planos                      | 26        |
| 2.2.4    | Modelo de pórtico espacial                     | 27        |
| 2.3      | ANÁLISE LINEAR                                 | 29        |
| 2.4      | NÃO LINEARIDADE FÍSICA                         | 31        |
| 2.5      | NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA                     | 32        |
| 2.5.1    | Parâmetro de instabilidade $\alpha$            | 33        |
| 2.5.2    | Coefficiente $\gamma_z$                        | 34        |
| 2.5.3    | Processo P- $\Delta$                           | 36        |
| 2.5.4    | Método rigoroso                                | 38        |
| <b>3</b> | <b>METODOLOGIA</b>                             | <b>42</b> |
| 3.1      | ESTRUTURA ANALISADA                            | 42        |
| 3.1.1    | Plantas de forma da estrutura                  | 42        |
| 3.1.2    | Características do concreto                    | 46        |
| 3.1.3    | Ações na estrutura                             | 47        |
| 3.1.3.1  | Ações Verticais                                | 47        |
| 3.1.3.2  | Ações horizontais                              | 52        |
| 3.1.3.3  | Combinações das ações                          | 56        |

|                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------|-----|
| <b>3.1.4 Modelos adotados</b>                               | 56  |
| 3.1.4.1 Vigas contínuas                                     | 57  |
| 3.1.4.2 Vigas contínuas com apoios elásticos                | 58  |
| 3.1.4.3 Pórticos planos associados                          | 58  |
| 3.1.4.4 Pórtico espacial sem lajes                          | 60  |
| 3.1.4.5 Pórtico espacial com lajes                          | 62  |
| <b>3.1.5 Análise de 2ª ordem</b>                            | 64  |
| 3.1.5.1 Determinação do parâmetro de instabilidade $\alpha$ | 65  |
| 3.1.5.2 Processo Simplificado                               | 65  |
| 3.1.5.3 Aplicação do processo P- $\Delta$ e método rigoroso | 66  |
| <b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>                            | 68  |
| 4.1 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS ESTRUTURAIS                    | 68  |
| 4.1.1 Esforços normais nos pilares                          | 68  |
| 4.1.2 Esforços de flexão nos pilares                        | 77  |
| 4.2 ANÁLISE DOS EFEITOS GLOBAIS DE 2ª ORDEM                 | 90  |
| 4.2.1 Parâmetro $\alpha$ e Coeficiente $\gamma_z$           | 91  |
| 4.2.2 Momentos de tombamento no edifício                    | 92  |
| 4.2.3 Deslocamento no topo do edifício                      | 98  |
| 4.2.4 Esforços normais nos pilares                          | 100 |
| 4.2.5 Momentos fletores nos pilares                         | 102 |
| <b>5 CONCLUSÃO</b>                                          | 108 |
| 5.1 ESTUDO A                                                | 108 |
| 5.2 ESTUDO B                                                | 109 |
| 5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS                                    | 110 |
| <b>REFERÊNCIAS</b>                                          | 112 |
| APÊNDICE A – Vinculação dos apoios das lajes do edifício    | 114 |
| APÊNDICE B – Tabelas de cargas nas vigas do edifício        | 115 |

|                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| ANEXO A – Tabelas de reações de apoio em lajes com carga uniforme ..... | 119 |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|

## 1 INTRODUÇÃO

Garantir a segurança das estruturas não significa executá-las e simplesmente observar que estão “de pé”, sem base em critérios técnicos. Condições de segurança devem ser atendidas, ou seja, a estrutura deve se apresentar estável, resistente e duradoura (SÁLES; MUNAIAR NETO; MALITE, 2015). Assim, é impossível definir se determinada estrutura é segura sem uma avaliação prévia das possíveis ações que nela atuarão durante sua vida útil e de seu comportamento diante dessas ações. Desse modo, a análise estrutural é essencial no estudo da segurança das estruturas e na garantia do bom desempenho durante sua vida útil.

A análise estrutural é feita sobre um modelo que diante das ações correspondentes tragam esforços e deformações similares àqueles que ocorrerão na estrutura real. Em geral, esses modelos são obtidos por meio de simplificações, pois o comportamento real da estrutura é muito complexo, e muitas vezes impossível de ser obtido (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2014).

Dentre as condições que definem um modelo estão considerações sobre ações que atuam na estrutura ao longo do tempo, geometria da estrutura, comportamento dos materiais, interação com o ambiente externo (MARTHA, 2010). Uma hipótese adotada em muitos modelos é o comportamento elástico-linear. Esse comportamento, no entanto, só ocorre enquanto a relação tensão-deformação do material for linear e a geometria da estrutura for pouco alterada pelos carregamentos (SÁLES; MUNAIAR NETO; MALITE, 2015). Assim, à medida que os esforços e os deslocamentos crescem, a hipótese da linearidade deixa de representar o comportamento da estrutura real, sendo necessário adicionar ao modelo hipóteses de não linearidade física dos materiais (NLF) e não linearidade geométrica (NLG) dos elementos estruturais.

Atualmente, existem alguns parâmetros que permitem identificar situações nas quais a não linearidade geométrica é necessária para obtenção de resultados mais próximos à realidade em projetos de edifícios em concreto armado. Alguns deles, além de trazerem uma ideia qualitativa, permitem que os esforços decorrentes dessa não linearidade sejam estimados (MONCAYO, 2011), sendo possível, inclusive, considerar os materiais da estrutura em comportamento elástico-linear. Da mesma maneira, processos simplificados para a consideração da não linearidade física para edifícios em concreto armado estão disponíveis, dentre os quais está o modelo simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014). Essas simplificações permitem que as não linearidades física e geométrica sejam consideradas nos projetos a um custo computacional reduzido, pois a estrutura será calculada por meio de uma análise linear.

Visto que, para uma mesma estrutura, modelos distintos podem gerar resultados distintos, deve-se sempre buscar aqueles que se adequem aos objetivos da análise, como orienta a NBR

6118 (ABNT, 2014). Isso significa que as simplificações adotadas para a geração de determinado modelo devem ser feitas de modo que informações importantes sobre o comportamento da estrutura não sejam perdidas. Nessa linha, este trabalho traz, com o auxílio do programa computacional SAP2000, a comparação entre os esforços nos pilares de um edifício em concreto armado com 9 pavimentos obtidos através dos seguintes modelos: vigas contínuas, vigas contínuas com apoios elásticos, pórticos planos, pórtico espacial sem lajes e pórtico espacial com lajes em elementos finitos. Esse será o estudo A.

Adicionalmente, varia-se o número de pavimentos para o modelo de pórtico espacial, de modo a verificar a influência da não linearidade geométrica, calculada pelo processo simplificado com o coeficiente  $\gamma_z$ , pelo processo P- $\Delta$  e por um método rigoroso do tipo incremental-iterativo. A não linearidade física será tomada conforme método simplificado da norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Esse será o estudo B.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Principal

Este trabalho tem por objetivo obter e comparar os esforços nos pilares em um edifício com 9 pavimentos em concreto armado, por diversos modelos, admitindo-se regime elástico-linear para os materiais e elementos da estrutura (Estudo A). Busca-se, também, avaliar os efeitos da não linearidade geométrica no edifício e sua relação com os coeficientes de instabilidade, para isso, variando-se o número de pavimentos (Estudo B).

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Modelar a estrutura de um edifício de 9 pavimentos por meio de 5 modelos distintos, utilizando o programa SAP2000 (Estudo A);
- Analisar e comparar os esforços nos pilares da estrutura obtidos no regime elástico-linear por meio de modelos distintos (Estudo A);
- Apontar as diferenças e limitações de cada modelo adotado no trabalho (Estudo A);
- Obter o valor dos parâmetros de instabilidade das estruturas, em função do número de pavimentos, classificando-as em estruturas de nós fixos ou nós móveis (Estudo B);
- Analisar a estrutura considerando a não linearidade geométrica por 3 métodos diferentes (Estudo B);

- Comparar os esforços obtidos quando a não linearidade geométrica é considerada, relacionando-os ao parâmetro de instabilidade  $\gamma_z$  (Estudo B).

## 2 REVISÃO TEÓRICA

### 2.1 ANÁLISE ESTRUTURAL

Segundo Martha (2010), a análise estrutural é a fase do projeto que permite a previsão do comportamento da estrutura. Isso significa obter todos os esforços e deslocamentos da estrutura relevantes para os objetivos que se têm no projeto, pois é com base neles que os elementos estruturais serão dimensionados. Para tal, são indispensáveis a utilização de modelos que traduzam a realidade da estrutura (KIMURA, 2007) e a consideração de todas as ações que tragam efeitos importantes para a segurança da mesma, conforme sugere a NBR 6118 (ABNT, 2014).

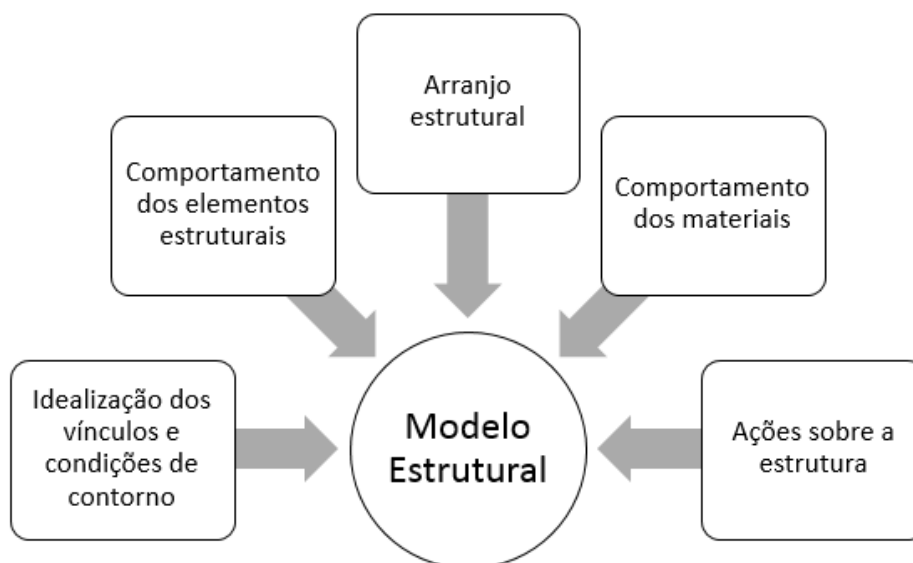
### 2.2 MODELOS ESTRUTURAIS

Um modelo estrutural é uma representação simplificada da estrutura real. Nele, são incorporadas teorias e hipóteses que descrevem o comportamento da estrutura em função das solicitações (MARTHA, 2010). A situação ideal seria obter o comportamento da estrutura na situação real. Entretanto, o número de variáveis necessárias para a previsão desse comportamento seriam tantas que tornariam sua análise inviável. Martha (2010) ainda coloca a definição do modelo estrutural como uma das etapas mais importantes do projeto estrutural, sendo imprescindível o conhecimento da estrutura real para a definição adequada do modelo que a representará.

De acordo com Corrêa (1991), quanto maior a representatividade do modelo, mais elaborado ele é, podendo alcançar essa maior elaboração por meio da melhoria dos componentes do modelo (Figura 1), tais como:

- Aumento da complexidade das teorias adotadas no modelo, referentes aos materiais constituintes da estrutura ou dos próprios elementos estruturais;
- Integração maior entre os elementos da estrutura em vez de adotar modelos com elementos estruturais isolados;
- Adoção de domínios geométricos mais abrangentes, como a consideração da interação solo-estrutura.

**Figura 1 - Componentes de um modelo estrutural**



Fonte: Adaptada de Corrêa (1991)

Kimura (2007), por sua vez, fala sobre a importância de que cuidados sejam tomados durante a definição do modelo para uma estrutura. Mesmo modelos mais sofisticados, o que levaria a crer que seriam mais realistas, podem trazer resultados completamente irreais se suas limitações não forem conhecidas. Mais além, o mesmo autor ainda mostra que não apenas as hipóteses consideradas no modelo são importantes, mas também a forma como os resultados obtidos são dispostos, facilitando sua análise e verificação de possíveis erros pelo profissional. Desse modo, a boa modelagem do edifício não depende apenas dos modelos escolhidos, mas do conhecimento do profissional envolvido no processo, garantindo que todos os dados obtidos são compatíveis com a realidade.

Em muitos modelos, é necessária a divisão da estrutura em elementos menores, classificando-os em categorias que facilitem sua análise. Tais classificações podem ser feitas pela geometria dos elementos, dividindo-os em elementos unidimensionais (lineares ou de barras), bidimensionais (de superfície) ou tridimensionais (de volume). Os elementos lineares são aqueles que possuem uma dimensão preponderante, ou seja, a medida de uma de suas dimensões possui ordem de grandeza maior que as outras duas. Elementos bidimensionais possuem duas dimensões preponderantes; tendo mesma ordem de grandeza, porém maior que a dimensão remanescente. Os elementos tridimensionais, por sua vez, possuem as três dimensões com mesma ordem de grandeza.

Nos modelos mais comuns de edifícios em concreto armado, admite-se que as vigas e pilares são elementos lineares. Tal escolha se dá pela simplicidade desse tipo de elemento,

podendo ser representado por linhas que passam por seu eixo e sua ligação com outros elementos feita por pontos ou apoios discretos (SORIANO; LIMA, 2004). Além disso, toda a informação tridimensional do elemento resume-se às propriedades de sua seção transversal e do eixo da peça (MARTHA, 2010). As lajes e escadas, por sua vez, podem ser modeladas por meio de elementos bidimensionais, sendo sua representação dada pelo plano médio dos mesmos. Os elementos tridimensionais, em geral, ficam restritos àqueles que não podem ser representados por elementos lineares ou bidimensionais, devido ao grande esforço de cálculo que requerem.

### **2.2.1 Modelo de vigas contínuas**

O modelo de vigas contínuas consiste num método que permite a obtenção dos esforços nos elementos estruturais de maneira simples e rápida analisando-os isoladamente, ou seja, não são consideradas as ligações entre lajes, vigas e pilares. Desde que, inicialmente, a configuração da estrutura e os carregamentos sejam conhecidos, hipóteses para definir como esses são transmitidos entre os elementos devem ser adotadas.

As lajes, em geral, são calculadas como placas apoiadas em vigas, sendo as reações dessas obtidas por métodos aproximados, como o método das charneiras plásticas apresentado na NBR 6118 (ABNT, 2014).

Já as vigas recebem os carregamentos provenientes das lajes ou outros elementos apoiados sobre elas e os transmite a outras vigas ou pilares, servindo-lhes de apoio. No modelo clássico de vigas contínuas, os apoios são rotulados, ou seja, admite-se que os pilares não impõem restrição à rotação das vigas, não sendo, portanto, transmitidos momentos para eles, mas apenas esforços verticais. Tal hipótese, no entanto, não é real, mas se aproxima da realidade à medida que os tamanhos dos vãos e os carregamentos nos diferentes vãos de uma mesma viga são parecidos (FONTES, 2005). Além disso, esforços horizontais também não são considerados nesse modelo, impedindo o estudo dos efeitos desse tipo de carregamento na estrutura.

Os pilares, por sua vez, são estudados como barras verticais sujeitas aos carregamentos verticais transmitidos pelas vigas. Visto que, inicialmente, não há a transmissão de momento das vigas para pilares no modelo clássico, esses seriam submetidos apenas a esforços axiais, sem momento fletor algum. Entretanto, a NBR 6118 (ABNT, 2014) apenas permite a utilização do modelo de vigas contínuas se algumas correções forem adotadas:

- Não podem ser considerados momentos positivos menores que os que se obteria caso houvesse engastamento perfeito da viga nos pilares internos;

- Quando a viga for solidária com o pilar intermediário, e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado momento negativo de valor absoluto menor do que o de engastamento perfeito nesse apoio;
- Quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado, nos apoios extremos, momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes apresentados no Quadro 1.

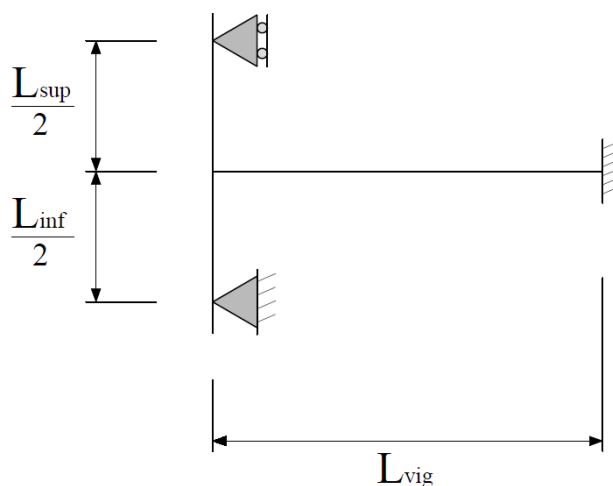
**Quadro 1 - Coeficientes de ligação viga-pilar**

| Elemento                                                                                                                                                                                                                         | Viga                                                                                       | Trecho superior do pilar                                                  | Trecho inferior do pilar                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| <b>Coeficiente de ligação</b>                                                                                                                                                                                                    | $\frac{r_{\text{sup}} + r_{\text{inf}}}{r_{\text{sup}} + r_{\text{inf}} + r_{\text{vig}}}$ | $\frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{sup}} + r_{\text{inf}} + r_{\text{vig}}}$ | $\frac{r_{\text{inf}}}{r_{\text{sup}} + r_{\text{inf}} + r_{\text{vig}}}$ |
| <b>Legenda:</b><br>$r_{\text{vig}}$ - rigidez da viga no trecho analisado;<br>$r_{\text{sup}}$ - rigidez do pilar no trecho superior ao nó analisado;<br>$r_{\text{inf}}$ - rigidez do pilar no trecho inferior ao nó analisado. |                                                                                            |                                                                           |                                                                           |

Fonte: O autor (2021)

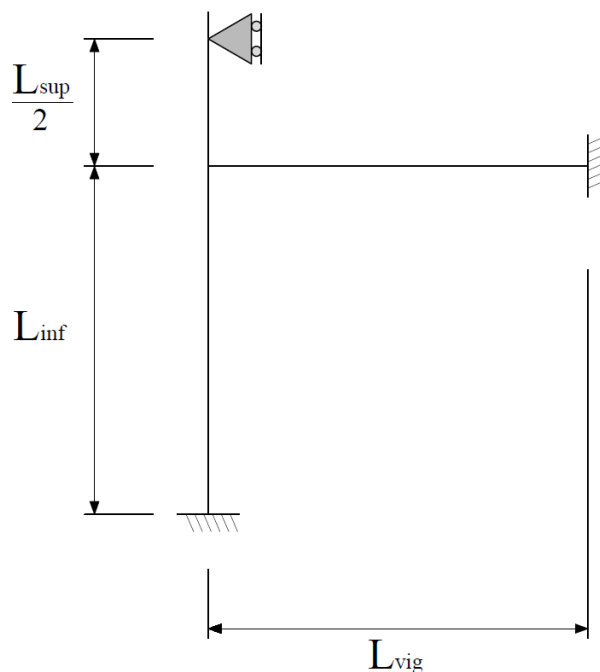
O Quadro 2 apresenta os valores das rigidezes da viga ( $r_{\text{vig}}$ ) e dos trechos dos pilares superior ( $r_{\text{sup}}$ ) e inferior ( $r_{\text{inf}}$ ) já adaptados, conforme Método dos Deslocamentos, para os exemplos estruturais apresentados na Figura 2 e na Figura 3. Esses são apresentados em termos da inércia da seção do elemento ( $I$ ) dividido pelo comprimento do trecho ( $L$ ). Para esquemas estruturais diferentes, os valores de rigidez podem mudar.

**Figura 2 - Esquema da ligação viga-pilar 1**



Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014)

**Figura 3 – Esquema da ligação viga-pilar 2**



Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014)

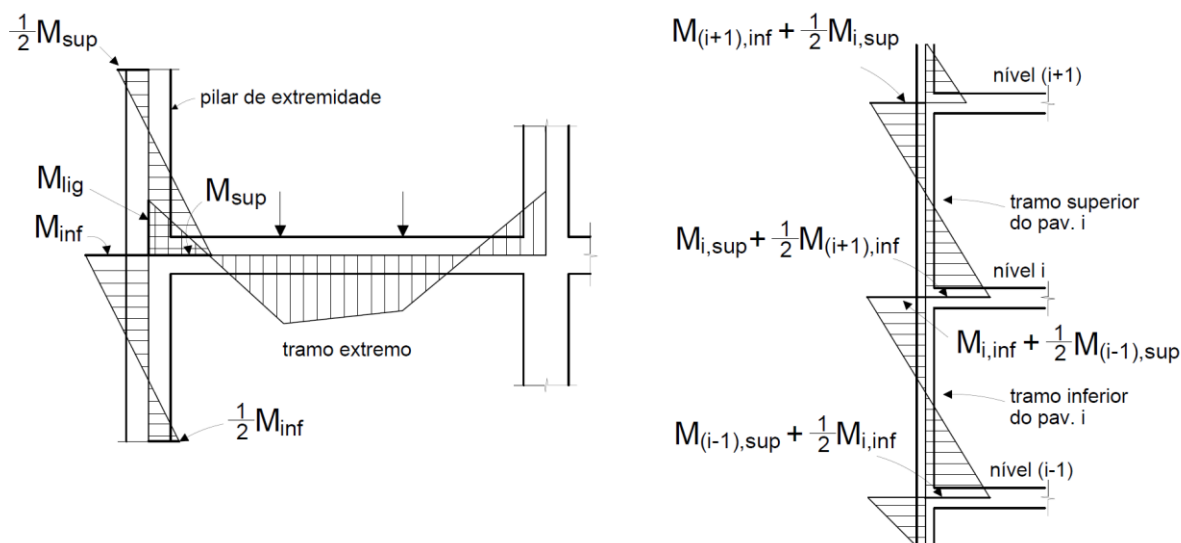
**Quadro 2 - Rigidez dos elementos para modelo de vigas contínuas**

| Rigidez             | $r_{vig}$                  | $r_{sup}$                      | $r_{inf}$                      |
|---------------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Esquema da Figura 2 | $\frac{4I_{vig}}{L_{vig}}$ | $\frac{3I_{sup}}{(L_{sup}/2)}$ | $\frac{3I_{inf}}{(L_{inf}/2)}$ |
| Esquema da Figura 3 | $\frac{4I_{vig}}{L_{vig}}$ | $\frac{3I_{sup}}{(L_{sup}/2)}$ | $\frac{4I_{inf}}{L_{inf}}$     |

Fonte: O autor (2021)

As correções dadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) garantem que, pelo menos nos pilares de extremidade, haverá momentos fletores oriundos de ligações com as vigas. Entretanto, esses momentos calculados dependem apenas da ligação com a viga em um determinado pavimento, sendo a influência dos pavimentos adjacentes desprezada. Assim, a fim de considerar essa influência de maneira aproximada, Fusco (1985) diz que metade do momento fletor em uma extremidade do pilar propaga-se para a outra extremidade, sendo possível calcular o momento fletor final de ligação no pilar por meio do esquema apresentado na Figura 4.

**Figura 4 - Momento fletor final nos pilares**



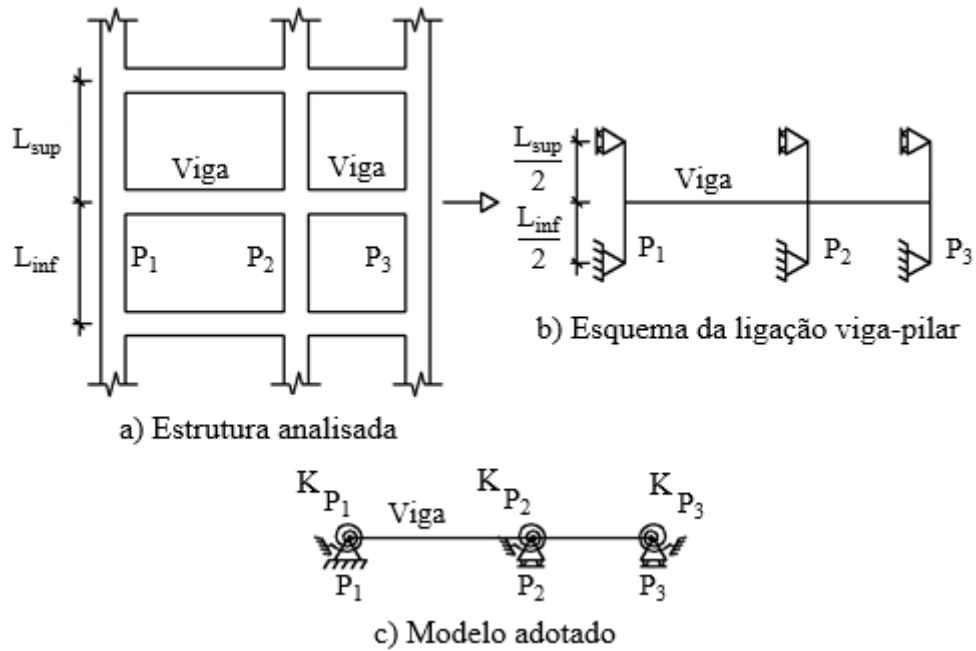
Fonte: Fusco (1985)

Pode-se notar que o modelo de vigas contínuas é bem simplificado, de modo que diversas aproximações são necessárias para a obtenção dos esforços, em especial, dos momentos fletores nos pilares. Desse modo, com a evolução da informática, esse método vem sendo substituído por modelos mais robustos, mas ainda pode ser utilizado para validação de resultados (KIMURA, 2007).

### 2.2.2 Modelo de vigas contínuas com apoios elásticos

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o modelo de vigas contínuas pode ser melhorado considerando-se a solidariedade entre vigas e pilares por meio da introdução da rigidez à flexão dos pilares extremos e intermediários. Isso pode ser feito por meio da adoção apoios rotacionais elásticos nos pontos que representem os pilares. Desse modo, pontos, antes articulados, agora permitem a transferência de momentos entre vigas e pilares mesmo em apoios intermediários. O desafio restante seria determinar os coeficientes de rigidez à rotação das molas que representem adequadamente o comportamento da ligação viga-pilar. Uma alternativa é utilizar o esquema apresentado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e mostrado na Figura 2. Nele, os pilares são seccionados nos pontos médios entre os pavimentos. Nesses pontos são introduzidos apoios horizontais rotulados, indicando que ali o momento fletor e o deslocamento horizontal são nulos. Com essas hipóteses, os coeficientes de rigidez rotacional das molas podem ser obtidos pelo Método dos Deslocamentos, conforme Equações de 1 a 3. A Figura 5 ilustra a adoção das molas rotacionais para o esquema citado.

**Figura 5 - Adoção das molas de rotação**



Fonte: O autor (2021)

$$K_{mola} = K_{sup} + K_{inf} \quad (1)$$

$$K_{sup} = \frac{3EI_{sup}}{(L_{sup}/2)} \quad (2)$$

$$K_{inf} = \frac{3EI_{inf}}{(L_{inf}/2)} \quad (3)$$

Onde:

$K_{mola}$  - Rigidez rotacional da mola;

$K_{sup}$  - Rigidez do trecho superior do pilar;

$K_{inf}$  - Rigidez do trecho inferior do pilar;

$E$  - Modulo de elasticidade longitudinal do material.

É importante lembrar que esquemas distintos de representação dos pilares levam a valores de coeficientes de mola diferentes. Assim, as Equações 2 e 3 são válidas apenas para o caso apresentado na Figura 2.

### 2.2.3 Modelo de pórticos planos

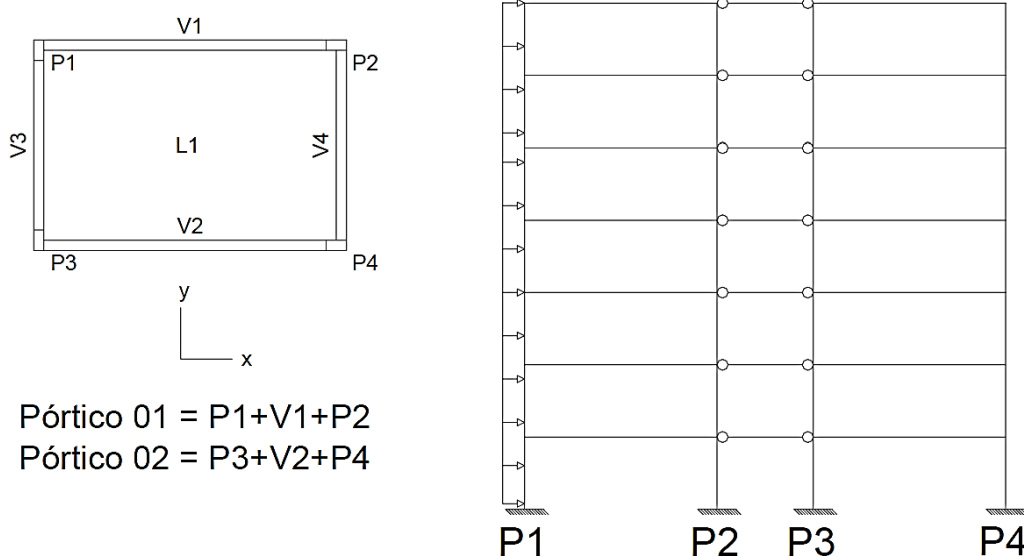
Um pórtico plano é a associação entre vigas e pilares que se situam em um mesmo plano, sendo o modelo de pórticos planos baseado na subdivisão da estrutura em vários pórticos como esses e posterior análise. Para isso, admite-se que as vigas e os pilares são elementos lineares, definidos pelos seus eixos. As forças atuantes nesses elementos também pertencem ao plano por estes definidos, gerando como resposta esforços axiais, cortantes e fletores (SORIANO; LIMA, 2004). Isso significa que ações que gerem torção nos elementos estruturais não são consideradas no modelo de pórticos planos, sendo, portanto, inadequado para modelagem de estruturas nas quais esse tipo de esforço seja significativo.

Um outro aspecto desse modelo é que, semelhantemente ao de vigas contínuas, ele não considera a interação entre lajes e os demais elementos da estrutura, sendo, portanto modeladas separadamente e apenas as reações de apoio adicionadas ao modelo de pórtico plano. De maneira similar é realizada a consideração de vigas que se apoiam em outras vigas não pertencentes ao seu plano.

Por outro lado, esse modelo considera diretamente a ligação entre vigas e pilares, bem como a interação entre os diversos pavimentos da estrutura, o que permite uma melhor análise dos momentos fletores nos pilares em contraste às simplificações adotadas nos modelos de vigas contínuas. Outra vantagem, em relação aos modelos de vigas contínuas, é a possibilidade de aplicação de forças horizontais, permitindo, por exemplo, a análise do efeito do vento na estrutura.

Uma forma de se considerar os esforços de vento é por meio da associação de pórticos em série. Para tal, todos os pórticos que participam do contraventamento da estrutura na direção analisada são posicionados em sequência num mesmo plano, sendo ligados em suas extremidades por barras rotuladas de alta rigidez axial (GIONGO, 2007). A utilização dessas barras rígidas como elemento de ligação possui o objetivo de simular o efeito diafragma das lajes, ou seja, condição na qual a laje funciona como um elemento de grande rigidez em seu plano, compatibilizando os deslocamentos de todos os pontos em um mesmo pavimento. A Figura 6 mostra uma associação de pórticos planos, sendo os elementos que unem os pilares P2 e P3 formado por barras rígidas. É importante citar que mesmo com a associação descrita, as lajes continuam não sendo modeladas em conjunto. Apenas seu efeito de diafragma é simulado, bem como suas reações de apoio calculadas por modelos simplificados e adicionadas aos pórticos.

**Figura 6 - Associação de pórticos planos para análise de forças horizontais**

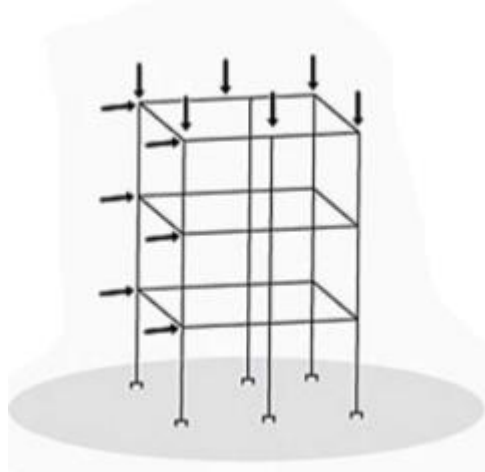


Fonte: Fontes (2002)

#### 2.2.4 Modelo de pórtico espacial

O modelo de pórtico espacial permite uma análise tridimensional da estrutura. Segundo Kimura (2007), o modelo é composto por barras que representam todos os pilares e vigas presentes num edifício (Figura 7). Assim, elementos pertencentes a planos distintos são modelados conjuntamente. Da mesma maneira, esse modelo permite a aplicação de forças em todas as direções do espaço, bem como a determinação de todos os esforços nos elementos (FONTES, 2005). Isso significa que o modelo de pórtico espacial pode ser utilizado mesmo em edifícios em cujos elementos haja esforços significativos de torção. Contudo, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a redução à torção das vigas para 15% da rigidez elástica, a fim de considerar de maneira aproximada os efeitos da fissuração no concreto. Essa norma também permite que a rigidez à torção das vigas seja considerada nula, eliminando a torção de compatibilidade da análise. Contudo, esta ação não pode ser realizada se a torção for necessária ao equilíbrio da estrutura ou se o elemento não possuir capacidade adequada de adaptação plástica.

**Figura 7 - Pórtico Espacial**



Fonte: Kimura (2007)

O modelo de pórtico espacial permite diversas adaptações. Além de considerar a ligação entre todos os elementos lineares e calcular os efeitos de torção, o modelo também permite analisar a interação solo-estrutura; os efeitos de temperatura e fluência do concreto; os efeitos das não linearidades física e geométrica; a interação entre as lajes e os demais elementos da edificação. Entretanto, à medida que a sofisticação do modelo é aumentada, maior é a capacidade de cálculo requerida e o tempo necessário para que estes sejam realizados, mesmo em programas computacionais, o que pode limitar sua utilização.

Nos casos em que as lajes não são modeladas junto à estrutura, suas reações de apoio são adicionadas às vigas de maneira semelhante ao modelo de vigas contínuas, ou seja, calcula-se sua influência por meio de métodos aproximados. Além disso, pode-se simular o efeito de diafragma das lajes forçando que as translações horizontais dos nós em um pavimento sejam uniformes, assim como a rotação em torno de um eixo perpendicular ao pavimento.

Percebe-se, pois, que é possível admitir algumas características das lajes mesmo quando não são modeladas junto ao pórtico. Isso permite que, em muitos casos, seja possível a obtenção de resultados compatíveis com a realidade com menos esforço computacional. No entanto, a utilização de métodos aproximados é limitada aos casos em que as lajes possuem formatos regulares e carregamentos quase uniformes.

Isso abre espaço para a utilização de modelos em que as lajes não sejam mais analisadas isoladamente. Corrêa (1991) cita algumas vantagens dessa ação:

- Tratamento mais realista do carregamento, não sendo necessário uniformizá-los em toda a extensão da laje;
- Representação da rigidez relativa laje-viga-pilar, dessa forma as vigas não são mais tratadas como apoios rígidos para as lajes;

- Representação das interações de flexão e torção entre vigas e lajes;
- Possibilidade de se considerar o aumento de rigidez das vigas decorrentes da colaboração das lajes.

Nota-se que há diversos modelos estruturais que podem ser utilizados em uma análise, cabendo ao engenheiro a determinação de qual é o mais adequado para o objetivo em questão. O Quadro 3 resume alguns dos modelos descritos neste trabalho e algumas das hipóteses adotadas na sua construção. Nesse quadro, bem como em outras partes deste trabalho, são adotadas abreviações para a nomenclatura dos modelos. Assim, VC refere-se ao modelo clássico de vigas contínuas. O modelo melhorado de vigas contínuas, com a consideração das molas rotacionais elásticas, é chamado de VAE. Os modelos de pórticos planos e de pórtico espacial são chamados, respectivamente, de PP e PE. Esse último ainda é dividido em PE sem lajes e PE com lajes.

**Quadro 3 - Resumo dos modelos**

| <b>Modelo</b>                     | <b>VC</b> | <b>VAE</b> | <b>PP</b> | <b>PE<br/>s/lajes</b> | <b>PE<br/>c/lajes</b> |
|-----------------------------------|-----------|------------|-----------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Ligação viga-pilar</b>         | Não       | Sim        | Sim       | Sim                   | Sim                   |
| <b>Interação entre pavimentos</b> | Não       | Não        | Sim       | Sim                   | Sim                   |
| <b>Ações horizontais</b>          | Não       | Não        | Sim       | Sim                   | Sim                   |
| <b>Esforços de torção</b>         | Não       | Não        | Não       | Sim                   | Sim                   |
| <b>Ligação com lajes</b>          | Não       | Não        | Não       | Não                   | Sim                   |

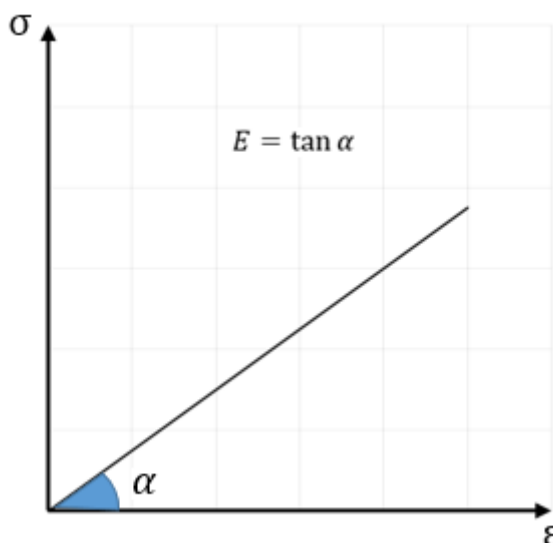
Fonte: O autor (2021)

## 2.3 ANÁLISE LINEAR

Os resultados obtidos por um modelo não dependem apenas das características geométricas de seus elementos estruturais. O comportamento dos materiais que compõem a estrutura também afeta seus resultados.

A análise linear assume que o material se comporta de acordo com a lei de Hooke, ou seja, o material está em regime elástico-linear, com tensões proporcionais às deformações (Figura 8). À constante de proporcionalidade entre as tensões e deformações de determinado material dá-se o nome de módulo de elasticidade longitudinal (E). Esse tipo de comportamento do material é chamado de linearidade física.

**Figura 8 - Diagrama tensão-deformação para um material elástico-linear**



Fonte: O autor (2021)

Além da linearidade física, a análise linear admite que os deslocamentos nos elementos são pequenos, não influenciando na configuração dos esforços nos elementos. Isso permite a análise da estrutura na configuração indeformada, simplificando os cálculos necessários à obtenção dos esforços e deformações nos elementos estruturais. Essa linearidade é chamada de linearidade geométrica.

De acordo com Corrêa (1991), o modelo linear é o mais importante por vários motivos, dentre os quais destacam-se a facilidade de utilização, facilidade de compreensão e possibilidade de superposição dos esforços. Além disso, pode-se utilizar da análise linear como base para análises não lineares, seja por utilização como primeira aproximação do comportamento não linear ou por meio da subdivisão da análise não linear em etapas lineares.

Segundo Araújo (2010a), o concreto não apresenta um comportamento linear a partir de certa magnitude de tensões. Para carregamentos de curta duração e que gerem tensões menores que um terço da resistência do concreto, esse apresenta um comportamento elástico-linear (CARVALHO; FIGUEIREDO, 2014). Para tensões acima desse valor, o concreto perde as características de linearidade física. Além das próprias características constitutivas de compressão do material concreto, as estruturas em concreto armado também perdem a linearidade física devido aos efeitos da fissuração do concreto, fluência do concreto e escoamento do aço (PINTO, 1997). Semelhantemente, mesmo que as estruturas mantenham-se com deslocamentos pequenos para determinada faixa de carregamento, à medida que esses crescem, a linearidade geométrica é perdida, de modo que a análise linear torna-se apenas uma

aproximação do comportamento não linear da estrutura (SÁLES; MUNAIAR NETO; MALITE, 2015).

Mesmo sendo um método aproximado, a utilização da análise linear para o dimensionamento de alguns elementos estruturais em concreto armado é permitida pela NBR 6118 (ABNT, 2014), desde que os elementos possuam adequada ductilidade e que os esforços decorrentes da não linearidade geométrica global da estrutura não superem 10% dos esforços obtidos na configuração indeformada.

## 2.4 NÃO LINEARIDADE FÍSICA

A não linearidade física em estruturas em concreto armado necessita de cálculos com grande número de variáveis para ser considerada de maneira rigorosa. Pode-se, no entanto, considerá-la de maneira aproximada pela adoção de um coeficiente de rigidez à flexão reduzido para os elementos em concreto armado, de modo que seja possível a análise em regime linear. Esses coeficientes não podem ser escolhidos arbitrariamente, mas, para a análise global da estrutura, devem representar o comportamento dos elementos imediatamente antes da ruptura (MACGREGOR, 1993 *apud* PINTO, 1997).

O item 15.7.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) indica que os valores de rigidez dos elementos podem ser tomados como:

- Lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3E_cI_c$
- Vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4E_cI_c$  para vigas com armadura assimétrica  
 $(EI)_{sec} = 0,5E_cI_c$  para vigas com armadura simétrica
- Pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8E_cI_c$

Onde:

$E_c$  - Módulo de elasticidade representativo do concreto;

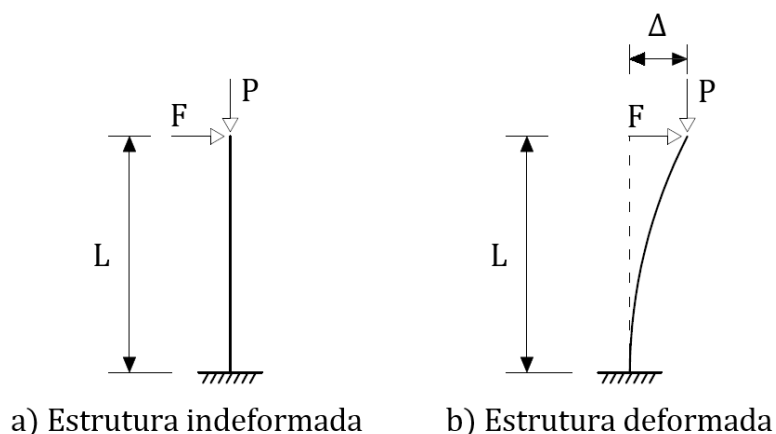
$I_c$  - Momento de inércia da seção bruta de concreto;

Ainda segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 15.5.1, para a análise global de edifícios pode-se tomar como módulo de elasticidade do concreto o valor do módulo de elasticidade secante do mesmo, majorado em 10%.

## 2.5 NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

A não linearidade geométrica está relacionada à análise da estrutura em sua configuração deformada. Neste caso, os esforços iniciais na estrutura interagem com os deslocamentos na mesma, gerando novos esforços (GELATTI, 2012). A Figura 9 mostra uma barra vertical de comprimento  $L$  engastada na base, sujeita a uma força horizontal  $F$  e uma força vertical  $P$ . Na configuração indeformada (Figura 9-a), os esforços de flexão que surgem na base do elemento devem-se unicamente à força horizontal. No entanto, após a barra deformar-se (Figura 9-b), surgem na base esforços de flexão decorrentes do deslocamento do ponto de atuação da força vertical. Aos esforços obtidos na estrutura analisando-a em sua configuração indeformada dá-se o nome de esforços de primeira ordem. Os esforços adicionais que surgem quando a estrutura se deforma são chamados de esforços de segunda ordem.

**Figura 9 - Estrutura indeformada e deformada**



Fonte: O autor (2021)

Os esforços de primeira ordem são, em geral, mais simples de serem calculados que os de segunda ordem, sendo, inclusive, válido o princípio da superposição dos efeitos. Da mesma maneira, os esforços de segunda ordem nem sempre são relevantes, alcançando valores muito pequenos em relação aos de primeira ordem. Isto permite a classificação da estrutura em dois grupos distintos: as estruturas de nós fixos, cujos esforços de segunda ordem são desprezíveis em relação aos de primeira ordem, e as estruturas de nós móveis, em caso contrário. A NBR 6118 (ABNT, 2014) limita as estruturas de nós fixos àquelas em que os esforços de segunda ordem não ultrapassam 10% dos esforços de primeira ordem. Essa classificação pode ser realizada por meio de métodos simples que não requerem o cálculo direto dos esforços de segunda ordem, como o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  ou o coeficiente  $\gamma_z$ .

### 2.5.1 Parâmetro de instabilidade $\alpha$

O parâmetro  $\alpha$  constitui uma maneira simples de classificação das estruturas em relação à deslocabilidade de seus nós. Esse parâmetro, no entanto, não permite a estimativa dos esforços de segunda ordem na estrutura (MONCAYO, 2011).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite o cálculo do parâmetro  $\alpha$  para uma estrutura reticulada simétrica por meio da Equação 4.

$$\alpha = H_{\text{tot}} \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} I_c}} \quad (4)$$

Onde:

$H_{\text{tot}}$  - Altura total da estrutura medida a partir da fundação ou de um nível pouco deslocável do solo;

$N_k$  - Somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura;

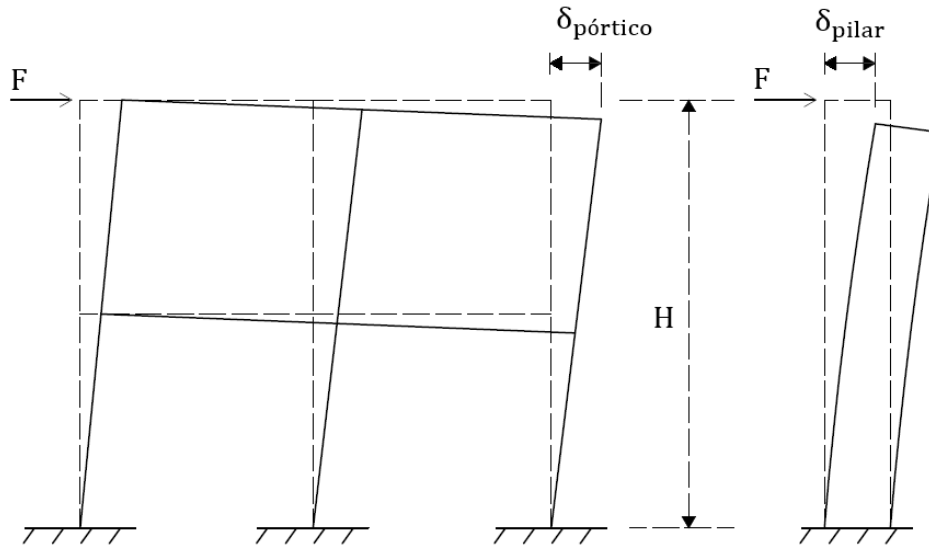
$E_{cs} I_c$  - Somatório da rigidez de todos os pilares na direção considerada.

Para estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, pode ser considerado o valor do  $E_{cs} I_c$  equivalente de um pilar de seção constante.

A estrutura será de nós móveis se o valor do parâmetro  $\alpha$  superar determinado valor limite. A NBR 6118 (ABNT, 2014) define que, para edifícios a partir de 4 pavimentos, adote-se um valor limite igual a 0,6. Esse valor deve ser reduzido para 0,5 se a estrutura de contraventamento for formada apenas por pórticos. Caso seja formado apenas por pilares-parede, o valor limite é igual a 0,7.

Na determinação do parâmetro  $\alpha$ , o valor da rigidez do pilar equivalente pode ser calculado considerando uma força no topo do pórtico e comparando o deslocamento decorrente com a de um pilar de mesma altura e engastado na base, submetido à mesma força (CARVALHO; PINHEIRO, 2009). A Figura 10 ilustra um pórtico submetido a uma força horizontal no topo e seu respectivo pilar equivalente.

**Figura 10 - Pilar de rigidez equivalente**



Fonte: Adaptada de Carvalho; Pinheiro (2009)

A formulação do pilar de rigidez equivalente exige que os deslocamentos no topo do pilar sejam iguais aos do pórtico, logo:

$$\delta_{pilar} = \delta_{p\acute{o}rtico} \quad (5)$$

Ao mesmo tempo, o deslocamento do pilar submetido à força concentrada no topo é dada na Equação 6:

$$\delta_{pilar} = \frac{F \cdot H^3}{3 \cdot (EI)_{pilar}} \quad (6)$$

Igualando-se os termos das Equações 5 e 6 temos que a rigidez do pilar equivalente para as condições ilustradas na Figura 10 é:

$$E_{cs} I_c = (EI)_{pilar} = \frac{F \cdot H^3}{3 \cdot \delta_{pilar}} \quad (7)$$

### 2.5.2 Coeficiente $\gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$  surge da procura por um método que permita a classificação das estruturas quanto à deslocabilidade de seus nós e que também permita uma estimativa dos esforços de segunda ordem sem a necessidade de uma análise desse tipo (CARMO, 1995).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), esse coeficiente pode ser calculado a partir de uma análise de primeira ordem, por meio da Equação 8.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1,tot,d}}} \quad (8)$$

Onde:

$\Delta M_d$  - Soma dos momentos gerados pelas forças verticais em cada um dos pavimentos da estrutura e os deslocamentos de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos a partir de uma análise de primeira ordem;

$M_{1,tot,d}$  - Momento de tombamento na base da estrutura, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais na estrutura em relação à sua base.

Para o cálculo dos momentos iniciais de 2ª ordem ( $\Delta M_d$ ), apenas os deslocamentos horizontais gerados por ações horizontais são considerados. Caso fossem utilizados os deslocamentos obtidos com as ações verticais e horizontais simultaneamente, o resultado obtido seria o coeficiente  $FAV_t$ , como apresentado por Moncayo (2011).

Ainda segundo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor do coeficiente  $\gamma_z$  deve ser calculado para cada combinação, com o valor de cálculo das ações. Por sua vez, Kimura (2007) mostra que o coeficiente  $\gamma_z$  não é influenciado pela magnitude das forças horizontais, sendo mais importante a magnitude das forças verticais e a rigidez dos elementos estruturais na direção considerada.

Além disso, na análise pode-se considerar a não linearidade física de maneira aproximada por meio da redução da rigidez dos elementos conforme item 2.4 deste trabalho.

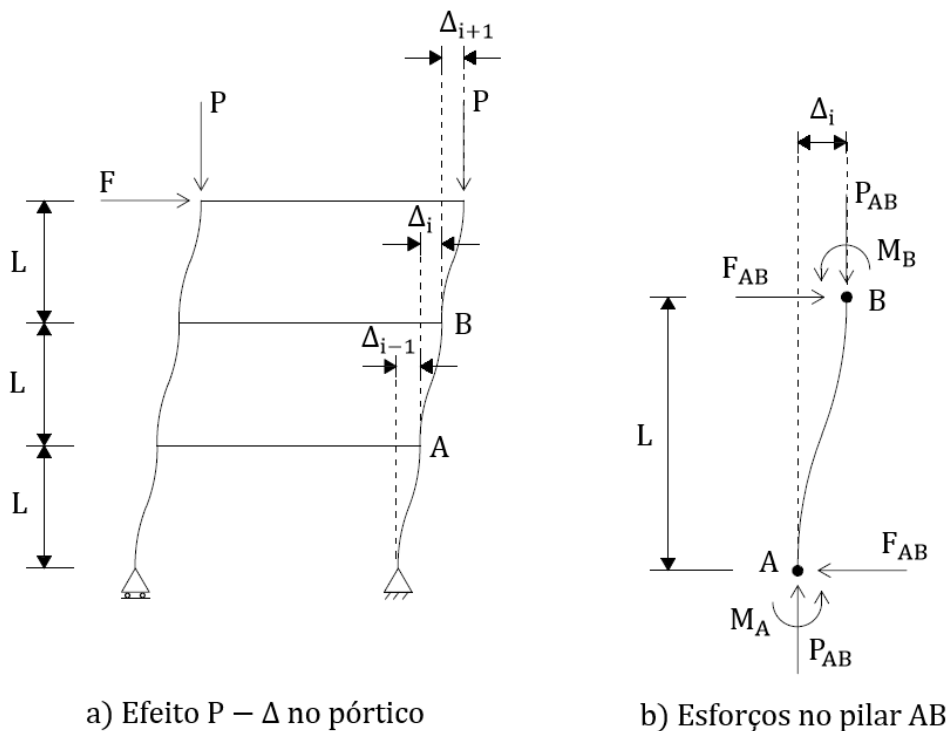
O valor do coeficiente  $\gamma_z$  pode ser entendido como a razão entre os esforços finais na estrutura, obtidos pela soma entre esforços globais de primeira e segunda ordem, e os esforços globais de primeira ordem. Desse modo, a estrutura é classificada como de nós fixos se o valor do  $\gamma_z$  não superar 1,1, conforme a norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Esse valor significa que os esforços de segunda ordem são da ordem de 10 % daqueles de primeira ordem. Adicionalmente, segundo essa mesma norma, a análise de segunda ordem pode ser feita de maneira simplificada em estruturas com  $\gamma_z$  não superior a 1,3. Para isso, os esforços horizontais são multiplicados por um coeficiente de majoração igual a  $0,95\gamma_z$ .

### 2.5.3 Processo P-Δ

O processo P-Δ é um método iterativo utilizado para a análise de segunda ordem de edifícios. Diferente do coeficiente  $\gamma_z$ , o processo P-Δ só permite a classificação da estrutura após a obtenção dos esforços de segunda ordem nela atuantes.

Analizando a barra da Figura 9 na configuração deformada, nota-se que surge na base um momento adicional  $P \cdot \Delta$ , o qual deve ser equilibrado pelo apoio da estrutura. Essa ideia pode ser estendida a um pórtico e seus elementos (Figura 11).

Figura 11 - Efeito P-Δ em um pórtico e seus elementos



Fonte: O autor (2021)

No pilar AB (Figura 11.b), a resultante dos momentos em relação ao ponto A deve ser nula. Desse modo, os momentos de topo  $M_B$  e de base  $M_A$  do mesmo devem equilibrar o momento  $F_{AB} \cdot L$  gerado pela força horizontal, bem como o momento  $P_{AB} \cdot \Delta_i$  gerado pela força vertical em conjunto com o deslocamento relativo de suas extremidades (Equação 9).

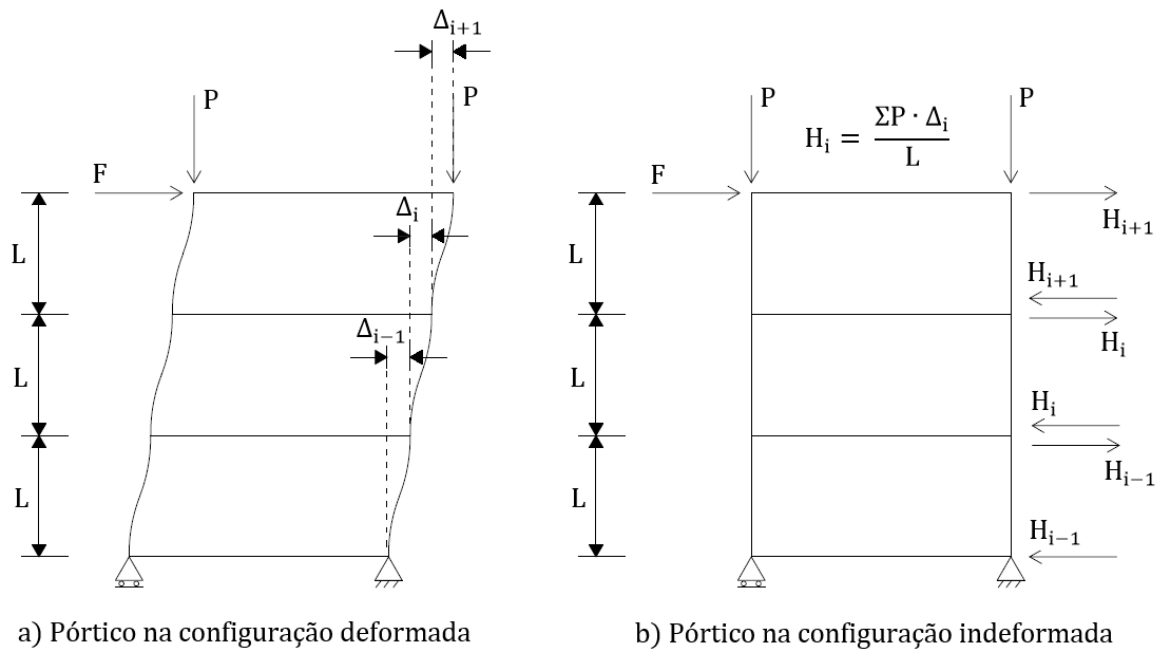
$$M_A + M_B = F_{AB} \cdot L + P_{AB} \cdot \Delta_i \quad (9)$$

O mesmo é válido para um pórtico, tomando-se, no entanto, a soma dos momentos atuantes no topo e na base dos pilares entre dois pavimentos e o deslocamento relativo entre eles. A Equação 10 representa esse fato para o pórtico da Figura 11.a.

$$\Sigma M_{i,topo} + \Sigma M_{i,base} = F \cdot L + \Sigma P \cdot \Delta_i \quad (10)$$

Existem diversas maneiras de se considerar o efeito P- $\Delta$  na análise. Uma delas consiste na adoção de forças horizontais fictícias. Essas devem causar um momento igual àqueles oriundos das ações verticais. A Figura 12 ilustra a adoção dessas forças laterais em um pórtico plano. No caso dessa figura, como todas as forças verticais agem no topo da estrutura, adicionam-se forças horizontais ao pórtico de valor igual a  $\Sigma P \cdot \Delta_i / L$ , onde  $\Delta_i$  depende do pavimento analisado. Nas estruturas comuns, no entanto, deve ser tomada a soma dos carregamentos verticais do topo até o pavimento analisado.

**Figura 12 - Forças Laterais Fictícias**



Fonte: O autor (2021)

A análise por forças laterais fictícias requer um processo iterativo, no qual diversas análises lineares são realizadas. Em cada iteração, os valores das forças fictícias são atualizados em função dos deslocamentos obtidos e uma nova análise é realizada. O processo é finalizado quando a diferença entre os deslocamentos calculados em duas iterações consecutivas for menor que uma certa tolerância.

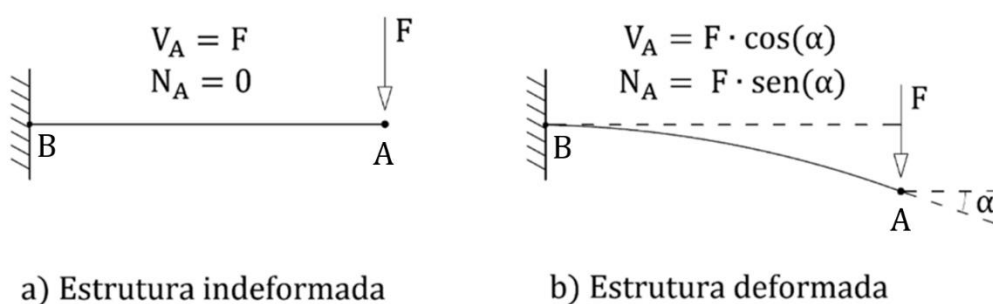
### 2.5.4 Método rigoroso

As deformações na estrutura dependem não apenas dos esforços atuantes, mas também da rigidez de seus elementos. A rigor, os resultados obtidos pela consideração da NLG são afetados pela NLF, como mostrado por Gelatti (2012). No entanto, apenas a NLG será adotada de maneira rigorosa. A NLF será considerada de maneira simplificada por meio da redução de rigidez das seções, pois não se trata de um foco deste trabalho.

A consideração da NLG de maneira rigorosa pode ser feita por um processo incremental-iterativo. É incremental porque os acréscimos de carga são feitos em etapas, segundo determinados critérios que podem ser, entre outros, de controle de força, controle de deslocamentos ou controle de energia de deformação (FUINA, 2004). A cada incremento, iterações são realizadas de modo que uma nova configuração deformada da estrutura seja obtida.

Os cálculos incrementais-iterativos permitem que as informações da geometria da estrutura sejam reescritas a cada etapa de incremento de carga ou iteração, possibilitando a atualização dos esforços para a configuração deformada dos elementos. Isto pode ser visto na Figura 13, a qual mostra uma barra sujeita a uma força inicialmente perpendicular ao seu eixo. Na configuração inicial da barra (Figura 13.a), a força vertical gera, na seção A, apenas esforço cortante. No entanto, à medida que a barra deforma-se (Figura 13.b), a mesma força gera esforço normal e cortante nessa seção.

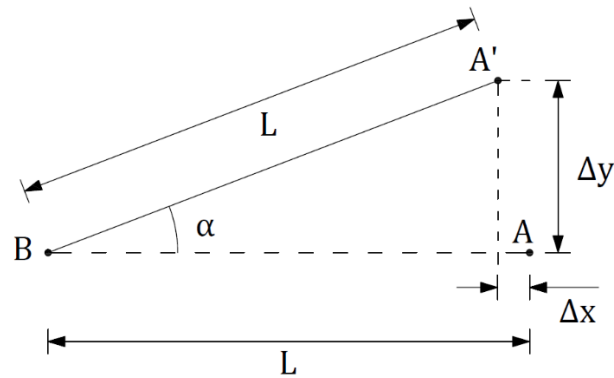
**Figura 13 - Esforços em uma estrutura deformada**



Fonte: O autor (2021)

Os deslocamentos em um elemento também mudam em função da rotação dos mesmos, isto pode ser visto na Figura 14, a qual mostra que uma barra AB, após sofrer uma rotação em torno do ponto B apresenta além de um deslocamento transversal  $\Delta y$ , um deslocamento longitudinal  $\Delta x$ . Esse deslocamento longitudinal é, em geral, desprezível quando o ângulo de rotação do elemento é pequeno, sendo considerado apenas o deslocamento transversal  $\Delta y$ .

**Figura 14 - Deslocamentos devido à rotação em um elemento linear**



Fonte: O autor (2021)

Assim, com um número adequado de incrementos e iterações, o processo rigoroso permite que sejam considerados os efeitos de grandes deslocamentos, no qual certas aproximações utilizadas para a determinação da posição dos elementos deixam de ser válidas. Como consequência, é possível obter resultados mais próximos das soluções exatas. Um desses casos é a Equação 11, que permite o cálculo da linha elástica de vigas retilíneas segundo a teoria de Euler-Bernoulli. Esta equação pode ser aproximada para a Equação 12, que é uma equação diferencial ordinária linear, a qual permite a obtenção de soluções de maneira mais simples. A aproximação citada, no entanto, só é válida enquanto os deslocamentos transversais da viga e a rotação de seu eixo forem pequenos.

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M}{EI} \quad (11)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (12)$$

Onde:

$\rho$  – Raio de curvatura da viga em uma seção transversal;

$y$  – Deslocamento transversal de uma seção transversal da viga;

$M$  – Momento fletor na seção transversal da viga;

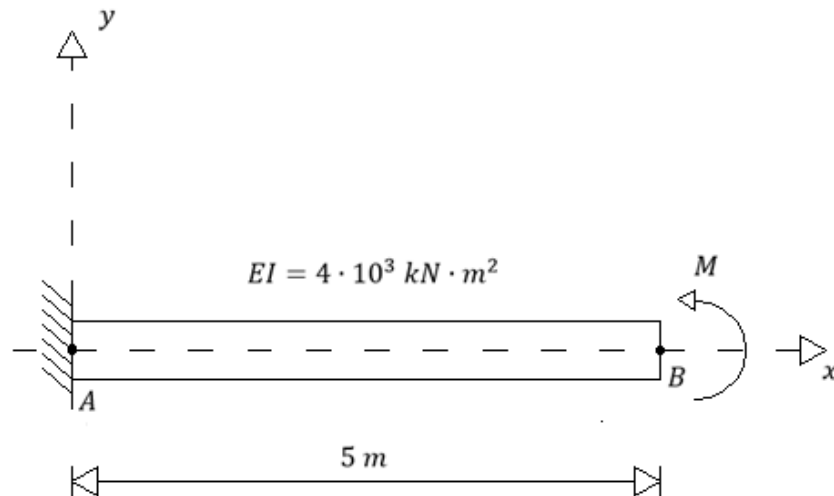
$E$  – Módulo de elasticidade do material da viga.

$I$  – Momento de inércia da seção transversal da viga.

A Figura 15 ilustra uma viga em balanço com momento concentrado na ponta. A Tabela 1 apresenta os resultados da posição final da ponta livre B em função do momento concentrado

no mesmo ponto. Os valores nomeados como solução exata são aqueles calculados por meio da Equação 11 e apresentados por Pinto (2002), sendo adaptadas apenas as unidades de medida. Os valores calculados pela Equação 12 são aquelas válidas para pequenos deslocamentos. Além deles, são mostrados valores calculados com o auxílio do software de elementos finitos SAP2000. Para isto, a viga foi dividida em 10 elementos e foi utilizada opção de grandes deslocamentos, que permite o cálculo por meio de um processo incremental-iterativo, que é o método rigoroso neste trabalho.

**Figura 15 - Viga em balanço com momento na extremidade**



Fonte: Adaptada de Pinto (2002)

**Tabela 1 - Coordenadas da ponta livre da viga em balanço**

| Momento<br>(kNm) | Solução Exata |        | Pequenos<br>Deslocamentos |       | SAP2000 |        |
|------------------|---------------|--------|---------------------------|-------|---------|--------|
|                  | y (m)         | x (m)  | y (m)                     | x (m) | y (m)   | x (m)  |
| 0,00             | 0,000         | 5,000  | 0,000                     | 5,000 | 0,000   | 5,000  |
| 5,00             | 0,016         | 5,000  | 0,016                     | 5,000 | 0,016   | 5,000  |
| 14,13            | 0,044         | 5,000  | 0,044                     | 5,000 | 0,044   | 5,000  |
| 30,80            | 0,096         | 4,999  | 0,096                     | 5,000 | 0,096   | 4,999  |
| 50,00            | 0,156         | 4,997  | 0,156                     | 5,000 | 0,156   | 4,997  |
| 502,65           | 1,520         | 4,677  | 1,571                     | 5,000 | 1,520   | 4,678  |
| 1380,29          | 3,344         | 2,863  | 4,313                     | 5,000 | 3,348   | 2,867  |
| 2909,87          | 2,584         | -0,654 | 9,093                     | 5,000 | 2,598   | -0,658 |
| 3674,91          | 1,217         | -1,081 | 11,484                    | 5,000 | 1,228   | -1,090 |
| 4439,45          | 0,232         | -0,603 | 13,873                    | 5,000 | 0,235   | -0,611 |
| 5026,55          | 0,000         | 0,000  | 15,708                    | 5,000 | 0,000   | 0,000  |

Fonte: O autor (2021)

A solução dada pela Equação 12 distancia-se da solução exata à medida que os esforços e deslocamentos crescem. Ainda, a mesma solução não consegue mensurar os deslocamentos

no eixo longitudinal da barra. A solução obtida pelo programa SAP2000, com as configurações adotadas, conseguiu aproximar a solução exata mesmo para grandes esforços e deslocamentos, além de admitir deslocamento no eixo longitudinal da barra.

### 3 METODOLOGIA

Para a execução do trabalho, faz-se necessária a definição do edifício que será analisado. Após isso, é feita a descrição de sua estrutura e a determinação dos carregamentos atuantes em cada elemento estrutural. Espera-se que, ao final dessa etapa, seja possível a modelagem completa da estrutura com o auxílio do programa SAP2000.

A modelagem da estrutura, para o Estudo A, é feita nos modelos de vigas contínuas, vigas contínuas com apoios elásticos, pórticos planos associados, pórtico espacial sem lajes e pórtico espacial com lajes. Nessa fase, são 9 o número de pavimentos do edifício, em todos os modelos adotados. Os resultados obtidos são organizados de maneira que a comparação entre os modelos seja possível. Em geral, a comparação é feita em relação aos modelos tridimensionais.

No estudo B, varia-se o número de pavimentos do edifício, utilizando apenas o modelo de pórtico espacial sem lajes. Em cada caso, são calculados os parâmetros de instabilidade  $\alpha$  e  $\gamma_z$ , permitindo a verificação prévia da importância dos efeitos de 2ª ordem no edifício, sendo esses depois calculados diretamente pelo processo simplificado com coeficiente  $\gamma_z$ , pelo processo P- $\Delta$  e pelo método rigoroso. Com isso, é possível avaliar se os limites propostos para os parâmetros de instabilidade em questão são adequados para o edifício, bem como avaliar a diferença dos resultados obtidos com cada processo.

#### 3.1 ESTRUTURA ANALISADA

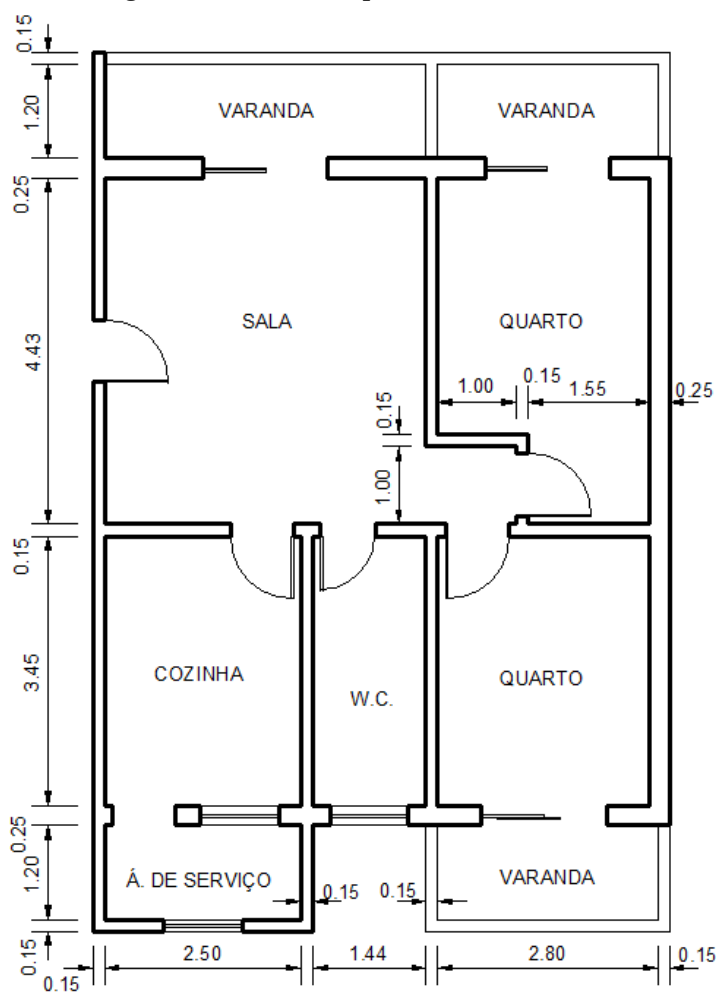
##### 3.1.1 Plantas de forma da estrutura

O projeto utilizado neste trabalho é adaptado de Araújo (2010c). Trata-se de um projeto concebido para um edifício residencial construído em concreto armado, com dimensões iguais a 17,15 m por 11,23 m, e altura total que, neste trabalho, varia em função do número de pavimentos adotados em cada caso. O pé-esquerdo da edificação é igual a 2,80 m.

O edifício é formado por pavimento térreo, pavimento tipo e cobertura. O pavimento térreo, formado pela recepção e administração do edifício, não é estudado neste trabalho. Deste modo, as ações atuantes nesse pavimento são desprezadas.

O pavimento tipo é composto por 2 apartamentos. Cada um deles possui 2 quartos, 1 sala de estar, 1 banheiro, 1 cozinha, 1 área de serviço e mais 3 sacadas. A Figura 16 apresenta a planta arquitetônica desse apartamento.

Figura 16 - Planta do apartamento do edifício



Fonte: Adaptada de Araújo (2010c)

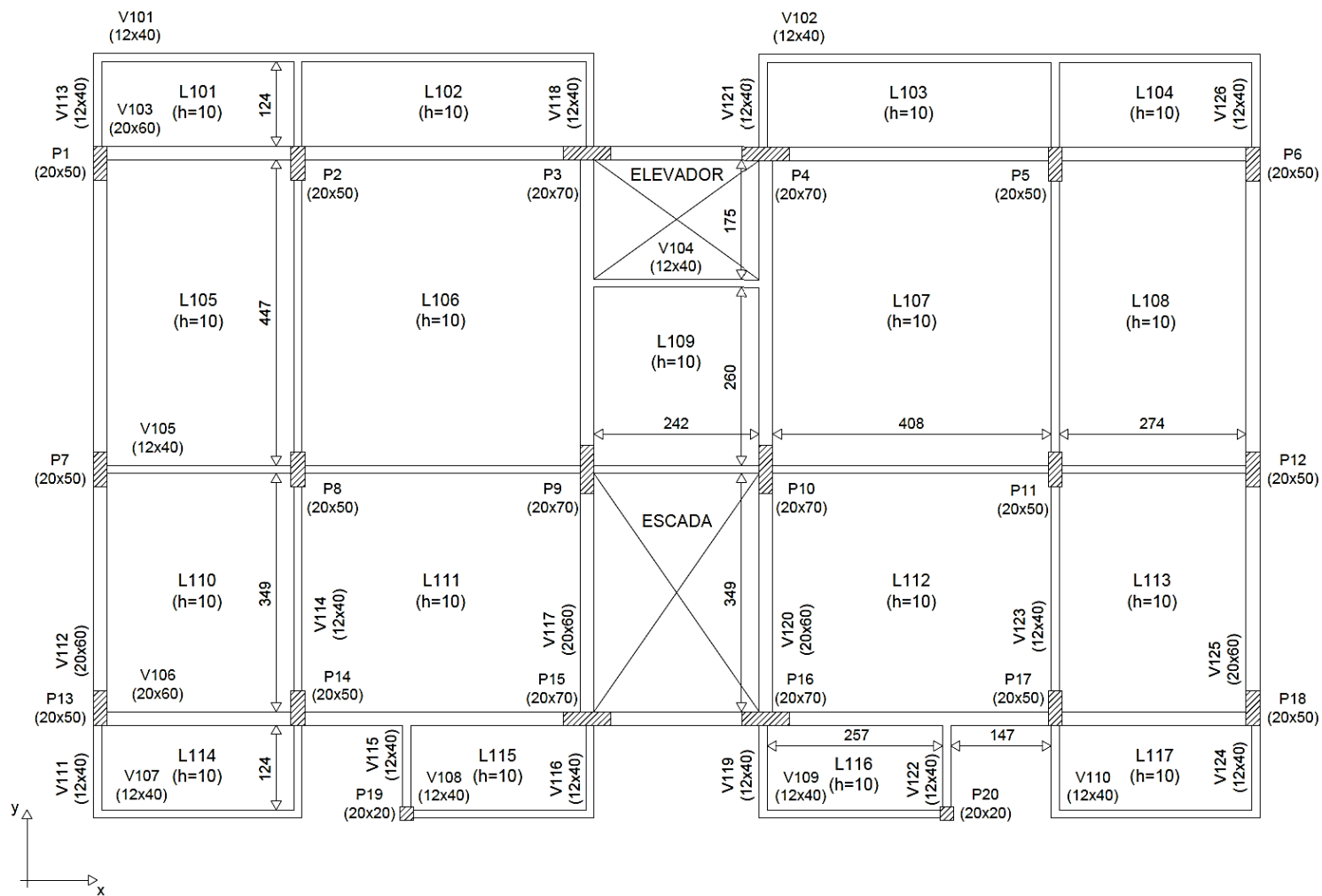
Todas as lajes do edifício possuem espessura igual a 10 cm. A maioria dos pilares da estrutura possuem dimensões iguais a 20 cm x 50 cm. As exceções são os pilares centrais (P3, P4, P9, P10, P15 e P16), que possuem dimensões iguais a 20 cm x 70 cm, e aqueles localizados na área de serviço (P19 e P20), com dimensões iguais a 20 cm x 20 cm. Esses pilares da área de serviço não chegam até o topo da cobertura, parando no pavimento imediatamente inferior.

Sobre a área delimitada pelos pilares centrais, são localizados a casa de máquina e o reservatório do edifício. Estas regiões, no entanto, não são modeladas junto aos demais elementos da estrutura.

Existem vigas com 2 dimensões de seção transversal no pavimento tipo. As vigas internas e as da sacada possuem dimensão de 12 cm x 40 cm. As vigas V102, V106, V112, V117, V120 e V125 possuem dimensão de 20 cm x 60 cm. As vigas da cobertura são semelhantes àquelas do pavimento tipo. As diferenças perceptíveis são as vigas V207 e V208.

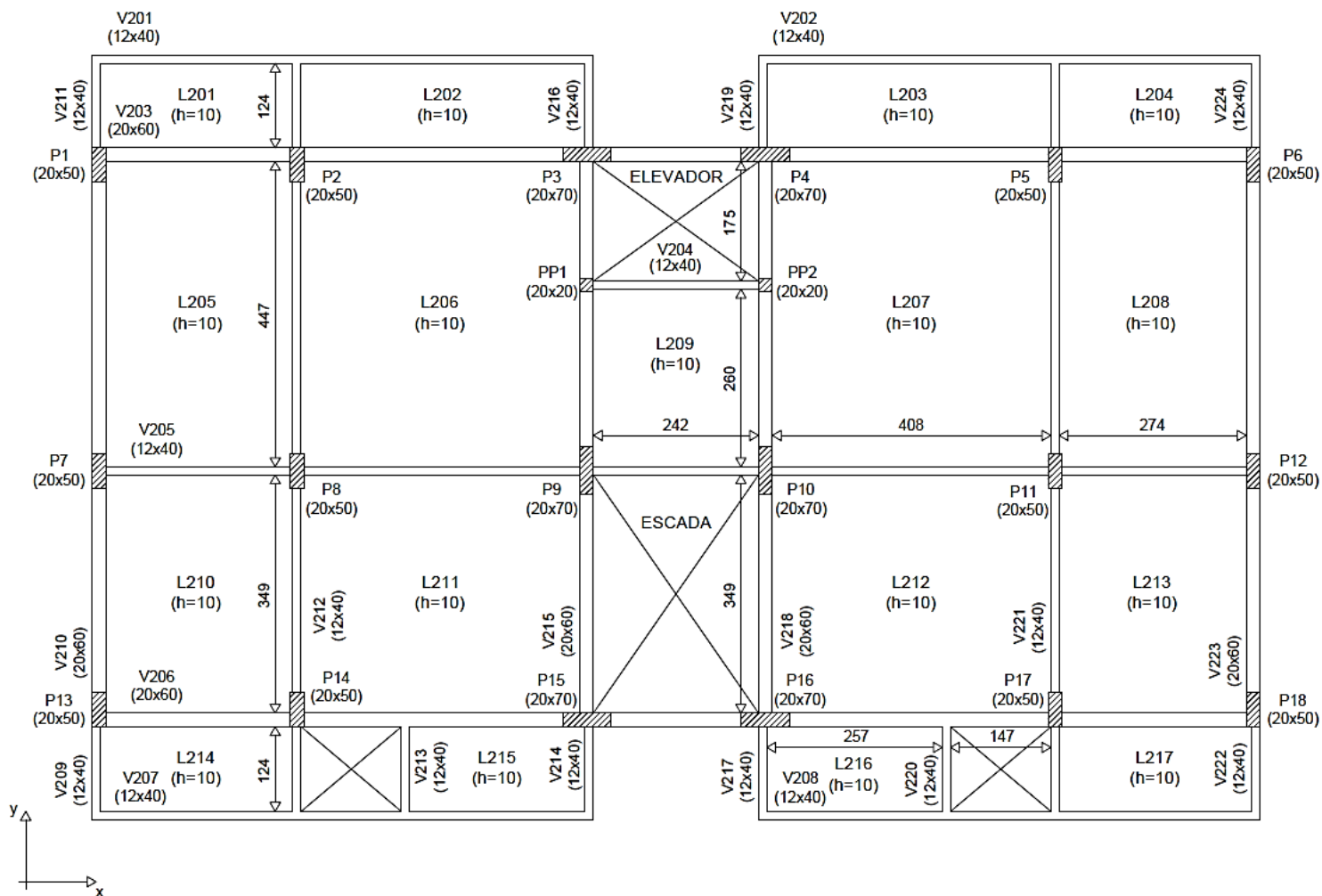
As informações descritas podem ser verificadas nas Figura 17 e Figura 18, que apresentam as plantas de forma do pavimento tipo da estrutura e da cobertura, respectivamente.

Figura 17 - Planta de forma do pavimento tipo



Fonte: Adaptada de Araújo (2010c)

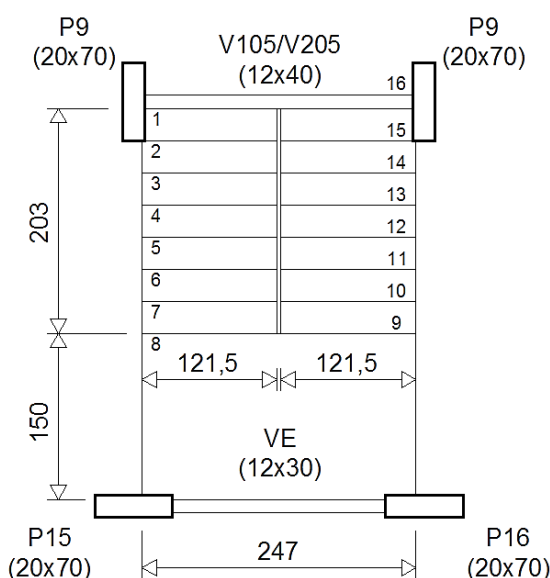
Figura 18 - Planta de forma da cobertura



Fonte: Adaptada de Araújo (2010c)

A escada do edifício, considerada sem acesso público, possui formato de “U” e está apoiada sobre as vigas V106, V206 e as vigas intermediárias (VE) localizadas entre os pilares P15 e P16 no plano médio entre os pavimentos. Cada lance da escada é composto por 7 degraus apoiados sobre uma laje inclinada de 12 cm de espessura. Os degraus são compostos por pisos com 29 cm de largura e espelhos com 17,5 cm de altura. Há também a presença de um patamar com 146 cm de largura, 242 cm de comprimento e 12 cm de espessura. A Figura 19 mostra a escada do edifício.

**Figura 19 - Planta de forma da escada**



Fonte: Adaptada de Araújo (2010c)

### 3.1.2 Características do concreto

A resistência característica do concreto adotada neste trabalho é de 30 MPa. Com isso, os módulos de elasticidade tangente e secante do concreto podem ser estimados conforme item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Considerando que o agregado graúdo do concreto é de origem granítica, o módulo de elasticidade tangente do concreto adotado neste trabalho é  $E_{ci} = 30672,46$  MPa. Por sua vez, o módulo de elasticidade secante do concreto é  $E_{cs} = 26838,41$  MPa.

O coeficiente de Poisson adotado para o concreto é  $\nu = 0,2$ . O módulo de elasticidade transversal é  $G = E_{cs}/2,4 = 11182,67$  MPa.

### 3.1.3 Ações na estrutura

#### 3.1.3.1 Ações Verticais

As ações verticais nos modelos adotados neste trabalho são aquelas oriundas do peso próprio da estrutura, peso da cobertura, peso das paredes, peso do revestimento e sobrecarga devido a pessoas e equipamentos.

O peso específico do concreto armado, necessário à determinação do peso próprio dos elementos estruturais, é igual a 25 kN/m<sup>3</sup>, valor encontrado na NBR 6120 (ABNT, 2019).

Todas as lajes do edifício possuem espessura igual a 10 cm, assim, obtemos um valor de peso próprio das lajes igual a 2,5 kN/m<sup>2</sup>. Da mesma maneira, o peso dos revestimentos adotado em todas as lajes é igual a 0,8 kN/m<sup>2</sup>, que é um valor típico para revestimentos usuais, conforme intervalo sugerido por Araújo (2010b). No edifício, o peso do telhado causa sobre as lajes da cobertura uma ação vertical igual a 0,5 kN/m<sup>2</sup>. Nessa região, apenas a laje L209 não possui ação do telhado sobre ela, pois está localizada na região da casa de máquinas e do reservatório.

Sobre as lajes L105, L108, L211 e L212 ainda há o peso das paredes, calculados como uma parede de blocos furados, com peso específico ( $\gamma_{\text{parede}}$ ) igual a 13 kN/m<sup>3</sup>. Visto que as lajes citadas são armadas em cruz, admite-se que o peso das paredes é uniformemente distribuído sobre elas. Sobre as lajes L111 e L112, por exemplo, há uma parede com comprimento igual a 3,45 m. Sua altura é igual a 2,70 m e sua espessura igual a 0,15 m. Assim, é possível determinar o peso da parede  $P_{\text{parede}}$ , a partir de seu peso específico ( $\gamma_{\text{parede}}$ ) :

$$P_{\text{parede}} = \gamma_{\text{parede}} \cdot 0,15 \cdot 2,70 \cdot 3,45 = 18,16 \text{ kN} \quad (13)$$

Finalmente, o carregamento na laje gerado pela parede ( $g_{\text{parede}}$ ) é calculado a partir de seu peso e da área da laje ( $A_{\text{laje}}$ ):

$$g_{\text{parede}} = \frac{P_{\text{parede}}}{A_{\text{laje}}} = \frac{18,16}{4,24 \cdot 3,65} = 1,17 \text{ kN/m}^2 \quad (14)$$

O peso próprio dos elementos e o peso do revestimento são ações verticais permanentes.

A Tabela 2 resume os carregamentos adotados para cada laje do edifício. Os valores apresentados são obtidos a partir da NBR 6120 (ABNT, 2019) e de Araújo (2010c). Para

sacadas e varandas em residências, o valor mínimo de sobrecarga, segundo a NBR 6120 (ABNT, 2019), é igual a 2,5 kN/m<sup>2</sup>. Ainda assim, neste trabalho, admite-se um valor igual a 1,5 kN/m<sup>2</sup>, o mesmo adotado por Araújo (2010c).

Tabela 2 - Carregamento nas lajes

| Laje        | Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> ) | Peso do Revestimento (kN/m <sup>2</sup> ) | Peso das paredes/telhado (kN/m <sup>2</sup> ) | Total Permanente (kN/m <sup>2</sup> ) | Sobrecarga (kN/m <sup>2</sup> ) |
|-------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| L101 = L104 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 1,5                             |
| L102 = L103 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 1,5                             |
| L105 = L108 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,9                                           | 4,2                                   | 1,5                             |
| L106 = L107 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 1,5                             |
| L109        | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 2,5                             |
| L110 = L113 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 1,5                             |
| L111 = L112 | 2,5                               | 0,8                                       | 1,2                                           | 4,5                                   | 1,5                             |
| L114 = L117 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 1,5                             |
| L115 = L116 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 2,0                             |
| L201 = L204 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L202 = L203 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L205 = L208 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L206 = L207 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L209        | 2,5                               | 0,8                                       | 0,0                                           | 3,3                                   | 2,5                             |
| L210 - L213 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L211 = L212 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L214 = L217 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |
| L215 = L216 | 2,5                               | 0,8                                       | 0,5                                           | 3,8                                   | 0,5                             |

Fonte: O autor (2021)

Como a maioria dos modelos estudados neste trabalho não verifica as interações entre as lajes e vigas de maneira integrada, as cargas verticais atuantes nas vigas que decorram dessa interação são calculadas por métodos simplificados. Aqui são utilizadas as tabelas elaboradas por Pinheiro (1994 *apud* BASTOS, 2021) com base no método das charneiras plásticas e disponíveis no Anexo A. A Tabela 3 apresenta as relações adotadas para o cálculo destas ações. Os carregamentos  $q_x$  e  $q_y$  representam, respectivamente, as reações de apoio nos bordos simplesmente apoiados de maior vão e menor vão das lajes. Os valores indicados como  $q_x'$  e  $q_y'$ , por sua vez, representam as reações de apoio nos bordos engastados de maior vão e menor vão, respectivamente.

Tabela 3 - Reações de apoio das lajes

| Laje        | Menor largura-l <sub>x</sub><br>(m) | Maior largura-l <sub>y</sub><br>(m) | Vinculação<br>considerada | Carregamento Permanente<br>(kN/m) |                 |                |                 | Carregamento Acidental<br>(kN/m) |                 |                |                 |
|-------------|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|----------------|-----------------|
|             |                                     |                                     |                           | q <sub>x</sub>                    | q <sub>x'</sub> | q <sub>y</sub> | q <sub>y'</sub> | q <sub>x</sub>                   | q <sub>x'</sub> | q <sub>y</sub> | q <sub>y'</sub> |
| L101 = L104 | 1,40                                | 2,94                                | 3                         | 1,50                              | 2,19            | 1,00           | 1,46            | 0,68                             | 1,00            | 0,46           | 0,67            |
| L102 = L103 | 1,40                                | 4,28                                | 3                         | 2,02                              | 2,89            | 1,00           | 1,46            | 0,92                             | 1,31            | 0,46           | 0,67            |
| L105 = L108 | 2,9                                 | 4,6                                 | 3                         | 3,58                              | 5,24            | 2,61           | 3,81            | 1,30                             | 1,90            | 0,94           | 1,38            |
| L106 = L107 | 4,3                                 | 4,6                                 | 3                         | 3,33                              | 4,89            | 3,06           | 4,48            | 1,52                             | 2,22            | 1,39           | 2,04            |
| L109        | 2,6                                 | 2,7                                 | 4B                        | 0,00                              | 3,14            | 1,25           | 0,00            | 0,00                             | 2,38            | 0,94           | 0,00            |
| L110 = L113 | 2,9                                 | 3,7                                 | 3                         | 2,49                              | 3,64            | 2,08           | 3,03            | 1,13                             | 1,65            | 0,94           | 1,38            |
| L111 = L112 | 3,7                                 | 4,3                                 | 3                         | 4,05                              | 5,92            | 3,59           | 5,24            | 1,34                             | 1,96            | 1,19           | 1,74            |
| L114 = L117 | 1,4                                 | 2,9                                 | 2B                        | 1,50                              | 2,19            | 0,85           | 0,00            | 0,68                             | 1,00            | 0,38           | 0,00            |
| L115 = L116 | 1,4                                 | 2,7                                 | 2B                        | 1,64                              | 2,39            | 0,85           | 0,00            | 0,99                             | 1,45            | 0,51           | 0,00            |
| L201 = L204 | 1,4                                 | 2,9                                 | 3                         | 1,73                              | 2,53            | 1,15           | 1,69            | 0,23                             | 0,33            | 0,15           | 0,22            |
| L202 = L203 | 1,4                                 | 4,3                                 | 3                         | 2,33                              | 3,33            | 1,15           | 1,69            | 0,31                             | 0,44            | 0,15           | 0,22            |
| L205 = L208 | 2,9                                 | 4,6                                 | 3                         | 3,28                              | 4,80            | 2,39           | 3,49            | 0,43                             | 0,63            | 0,31           | 0,46            |
| L206 = L207 | 4,3                                 | 4,6                                 | 3                         | 3,84                              | 5,63            | 3,53           | 5,16            | 0,51                             | 0,74            | 0,46           | 0,68            |
| L209        | 2,6                                 | 2,7                                 | 4B                        | 0,00                              | 3,14            | 1,25           | 0,00            | 0,00                             | 2,38            | 0,94           | 0,00            |
| L210 - L213 | 2,9                                 | 3,7                                 | 3                         | 2,87                              | 4,19            | 2,39           | 3,49            | 0,38                             | 0,55            | 0,31           | 0,46            |
| L211 = L212 | 3,7                                 | 4,3                                 | 3                         | 3,40                              | 4,97            | 3,01           | 4,40            | 0,45                             | 0,65            | 0,40           | 0,58            |
| L214 = L217 | 1,4                                 | 2,9                                 | 2B                        | 1,73                              | 2,53            | 0,97           | 0,00            | 0,23                             | 0,33            | 0,13           | 0,00            |
| L215 = L216 | 1,4                                 | 2,7                                 | 2B                        | 1,88                              | 2,76            | 0,97           | 0,00            | 0,25                             | 0,36            | 0,13           | 0,00            |

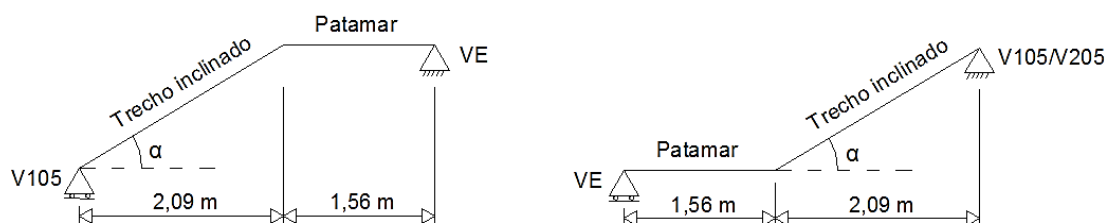
Fonte: O autor (2021)

Conforme Carvalho e Pinheiro (2014), a consideração de engastes nos encontros entre lajes é realizada em função de seu tamanho e espessura. As vinculações dos apoios das lajes adotadas neste trabalho estão apresentadas no Apêndice A. Alguns casos foram omitidos, pois os pavimentos da estrutura são simétricos. As lajes do pavimento da cobertura possuem a mesma vinculação que as lajes do pavimento tipo

A determinação dos esforços solicitantes decorrentes da escada, exceto para o modelo de pórtico espacial com lajes, é feita com base nos esquemas estruturais ilustrados na Figura 20. Os carregamentos na escada são obtidos da maneira que se segue:

- Carregamento accidental igual a 2,5 kN/m<sup>2</sup>, conforme NBR 6120 (ABNT, 2019) para escadas sem acesso público;
- Nos trechos inclinados, há um parapeito com 1 m de altura, 15 cm de espessura e peso específico igual a 13 kN/m<sup>3</sup>, executado em alvenaria de blocos cerâmicos furados. Sobre o parapeito, há ainda uma carga accidental vertical no valor de 2 kN/m, conforme NBR 6120 (ABNT, 2019). Esses carregamentos são divididos pela largura dos trechos inclinados a fim de encontrar o valor da força distribuída por área.
- Peso do revestimento igual a 0,8 kN/m<sup>2</sup> tanto para os trechos inclinados quanto para os patamares.
- Peso próprio dos patamares calculados para uma laje com espessura igual a 12 cm.
- Peso próprio dos trechos inclinados calculados com a consideração da espessura vertical média ( $h_m$ ), a qual pode ser obtida a partir da espessura inclinada ( $h$ ), do ângulo de inclinação da escada ( $\alpha$ ) e do valor do espelho da escada ( $e$ ) através da Equação 15. O ângulo de inclinação da escada é calculado com o valor do espelho e do piso do degrau ( $a$ ) pela expressão contida na Equação 16.

**Figura 20 - Modelo de Cálculo da escada**



Fonte: Adaptada de Araújo (2010c)

$$h_m = \frac{h}{\cos \alpha} + \frac{e}{2} \quad (15)$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + e^2}} \quad (16)$$

As cargas solicitantes nas vigas de apoio da escada, calculadas pelos esquemas ilustrados na Figura 20, estão dispostos na Tabela 4.

**Tabela 4 - Reações de apoio da escada**

| Viga      | Carregamento (kN/m) |           |
|-----------|---------------------|-----------|
|           | Permanente          | Acidental |
| VE        | 9,50                | 5,55      |
| V105/V205 | 13,34               | 7,02      |

Fonte: O autor (2021)

Além das cargas decorrentes das lajes e da escada, as vigas são submetidas ao peso das paredes que se apoiam sobre elas. Em todos os casos, o peso específico das paredes é igual a 13 kN/m<sup>3</sup>, conforme NBR 6120 (ABNT, 2019) para alvenaria constituída de blocos cerâmicos furados. A área da seção transversal das paredes é tomada descontando-se a área das vigas que ficam nelas embutidas.

Na edificação apresentada, além das paredes apoiadas nas vigas do pavimento tipo, há, sobre as vigas da cobertura que formam o contorno da edificação (V201, V202, V207, V208, V209, V210, V211, V222, V223 e V224), uma platibanda com altura igual a 90 cm e 15 cm de espessura. Os valores de altura e espessura das paredes, bem como o carregamento que estas geram em cada viga da edificação estão apresentados no Apêndice B deste trabalho.

Além dos carregamentos descritos, as vigas estão submetidas ao seu peso próprio. No entanto, o programa SAP2000 considera automaticamente o peso próprio dos elementos efetivamente modelados em um caso de cargas denominado “*DEAD*”. Assim, apenas são necessárias a definição do peso específico do material da estrutura e as seções transversais do elemento estrutural.

As cargas solicitantes em todas as vigas da edificação estão disponíveis no Apêndice B.

Visto que o reservatório e a casa de máquinas não serão modelados junto aos demais elementos da estrutura, suas ações são atribuídas aos pilares como ações verticais. Para os carregamentos permanentes e acidentais são adotados, respectivamente: 106,6 kN e 28,6 kN nos pilares P3 e P4; 220,7 kN e 19,4 kN nos pilares P9 e P10; 73,5 kN e 0,9 kN nos pilares P15 e P16. Ainda, no encontro das vigas V215 e V218 com a viga V204, são adotadas forças concentradas verticais no valor de 10,82 kN, para o carregamento permanente, e 18,08 kN, para

o carregamento accidental, oriundos da mesa de motores do elevador. Esses carregamentos são encontrados em Araújo (2010c).

### 3.1.3.2 Ações horizontais

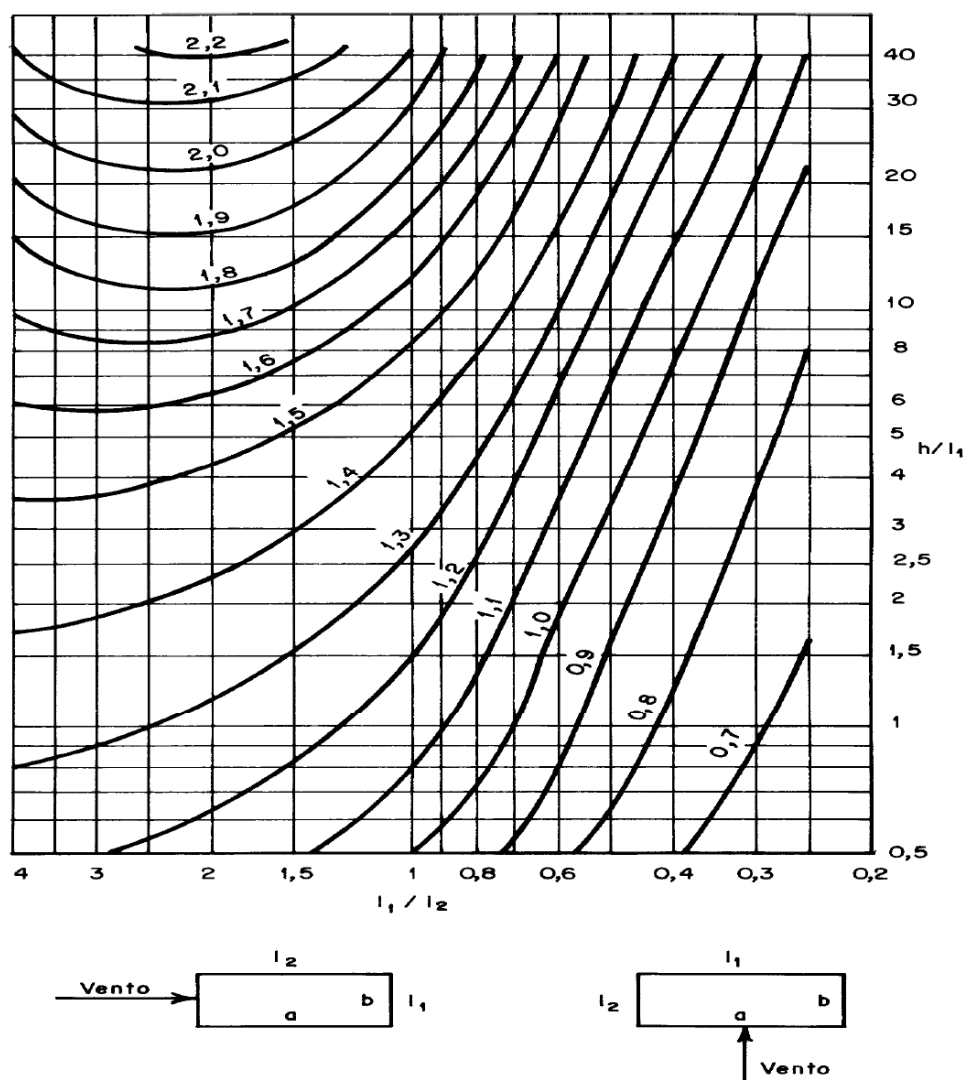
As ações horizontais admitidas no edifício são aquelas devido ao vento e ao desaprumo.

A ação do vento é calculada conforme recomendações da NBR 6123 (ABNT, 1988).

Para isso, são admitidas algumas hipóteses:

- O edifício está localizado na cidade de Aracaju/SE, cidade na qual a velocidade do básica do vento obtida pelo mapa das isopletras é  $V_0 = 30$  m/s.
- Terreno localizado em local plano, logo o valor do fator topográfico é  $S_1 = 1,0$ ;
- Fator estatístico  $S_3 = 1,0$ , adotado para edificações residenciais.
- A categoria de rugosidade do terreno é categoria IV, para terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados.
- Fator  $S_2$  obtido a partir dos parâmetros meteorológicos disponíveis na tabela 1 da NBR 6123 (ABNT, 1988). Para isso, a classe da edificação é determinada, em cada caso, de acordo com o número de pavimentos considerado.
- Vento incidindo em duas direções distintas, seguindo eixos da Figura 17 e da Figura 18. Assim, o vento na direção x incide sobre a fachada lateral do edifício, enquanto que o vento na direção y incide sobre a fachada frontal do edifício.
- Admite-se, por simplificação, que o edifício possui seção retangular constante ao longo da altura e o vento é de baixa turbulência. Isto permite que o coeficiente de arrasto ( $C_a$ ) da estrutura seja obtido a partir da figura 4 da NBR 6123 (ABNT, 1988), apresentada na Figura 21 deste trabalho. A altura total da edificação foi tomada de sua base até o topo do reservatório.

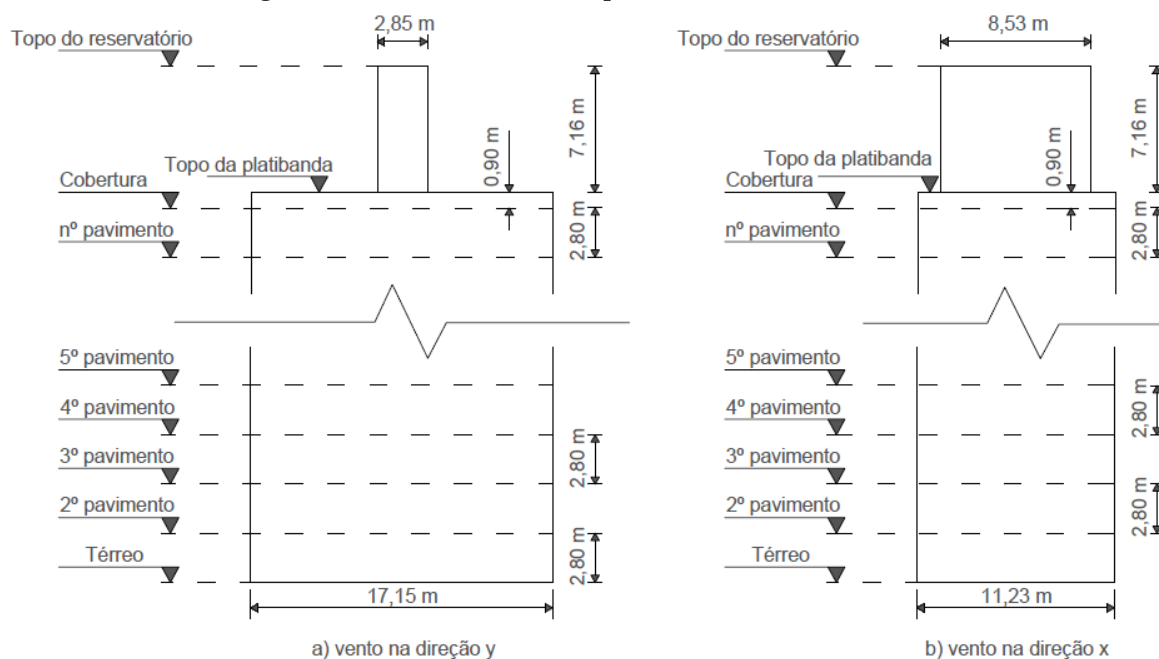
Figura 21 - Coeficiente de arrasto para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência



Fonte: NBR 6123 (ABNT, 1988)

- As zonas de influência da força de vento, utilizadas para o cálculo da área de influência ( $A_e$ ), são delimitadas pelos planos médios entre os pavimentos. Para o nível da cobertura, a zona de influência é calculada entre o plano médio do pavimento imediatamente inferior e o topo da platibanda. Uma zona de influência específica foi criada para o reservatório. A Figura 22 ilustra os formatos tomados para a determinação da área de influência em cada direção considerada de incidência do vento.

**Figura 22 – Formato do edifício para área de influência do vento**



Fonte: O autor (2021)

A classe da edificação e os valores do coeficiente de arrasto para o vento em cada direção em função do número de pavimento da estrutura são apresentados na Tabela 5.

**Tabela 5 - Classe da edificação e coeficiente de arrasto**

| Número de Pavimentos | Altura total da edificação (m) | Classe da Edificação | Coeficiente de Arrasto |                    |
|----------------------|--------------------------------|----------------------|------------------------|--------------------|
|                      |                                |                      | Vento na direção x     | Vento na direção y |
| 5                    | 19,7                           | A                    | 1,05                   | 1,25               |
| 7                    | 25,3                           | B                    | 1,10                   | 1,30               |
| 9                    | 30,9                           | B                    | 1,10                   | 1,35               |
| 11                   | 36,5                           | B                    | 1,15                   | 1,35               |
| 13                   | 42,1                           | B                    | 1,15                   | 1,40               |
| 15                   | 47,7                           | B                    | 1,20                   | 1,40               |
| 17                   | 53,3                           | C                    | 1,20                   | 1,40               |
| 19                   | 58,9                           | C                    | 1,20                   | 1,40               |
| 21                   | 64,5                           | C                    | 1,25                   | 1,45               |
| 23                   | 70,1                           | C                    | 1,25                   | 1,45               |
| 25                   | 75,7                           | C                    | 1,25                   | 1,45               |
| 27                   | 81,3                           | C                    | 1,30                   | 1,50               |
| 29                   | 86,9                           | C                    | 1,30                   | 1,50               |
| 31                   | 92,5                           | C                    | 1,30                   | 1,50               |

Fonte: O autor (2021)

Neste trabalho, as forças devido ao vento são concentradas nos níveis dos pavimentos. Assim, o momento de tombamento da edificação pode ser obtido por meio da soma dos

produtos entre a força do vento em determinado pavimento e a altura deste pavimento em relação à base da edificação. Como o reservatório e a casa de máquinas não são modeladas junto aos demais elementos da estrutura, as forças devido ao vento nesses locais foram concentradas no nível da cobertura.

As forças horizontais devido ao desaprumo podem ser calculadas conforme o item 11.3.3.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Para esse cálculo, a altura total do edifício é tomada da base até o topo da cobertura do mesmo. Contudo, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que o efeito do desaprumo seja desconsiderado se sua ação for inferior ou igual a 30% da ação do vento. Essa comparação pode ser feita com os momentos totais em relação à base do edifício devido a cada ação considerada. A Tabela 6 apresenta os momentos de tombamento devido ao vento e ao desaprumo nas edificações em função do número de pavimentos considerado.

**Tabela 6 - Momento devido ao desaprumo e ao vento**

| Número de pavimentos | Momento na direção x (kNm) |          | Momento na direção y (kNm) |          | Relação Desaprumo/Vento |           |
|----------------------|----------------------------|----------|----------------------------|----------|-------------------------|-----------|
|                      | Desaprumo                  | Vento    | Desaprumo                  | Vento    | Direção x               | Direção y |
| 5                    | 266,02                     | 675,05   | 284,39                     | 893,28   | 39,4%                   | 31,8%     |
| 7                    | 417,91                     | 1235,97  | 446,76                     | 1738,52  | 33,8%                   | 25,7%     |
| 9                    | 590,84                     | 2001,82  | 631,63                     | 3057,71  | 29,5%                   | 20,7%     |
| 11                   | 782,51                     | 3107,51  | 836,54                     | 4683,58  | 25,2%                   | 17,9%     |
| 13                   | 991,27                     | 4345,60  | 1059,71                    | 6949,33  | 22,8%                   | 15,2%     |
| 15                   | 1215,81                    | 6068,24  | 1299,76                    | 9464,34  | 20,0%                   | 13,7%     |
| 17                   | 1455,10                    | 7381,79  | 1555,57                    | 11661,47 | 19,7%                   | 13,3%     |
| 19                   | 1708,28                    | 9318,88  | 1826,23                    | 14889,75 | 18,3%                   | 12,3%     |
| 21                   | 1974,63                    | 11989,94 | 2110,97                    | 19227,94 | 16,5%                   | 11,0%     |
| 23                   | 2253,52                    | 14544,38 | 2409,12                    | 23509,48 | 15,5%                   | 10,2%     |
| 25                   | 2544,43                    | 17376,74 | 2720,10                    | 28277,67 | 14,6%                   | 9,6%      |
| 27                   | 2846,86                    | 21312,68 | 3043,42                    | 34699,97 | 13,4%                   | 8,8%      |
| 29                   | 3160,40                    | 24854,58 | 3378,61                    | 40672,34 | 12,7%                   | 8,3%      |
| 31                   | 3484,66                    | 28703,03 | 3725,26                    | 47179,90 | 12,1%                   | 7,9%      |

Fonte: O autor (2021)

Os edifícios com 5 e 7 pavimentos possuem relação entre a ação do desaprumo e do vento maior que 30 %, portanto devem ter o efeito do desaprumo considerado para efeitos de análise e dimensionamento. Contudo, para facilitar a comparação entre os edifícios, todos terão o efeito do desaprumo desprezado.

### 3.1.3.3 Combinações das ações

São 3 as combinações adotadas neste trabalho, todas para o Estado Limite Último. Os coeficientes de majoração adotados foram obtidos da NBR 6118 (ABNT, 2014):

- Combinação 1 – Nesta combinação apenas as forças verticais são consideradas. As ações verticais permanentes (g) e variáveis (q) são adotadas com seus valores de cálculo, conforme Equação 17.

$$F_d = 1,4 \cdot g + 1,4 \cdot q \quad (17)$$

- Combinação 2 – As forças verticais permanentes (g) e variáveis (q) são adotadas com seus valores de cálculo, sendo essa última admitida como ação variável principal. A ação do vento na direção x ( $v_x$ ) é tomada como ação secundária. A Equação 18 mostra essa combinação.

$$F_d = 1,4 \cdot g + 1,4 \cdot q + 0,84 \cdot v_x \quad (18)$$

- Combinação 3 – As forças verticais permanentes (g) e variáveis (q) são adotadas com seus valores de cálculo, sendo essa última admitida como ação variável principal. A ação do vento na direção y ( $v_y$ ) é tomada como ação secundária. A Equação 19 mostra essa combinação.

$$F_d = 1,4 \cdot g + 1,4 \cdot q + 0,84 \cdot v_y \quad (19)$$

Nas combinações que admitem o vento, o coeficiente de 0,84 é obtido a partir do produto entre o coeficiente de ponderação das ações ( $\gamma_q = 1,4$ ) e o coeficiente de combinação para o vento ( $\psi_0 = 0,6$ ). Esses coeficientes são extraídos da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 3.1.4 Modelos adotados

A primeira etapa do trabalho (Estudo A) visa diferenciar os esforços obtidos entre cinco modelos estruturais distintos. É modelada a estrutura com 9 pavimentos segundo os modelos de vigas contínuas, vigas contínuas com apoios elásticos, pórticos planos associados, pórtico

espacial sem lajes e pórtico espacial com lajes. Em todos os casos, admite-se que a estrutura trabalha em regime elástico-linear, sendo válido o princípio da superposição dos efeitos.

#### 3.1.4.1 Vigas contínuas

Neste modelo, as vigas não consecutivas são modeladas separadamente, sendo simplesmente apoiadas em pilares ou outras vigas que lhes deem suporte. O vão teórico das vigas é tomado como a distância entre os eixos de seus elementos de apoio.

Visto que as vigas são analisadas em um plano, efeitos decorrentes de torção são desprezados neste modelo.

Não é feita compatibilização de deslocamentos nos apoios indiretos de vigas. Logo, uma delas é tomada como apoio rígido para a outra. Isto é feito buscando aquelas que são mais dependentes estaticamente. O Quadro 4 expõe as vigas com apoios indiretos no edifício. Em virtude da simetria da estrutura, apenas aquelas localizadas em um lado da edificação são apresentadas nele.

**Quadro 4 - Apoios indiretos das vigas**

| <b>Viga</b> | <b>Vigas de apoio</b> |
|-------------|-----------------------|
| <b>V101</b> | V113, V114, V118      |
| <b>V104</b> | V117, V120            |
| <b>V107</b> | V111, V114            |
| <b>V108</b> | V116                  |
| <b>V115</b> | V106                  |
| <b>V201</b> | V211, V212, V216      |
| <b>V204</b> | V215, V218            |
| <b>V207</b> | V209, V212, V214      |
| <b>V213</b> | V206, V207            |

Fonte: O autor (2021)

Os momentos fletores nas vigas junto a pilares de extremidade são calculados utilizando os coeficientes do Quadro 1. Para as vigas do 2º pavimento, pode ser admitido o esquema da Figura 3, e da Figura 2 para as demais. Isto permite que os coeficientes da Quadro 2 sejam utilizados na determinação da rigidez dos elementos na ligação viga-pilar. As exceções são as vigas da cobertura e as vigas biapoiadas. No primeiro caso não há trecho superior do pilar, ou seja,  $r_{\text{sup}} = 0$ . No segundo caso, admite-se que a viga é simplesmente apoiada em sua extremidade em vez de engastada, ou seja,  $r_{\text{vig}} = 3I_{\text{vig}}/L_{\text{vig}}$ .

Os esforços normais nos pilares são obtidos pela soma entre o peso próprio do pilar considerado e as reações de apoio das vigas que ele suporta. Já os momentos fletores são calculados a partir dos coeficientes do Quadro 1, sendo posteriormente corrigidos conforme esquema da Figura 4.

Visto que não é possível adotar forças horizontais neste modelo, apenas a Combinação 1 é considerada.

#### 3.1.4.2 Vigas contínuas com apoios elásticos

Este modelo é realizado de maneira semelhante ao modelo clássico de vigas contínuas. Contudo, em vez de apoios simples rotulados, os pilares são representados também por apoios rotacionais elásticos. Isto permite o cálculo de momentos fletores nos pilares intermediários.

Os esforços normais nos pilares também são calculados pela soma do peso próprio do pilar analisado e as reações de apoio das vigas que suporta. Os momentos são corrigidos conforme esquema da Figura 4.

Apenas a Combinação 1 é adotada neste modelo.

#### 3.1.4.3 Pórticos planos associados

A divisão da estrutura em pórticos planos é feita unindo os pilares que estejam ligados por vigas pertencentes a um mesmo plano vertical. O Quadro 5 apresenta os pórticos e os pilares que os compõem.

**Quadro 5 - Pórticos planos formados pela estrutura**

| <b>Pórtico</b> | <b>Pilares Constituintes</b> | <b>Vigas Constituintes</b>         |
|----------------|------------------------------|------------------------------------|
| <b>PP1</b>     | P1, P2, P3, P4, P5, P6       | V103, V203                         |
| <b>PP2</b>     | P7, P8, P9, P10, P11, P12    | V105, V205                         |
| <b>PP3</b>     | P13, P14, P15, P16, P17, P18 | V106, V206                         |
| <b>PP4</b>     | P1, P7, P13                  | V111, V112, V113, V209, V210, V211 |
| <b>PP5</b>     | P2, P8, P14                  | V114, V212                         |
| <b>PP6</b>     | P3, P9, P15                  | V116, V117, V118, V214, V215, V216 |
| <b>PP7</b>     | P4, P10, P16                 | V119, V120, V121, V217, V218, V219 |
| <b>PP8</b>     | P5, P11, P17                 | V123, V221                         |
| <b>PP9</b>     | P6, P12, P18                 | V124, V125, V126, V222, V223, V224 |

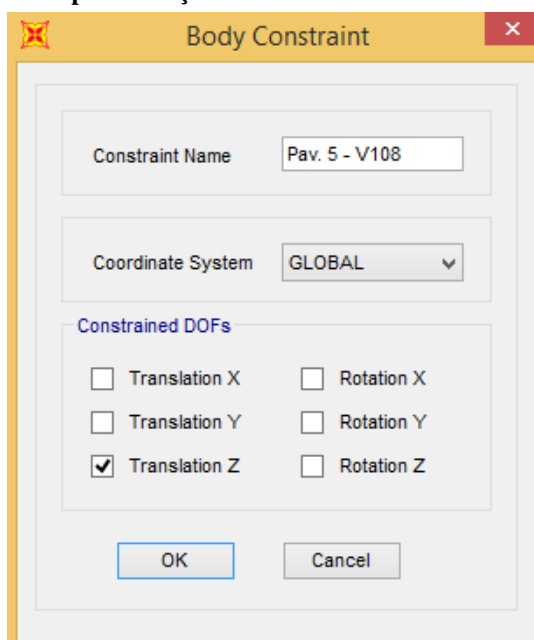
Fonte: O autor (2021)

Vigas que não são ligadas diretamente a pilares constituem uma dificuldade neste modelo, pois não fazem parte de pórtico algum. Esse caso engloba aquelas que se apoiam sobre

outras vigas. Para contornar esse problema, elas são calculadas pelo modelo de vigas contínuas e as reações adicionadas às suas vigas de apoio no pórtico plano correspondente. As vigas V101, V102, V107, V110, V201, V202, V207 e V208 são modeladas desta maneira.

As vigas V108, V109, V115 e V122 não são calculadas como vigas contínuas, mesmo possuindo apoios indiretos, mas têm seus deslocamentos compatibilizados com as vigas de apoio. Assim, tanto as vigas V108, V109, V115 e V122 quanto os pilares P19 e P20 podem ser associados aos pórticos no modelo. A compatibilização é feita utilizando a função *joint constraint* do tipo *body* no programa SAP2000 (Figura 23). Esta função força que os deslocamentos entre pontos selecionados sejam iguais. Para as vigas indicadas, apenas o deslocamento vertical é compatibilizado.

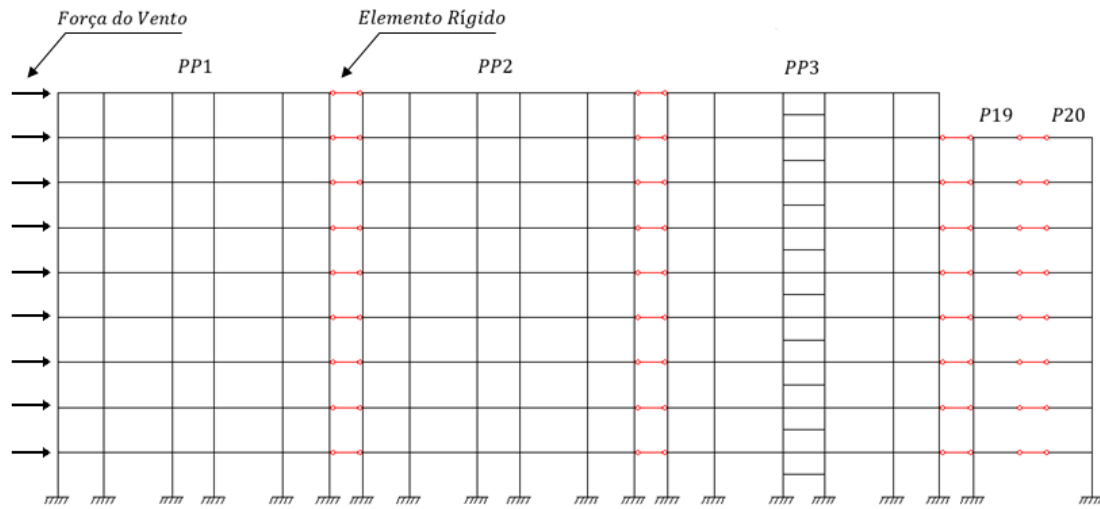
**Figura 23 - Compatibilização de deslocamentos verticais no SAP2000**



Fonte: O autor (2021)

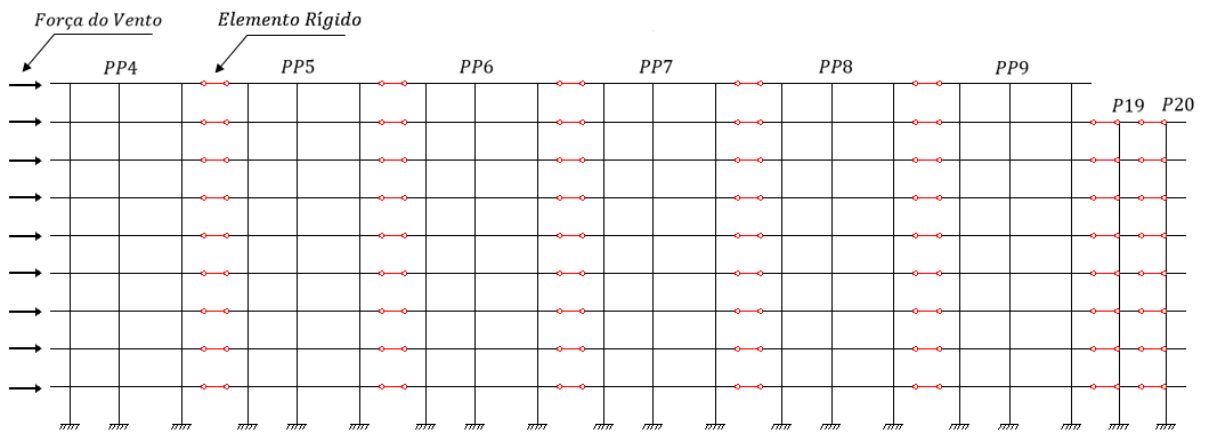
A associação entre os pórticos paralelos é feita ligando-os em cada pavimento com elementos lineares horizontais de alta rigidez. Esses elementos são rotulados em suas extremidades, de modo que apenas esforços horizontais são transmitidos entre os pórticos. Com isso, o carregamento devido ao vento é aplicado em cada pavimento de apenas um pórtico, sendo transmitido aos demais por meio das associações. A Figura 24 e a Figura 25 ilustram a associação entre os pórticos adotada.

**Figura 24 - Associação de pórticos planos na direção x**



Fonte: O autor (2021)

**Figura 25 - Associação de pórticos planos na direção y**

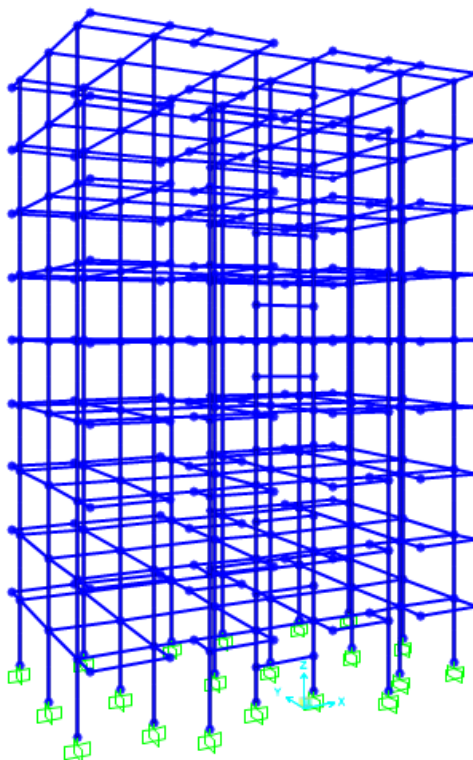


Fonte: O autor (2021)

#### 3.1.4.4 Pórtico espacial sem lajes

No modelo de pórtico espacial sem lajes, todas as vigas e pilares da estrutura até o nível da cobertura são modeladas juntamente. A Figura 26 ilustra o pórtico espacial para o edifício analisado.

Figura 26 - Pórtico espacial sem lajes no SAP2000

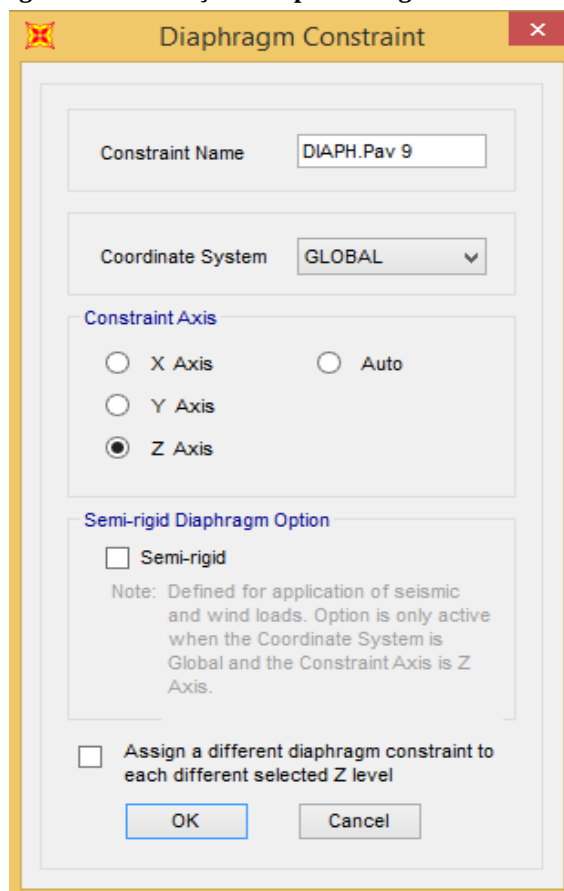


Fonte: O autor (2021)

Neste modelo, os efeitos de torção podem ser considerados. Contudo, neste trabalho, a rigidez à torção das vigas é reduzida a 15% da rigidez elástica a fim de simular o efeito da fissuração, conforme recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Visto que as lajes não são analisadas juntamente aos demais elementos da estrutura, as ações nas vigas são calculadas pelo método das charneiras plásticas. No entanto, o efeito de diafragma rígido das lajes em seu plano é considerado. A função *joint constraint* do tipo *diaphragm* no SAP2000 permite essa adoção (Figura 27). Com isto, todos os pontos selecionados em determinado pavimento têm seus deslocamentos horizontais compatibilizados por movimentos de corpo rígido de uma chapa horizontal. Dessa maneira, esses pontos transladam igualmente no plano horizontal, bem como possuem rotações iguais em torno de um eixo perpendicular ao plano do pavimento. Os deslocamentos verticais podem ser diferentes.

**Figura 27 - Restrição do tipo diafragma no SAP2000**



Fonte: O autor (2021)

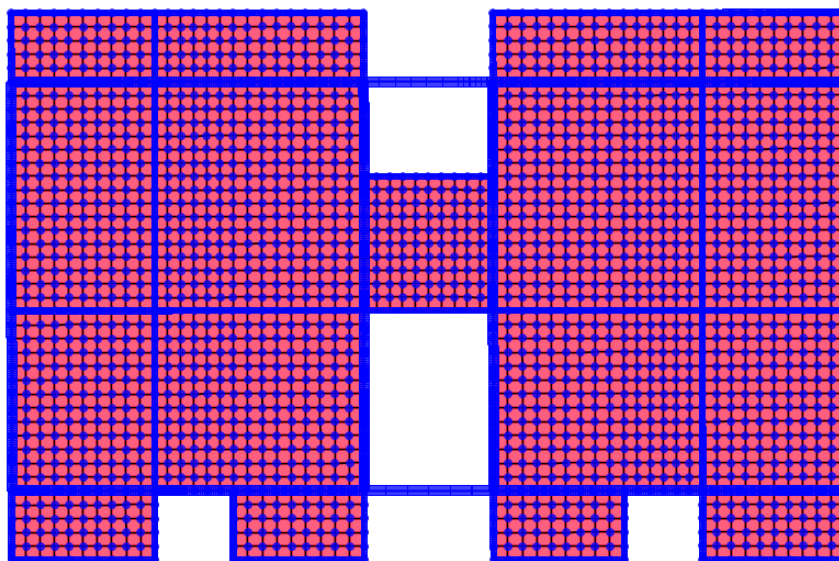
As forças horizontais causadas pelo vento em cada pavimento são aplicadas concentradas nos nós dos pilares. O carregamento do vento na direção x é aplicado nos nós dos pilares P1, P7 e P13. Já o carregamento do vento na direção y é aplicado nos nós dos pilares P13, P14, P15, P16, P17 e P18. Já as forças devido ao vento que incidiriam sobre o reservatório e casa de máquinas são aplicadas nos pilares P3, P9 e P15, para a direção x; e P15 e P16, para a direção y.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a adoção de trechos rígidos nos encontros entre pilares e vigas, no entanto, para este trabalho, esses trechos rígidos não são considerados.

#### 3.1.4.5 Pórtico espacial com lajes

A modelagem da laje junto ao pórtico é feita com o uso de elementos finitos retangulares do tipo *shell*. Esses são definidos de modo que sejam quase quadrados e possuam largura máxima igual a 29 cm. A Figura 28 mostra a divisão das lajes no pavimento tipo em elementos finitos.

**Figura 28 - Pavimento tipo modelado com as lajes em elementos finitos**

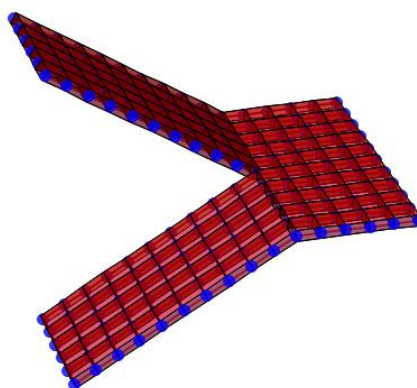


Fonte: O autor (2021)

Já que as lajes são modeladas com os demais elementos da estrutura, suas ações são aplicadas diretamente, não sendo necessário o uso do método das charneiras plásticas. Logo, as ações que devem ser aplicadas às vigas são decorrentes apenas do peso das paredes acima delas. Adicionalmente, o efeito diafragma das lajes é avaliado diretamente, não sendo necessário o uso de compatibilizações ou da função *joint constraint* no programa computacional utilizado.

Nesse modelo, a escada do edifício também é modelada com o uso de elementos do mesmo tipo das lajes, conforme ilustrado na Figura 29. No entanto, a espessura dos elementos utilizados na escada é igual a 12 cm. Nas lajes do edifício, essa espessura é igual a 10 cm.

**Figura 29 – Trecho da escada do edifício em elementos finitos**



Fonte: O autor (2021)

A escada é apoiada nas vigas conforme indicações da Figura 19. Porém no trecho que faria ligação com o pavimento térreo esse apoio não pode ser adotado. Isso porque as vigas

baldrames do edifício não são integradas ao modelo. Assim, exclusivamente nesse trecho da escada, são adotados apoios rotulados rígidos, que sustentem a escada nesses pontos.

Com o uso do Método dos Elementos Finitos, é possível admitir a colaboração das lajes como mesa comprimida das vigas. Entretanto, neste trabalho, os elementos finitos que compõem as lajes são ligados ao centro de gravidade das vigas de apoio, assim, essa colaboração das lajes não é considerada.

As considerações da redução da rigidez à torção das vigas, aplicação das forças do vento e utilização de trechos rígidos no encontro entre pilares e vigas são as mesmas que aquelas feitas para o modelo de pórtico espacial sem lajes.

### 3.1.5 Análise de 2ª ordem

Nesta etapa do trabalho (Estudo B), verifica-se a diferença entre diferentes métodos realizados para uma análise de 2ª ordem. Para isso, varia-se o número de pavimentos do edifício de dois em dois, de 5 pavimentos a 31 pavimentos.

As estruturas são modeladas por pórticos espaciais sem lajes, pois além de permitir uma análise tridimensional, não requer um grande esforço computacional como o modelo de pórtico espacial com lajes em elementos finitos.

Ao variar-se o número de pavimentos, algumas estruturas podem ser classificadas como de nós fixos enquanto outras de nós móveis. Assim, algumas das estruturas devem ter a NLF considerada, enquanto que em outras não. Porém, para permitir a comparação dos resultados obtidos, a não linearidade física é considerada de maneira aproximada, com a redução da rigidez à flexão dos elementos conforme o item 2.4. A única exceção é o cálculo do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , cuja formulação requer o uso da rigidez total dos elementos estruturais.

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  são utilizados para identificar se a estrutura analisada é de nós móveis ou de nós fixos. Visto que são métodos diferentes, pode haver alguma divergência entre as classificações obtidas por ambos. Procura-se verificar se há ou não essa divergência para os edifícios estudados neste trabalho.

A não linearidade geométrica é avaliada com o método de majoração das ações horizontais pelo coeficiente  $\gamma_z$ , pelo processo P- $\Delta$  e pelo método rigoroso. Adicionalmente, é realizada uma análise linear sem NLG. Nessa, apenas a NLF é considerada de maneira simplificada.

### 3.1.5.1 Determinação do parâmetro de instabilidade $\alpha$

A determinação do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  é feita pelo método do pilar equivalente. Para tal, forças horizontais são aplicadas no topo dos edifícios, ao nível da cobertura. As forças são divididas da seguinte forma:

- Na direção x, uma força total de 1000 kN é dividida igualmente entre os pilares P1, P7 e P13;
- Na direção y, uma força total de 1000 kN é dividida igualmente entre os pilares P13, P14, P15, P16, P17 e P18.

Em seguida, os deslocamentos no topo são medidos e a rigidez do pilar equivalente é obtida pela Equação 7, sendo a força  $F$  igual a 1000 kN. Com isso, o parâmetro  $\alpha$  é calculado pela Equação 4. O edifício é de nós móveis se o valor de  $\alpha$  for superior a 0,5.

### 3.1.5.2 Processo Simplificado

O processo simplificado consiste na majoração das ações horizontais por um coeficiente igual a  $0,95\gamma_z$

Com o intuito de determinar o coeficiente  $\gamma_z$ , é realizada, para cada combinação considerada, uma análise linear da estrutura. Nessa análise, considera-se apenas a NLG de maneira simplificada. A Combinação 2 e a Combinação 3 são adotadas. Nessas combinações, a ação do vento é tomada como ação variável secundária. Outras combinações poderiam ser utilizadas, no entanto, pode ser mostrado que os maiores valores desse coeficiente são obtidos quando as ações verticais são admitidas como ações variáveis principais (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

Visto que essa análise é linear, é possível obter os deslocamentos horizontais que sejam causados exclusivamente pelas ações horizontais de maneira simples. Para isso, aplica-se o princípio da superposição dos efeitos, e toma-se apenas o incremento de deslocamentos verificados entre as combinações que admitem a ação do vento (Equações 18 e 19) e aquela que admite apenas ações verticais (Equação 17). Essa ação é necessária à determinação do momento de 2ª ordem ( $\Delta M_d$ ) no edifício.

Com o coeficiente  $\gamma_z$  determinado para cada edificação e combinação, a análise com a majoração dos esforços horizontais é realizada. Todos os esforços horizontais são multiplicados por  $0,95\gamma_z$ . Deste modo, a Combinação 2 e a Combinação 3 ficam reescritas pelas Equações 20 e 21, respectivamente.

$$F_d = 1,4 \cdot g + 1,4 \cdot q + 0,798 \cdot \gamma_{z,x} \cdot v_x \quad (20)$$

$$F_d = 1,4 \cdot g + 1,4 \cdot q + 0,798 \cdot \gamma_{z,y} \cdot v_y \quad (21)$$

### 3.1.5.3 Aplicação do processo P-Δ e método rigoroso

O processo P-Δ é adotado para todas as estruturas no programa SAP2000. Isto é feito criando, para cada combinação, um caso de carregamentos do tipo não linear, com a não linearidade geométrica calculada pelo método P-Delta. A Figura 30 ilustra essa opção.

**Figura 30 - Método P-Δ no SAP2000**

**Load Case Data - Nonlinear Static**

**Load Case Name:** P-Delta (Comb. 2) **Set Def Name** **Modify/Show...**

**Initial Conditions:**  
☒ Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State  
☐ Continue from State at End of Nonlinear Case  
 Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

**Modal Load Case:**  
 All Modal Loads Applied Use Modes from Case **MODAL**

**Loads Applied:**

| Load Type    | Load Name   | Scale Factor |
|--------------|-------------|--------------|
| Load Pattern | Acidentais  | 1,4          |
| Load Pattern | DEAD        | 1,4          |
| Load Pattern | Permanentes | 1,4          |
| Load Pattern | Vento-x     | 0,84         |

**Other Parameters:**  
 Load Application: Full Load **Modify/Show...**  
 Results Saved: Final State Only **Modify/Show...**  
 Nonlinear Parameters: Default **Modify/Show...**

**Analysis Type:**  
☐ Linear  
☒ Nonlinear  
☐ Nonlinear Staged Construction

**Geometric Nonlinearity Parameters:**  
☐ None  
☒ P-Delta  
☐ P-Delta plus Large Displacements

**Mass Source:** Previous

**OK** **Cancel**

Fonte: O autor (2021)

É válido citar que o SAP2000 não considera o efeito P-Δ pelo método das forças laterais fictícias, mas por uma formulação matricial que leva em conta hipóteses distintas. O método das forças laterais fictícias parte do princípio de que os deslocamentos internos da barra são desprezíveis, ou seja, uma barra reta permanece reta após a aplicação das cargas. A formulação adotada no programa SAP2000, no entanto, admite que a barra deforma-se segundo uma equação polinomial do 3º grau (ou equação cúbica). Essa deformada é a mesma que surge em uma barra prismática submetida apenas a forças transversais concentradas, conforme teoria das vigas de Euler-Bernoulli.

O método rigoroso é realizado com um cálculo do tipo incremental-iterativo. A opção adotada no programa SAP2000 é a opção “*P-Delta plus Large Displacements*”. Com isso, o efeito de grandes deslocamentos é considerado e os deslocamentos do elemento são atualizados a cada iteração de cada etapa de incremento de carga. Neste trabalho, é adotado o controle de força, com critério de convergência igual a  $10^{-4}$ . A Figura 31 mostra a adoção do método rigoroso, como descrito, no SAP2000.

**Figura 31 - Método rigoroso no SAP2000**

**Load Case Data - Nonlinear Static**

Load Case Name: Rigoroso (Comb. 2) [Set Def Name] [Modify/Show...]

Load Case Type: Static [Design...]

**Initial Conditions**

☒ Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State

☐ Continue from State at End of Nonlinear Case [v]

Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

**Modal Load Case**

All Modal Loads Applied Use Modes from Case [MODAL v]

**Loads Applied**

| Load Type    | Load Name   | Scale Factor |
|--------------|-------------|--------------|
| Load Pattern | Acidentais  | 1,4          |
| Load Pattern | DEAD        | 1,4          |
| Load Pattern | Permanentes | 1,4          |
| Load Pattern | Vento-x     | 0,84         |

[Add] [Modify] [Delete]

**Analysis Type**

☐ Linear

☒ Nonlinear

☐ Nonlinear Staged Construction

**Geometric Nonlinearity Parameters**

☐ None

☐ P-Delta

☒ P-Delta plus Large Displacements

**Mass Source**

[Previous v]

**Other Parameters**

Load Application: Full Load [Modify/Show...]

Results Saved: Final State Only [Modify/Show...]

Nonlinear Parameters: User Defined [Modify/Show...]

[OK] [Cancel]

Fonte: O autor (2021)

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos. Os resultados serão divididos de acordo com o estudo realizado, se para o Estudo A ou para o Estudo B. Ao longo da apresentação, as discussões pertinentes serão realizadas, procurando relacionar os dados aos objetivos propostos para o trabalho.

### 4.1 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS ESTRUTURAIS

Na comparação entre os modelos estruturais, são analisados os pilares da estrutura. Deles, são verificados os esforços normais e os momentos fletores.

Visto que o modelo clássico de vigas contínuas e o modelo vigas contínuas com apoios elásticos não admitem aplicação de esforços horizontais, todos os casos que se refiram a eles consideram a Combinação 1, ou seja, aquela em que há apenas os esforços verticais na estrutura.

Algumas vezes, nesta seção, serão adotadas as siglas para os modelos estudados, conforme já realizado no Quadro 3.

#### 4.1.1 Esforços normais nos pilares

Os pilares da estrutura apresentaram esforços de compressão distintos em todos os pavimentos e em todos os modelos. No entanto, pôde-se perceber que as maiores discrepâncias ocorrem nos modelos mais simples: os modelos de vigas contínuas e de vigas contínuas com apoios elásticos. A Tabela 7 apresenta os resultados dos esforços de compressão nos pilares do pavimento térreo do edifício.

**Tabela 7 - Esforços de compressão nos pilares do térreo**

(continua)

| Pilar | VC       | VAE      | PP       | PE sem lajes | PE com lajes |
|-------|----------|----------|----------|--------------|--------------|
| P1    | 767,95   | 828,53   | 1.039,52 | 1.126,91     | 1.070,91     |
| P2    | 2.050,47 | 1.942,55 | 1.808,93 | 1.643,29     | 1.564,33     |
| P3    | 1.655,88 | 1.679,40 | 1.835,83 | 1.939,19     | 1.891,98     |
| P4    | 1.655,88 | 1.679,40 | 1.836,57 | 1.939,94     | 1.895,08     |
| P5    | 2.050,47 | 1.947,08 | 1.809,77 | 1.643,53     | 1.566,11     |
| P6    | 767,95   | 828,53   | 1.040,67 | 1.127,05     | 1.074,15     |
| P7    | 1.058,87 | 1.021,43 | 1.046,47 | 1.095,99     | 1.054,25     |
| P8    | 2.020,19 | 2.011,89 | 1.806,24 | 1.744,14     | 1.571,88     |
| P9    | 2.256,16 | 2.243,35 | 2.135,72 | 2.112,19     | 2.205,44     |
| P10   | 2.276,46 | 2.263,89 | 2.148,61 | 2.121,27     | 2.169,73     |

Tabela 7 – Esforços de compressão nos pilares do térreo

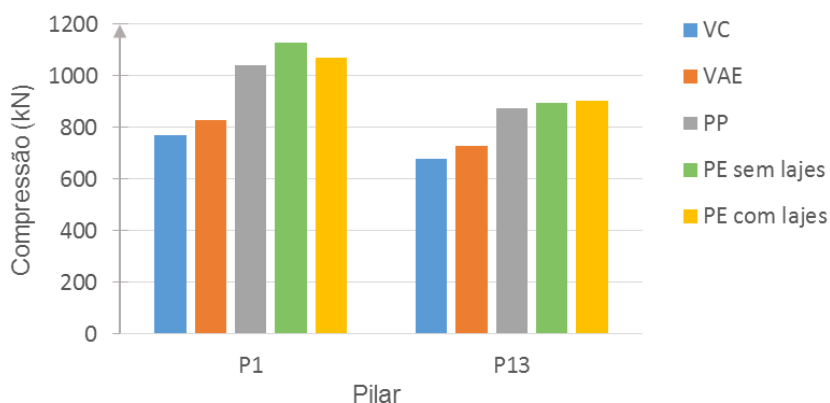
(continuação)

| Pilar | VC       | VAE      | PP       | PE sem lajes | PE com lajes |
|-------|----------|----------|----------|--------------|--------------|
| P11   | 2.019,57 | 2.012,08 | 1.807,75 | 1.744,96     | 1.571,02     |
| P12   | 1.059,02 | 1.021,57 | 1.046,57 | 1.096,13     | 1.056,56     |
| P13   | 678,20   | 729,67   | 873,35   | 893,19       | 904,76       |
| P14   | 1.533,56 | 1.491,23 | 1.355,50 | 1.292,18     | 1.286,04     |
| P15   | 1.630,24 | 1.684,53 | 1.737,94 | 1.756,27     | 1.669,45     |
| P16   | 1.630,24 | 1.684,53 | 1.737,57 | 1.757,31     | 1.679,77     |
| P17   | 1.533,56 | 1.486,83 | 1.354,51 | 1.293,97     | 1.287,13     |
| P18   | 678,20   | 729,67   | 872,16   | 894,50       | 905,04       |
| P19   | 207,94   | 225,03   | 328,73   | 335,56       | 319,58       |
| P20   | 207,94   | 225,03   | 328,50   | 335,62       | 321,04       |

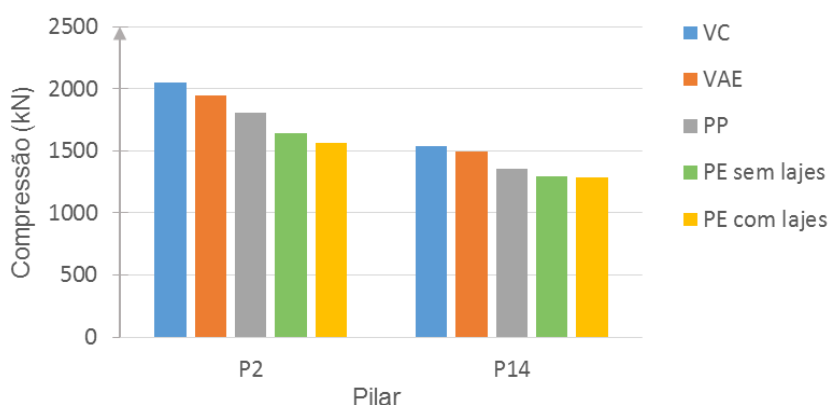
Fonte: O autor (2021)

Nos pilares do pavimento térreo, por exemplo, fica visível que o modelo clássico de vigas contínuas gera resultados de esforços de compressão reduzidos nos pilares mais ao canto do edifício. Em contrapartida, os pilares adjacentes têm seu esforço de compressão aumentado. O Gráfico 1 e o Gráfico 2 mostram os esforços de compressão nos pilares do térreo localizados mais ao canto da estrutura (P1 e P13) e adjacentes (P2 e P14) para cada modelo adotado. Os resultados dos pilares P6 e P18 são semelhantes aos seus simétricos, P1 e P13. O mesmo ocorre com os pilares P5 e P17, simétricos aos pilares P2 e P14.

Gráfico 1 - Compressão nos pilares P1 e P13



Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 2 - Compressão nos pilares P2 e P14**

Fonte: O autor (2021)

Esses mesmos gráficos ainda mostram que a consideração da rigidez dos pilares com as molas rotacionais aproxima um pouco mais os esforços de compressão dos resultados obtidos com os modelos mais sofisticados. Efetivamente, diminui os esforços que são superestimados, em relação aos modelos tridimensionais, e aumenta os subestimados. Essa maior proximidade, no entanto, não é expressiva. Isso é reforçado pelos dados apresentados na Tabela 8, que mostra a diferença percentual entre os esforços de compressão obtidos para os pilares do pavimento térreo. Nessa tabela, os valores tomados como referência para comparação vêm do modelo de pórtico espacial sem lajes. Devido à simetria do edifício, apenas os valores de uma metade da edificação são exibidos.

**Tabela 8 - Diferença dos esforços de compressão entre os modelos**

| Pilar      | VC     | VAE    | PP    | PE com lajes |
|------------|--------|--------|-------|--------------|
| <b>P1</b>  | -31,9% | -26,5% | -7,8% | -5,0%        |
| <b>P2</b>  | 24,8%  | 18,2%  | 10,1% | -4,8%        |
| <b>P3</b>  | -14,6% | -13,4% | -5,3% | -2,4%        |
| <b>P7</b>  | -3,4%  | -6,8%  | -4,5% | -3,8%        |
| <b>P8</b>  | 15,8%  | 15,4%  | 3,6%  | -9,9%        |
| <b>P9</b>  | 6,8%   | 6,2%   | 1,1%  | 4,4%         |
| <b>P13</b> | -24,1% | -18,3% | -2,2% | 1,3%         |
| <b>P14</b> | 18,7%  | 15,4%  | 4,9%  | -0,5%        |
| <b>P15</b> | -7,2%  | -4,1%  | -1,0% | -4,9%        |
| <b>P19</b> | -38,0% | -32,9% | -2,0% | -4,8%        |

Fonte: O autor (2021)

O modelo de vigas contínuas exibe esforços de compressão cerca de 32 % menores no pilares P1. Essa diferença cai para quase 26% quando os pilares são tomados como molas rotacionais, um valor ainda muito alto. Nos pilares P2, o valor excede em mais de 30 % dos

esforços calculados pelo modelo de pórtico espacial com lajes, caindo para quase 25 % quando as vigas são calculadas com apoios rotacionais elásticos. Situação semelhante é vista no pilar P13. Essa diferença pode ser explicada pelo fato de que as rigidezes dos pilares das extremidades não são corretamente consideradas na análise dos esforços nas vigas, aumentando a transferência de esforços das vigas para apoios intermediários.

O excesso de carga nos pilares P2 e P5 ainda tem outra motivação. O modelo de pórticos planos, por considerar a ligação entre vigas e pilares de maneira direta, bem como a ligação entre pavimentos, demonstra valores mais próximos ao modelos de pórtico espacial nos pilares. Em geral, a diferença é menor que 10 %. Contudo, o pilar P2 ainda mostra um valor que supera esse limite. O fato de que as vigas V101, V102 não foram calculadas compatibilizando os deslocamentos aumentou um pouco as reações em seus apoios intermediários (vigas V114 e V123). Isso ocorre porque os apoios indiretos foram tomados todos como rígidos quando, na realidade, apresentam algum deslocamento vertical, o que tenderia a distribuir um pouco mais reações entre os apoios. A Tabela 9 demonstra a condição descrita, por meio das reações de apoio para a viga V101 do 2º pavimento. Os modelos tridimensionais já realizam as compatibilizações dos deslocamentos das vigas. Os modelos simplificados (VC e VAE), bem como o modelo de pórticos planos não o fazem.

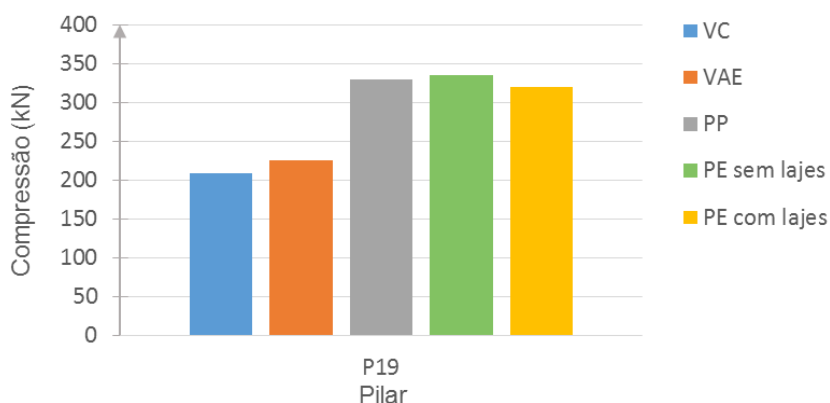
**Tabela 9 - Reações de apoio sobre a viga V101 (kN)**

| <b>Modelo</b>                                            | <b>V113</b> | <b>V114</b> | <b>V118</b> |
|----------------------------------------------------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>Modelos simplificados e modelo de pórticos planos</b> | 5,84        | 37,27       | 14,67       |
| <b>Pórtico espacial sem lajes</b>                        | 8,66        | 32,51       | 16,62       |
| <b>Pórtico espacial com lajes</b>                        | 5,89        | 14,65       | 7,59        |

Fonte: O autor (2021)

Outra demonstração da diferença da compatibilização dos deslocamentos nas vigas pode ser vista no caso dos pilares P19 e P20. As vigas V105, V108, V109 e V122 foram calculadas com compatibilização de deslocamentos no modelo de pórticos planos. Como consequência, as reações dessas vigas nos pilares citados foram maiores, aproximando seus resultados daqueles obtidos com os modelos tridimensionais (Gráfico 3).

Gráfico 3 - Compressão no pilar P19



Fonte: O autor (2021)

Quando comparados os dois modelos de pórtico espacial adotados, vê-se que, em geral, os esforços obtidos em ambos são próximos. No entanto, os esforços no pilar P8 diferem em cerca de 10%, conforme a Tabela 8. Isso pode ser decorrente das distribuições dos esforços das lajes sobre as vigas, pois o modelo sem as lajes em conjunto não leva em conta a flexibilidade das vigas para o cálculo das reações de apoio, aumentando-as em vigas que sirvam de apoios intermediários. Essa condição é semelhante a compatibilização de deformações observadas nas vigas V101 e V102.

É possível notar, também, que o modelo de pórtico espacial sem lajes apresenta esforços normais maiores que os obtidos do modelo com lajes em quase todos os pilares. De fato, a própria soma dos esforços normais em todos os pilares do térreo são maiores, não só no modelo de pórtico espacial sem lajes, mas em todos os outros modelos. Isso pode ser visto na Tabela 10, que apresenta a soma dos esforços verticais na base da edificação em cada modelo. O valor percentual para comparação é tomado do modelo de pórtico espacial com lajes em elementos finitos.

Tabela 10 - Esforços verticais totais na base da edificação

| Modelo                     | Esforço Vertical (kN) | Diferença Percentual (%) |
|----------------------------|-----------------------|--------------------------|
| Vigas Contínuas            | 27738,76              | 2,5%                     |
| Vigas com apoios elásticos | 27736,22              | 2,5%                     |
| Pórticos planos            | 27950,90              | 3,3%                     |
| Pórtico espacial sem lajes | 27893,17              | 3,1%                     |
| Pórtico espacial com lajes | 27064,23              | -                        |

Fonte: O autor (2021)

Essa relação encontrada nos esforços verticais vêm da utilização de tabelas para a determinação das reações de apoio pelo método das charneiras plásticas. Eventualmente, os valores de relações entre vão maior e menor em cada laje são aproximados para valores encontrados nas tabelas. As aproximações adotadas produzem uma mudança nas reações de apoio das lajes, fazendo com que a força vertical sobre as vigas calculadas com essas reações sejam diferentes daquelas obtidas diretamente das lajes. Portanto, essa diferença pode ser atenuada através da interpolação dos valores das tabelas ou através do cálculo exato das reações pelo método das charneiras plásticas.

Mesmo com as diferenças entre cada modelo, todos conseguiram trazer a informação sobre o nível de carregamento de cada pilar, diferenciando os mais carregados daqueles que são menos carregados.

Quando submetidos aos esforços de vento, alguns pilares da estrutura sofrem um aumento do esforço de compressão, enquanto outros sofrem alívio. A Tabela 11 apresenta os resultados da variação dos esforços de compressão nos pilares do térreo do edifício. Nessa tabela, valores positivos indicam aumento da compressão, enquanto que valores negativos indicam alívio dos esforços naquele pilar. Essas variações são calculados com base nas Combinações 2 e 3 em relação à Combinação 1. A escolha do pavimento térreo ocorre porque, em relação a esse pavimento, o momento de tombamento do edifício devido ao vento é máximo.

**Tabela 11 - Variação de esforços normais nos pilares devido ao vento (kN)**

(continua)

| <b>Pilar</b> | <b>Combinação 2 (Vento em x)</b> |                     |                     | <b>Combinação 3 (Vento em y)</b> |                     |                     |
|--------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|
|              | <b>PP</b>                        | <b>PE sem lajes</b> | <b>PE com lajes</b> | <b>PP</b>                        | <b>PE sem lajes</b> | <b>PE com lajes</b> |
| <b>P1</b>    | -22,59                           | -19,60              | -15,92              | 66,84                            | 58,38               | 52,64               |
| <b>P2</b>    | -20,86                           | -19,05              | -17,62              | 20,92                            | 29,70               | 30,52               |
| <b>P3</b>    | -59,62                           | -57,61              | -50,24              | 57,12                            | 53,06               | 51,72               |
| <b>P4</b>    | 59,88                            | 57,61               | 50,46               | 56,62                            | 53,06               | 51,82               |
| <b>P5</b>    | 21,00                            | 19,05               | 17,68               | 20,34                            | 29,70               | 30,63               |
| <b>P6</b>    | 22,18                            | 19,60               | 15,93               | 63,84                            | 58,38               | 52,73               |
| <b>P7</b>    | -16,41                           | -17,44              | -15,09              | 14,62                            | 14,12               | 12,50               |
| <b>P8</b>    | 6,60                             | 2,93                | -1,99               | 9,18                             | 9,01                | 8,75                |
| <b>P9</b>    | -11,15                           | -18,52              | -64,51              | 15,57                            | 16,07               | 33,46               |
| <b>P10</b>   | 11,27                            | 18,52               | 65,59               | 15,36                            | 16,07               | 33,53               |
| <b>P11</b>   | -6,29                            | -2,93               | 2,26                | 8,82                             | 9,01                | 8,85                |
| <b>P12</b>   | 15,98                            | 17,44               | 15,07               | 13,49                            | 14,12               | 12,55               |
| <b>P13</b>   | -21,20                           | -21,69              | -20,67              | -81,24                           | -71,18              | -63,85              |
| <b>P14</b>   | -18,97                           | -17,59              | -16,52              | -23,31                           | -30,98              | -33,22              |

Tabela 11 – Variação de esforços normais nos pilares devido ao vento (kN)

(continuação)

| Pilar      | Combinação 2 (Vento em x) |              |              | Combinação 3 (Vento em y) |              |              |
|------------|---------------------------|--------------|--------------|---------------------------|--------------|--------------|
|            | PP                        | PE sem lajes | PE com lajes | PP                        | PE sem lajes | PE com lajes |
| <b>P15</b> | -59,10                    | -59,19       | -54,83       | -64,65                    | -59,35       | -75,99       |
| <b>P16</b> | 59,16                     | 59,18        | 55,81        | -63,97                    | -59,35       | -75,83       |
| <b>P17</b> | 19,01                     | 17,59        | 16,70        | -22,37                    | -30,98       | -33,15       |
| <b>P18</b> | 21,10                     | 21,69        | 20,59        | -77,11                    | -71,19       | -63,84       |
| <b>P19</b> | -8,74                     | -8,84        | -9,66        | -15,04                    | -18,82       | -18,79       |
| <b>P20</b> | 8,74                      | 8,84         | 9,76         | -15,03                    | -18,82       | -18,76       |

Fonte: O autor (2021)

É perceptível que os modelos concordam na identificação dos pilares que sofrem alívio ou aumento de cargas. A exceção ocorre nos pilares P8 e P11 na combinação 2, todavia esses são os pilares nos quais ocorrem as menores variações.

De fato, a disposição geométrica dos pilares na estrutura, especialmente na direção de incidência do vento, influencia muito o sinal da variação de esforços normais. A associação de pórticos planos conseguiu manter as informações sobre essa disposição geométrica e gerar resultados compatíveis com aqueles obtidos nos modelos tridimensionais. Cabe enfatizar que os pilares P19 e P20 não pertencem a pórtico plano algum. Para simplificar, eles poderiam ser considerados como estrutura contraventada, e não participar da avaliação dos esforços do vento. No entanto, a possibilidade de realizar a compatibilização de deslocamentos verticais das vigas às quais servem de apoio permitiu que eles fossem associados aos pórticos planos da estrutura. Essa compatibilização em conjunto com a utilização dos trechos horizontais rígidos, que de certa forma compatibilizam os deslocamentos horizontais, foram suficientes para definir a posição geométrica desses pilares para efeito de determinação dos esforços gerados pelo vento. Dessa maneira, foi possível obter resultados compatíveis com os modelos tridimensionais nesses pilares.

Quando analisadas, as variações de carga diferem bastante entre os modelos. Isso ocorre porque a magnitude dessas variações é pequena em relação ao porte da estrutura. Esse caso é melhor percebido quando são comparados aos esforços normais nos pilares decorrentes exclusivamente das ações verticais na estrutura (Combinação 1), como mostrado na Tabela 12. Todavia, vale lembrar que os alívios e aumentos de cargas nos pilares seriam proporcionalmente maiores nas combinações em que o vento é tomado como ação variável principal, o que não foi realizado neste trabalho. Ainda assim, essa tabela mostra que a relação entre esforço devido ao

vento e esforço devido às ações verticais são semelhantes em todos os modelos. As maiores discrepâncias ocorrem nos pilares P9 e P10, com relação em torno de 0,5 % para o modelo de pórticos planos e 0,9 % no modelo de pórtico espacial sem lajes contra quase 3% para o modelo de pórtico espacial com lajes, para o caso da combinação 2.

**Tabela 12 - Relação entre o esforço normal devido ao vento e às ações verticais nos pilares**

| <b>Pilar</b> | <b>Combinação 2 (Vento em x)</b> |                     |                     | <b>Combinação 3 (Vento em y)</b> |                     |                     |
|--------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|
|              | <b>PP</b>                        | <b>PE sem lajes</b> | <b>PE com lajes</b> | <b>PP</b>                        | <b>PE sem lajes</b> | <b>PE com lajes</b> |
| <b>P1</b>    | -2,2%                            | -1,7%               | -1,5%               | 6,4%                             | 5,2%                | 4,9%                |
| <b>P2</b>    | -1,2%                            | -1,2%               | -1,1%               | 1,2%                             | 1,8%                | 2,0%                |
| <b>P3</b>    | -3,2%                            | -3,0%               | -2,7%               | 3,1%                             | 2,7%                | 2,7%                |
| <b>P4</b>    | 3,3%                             | 3,0%                | 2,7%                | 3,1%                             | 2,7%                | 2,7%                |
| <b>P5</b>    | 1,2%                             | 1,2%                | 1,1%                | 1,1%                             | 1,8%                | 2,0%                |
| <b>P6</b>    | 2,1%                             | 1,7%                | 1,5%                | 6,1%                             | 5,2%                | 4,9%                |
| <b>P7</b>    | -1,6%                            | -1,6%               | -1,4%               | 1,4%                             | 1,3%                | 1,2%                |
| <b>P8</b>    | 0,4%                             | 0,2%                | -0,1%               | 0,5%                             | 0,5%                | 0,6%                |
| <b>P9</b>    | -0,5%                            | -0,9%               | -2,9%               | 0,7%                             | 0,8%                | 1,5%                |
| <b>P10</b>   | 0,5%                             | 0,9%                | 3,0%                | 0,7%                             | 0,8%                | 1,5%                |
| <b>P11</b>   | -0,3%                            | -0,2%               | 0,1%                | 0,5%                             | 0,5%                | 0,6%                |
| <b>P12</b>   | 1,5%                             | 1,6%                | 1,4%                | 1,3%                             | 1,3%                | 1,2%                |
| <b>P13</b>   | -2,4%                            | -2,4%               | -2,3%               | -9,3%                            | -8,0%               | -7,1%               |
| <b>P14</b>   | -1,4%                            | -1,4%               | -1,3%               | -1,7%                            | -2,4%               | -2,6%               |
| <b>P15</b>   | -3,4%                            | -3,4%               | -3,3%               | -3,7%                            | -3,4%               | -4,6%               |
| <b>P16</b>   | 3,4%                             | 3,4%                | 3,3%                | -3,7%                            | -3,4%               | -4,5%               |
| <b>P17</b>   | 1,4%                             | 1,4%                | 1,3%                | -1,7%                            | -2,4%               | -2,6%               |
| <b>P18</b>   | 2,4%                             | 2,4%                | 2,3%                | -8,8%                            | -8,0%               | -7,1%               |
| <b>P19</b>   | -2,7%                            | -2,6%               | -3,0%               | -4,6%                            | -5,6%               | -5,9%               |
| <b>P20</b>   | 2,7%                             | 2,6%                | 3,0%                | -4,6%                            | -5,6%               | -5,8%               |

Fonte: O autor (2021)

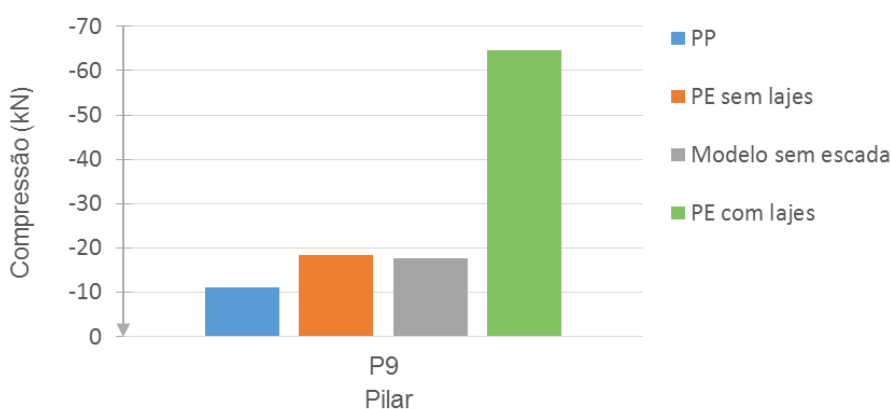
Os pilares P9 e P10 apresentam um caso, no mínimo, curioso. As variações das cargas nesses pilares são muito distantes no modelo PE com lajes em relação aos outros dois. Na Combinação 2, esses valores são, em módulo, cerca de 11kN para o modelo de pórticos planos, 18 kN para o modelo de pórtico espacial sem lajes e cerca de 65 kN no modelo com lajes. Na Combinação 3 há uma diferença também, porém um pouco menor. Nesse caso, as variações são em torno de 15 kN para os modelos de pórticos planos e pórtico espacial sem lajes. O modelo com lajes alcança aproximadamente 33 kN.

Os pilares P9 e P10 localizam-se no entorno da escada, na região dos trechos inclinados. Visto que, no modelo de pórtico espacial com lajes, a escada é modelada em elementos finitos do tipo placa, ela acaba servindo um elemento de transição entre os pavimentos, além dos pilares, alterando a distribuição dos esforços naquela região. A influência da escada é ainda

mais evidenciada quando se realiza uma análise de pórtico espacial sem sua modelagem em conjunto, apenas com as lajes em elementos finitos do tipo placa. Isso foi feito neste trabalho apenas para os casos específicos descritos e somente os resultados dos pilares P9 e P10 foram coletados.

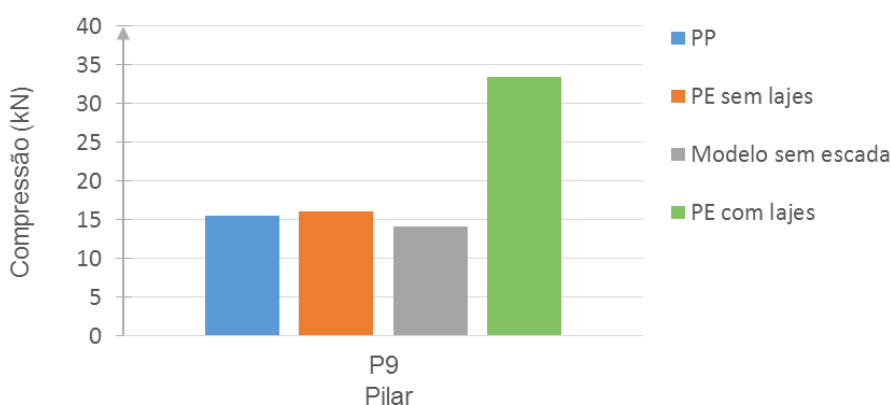
Quando a escada é desconsiderada, o pilar P9 apresenta, na Combinação 2, um alívio no esforço de compressão igual a 17,73 kN. O pilar P10 apresenta o mesmo valor, porém de sobrecarga. Quando a Combinação 3 é considerada, ambos os pilares sofrem um acréscimo de carga de 14,20 kN. Os Gráficos 4 e 5 mostram que desconsiderar a escada aproximou os resultados daqueles obtidos nos modelos de pórticos planos e pórtico espacial sem lajes.

**Gráfico 4 – Variação de esforços normais no pilar P9 (Combinação 2)**



Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 5 - Variação de esforços normais no pilar P9 (Combinação 3)**



Fonte: O autor (2021)

O comportamento descrito para os pilares P9 e P10 e a influência da escada na distribuição dos esforços devido ao vento requerem uma investigação mais profunda que,

porém, está além do escopo deste trabalho. Ainda assim, para o edifício aqui analisado, a influência da ação do vento nos esforços normais dos pilares foram pequenos.

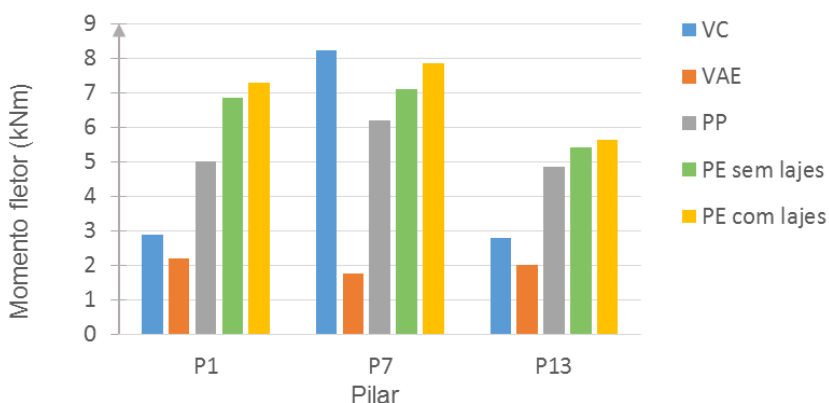
#### **4.1.2 Esforços de flexão nos pilares**

Nesta seção serão analisados os momentos fletores de 1ª ordem nos pilares. Em geral, esses esforços são divididos em momentos de topo ou momentos de base do pilar. Aqui, os resultados de momento de topo e base foram semelhantes. Assim, as análises descritas a seguir foram realizadas apenas com os momentos de topo dos pilares. As direções dos momentos são definidas a partir dos eixos disponíveis na Figura 17.

O modelo de vigas contínuas só apresenta momentos nos pilares em extremidades de vigas. Assim, apenas há apenas momentos nos pilares P1, P7 e P13, bem como em seus simétricos, os pilares P6, P12 e P18. Esses momentos só apareceram na direção x. Na direção y todos os pilares são atravessados por vigas, devido à presença do balanço das sacadas.

Percebe-se que o modelo de vigas contínuas acaba subestimando os esforços de flexão, mesmo nos pilares onde podem ser calculados. Isso pode ser visto no Gráfico 6, que apresenta os momentos de topo dos pilares P1, P7 e P13 no 2º pavimento. Nos pilares P1 e P13, os momentos fletores no topo do pilar, na direção x, calculados com esse modelo simplificado ficam em torno de 40% daqueles obtidos nos modelos tridimensionais. Já no pilar P7, o momento calculado por esse método ultrapassa todos os resultados obtidos com todos os outros modelos. Esse aumento ocorre por causa da rigidez das vigas que se apoiam nesses pilares na direção considerada. No pilar P7, a viga (V104) possui seção transversal com 12 cm x 40 cm. Já nos pilares P1 e P13, as vigas (V103 e V105) possuem seção com 20 cm x 60 cm. Assim, os coeficientes de rigidez das ligações no pilar P7 são maiores que nos pilares P1 e P13, aumentando os momentos no primeiro caso.

**Gráfico 6 - Momentos de topo na direção x dos pilares P1, P7 e P13 (2º pavimento)**



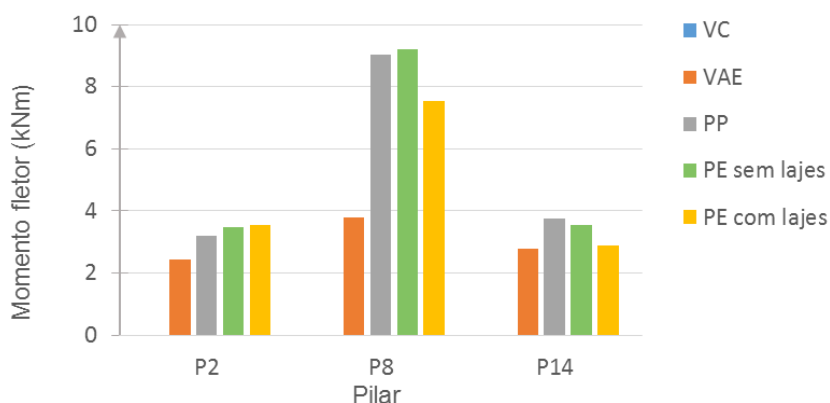
Fonte: O autor (2021)

É importante citar que esses valores no modelo de vigas contínuas só foram alcançados devido à correção dos momentos conforme Fusco (1985), o que foi mostrado na Figura 4. Do contrário, as relações encontradas seriam menores ainda, ou seja, o modelo subestimaria muito mais os resultados nos pilares P1 e P13 e passaria a subestimar no pilar P7. Da mesma maneira, essas relações são válidas para o 2º pavimento. Nos outros pavimentos as relações podem ser diferentes, como explicado adiante.

Ainda segundo o mesmo gráfico, o modelo de vigas contínuas com apoios elásticos não apresentou um aumento nos momentos desses pilares em relação ao modelo clássico. Ao contrário, reduziu em todos os 3, em especial no pilar P7. O modelo de pórticos planos também subestimou os resultados nesses pilares, apresentando valores em entre 70 % e 85% daqueles obtidos com os pórticos espaciais. Mesmo entre os modelos tridimensionais houve diferença, provavelmente, devido à forma como os esforços se distribuem nas vigas.

Os resultados dos pilares não situados em extremidades foram um pouco diferentes. Os momentos obtidos a partir do modelo de vigas contínuas com apoios elásticos se aproximaram mais dos modelos tridimensionais. O mesmo aconteceu com o modelo de pórticos planos, que se aproximou mais do modelo de pórtico espacial sem lajes. Novamente, os modelos tridimensionais divergiram, porém o modelo sem lajes apresentou momentos maiores dessa vez. O Gráfico 7 ilustra o caso descrito.

**Gráfico 7 - Momentos de topo na direção x dos pilares P2, P8 e P14 (2º pavimento)**

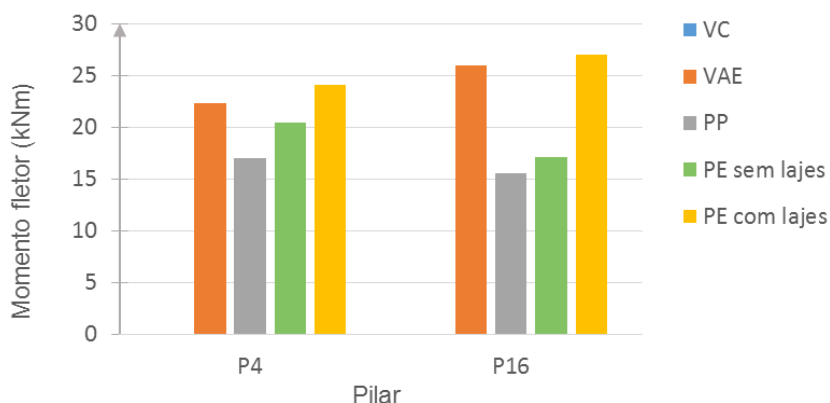


Fonte: O autor (2021)

Os resultados do Gráfico 6 e do 7 indicam que os momentos nos pilares de extremidade são mais sujeitos às variações das características dos pilares em cada modelo, pois não há a influência de continuidades das vigas, que tendem a absorver uma parte dos momentos nas ligações. Além disso, nota-se que há a presença de momentos mesmo em pilares de apoios intermediários, o que indica que as hipóteses adotadas para o modelo de vigas contínuas não são realistas, ignorando completamente a absorção dos esforços nesse tipo de pilar.

Mesmo o modelo VAE gerando valores de momentos menores que os demais modelos nos casos apresentados, seus resultados crescem bastante à medida que a rigidez do pilar considerado aumenta. Isso é válido, pois trechos mais rígidos da estrutura tendem a ser solicitados por uma parcela maior dos esforços internos. Como as únicas interações nesse modelo dizem respeito à viga analisada e aos pilares nos quais se apoia, há pouca influência da rigidez de outras vigas ou outros pavimentos do edifício. Nos pilares P4 e P16 (Gráfico 8), os quais possuem a direção x como aquela de maior rigidez, os momentos seguem o padrão descrito.

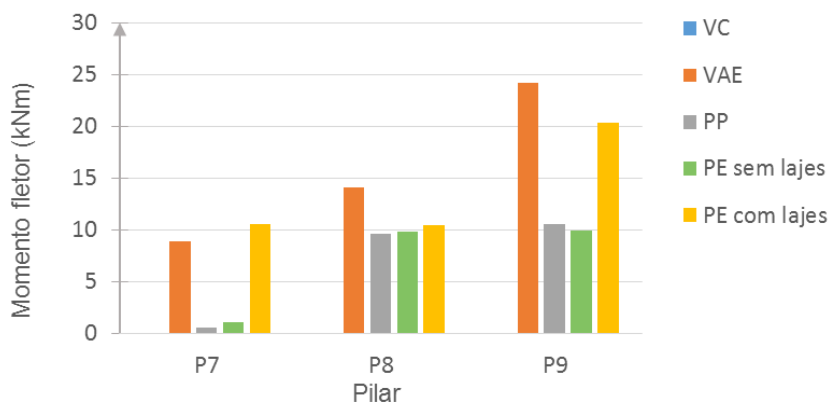
**Gráfico 8 - Momentos de topo na direção x dos pilares P4 e P16 (2º pavimento)**



Fonte: O autor (2021)

Essa ideia é reforçada quando se toma os momentos de topo na direção y, que é a direção na qual a maioria dos pilares apresentam maior rigidez. O Gráfico 9 ilustra esses momentos para os pilares P7, P8 e P9 no 2º pavimento.

**Gráfico 9 - Momentos de topo na direção y dos pilares P7, P8 e P9 (2º pavimento)**

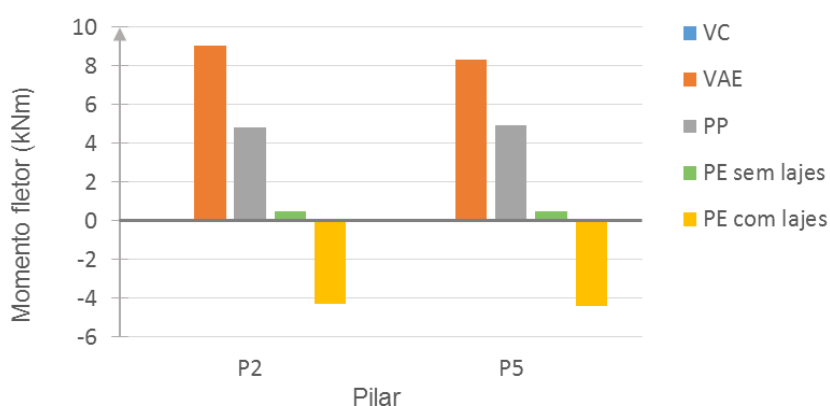


Fonte: O autor (2021)

Novamente os modelos tridimensionais divergem, mostrando que a forma como as reações de apoio das lajes são consideradas nas vigas altera a distribuição dos momentos entre os pilares. Além disso, o modelo de pórticos planos tende a se aproximar do modelo de pórtico espacial sem lajes. Isso era esperado, pois a principal diferença entre eles é a consideração de esforços de torção nas vigas cuja rigidez a esse esforço, nos modelos tridimensionais, foi reduzida a 15% da rigidez elástica. Contudo, essa não é a única diferença entre os modelos. A forma como vigas com apoios indiretos são consideradas também constitui um ponto de divergência entre ambos, em especial nos pilares próximos às sacadas do edifício, na direção y.

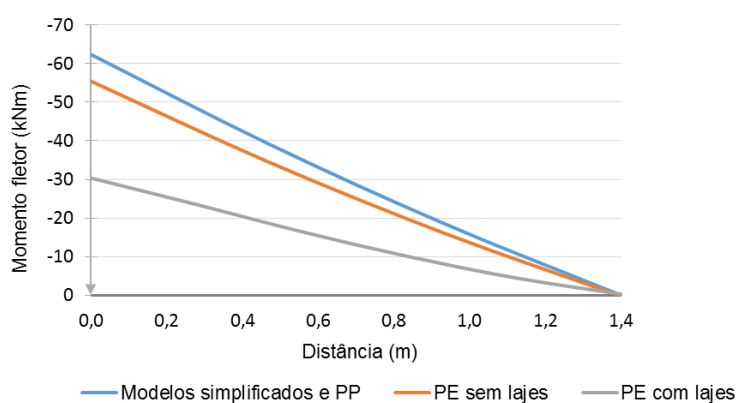
Um caso bem perceptível da influência das sacadas é visto nos pilares P2 e P5, seu simétrico (Gráfico 10). Devido à forma como as sacadas são consideradas, os momentos de topo na direção y variam entre os modelos. Nos modelos simplificados e no modelo de pórticos planos não há compatibilização de deslocamentos entre as vigas V101 e V102 e seus apoios. Já no modelo PE sem lajes há essa compatibilização, fazendo com que os esforços nos trechos das vigas V114 e V123 localizados nas sacadas sejam menores. No modelo PE com lajes, a compatibilização é feita, inclusive, com os deslocamentos das lajes, alterando a distribuição das cargas para as vigas nesses trechos mais deslocáveis do edifício. Como consequência, os momentos fletores nessas vigas junto aos pilares P2 e P5 são menores nesse modelo, diminuindo a influência desses trechos na determinação do momento fletor nos pilares considerados. Para ilustrar, o Gráfico 11 apresenta o diagrama de momento fletor da viga V114, no trecho P2-V101.

**Gráfico 10 - Momentos de topo na direção y dos pilares P2 e P5 (2º pavimento)**



Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 11 - Diagrama de momento fletor da viga V114 no trecho P2-V101 (2º pavimento)**

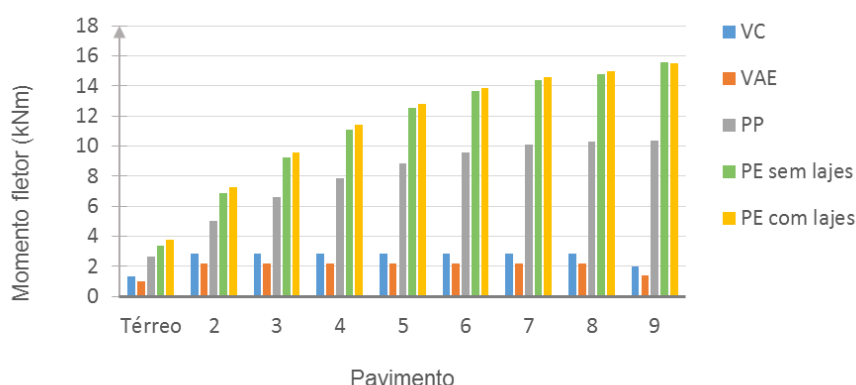


Fonte: O autor (2021)

Todas as discussões feitas até aqui, referem-se àquelas visualizadas em pavimentos isolados. Porém, é quando o momento fletor é analisado ao longo dos pavimentos do edifício que fica nítida a importância das interações entre eles.

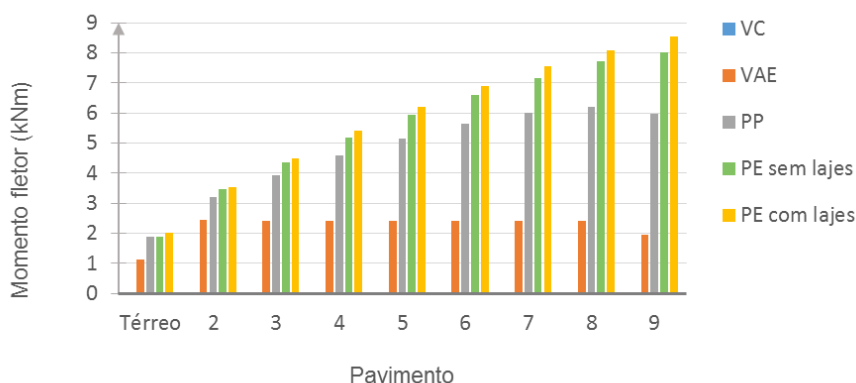
Na direção x, o momento de topo da maior parte dos pilares cresce à medida em que pavimentos em níveis mais altos são analisados. Entretanto, os modelos simplificados não conseguem reproduzir esse comportamento. De fato, os momentos de topo obtidos nesses modelos são praticamente constantes ao longo do edifício, alterando-se apenas no térreo, no 2º pavimento e no último pavimento devido à utilização dos esquemas estruturais distintos para consideração dos pilares nesses pavimentos. O modelo de pórticos planos demonstrou o comportamento de crescimento ao longo dos pavimentos semelhante aos modelos tridimensionais, porém subestimando os valores. Os Gráfico 12 e 13 ilustram, respectivamente, o comportamento descrito para os pilares P1, P2.

**Gráfico 12 - Momento de topo na direção x no pilar P1 ao longo dos pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

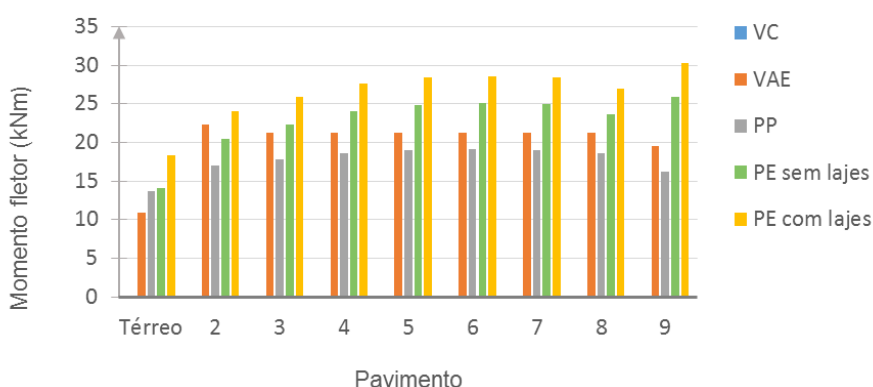
**Gráfico 13 - Momento de topo na direção x no pilar P2 ao longo dos pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

Nos pilares com maior rigidez, o crescimento dos momentos é menor que nos demais, parecendo quase constante. Por consequência, foi nesses pilares que o modelo VAE apresentou maior aproximação em relação aos modelos tridimensionais, não só no comportamento isolado, mas no comportamento ao longo dos pavimentos. Ainda assim, nos pavimentos mais altos, esse modelo simplificado apresentou valores de momentos menores que aqueles obtidos nos modelos com pórtico espacial. O Gráfico 14 apresenta essa variação para o pilar P4.

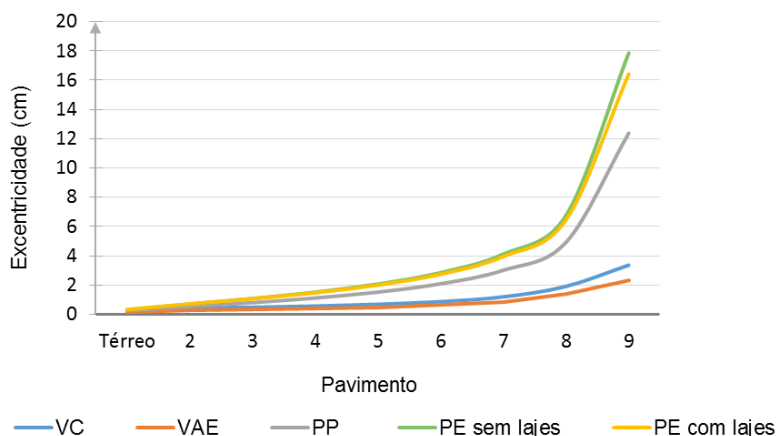
**Gráfico 14 - Momento de topo na direção x no pilar P4 ao longo dos pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

Como consequência dos aumentos nos momentos de topo ao longo do edifício, a excentricidade dos pilares cresce também. Na realidade, as excentricidades nos pilares já cresceriam devido à diminuição dos esforços normais ao longo de sua altura. Momentos fletores maiores geram excentricidades ainda maiores, pois fazem crescer a relação entre o momento e o esforço normal. O Gráfico 15 apresenta as excentricidades do pilar P1, calculadas na direção x para cada modelo estudado.

**Gráfico 15 - Excentricidade no pilar P1 (direção x)**

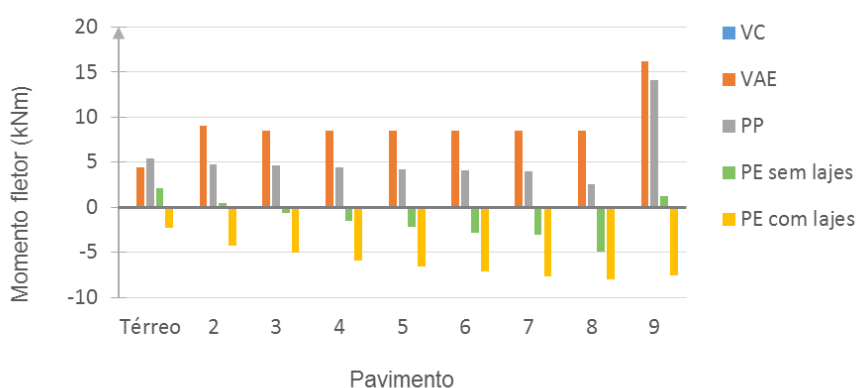


Fonte: O autor (2021)

Como já discutido, os métodos simplificados não conseguem acompanhar o crescimento da excentricidade mostrado nos demais modelos. O modelo de pórticos planos consegue apresentar um comportamento semelhante aos modelos tridimensionais, o que indica a importância da ligação entre os pavimentos na formação do fenômeno descrito. Ainda é possível ver um aumento muito grande na excentricidade do 9º pavimento em relação ao 8º. Esse aumento, no entanto, tem relação menor com a variação do momento fletor, pois há uma redução maior do esforço normal do pilar entre esses pavimentos. Isso decorre das menores ações verticais que agem na cobertura do edifício.

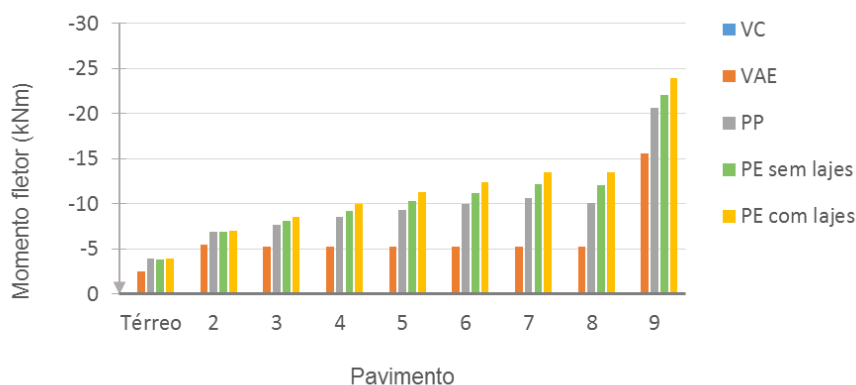
Já na direção y, há uma grande variabilidade de comportamentos, principalmente devido à presença das sacadas. Essa variabilidade é vista nos Gráficos 16, 17 e 18, que apresentam, respectivamente, os momentos de topo na direção y dos pilares P2, P3 e P7.

**Gráfico 16 - Momento de topo na direção y no pilar P2 ao longo dos pavimentos**

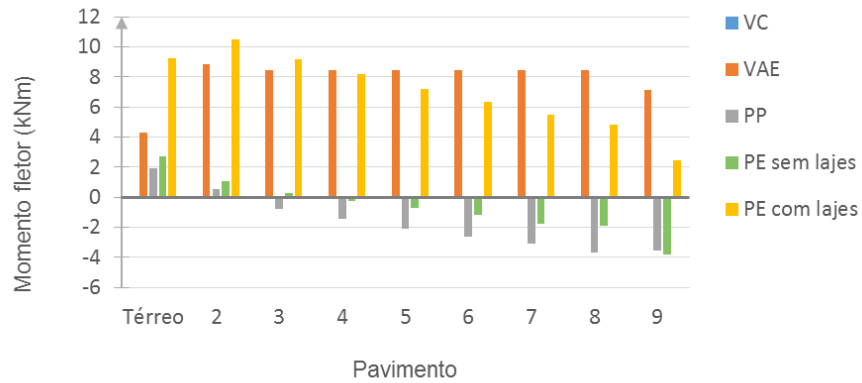


Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 17 - Momento de topo na direção y no pilar P3 ao longo dos pavimentos**

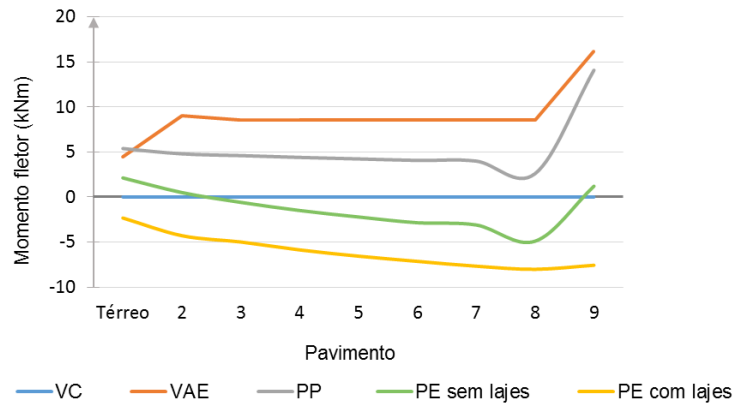


Fonte: O autor (2021)

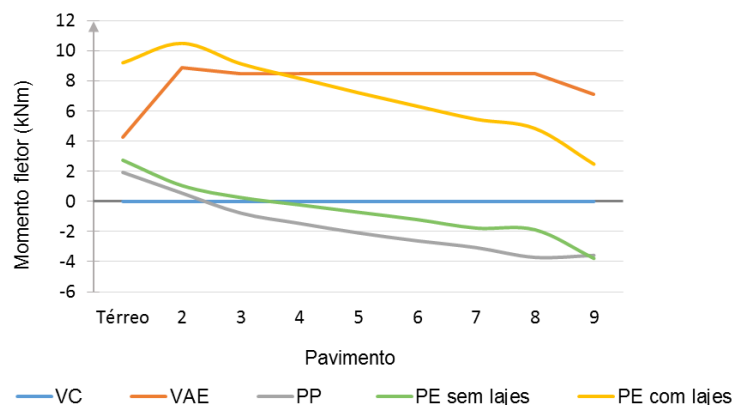
**Gráfico 18 - Momento de topo na direção y no pilar P7 ao longo dos pavimentos**

Fonte: O autor (2021)

Mesmo com a diferença vista entre os pilares na direção y, é possível notar que as tendências de crescimento ou redução dos momentos nos pilares ao longo dos pavimentos são semelhantes nos modelos de pórticos planos e tridimensionais, mostrando como a interação entre os pavimentos influencia muito a variação dos esforços ao longo da estrutura. Essa situação descrita é visualizada mais facilmente nos Gráficos 19 e 20, que apresentam os mesmos dados dos Gráficos 16 e 17, porém em formato de linha.

**Gráfico 19 - Variação do momento de topo na direção y no pilar P2**

Fonte: O autor (2021)

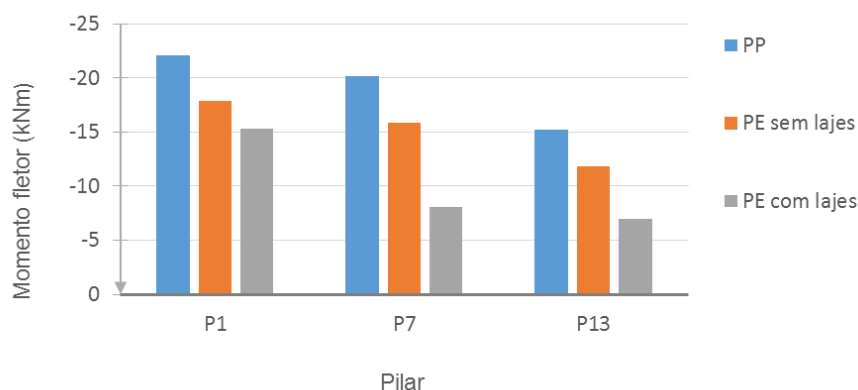
**Gráfico 20 - Variação do momento de topo na direção y no pilar P4**

Fonte: O autor (2021)

Até agora foram analisados os resultados obtidos com a consideração apenas das ações verticais, ou seja, na Combinação 1. O efeito do vento na estrutura é determinado nas combinações 2 e 3. Como o vento na direção x afetou pouco os momentos da direção y e vice-versa, os momentos na direção x apresentados adiante foram calculados na Combinação 2, e na Combinação 3 se forem momentos na direção y, exceto quando explicitamente dito o contrário.

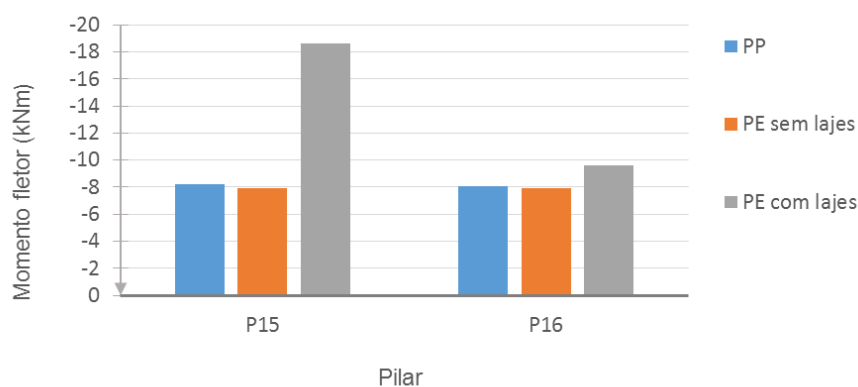
Nessas combinações com vento, os resultados obtidos dependem do pilar considerado. Em alguns casos, os momentos devido ao vento têm o mesmo sentido dos momentos gerados pelas ações verticais, enquanto que, em outros, os momentos têm sentidos opostos. Isso dificulta a comparação entre os modelos na obtenção dos esforços finais na estrutura. Ainda assim, algumas discussões podem ser feitas.

Nos pilares P1, P7 e P13 (Gráfico 21), os esforços de flexão, na combinação com o vento calculado na direção y (Combinação 3), foram maiores no modelo de pórticos planos em comparação aos demais modelos. Uma análise superficial levaria a crer que o modelo de pórticos planos superestima os esforços gerados por ações horizontais. Porém, há também outras possíveis motivações esse comportamento, tais como a diferença entre os momentos obtidos apenas com as ações verticais. O modelo de pórticos planos apresentou momentos fletores nesses pilares menores que os modelos tridimensionais, quando calculados na Combinação 1. Os momentos gerados nesses pilares pelos esforços de vento possuem sinal negativo. Em consequência, a combinação entre ambos gera valores mais negativos para o modelo de pórticos planos, produzindo uma interpretação que pode ser errônea.

**Gráfico 21 – Momento fletor de topo dos pilares P1, P7 e P13 no térreo (Combinação 3)**

Fonte: O autor (2021)

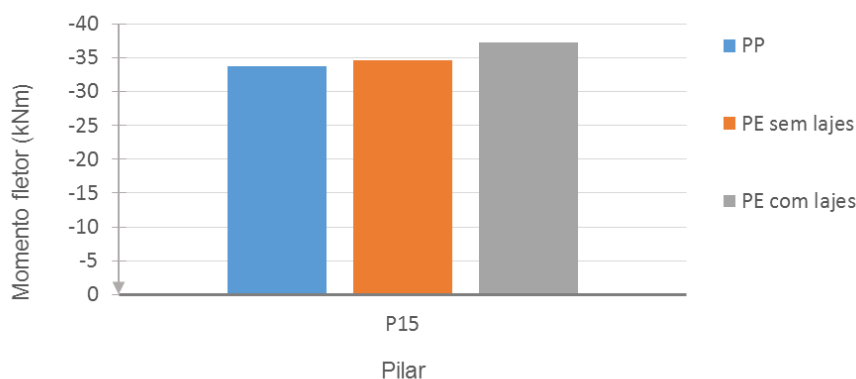
No pilar P15, o modelo PE com lajes mostrou um valor de momento fletor de topo muito alto em relação aos demais no pavimento térreo. Esse aumento é justificado pela presença da escada, cujo trecho no térreo acaba ligando o pilar P15 ao solo. Como o baldrame do edifício não considerado no modelo, esse trecho da escada foi ligado ao solo por meio de apoios simples, aumentando sua rigidez. O mesmo não acontece no pilar P16, que seria o simétrico ao P15, pois nele, o trecho da escada liga o pilar ao pavimento imediatamente superior. O Gráfico 22 apresenta os resultados nesses dois pilares.

**Gráfico 22 - Momento fletor de topo dos pilares P15 e P16 no térreo (Combinação 3)**

Fonte: O autor (2021)

Na direção x o momento de topo no pilar P15 não apresentou o comportamento descrito para a direção y, observado na Combinação 3 (Gráfico 22). Isso porque o trecho da escada que faz ligação com o térreo não está orientado nessa última direção. Os momentos de topo desse pilar calculados para a Combinação 2 podem ser vistos no Gráfico 23.

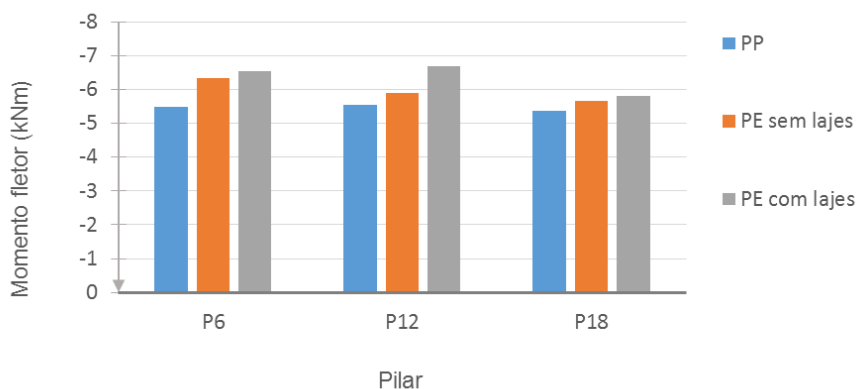
**Gráfico 23 - Momento fletor de topo do pilar P15 no térreo (Combinação 2)**



Fonte: O autor (2021)

Na direção x, ainda foi possível perceber uma certa diferença entre os modelos adotados, mesmo nos pilares onde os esforços de flexão gerados pelo vento possuem o mesmo sentido daqueles gerados pelas ações verticais. Ainda assim, essa diferença é menor que aquela vista na Combinação 1. Como exemplo dos pilares P6, P12 e P18, cujos momentos são apresentados no Gráfico 24.

**Gráfico 24 - Momentos fletores de topo dos pilares P16, P12 e P18 no térreo (Combinação 2)**

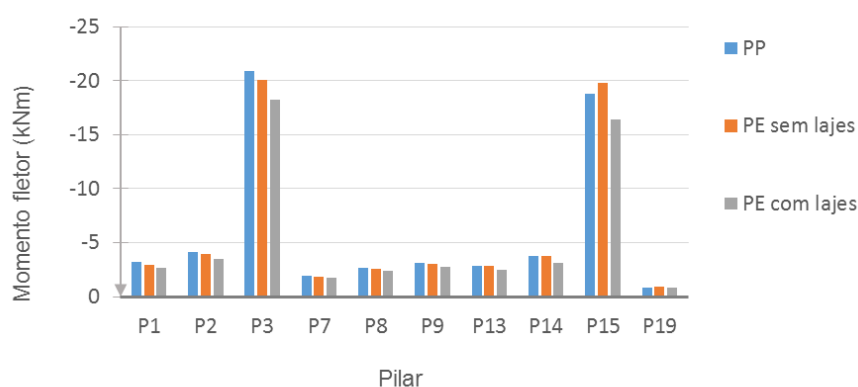


Fonte: O autor (2021)

Quando se analisam as Combinações 2 e 3 ao longo dos pavimentos da edificação, percebe-se que os efeitos do vento são maiores na base do edifício, diminuindo nos pavimentos mais altos. Isso vai de encontro ao comportamento visto na combinação 1, na qual os momentos crescem à medida que o nível dos pavimentos cresce. Assim, mesmo que os resultados obtidos com o modelo PP se aproximem um pouco mais dos modelos espaciais nos pilares do térreo, nos trechos de níveis mais altos dos pilares, o comportamento preponderante é aquele gerado pelas ações verticais. Isso não significa que os esforços devido ao vento são divergentes entre os modelos, mas que se tornam menos relevantes. De fato, o modelo PP superestimou os

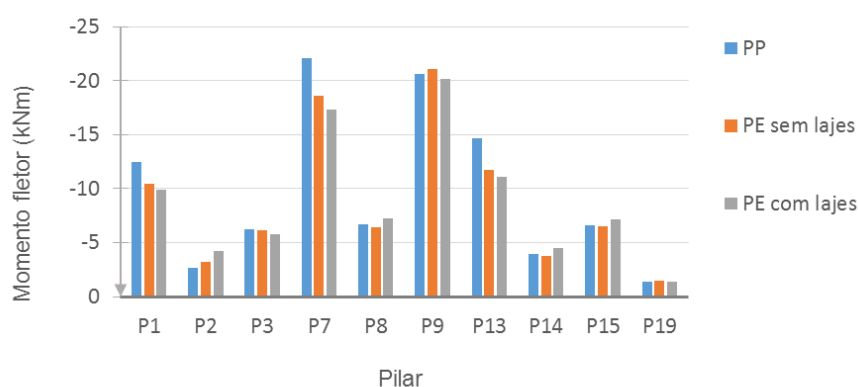
momentos gerados exclusivamente pelas ações horizontais em praticamente todos os pilares, quando comparado ao modelo de pórtico espacial com lajes. O mesmo ocorreu com o modelo tridimensional sem lajes em relação ao com lajes. Os Gráficos 25 e 26 mostram, respectivamente, os momentos gerados exclusivamente pelo vento na direção x e y nos pilares do térreo localizados na metade esquerda do edifício. Esses dados são pela diferença entre os esforços nas combinações que admitem as ações horizontais (Combinações 2 e 3) e aquela que apenas admite ações verticais (Combinação 1).

**Gráfico 25 - Momentos fletores gerados exclusivamente pelo vento nos pilares do térreo (Combinação 2)**



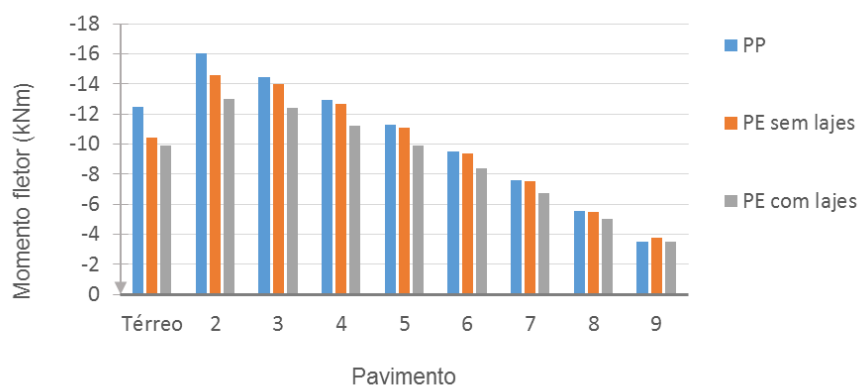
Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 26 - Momentos fletores gerados exclusivamente pelo vento nos pilares do térreo (Combinação 3)**

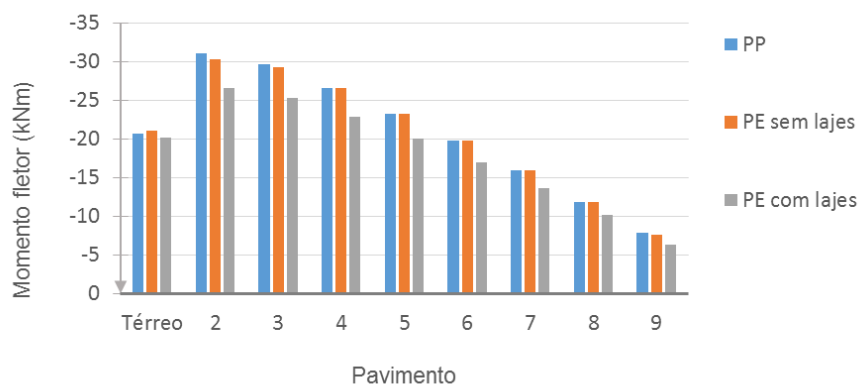


Fonte: O autor (2021)

As relações mostradas para o pavimento térreo, em geral, permanecem nos demais pavimentos do edifício. Como exemplo, podem ser tomados os valores dos esforços que surgem exclusivamente devido ao vento nos pilares P1 e P9, mostrados no Gráfico 27 e no Gráfico 28.

**Gráfico 27 - Momentos na direção y exclusivamente causados pelo vento no pilar P1 (Combinação 3)**

Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 28 - Momentos na direção y exclusivamente causados pelo vento no pilar P9 (Combinação 3)**

Fonte: O autor (2021)

Os dados apresentados nesta seção consideram as ações verticais como ações variáveis principais. É de se esperar que, em combinações nas quais o vento seja considerado como ação variável principal, as relações discutidas para os esforços devidos às ações horizontais tornem-se mais pronunciadas, com o modelo de pórticos planos aproximando-se ainda mais dos modelos tridimensionais.

## 4.2 ANÁLISE DOS EFEITOS GLOBAIS DE 2ª ORDEM

Nesta seção são analisados os resultados referentes aos parâmetros de instabilidade do edifício e os diferentes métodos para consideração da não linearidade geométrica da estrutura. Os esforços tomados para a comparação são aqueles que ocorrem nos pilares do edifício. Os momentos fletores observados são aqueles localizados nas bases dos pilares. Essa escolha, que

é diferente da adotada na seção anterior, tem por objetivo relacionar melhor os momentos fletores aos momentos de tombamento do edifício.

O estudo é feito em duas direções do edifício, que seguem os eixos apresentados na Figura 17. Aqui, os resultados que se refiram à direção x são calculados com a Combinação 2. Caso sejam referentes à direção y, são obtidos a partir da Combinação 3, assim como na seção anterior.

Algumas comparações realizadas necessitam dos esforços de 1ª ordem. Esses foram determinados com as análises lineares, considerando apenas a NLG de maneira aproximada, por meio da redução de rigidez das seções.

#### 4.2.1 Parâmetro $\alpha$ e Coeficiente $\gamma_z$

O parâmetro  $\alpha$  traz uma ideia qualitativa da relevância dos efeitos globais de segunda ordem na estrutura, permitindo sua classificação quanto à deslocabilidade de seus nós. O mesmo se aplica ao coeficiente  $\gamma_z$ , mas que traz uma ideia quantitativa também. A magnitude dos efeitos de segunda ordem pode ser diferente em cada direção da estrutura, consequentemente, os parâmetros obtidos também podem ser diferentes. Para o edifício estudado, os valores para os parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma_z$  em função do número de pavimentos estão dispostos na Tabela 13.

**Tabela 13 - Parâmetros de instabilidade global do edifício em função do número de pavimentos**

| Número de pavimentos | $\alpha_x$ | $\gamma_{z,x}$ | $\alpha_y$ | $\gamma_{z,y}$ |
|----------------------|------------|----------------|------------|----------------|
| 5                    | 0,28       | 1,03           | 0,27       | 1,03           |
| 7                    | 0,34       | 1,05           | 0,33       | 1,05           |
| 9                    | 0,40       | 1,07           | 0,39       | 1,07           |
| 11                   | 0,45       | 1,09           | 0,44       | 1,09           |
| 13                   | 0,50       | 1,11           | 0,50       | 1,11           |
| 15                   | 0,55       | 1,14           | 0,56       | 1,14           |
| 17                   | 0,60       | 1,16           | 0,62       | 1,17           |
| 19                   | 0,64       | 1,19           | 0,68       | 1,20           |
| 21                   | 0,69       | 1,22           | 0,74       | 1,24           |
| 23                   | 0,74       | 1,25           | 0,81       | 1,28           |
| 25                   | 0,79       | 1,29           | 0,88       | 1,33           |
| 27                   | 0,84       | 1,33           | 0,95       | 1,38           |
| 29                   | 0,89       | 1,38           | 1,03       | 1,45           |
| 31                   | 0,94       | 1,43           | 1,11       | 1,52           |

Fonte: O autor (2021)

Nota-se que ambos os parâmetros trouxeram classificações praticamente iguais à estrutura. Com efeito, todos os edifícios com menos de 13 pavimentos foram classificados como estruturas de nós fixos em todas as direções e segundo ambos os parâmetros.

No caso do edifício com 13 pavimentos, há uma condição limítrofe. Os parâmetros  $\alpha$ , nas duas direções, são iguais ao limite definido pela NBR 6118 (ABNT, 2014) de 0,5 para a classificação da estrutura. No caso do coeficiente  $\gamma_z$ , os valores obtidos são ligeiramente maiores que o limite de 1,1.

A semelhança entre os parâmetros nos casos mostrados indica que os limites definidos para eles de fato referem-se à uma mesma condição física da estrutura estudada. Ou seja, os valores de 0,5 para o parâmetro  $\alpha$  e de 1,1 para o coeficiente  $\gamma_z$  definem uma mesma classificação quanto à deslocabilidade dos nós de um edifício. Em teoria, definem o ponto a partir do qual os efeitos de 2ª ordem superam 10% dos efeitos de 1ª ordem.

#### 4.2.2 Momentos de tombamento no edifício

Um dos efeitos de segunda ordem na estrutura é o aumento do momento total de tombamento do edifício (1º e 2ª ordens). Esses momentos são, inclusive, utilizados na formulação do coeficiente  $\gamma_z$ .

É evidente que, à medida que o número de pavimentos de um edifício aumenta, maior é o momento de tombamento de primeira ordem, que, neste trabalho, é calculado apenas com os esforços horizontais gerados pelo vento. No entanto, como indicado pelos coeficientes  $\gamma_z$  mostrados na Tabela 13, a razão entre o momento de tombamento total e o momento de primeira ordem também cresce. A Tabela 14 mostra a relação entre os momentos de tombamento em relação à base do edifício na direção x, calculados com os diferentes métodos. Além disso, como comparação, os coeficientes  $\gamma_z$  também são mostrados.

**Tabela 14 – Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação à base do edifício na direção x**

(continua)

| Número de pavimentos | Processo Simplificado | Processo P- $\Delta$ | Processo Rigoroso | Coeficiente $\gamma_z$ |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------|------------------------|
| 5                    | 0,98                  | 1,03                 | 1,03              | 1,03                   |
| 7                    | 1,00                  | 1,05                 | 1,05              | 1,05                   |
| 9                    | 1,02                  | 1,07                 | 1,07              | 1,07                   |
| 11                   | 1,04                  | 1,09                 | 1,09              | 1,09                   |
| 13                   | 1,06                  | 1,11                 | 1,11              | 1,11                   |

**Tabela 14 – Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação à base do edifício na direção x**

(continuação)

| <b>Número de pavimentos</b> | <b>Processo Simplificado</b> | <b>Processo P-Δ</b> | <b>Processo Rigoroso</b> | <b>Coefficiente <math>\gamma_z</math></b> |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|--------------------------|-------------------------------------------|
| 15                          | 1,08                         | 1,14                | 1,14                     | 1,14                                      |
| 17                          | 1,10                         | 1,17                | 1,17                     | 1,16                                      |
| 19                          | 1,13                         | 1,20                | 1,20                     | 1,19                                      |
| 21                          | 1,16                         | 1,23                | 1,23                     | 1,22                                      |
| 23                          | 1,19                         | 1,26                | 1,26                     | 1,25                                      |
| 25                          | 1,23                         | 1,30                | 1,30                     | 1,29                                      |
| 27                          | 1,26                         | 1,35                | 1,35                     | 1,33                                      |
| 29                          | 1,31                         | 1,40                | 1,40                     | 1,38                                      |
| 31                          | 1,35                         | 1,45                | 1,45                     | 1,43                                      |

Fonte: O autor (2021)

Os resultados apresentados nessa tabela mostram que, nessa direção, não houve diferenças significativas entre o método rigoroso e o método P-Δ. Além disso a magnitude dos momentos de 2ª ordem em relação aos de 1ª ordem segue o coeficiente  $\gamma_z$ . De fato, as razões entre momento de tombamento total e de primeira ordem para as estruturas com até 15 pavimentos são iguais aos coeficientes  $\gamma_z$ .

A estrutura com 25 pavimentos possui  $\gamma_z$  igual a 1,29, valor próximo ao limite para a utilização do processo simplificado para determinação dos efeitos globais de segunda ordem. Ainda assim, a diferença entre o coeficiente  $\gamma_z$  e as razões calculadas com o método P-Δ e o método rigoroso são cerca de 0,01. Isso significa que a diferença entre o momento de tombamento de 2ª ordem calculado por esses métodos e a estimativa desse momento feita pelo coeficiente  $\gamma_z$  é de cerca de 1% do momento de 1ª ordem.

Como consequência dessa proximidade, o processo simplificado acaba subestimando o momento de tombamento total em relação à base do edifício, pois minora em 5% a estimativa dos momentos de 2ª ordem realizada pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Isso seria lógico, pois a NBR 6118 (ABNT, 2014) orienta que o processo simplificado majore as ações horizontais em  $0,95\gamma_z$ .

Na direção y, as razões entre momento total de tombamento e momento de 1ª ordem são apresentadas na Tabela 15.

**Tabela 15 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação à base do edifício na direção y**

| Número de pavimentos | Processo Simplificado | Processo P-Δ | Processo Rigoroso | Coefficiente $\gamma_z$ |
|----------------------|-----------------------|--------------|-------------------|-------------------------|
| 5                    | 0,98                  | 1,05         | 1,05              | 1,03                    |
| 7                    | 1,00                  | 1,08         | 1,08              | 1,05                    |
| 9                    | 1,02                  | 1,10         | 1,10              | 1,07                    |
| 11                   | 1,04                  | 1,13         | 1,13              | 1,09                    |
| 13                   | 1,06                  | 1,15         | 1,15              | 1,11                    |
| 15                   | 1,08                  | 1,19         | 1,19              | 1,14                    |
| 17                   | 1,11                  | 1,23         | 1,23              | 1,17                    |
| 19                   | 1,14                  | 1,27         | 1,27              | 1,20                    |
| 21                   | 1,17                  | 1,31         | 1,31              | 1,24                    |
| 23                   | 1,21                  | 1,37         | 1,37              | 1,28                    |
| 25                   | 1,26                  | 1,43         | 1,43              | 1,33                    |
| 27                   | 1,31                  | 1,49         | 1,49              | 1,38                    |
| 29                   | 1,37                  | 1,58         | 1,58              | 1,45                    |
| 31                   | 1,45                  | 1,67         | 1,67              | 1,52                    |

Fonte: O autor (2021)

Na direção y, o coeficiente  $\gamma_z$  acabou minorando mais o momento de tombamento de 2ª ordem. Isso ocorreu porque as estruturas já apresentavam deslocamentos horizontais nessa direção decorrentes de ações verticais. Como o coeficiente  $\gamma_z$  leva em consideração apenas os deslocamentos gerados pelas ações horizontais, seus resultados acabaram sendo menores nessa direção. A Tabela 16 mostra os deslocamentos no topo das estruturas com 7, 13, 19, 25 e 31 pavimentos. Todos esses são calculados com o modelo linear e na combinação 3, sendo evidenciados aqueles gerados exclusivamente por ações verticais.

**Tabela 16 - Deslocamento no topo dos edifícios na direção y segundo o modelo linear**

| Número de pavimentos | Deslocamento gerado por ações verticais (cm) | Deslocamento total (cm) |
|----------------------|----------------------------------------------|-------------------------|
| 7                    | 0,40                                         | 1,01                    |
| 13                   | 1,37                                         | 4,24                    |
| 19                   | 3,26                                         | 10,40                   |
| 25                   | 6,39                                         | 22,20                   |
| 31                   | 11,09                                        | 41,99                   |

Fonte: O autor (2021)

Ainda na direção y, o momento de tombamento calculado pelo método P-Δ e pelo método rigoroso não apresentam divergências perceptíveis. Isso indica que, para o edifício

analisado com os vários números de pavimentos, o principal efeito de não linearidade geométrica é o efeito P- $\Delta$ .

Quando os momentos de tombamento são medidos em um nível diferente da base da edificação, as relações encontradas se alteram. As Tabelas 17 e 18 mostram as razões entre os momentos finais e os momentos de 1ª ordem medidos em relação ao nível médio das edificações.

**Tabela 17 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação ao nível médio do edifício na direção x**

| Número de pavimentos | Processo Simplificado | Processo P- $\Delta$ | Processo Rigoroso | Coefficiente $\gamma_z$ |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------|-------------------------|
| 5                    | 0,98                  | 1,03                 | 1,03              | 1,03                    |
| 7                    | 1,00                  | 1,04                 | 1,04              | 1,05                    |
| 9                    | 1,02                  | 1,05                 | 1,05              | 1,07                    |
| 11                   | 1,04                  | 1,06                 | 1,06              | 1,09                    |
| 13                   | 1,06                  | 1,08                 | 1,08              | 1,11                    |
| 15                   | 1,08                  | 1,09                 | 1,09              | 1,14                    |
| 17                   | 1,10                  | 1,11                 | 1,11              | 1,16                    |
| 19                   | 1,13                  | 1,12                 | 1,12              | 1,19                    |
| 21                   | 1,16                  | 1,14                 | 1,14              | 1,22                    |
| 23                   | 1,19                  | 1,17                 | 1,17              | 1,25                    |
| 25                   | 1,23                  | 1,19                 | 1,19              | 1,29                    |
| 27                   | 1,26                  | 1,22                 | 1,22              | 1,33                    |
| 29                   | 1,31                  | 1,25                 | 1,25              | 1,38                    |
| 31                   | 1,35                  | 1,29                 | 1,29              | 1,43                    |

Fonte: O autor (2021)

**Tabela 18 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação ao nível médio do edifício na direção y**

(continua)

| Número de pavimentos | Processo Simplificado | Processo P- $\Delta$ | Processo Rigoroso | Coefficiente $\gamma_z$ |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------|-------------------------|
| 5                    | 0,98                  | 1,06                 | 1,06              | 1,03                    |
| 7                    | 1,00                  | 1,07                 | 1,07              | 1,05                    |
| 9                    | 1,02                  | 1,09                 | 1,09              | 1,07                    |
| 11                   | 1,04                  | 1,11                 | 1,11              | 1,09                    |
| 13                   | 1,06                  | 1,13                 | 1,13              | 1,11                    |
| 15                   | 1,08                  | 1,16                 | 1,16              | 1,14                    |
| 17                   | 1,11                  | 1,20                 | 1,20              | 1,17                    |
| 19                   | 1,14                  | 1,23                 | 1,23              | 1,20                    |
| 21                   | 1,17                  | 1,27                 | 1,27              | 1,24                    |
| 23                   | 1,21                  | 1,32                 | 1,32              | 1,28                    |

**Tabela 18 - Razão entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem em relação ao nível médio do edifício na direção y**

(continuação)

| Número de pavimentos | Processo Simplificado | Processo P-Δ | Processo Rigoroso | Coefficiente $\gamma_z$ |
|----------------------|-----------------------|--------------|-------------------|-------------------------|
| 25                   | 1,26                  | 1,38         | 1,38              | 1,33                    |
| 27                   | 1,31                  | 1,44         | 1,44              | 1,38                    |
| 29                   | 1,37                  | 1,52         | 1,52              | 1,45                    |
| 31                   | 1,45                  | 1,62         | 1,62              | 1,52                    |

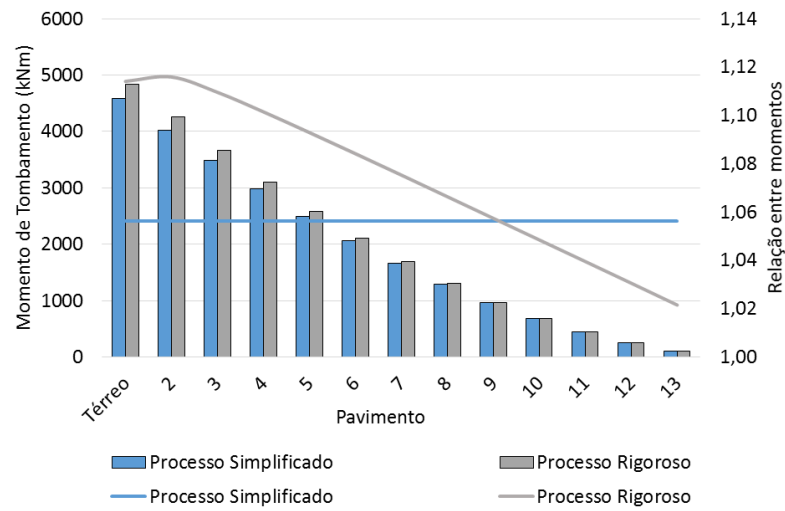
Fonte: O autor (2021)

Percebe-se que, em relação ao nível médio dos pavimentos, a razão entre o momento de tombamento final e o de 1ª ordem atingidas pelo processo rigoroso e o método P-Δ são menores que em relação à base. Como consequência, o coeficiente  $\gamma_z$  acaba sendo uma estimativa que, na direção x, majora os momentos de 2ª ordem nesse nível. De fato, esse parâmetro de instabilidade é único em todo o edifício, mas calculado com os esforços em relação à base. Portanto, não consegue captar as variações dos momentos de tombamento ao longo dos pavimentos das estruturas.

Na direção y tanto o coeficiente  $\gamma_z$  quanto o método simplificado trazem valores subestimados. Novamente, causados por seus métodos de cálculo, que não levam em conta os deslocamentos horizontais decorrentes de esforços verticais.

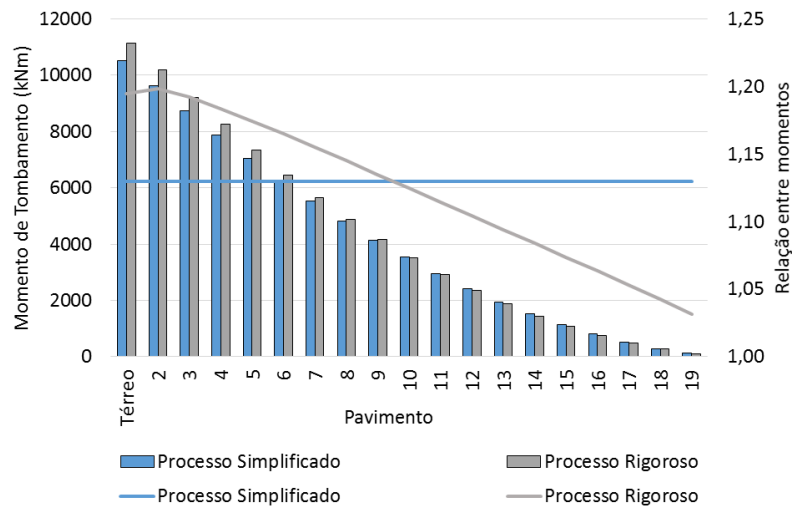
As razões entre momentos de tombamento final e de 1ª ordem nos edifícios, quando calculadas pelo método P-Δ ou método rigoroso, apresentam um pico no 2º pavimento. Após esse pavimento, apresenta uma tendência de queda até o último pavimento tipo. A relação obtida pelo método simplificado, no entanto, é constante ao longo dos pavimentos. A partir dessas relações, verifica-se que esse método tende a apresentar resultados menores nos pavimentos mais baixos e resultados maiores nos pavimentos mais altos. Essa diferença é tanto maior quanto maior for o número de pavimentos do prédio, e consequentemente, seu coeficiente  $\gamma_z$ . Porém, os maiores momentos de tombamento localizam-se exatamente nos pavimentos mais baixos. Assim, o método simplificado acaba trazendo resultados menores nos pavimentos mais críticos. Os Gráficos de 29 a 31 ilustram o caso para os edifícios com 13, 19 e 25 pavimentos. Neles são apresentados os momentos de tombamento, calculados pelo processo simplificado e pelo processo rigoroso em função do pavimento analisado. Além disso, o gráfico secundário em formato de linhas apresenta as razões entre momentos de tombamento total e de 1ª ordem calculados com esses métodos.

**Gráfico 29 - Momento de tombamento na direção x e razão entre momentos na estrutura com 13 pavimentos**



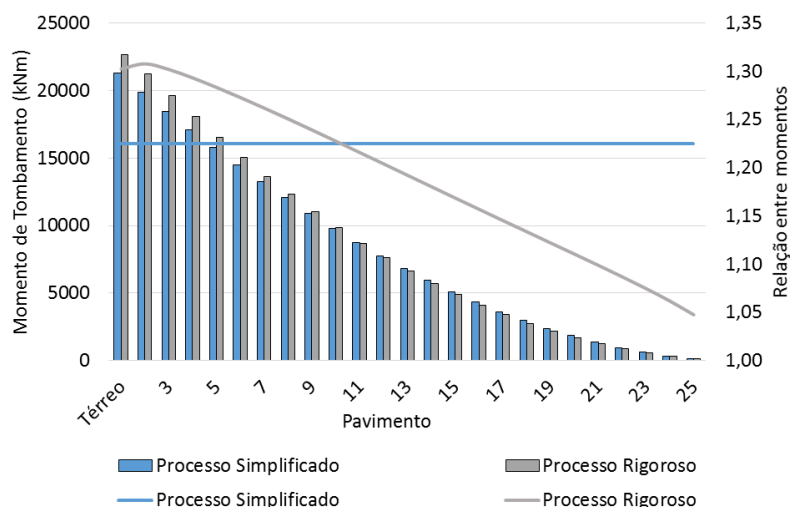
Fonte: O autor (2021)

**Gráfico 30 - Momento de tombamento na direção x e razão entre momentos na estrutura com 19 pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

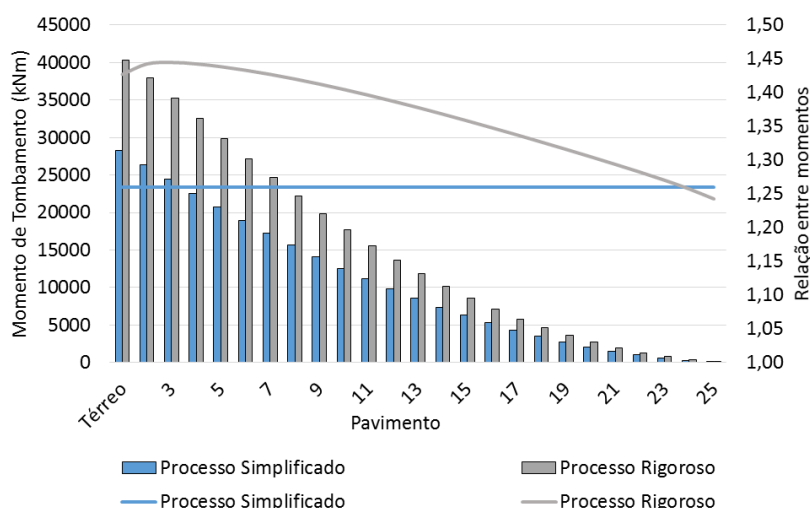
**Gráfico 31 - Momento de tombamento na direção x e razão entre momentos na estrutura com 25 pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

Na direção y, devido aos deslocamentos horizontais gerados por ações verticais, a razão entre os momentos calculados pelo método rigoroso foi muito superior àquela calculada com o processo simplificado. Isso é ilustrado no Gráfico 32.

**Gráfico 32 - Momento de tombamento na direção y e razão entre momentos na estrutura com 25 pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

#### 4.2.3 Deslocamento no topo do edifício

Outro efeito global de segunda ordem sobre o edifício é o aumento dos deslocamentos horizontais. Em especial, o deslocamento horizontal no topo do edifício.

Novamente, o deslocamento no topo cresce com o aumento do número de pavimentos. Assim, as comparações são feitas em relação ao deslocamento obtido com as análises lineares.

As Tabelas 19 e 20 apresentam, respectivamente para a direção x e y, as razões entre o deslocamento no topo do edifício, calculado com cada processo, e o deslocamento de 1ª ordem. Adicionalmente, é apresentado o coeficiente  $\gamma_z$ .

**Tabela 19 – Razão entre deslocamento final e deslocamento de 1ª ordem no topo do edifício na direção x**

| <b>Número de pavimentos</b> | <b>Processo Simplificado</b> | <b>Processo P-Δ</b> | <b>Processo Rigoroso</b> | <b>Coeficiente <math>\gamma_z</math></b> |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|--------------------------|------------------------------------------|
| 5                           | 0,99                         | 1,04                | 1,04                     | 1,03                                     |
| 7                           | 1,00                         | 1,06                | 1,06                     | 1,05                                     |
| 9                           | 1,01                         | 1,08                | 1,08                     | 1,07                                     |
| 11                          | 1,04                         | 1,10                | 1,10                     | 1,09                                     |
| 13                          | 1,06                         | 1,12                | 1,12                     | 1,11                                     |
| 15                          | 1,08                         | 1,15                | 1,15                     | 1,14                                     |
| 17                          | 1,11                         | 1,17                | 1,17                     | 1,16                                     |
| 19                          | 1,13                         | 1,20                | 1,20                     | 1,19                                     |
| 21                          | 1,15                         | 1,24                | 1,24                     | 1,22                                     |
| 23                          | 1,19                         | 1,27                | 1,27                     | 1,25                                     |
| 25                          | 1,23                         | 1,31                | 1,31                     | 1,29                                     |
| 27                          | 1,26                         | 1,36                | 1,36                     | 1,33                                     |
| 29                          | 1,31                         | 1,41                | 1,40                     | 1,38                                     |
| 31                          | 1,36                         | 1,46                | 1,46                     | 1,43                                     |

Fonte: O autor (2021)

**Tabela 20 - Razão entre deslocamento final e deslocamento de 1ª ordem no topo do edifício na direção y**

| <b>Número de pavimentos</b> | <b>Processo Simplificado</b> | <b>Processo P-Δ</b> | <b>Processo Rigoroso</b> | <b>Coeficiente <math>\gamma_z</math></b> |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|--------------------------|------------------------------------------|
| 5                           | 0,99                         | 1,03                | 1,03                     | 1,03                                     |
| 7                           | 1,00                         | 1,05                | 1,05                     | 1,05                                     |
| 9                           | 1,01                         | 1,07                | 1,07                     | 1,07                                     |
| 11                          | 1,02                         | 1,09                | 1,09                     | 1,09                                     |
| 13                          | 1,04                         | 1,11                | 1,11                     | 1,11                                     |
| 15                          | 1,06                         | 1,13                | 1,13                     | 1,14                                     |
| 17                          | 1,07                         | 1,16                | 1,16                     | 1,17                                     |
| 19                          | 1,10                         | 1,19                | 1,19                     | 1,20                                     |
| 21                          | 1,13                         | 1,23                | 1,23                     | 1,24                                     |
| 23                          | 1,15                         | 1,27                | 1,27                     | 1,28                                     |
| 25                          | 1,19                         | 1,31                | 1,31                     | 1,33                                     |
| 27                          | 1,22                         | 1,37                | 1,37                     | 1,38                                     |
| 29                          | 1,27                         | 1,43                | 1,43                     | 1,45                                     |
| 31                          | 1,32                         | 1,51                | 1,50                     | 1,52                                     |

Fonte: O autor (2021)

Percebe-se, pelos dados da Tabela 19 que na direção x, semelhantemente ao momento de tombamento na base do edifício, os resultados para deslocamento no topo segundo os métodos P- $\Delta$  e rigoroso são semelhantes à estimativa dada pelo coeficiente  $\gamma_z$ .

Com efeito, para os casos das estruturas com  $\gamma_z$  menor que 1,2, a diferença entre o  $\gamma_z$  e a razão entre deslocamentos final e de 1ª ordem no topo do edifício é de cerca de 1%. Essa diferença cresce para 2% para as estruturas com  $\gamma_z$  entre 1,2 e 1,4. Da mesma maneira, o processo simplificado acaba trazendo resultados menores para os deslocamentos no topo das edificações

Um fato importante de se notar é que, diferentemente dos resultados para o momento de tombamento, na direção y, as relações entre deslocamentos finais e de 1ª ordem no topo calculados a partir do processo P- $\Delta$  e do processo rigoroso trazem resultados próximos ao  $\gamma_z$ , conforme Tabela 20. Isso acontece porque os deslocamentos no topo dos edifícios causados por ações verticais são contabilizados no deslocamento de 1ª ordem, e é usado para a comparação com os esforços de 2ª ordem gerados pelos métodos estudados. O mesmo não acontece com o momento de tombamento gerado pelas ações verticais. Esses não são calculados, e o momento de tombamento de 1ª ordem para comparação resume-se àquele gerado pelo vento.

Esse tipo de resultado pode indicar que o coeficiente  $\gamma_z$  serve de estimativa para os efeitos de segunda ordem dos edifícios, mesmo quando há deslocamentos horizontais devido à ação de forças verticais, desde que seus efeitos sejam devidamente considerados no cálculo dos efeitos de 1ª ordem.

#### **4.2.4 Esforços normais nos pilares**

Uma parcela dos momentos de tombamento dos edifícios é absorvida por meio de esforços normais nos pilares. Em decorrência disso, as forças de compressão dos pilares se alteram, sendo maiores essas alterações quanto maiores forem os momentos de tombamento. No entanto, os efeitos globais de 2ª ordem nos esforços normais dos pilares não apresentaram a mesma magnitude dos efeitos globais sobre o momento de tombamento, quando comparados aos efeitos de 1ª ordem. A Tabela 21 apresenta a razão entre o esforço de compressão final (1ª e 2ª ordens) e aqueles calculados com a análise linear para cada pilar da estrutura com 25 pavimentos.

**Tabela 21 - Razão entre esforços de compressão final e de 1ª ordem nos pilares do térreo do edifício com 25 pavimentos**

| Pilar | Combinação 2 (vento na direção x) |              |                   | Combinação 3 (vento na direção y) |              |                   |
|-------|-----------------------------------|--------------|-------------------|-----------------------------------|--------------|-------------------|
|       | Processo simplificado             | Processo P-Δ | Processo rigoroso | Processo simplificado             | Processo P-Δ | Processo rigoroso |
| P1    | 0,98                              | 0,99         | 0,99              | 1,03                              | 1,06         | 1,06              |
| P2    | 0,99                              | 1,00         | 1,00              | 1,02                              | 1,03         | 1,03              |
| P3    | 0,99                              | 0,99         | 0,99              | 1,03                              | 1,04         | 1,04              |
| P4    | 1,01                              | 1,03         | 1,03              | 1,03                              | 1,04         | 1,04              |
| P5    | 1,01                              | 1,02         | 1,02              | 1,02                              | 1,03         | 1,03              |
| P6    | 1,01                              | 1,03         | 1,03              | 1,03                              | 1,06         | 1,06              |
| P7    | 0,99                              | 0,98         | 0,98              | 1,01                              | 1,01         | 1,01              |
| P8    | 1,00                              | 1,00         | 1,00              | 1,00                              | 1,01         | 1,01              |
| P9    | 0,99                              | 0,99         | 0,99              | 1,01                              | 1,01         | 1,01              |
| P10   | 1,01                              | 1,01         | 1,01              | 1,01                              | 1,01         | 1,01              |
| P11   | 1,00                              | 1,00         | 1,00              | 1,00                              | 1,01         | 1,01              |
| P12   | 1,01                              | 1,02         | 1,02              | 1,01                              | 1,01         | 1,01              |
| P13   | 0,98                              | 0,95         | 0,95              | 0,93                              | 0,88         | 0,88              |
| P14   | 0,99                              | 0,98         | 0,98              | 0,97                              | 0,96         | 0,96              |
| P15   | 0,98                              | 0,96         | 0,96              | 0,96                              | 0,94         | 0,94              |
| P16   | 1,01                              | 1,01         | 1,01              | 0,96                              | 0,94         | 0,94              |
| P17   | 1,01                              | 1,00         | 1,00              | 0,97                              | 0,96         | 0,96              |
| P18   | 1,02                              | 1,00         | 1,00              | 0,93                              | 0,88         | 0,88              |
| P19   | 0,99                              | 0,96         | 0,96              | 0,94                              | 0,89         | 0,89              |
| P20   | 1,01                              | 1,00         | 1,00              | 0,94                              | 0,89         | 0,89              |

Fonte: O autor (2021)

A partir dessa tabela, é possível perceber que as variações nos esforços normais dos pilares são menores que no momento de tombamento. Com efeito, para a Combinação 2, o maior aumento do esforço de compressão ocorreu no pilar P6, um aumento de 3%. Ao mesmo tempo, o aumento no momento de tombamento foi de quase 30 %, conforme dados apresentados na Tabela 14. Para a Combinação 3, os maiores acréscimos ocorreram nos pilares P1 e P6, com valor igual a 6%. O aumento no momento de tombamento, no entanto, é de 43 %. Ocorre também um alívio nos pilares P13 e P18 de quase 12 %.

Essas diferenças vistas decorrem do fato de que há esforços normais nos pilares causados pelas ações verticais, mesmo que essas não gerem nenhum momento ou deslocamento horizontal na estrutura. Esses esforços não são e nem podem ser considerados no momento de tombamento, pois tratam-se de cargas centradas. Assim, as estimativas geradas pelo coeficiente

$\gamma_z$  ou razões entre momentos de tombamento não se aplicam diretamente à variação de esforços normais nos pilares.

Outra consequência nos esforços normais é que as diferenças entre o método simplificado e os métodos P- $\Delta$  e rigoroso também são menores que as apresentadas pelos momentos de tombamento. A Tabela 22 mostra as maiores diferenças obtidas entre o processo simplificado e o rigoroso nas relações dos esforços normais dos pilares nas estruturas com 7, 13, 19, 25 e 31 pavimentos. Além disso, mostra as diferenças entre as relações dos momentos de tombamento em relação à base do edifício, segundo os mesmos métodos.

**Tabela 22 - Diferença entre relações dos esforços normais nos pilares e relações entre momentos de tombamento em relação ao térreo dos edifícios**

| Número de Pavimentos | Combinação 2     |                       | Combinação 3     |                       |
|----------------------|------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|
|                      | Esforços normais | Momento de tombamento | Esforços normais | Momento de tombamento |
| 7                    | 0%               | 5%                    | 1%               | 8%                    |
| 13                   | 1%               | 5%                    | 2%               | 9%                    |
| 19                   | 2%               | 7%                    | 3%               | 13%                   |
| 25                   | 3%               | 7%                    | 5%               | 17%                   |
| 31                   | 5%               | 10%                   | 9%               | 22%                   |

Fonte: O autor (2021)

Os resultados da Tabela 21 ainda mostram que os acréscimos de esforços nos pilares são maiores no método rigoroso e P- $\Delta$  que no método simplificado. Da mesma maneira, os alívios de esforços também são maiores nos métodos rigoroso e P- $\Delta$ . Isso pode ser percebido quando se comparam os valores acima de 1,0, que em geral, são menores no método simplificado. Já os valores abaixo de 1,0, representando alívio nos pilares, são maiores nesse mesmo método. Assim, o processo simplificado traz resultados menores para os efeitos de 2ª ordem nos esforços normais dos pilares, quando comparados aos resultados dos outros processos.

#### 4.2.5 Momentos fletores nos pilares

Outra forma de absorção do momento de tombamento pela estrutura é por esforços de flexão nos pilares. Visto que os momentos fletores decorrentes dos efeitos globais de segunda ordem nos pilares podem ou não ter o mesmo sentido dos momentos fletores de 1ª ordem, optou-se por comparar a soma dos momentos fletores nas bases dos pilares. Essa soma, portanto, consegue indicar o aumento dos esforços de flexão que todos os pilares deverão resistir quando os efeitos de 2ª ordem ocorrerem na estrutura.

Nos pilares do pavimento térreo, as razões entre a soma dos momentos fletores nas bases dos pilares, tomados na direção x (Combinação 2), em função do número de pavimentos da estrutura são dispostas na Tabela 23.

**Tabela 23 – Razão entre a soma dos momentos fletores totais e de 1ª ordem na base dos pilares do pavimento térreo na direção x**

| <b>Número de pavimentos</b> | <b>Processo Simplificado</b> | <b>Processo P-Δ</b> | <b>Processo Rigoroso</b> | <b>Coeficiente <math>\gamma_z</math></b> |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|--------------------------|------------------------------------------|
| 5                           | 0,99                         | 1,03                | 1,03                     | 1,03                                     |
| 7                           | 1,00                         | 1,05                | 1,05                     | 1,05                                     |
| 9                           | 1,01                         | 1,07                | 1,07                     | 1,07                                     |
| 11                          | 1,04                         | 1,08                | 1,09                     | 1,09                                     |
| 13                          | 1,06                         | 1,10                | 1,11                     | 1,11                                     |
| 15                          | 1,08                         | 1,12                | 1,12                     | 1,14                                     |
| 17                          | 1,11                         | 1,15                | 1,15                     | 1,16                                     |
| 19                          | 1,13                         | 1,17                | 1,17                     | 1,19                                     |
| 21                          | 1,15                         | 1,19                | 1,19                     | 1,22                                     |
| 23                          | 1,19                         | 1,22                | 1,22                     | 1,25                                     |
| 25                          | 1,23                         | 1,24                | 1,24                     | 1,29                                     |
| 27                          | 1,26                         | 1,27                | 1,27                     | 1,33                                     |
| 29                          | 1,31                         | 1,30                | 1,30                     | 1,38                                     |
| 31                          | 1,36                         | 1,33                | 1,34                     | 1,43                                     |

Fonte: O autor (2021)

Nota-se, a partir dos dados apresentados nessa tabela, que novamente não houve diferenças significativas entre o processo P-Δ e o processo rigoroso, sendo no máximo de 1% na edificação com 31 pavimentos. Além disso, o acréscimo efetivo de momentos fletores nos pilares do térreo do edifício são diferentes das relações apresentadas para o momento de tombamento. Efetivamente, no momento de tombamento houve uma grande aproximação entre os resultados do método rigoroso e a estimativa gerada pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Quando analisados os momentos fletores, verifica-se que para as estruturas com  $\gamma_z$  menor que 1,25, essa foi uma estimativa mais próxima que o processo simplificado. Porém, à medida que o número de pavimentos cresce, os resultados dados pelo processo simplificado se aproximam mais do método rigoroso.

Ainda assim, a forma como a relação entre a soma dos momentos calculadas pelo método rigoroso varia com o aumento do número de pavimentos é muito diferente da variação vista no coeficiente  $\gamma_z$  e, obviamente, do método simplificado, pois é baseado numa majoração das forças horizontais a partir do  $\gamma_z$ . Isso pode significar que o mecanismo de flexão é menos

influyente na transferência, à base do edifício, dos esforços oriundos do momento tombamento gerados pelas ações verticais.

Na direção y, na qual as estruturas já apresentam deslocamentos de 1ª ordem geradas por esforços verticais, essa variação é ainda mais visível, conforme Tabela 24.

**Tabela 24 - Razão entre a soma dos momentos fletores finais e de 1ª ordem na base dos pilares do pavimento térreo na direção y**

| Número de pavimentos | Processo Simplificado | Processo P-Δ | Processo Rigoroso | Coefficiente $\gamma_z$ |
|----------------------|-----------------------|--------------|-------------------|-------------------------|
| 5                    | 0,98                  | 1,03         | 1,04              | 1,03                    |
| 7                    | 1,00                  | 1,05         | 1,05              | 1,05                    |
| 9                    | 1,01                  | 1,07         | 1,07              | 1,07                    |
| 11                   | 1,03                  | 1,08         | 1,08              | 1,09                    |
| 13                   | 1,06                  | 1,10         | 1,10              | 1,11                    |
| 15                   | 1,08                  | 1,12         | 1,12              | 1,14                    |
| 17                   | 1,10                  | 1,14         | 1,14              | 1,17                    |
| 19                   | 1,14                  | 1,16         | 1,16              | 1,20                    |
| 21                   | 1,17                  | 1,19         | 1,19              | 1,24                    |
| 23                   | 1,20                  | 1,21         | 1,21              | 1,28                    |
| 25                   | 1,25                  | 1,24         | 1,24              | 1,33                    |
| 27                   | 1,30                  | 1,27         | 1,27              | 1,38                    |
| 29                   | 1,36                  | 1,30         | 1,30              | 1,45                    |
| 31                   | 1,43                  | 1,34         | 1,34              | 1,52                    |

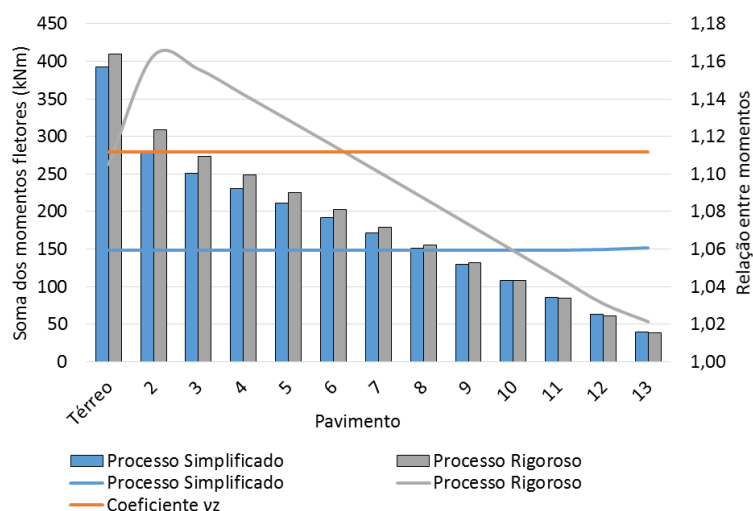
Fonte: O autor (2021)

Era esperado que, na direção y, os resultados gerados pelo processo simplificado e a estimativa gerada pelo coeficiente  $\gamma_z$  fossem menores que os resultados gerados pelo processo P-Δ e pelo método rigoroso. Isso porque o momento fletor nos pilares calculados no regime linear já consideram o efeito das ações verticais na estrutura, ou seja, já fazem parte dos esforços de 1ª ordem. No entanto, o coeficiente  $\gamma_z$  e o processo simplificado não consideram essas ações juntamente aos deslocamentos por elas causados como geradores de efeitos de 2ª ordem. Assim, trariam relações entre efeitos de 2ª ordem e de 1ª ordem menores que os que ocorreriam na estrutura. O mesmo não acontece no método P-Δ ou no rigoroso.

Quando analisados ao longo dos pavimentos, os momentos fletores de segunda ordem nos pilares seguem um comportamento semelhante ao apresentado para os momentos de tombamento. Há um pico na relação entre a soma dos momentos fletores nos pilares entre o segundo e terceiro pavimentos. Após esse pico, a razão cai, ficando, nos pavimentos mais altos, menores que as relações obtidas pelo processo simplificado. O Gráfico 33 apresenta a soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares nos pavimentos da edificação com 13

pavimentos. Adicionalmente, mostra também as relações entre as somas dos momentos fletores resistidos pelos pilares em cada pavimento da estrutura.

**Gráfico 33 - Soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 13 pavimentos**



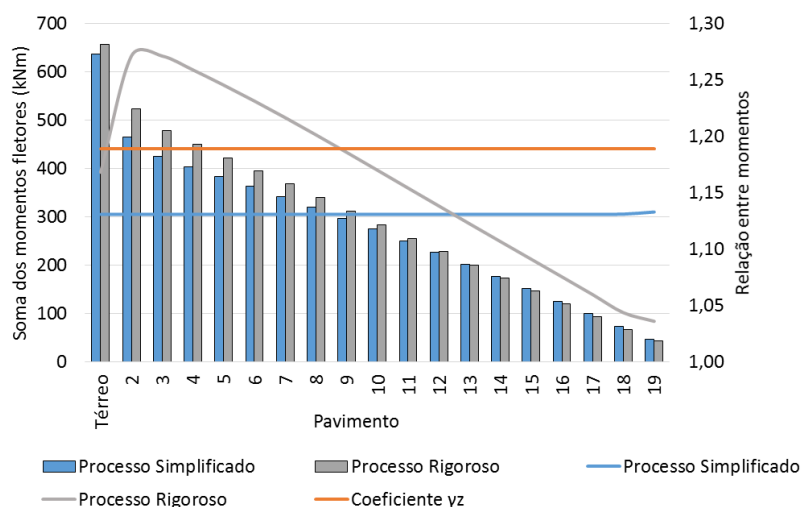
Fonte: O autor (2021)

É possível notar o pico na relação entre os momentos, quando calculados pelo processo rigoroso. Nesse ponto, ao comparar-se os valores dos momentos dados no Gráfico 33, a diferença notada entre o processo simplificado e o rigoroso é de quase 10%. Já quando comparado em relação ao coeficiente  $\gamma_z$ , essa diferença cai para 5%. Somente a partir do 6º pavimento que o método rigoroso traz resultados menores que o coeficiente  $\gamma_z$ , e a partir do 10º para resultados menores que o processo simplificado. Isso, no entanto, só acontece nos pavimentos mais altos, quando os momentos absolutos são menores.

Ainda é possível notar um aumento acentuado da soma, em valor absoluto, dos momentos no pavimento térreo em relação aos demais. De fato, um valor quase 25% maior que o apresentado nos pilares do 2º pavimento. Um dos motivos que influencia esses resultados é o fato de que a base dos pilares no térreo é considerada engastada. Assim, a rigidez desses nós à flexão é maior que nos demais pavimentos, aumentando a parcela do momento de tombamento absorvida por flexão nos pilares.

Quando o número de pavimentos do edifício aumenta, a diferença entre os modelos aumenta no ponto de pico das razões entre momento. Isso pode ser visto no Gráfico 34, que apresenta essas relações para a estrutura com 19 pavimentos.

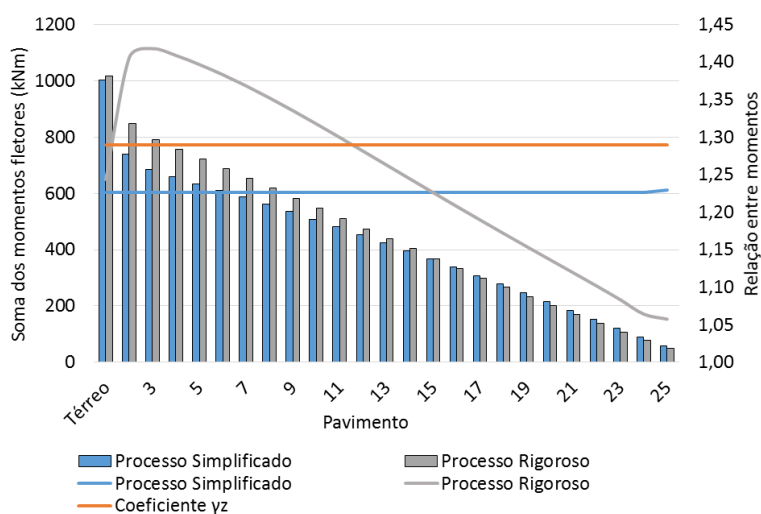
**Gráfico 34 - Soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 19 pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

No caso da estrutura com 19 pavimentos, a diferença entre os resultados gerados pelo método rigoroso e o método simplificado são de quase 15% no pico da relação entre soma de momentos. Essa diferença cai para 8% se tomada com relação à estimativa gerada pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Quando se aumenta ainda mais o número de pavimentos da estrutura, essa diferença continua a crescer. De fato, para a estrutura com 25 pavimentos, essa diferença é de quase 25% em relação ao processo simplificado e de 15% em relação ao coeficiente  $\gamma_z$ , conforme apresentado no Gráfico 35.

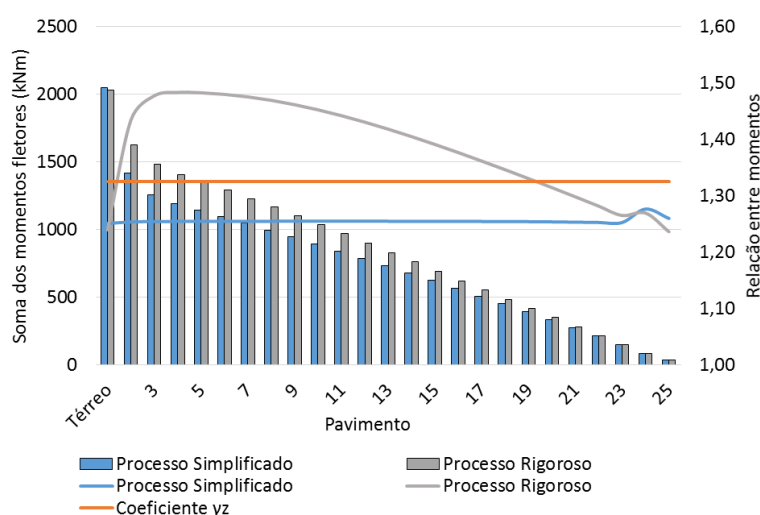
**Gráfico 35 - Soma dos momentos fletores de base na direção x dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 25 pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

Na direção y, a diferença entre as razões dos momentos fletores no térreo, no processo simplificado, são pouco menores ou superiores aos resultados gerados pelo método rigoroso, conforme já visto na Tabela 24. Ainda assim, já no segundo pavimento há um crescimento muito grande da razão entre momentos calculados com o método rigoroso. De fato, para a estrutura com 25 pavimentos, o método simplificado traz resultados 1% maiores que os do método rigoroso no térreo. No segundo pavimento, o método rigoroso já apresenta valores 20% maiores que o simplificado. Esse fato pode ser visto no Gráfico 36.

**Gráfico 36 - Soma dos momentos fletores de base na direção y dos pilares e relação com os momentos de 1ª ordem na estrutura com 25 pavimentos**



Fonte: O autor (2021)

Ainda é possível ver, em todos esses casos que a soma dos momentos, quando observados em valor absoluto, são muito maiores no térreo que no segundo pavimento, conforme já discutido anteriormente.

O método simplificado trouxe resultados maiores que o método rigoroso apenas nos pavimentos mais altos, e em alguns casos no térreo. Porém, foi observado que, nesses pavimentos mais altos, os valores dos momentos fletores nos pilares causados por efeitos globais de 2ª ordem são menores que nos demais. Além disso, os momentos fletores de 1ª ordem específicos em cada pilar e gerados pelas ações verticais crescem à medida que se analisam os pavimentos mais altos, como já mostrado na seção 4.1.2. Dessa forma, os efeitos globais de 2ª ordem sobre os momentos fletores nos pilares, calculados por esse modelo, só se mostram mais fortes que os outros métodos quando os próprios efeitos de 2ª ordem vão perdendo sua relevância.

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 ESTUDO A

A primeira etapa do trabalho consistiu na análise dos esforços nos pilares de um edifício em concreto armado, obtidos com os modelos de vigas contínuas, vigas contínuas com apoios elásticos, pórticos planos e dois modelos de pórtico espacial.

Nas análises realizadas, o modelo de vigas contínuas não se mostrou muito preciso na determinação dos esforços normais dos pilares. De fato, subestimava muito os esforços de compressão nos pilares localizados em extremidades de vigas e superestimava nos pilares intermediários, quando comparados aos mesmos esforços obtidos com os modelos tridimensionais. Os resultados dos momentos fletores se mostraram ainda piores, pois esse modelo não apontava a presença de flexão em pilares intermediários e, mesmo nos pilares de extremidade, os resultados eram subestimados. Isso vai contra a ideia de que os pilares intermediários sofrem compressão centrada ou flexo-compressão reta. Na realidade todos os pilares acabam sofrendo flexo-compressão oblíqua.

A adoção de molas com rigidez rotacional nos apoios das vigas não aumentou muito a precisão do modelo quanto aos esforços de compressão nos pilares. Apesar de indicar a presença de flexão em pilares intermediários, seus valores foram muito pequenos em relação aos modelos tridimensionais, com exceção dos resultados na direção de maior rigidez dos pilares e em pavimentos mais próximos ao térreo.

O modelo com associação de pórticos planos apresentou valores mais precisos que os modelos de viga isolada (VC e VAE) em todos os pilares. Os maiores problemas com esse modelo ocorrem na presença de vigas que possuam apoios indiretos. Uma saída interessante para isso foi a realização de compatibilizações de deslocamentos das vigas, em vez de adotar a ideia tradicional de considerar uma viga rigidamente apoiada sobre outra. Quanto à flexão nos pilares gerada por ações verticais, esse modelo subestimou os resultados em alguns dos pilares da estrutura, alcançando cerca de 70% do valor obtido nos modelos tridimensionais. Quando as ações horizontais são consideradas, o modelo de pórticos planos associados apresentou valores a favor da segurança em quase todos os pilares. Isso aponta que esse modelo tem uma precisão maior na avaliação de ações horizontais que verticais na estrutura.

Entre os modelos tridimensionais, os esforços de compressão nos pilares foram semelhantes. Porém, os esforços de flexão, especialmente na direção mais afetada pelas sacadas do edifício foram muito diferentes. Infelizmente não foi possível apreender bem os motivos

dessas variações, pois isso requereria uma análise mais específica das vigas do edifício a fim de entender o caminho das cargas nos elementos estruturais. Ainda assim, foi possível notar algumas diferenças específicas tais como as que surgem nos pilares localizados no entorno da escada, em especial, quando considerados os efeitos do vento. Outra diferença notada refere-se aos momentos nos pilares próximos às sacadas, explicada pela diferença de distribuição dos esforços das lajes nas vigas.

## 5.2 ESTUDO B

A segunda parte do trabalho buscou avaliar os efeitos da não-linearidade geométrica para a estrutura variando-se os métodos adotados. Para isso, o número de pavimentos do edifício foi alterado, servindo como casos distintos para comparação.

Os parâmetros de instabilidade global adotados neste trabalho trouxeram interpretações similares para o comportamento da estrutura. De fato, os limites propostos para a classificação em estruturas de nós móveis ou de nós fixos foram quase equivalentes nos edifícios estudados. Todos os edifícios apresentaram a mesma classificação segundo os dois parâmetros, com exceção da estrutura com 13 pavimentos. Nesse caso, tanto o parâmetro  $\alpha$  quanto o coeficiente  $\gamma_z$  ficaram próximos aos limites da classificação.

Além de servir como parâmetro para classificação da estrutura, o coeficiente  $\gamma_z$  traduz-se em uma estimativa dos efeitos globais de segunda ordem. Por isso, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite sua utilização para que se determine os efeitos globais de segunda ordem na estrutura por meio de um método simplificado, utilizando uma majoração das ações horizontais com  $0,95\gamma_z$ . Ainda assim, as estimativas indicadas pelo coeficiente  $\gamma_z$  se mostraram mais precisas que o método simplificado, tanto para determinação do momento de tombamento do edifício como para deslocamentos no topo do mesmo. Esses resultados estão de acordo com os trabalhos de Moncayo (2011) e Gelatti (2012), que recomendam a adoção do próprio  $\gamma_z$  como majorador dos esforços horizontais, em vez de  $0,95\gamma_z$ .

Mesmo quando são vistos os efeitos nos momentos fletores dos pilares, o coeficiente  $\gamma_z$  acaba trazendo resultados melhores que o processo simplificado. Ainda assim, ambos minoram esse tipo de esforço, em especial no 2º pavimento do edifício, mas tornam-se a favor da segurança em pavimentos mais altos.

Tanto o coeficiente  $\gamma_z$  como o processo simplificado apresentaram uma discordância maior, em relação ao processo rigoroso, na obtenção do momento de tombamento do edifício quando havia deslocamentos horizontais causados por ações verticais. Esse fato decorre da

difficuldade de se calcular o momento de tombamento de 1ª ordem gerado pelas próprias ações verticais. Com efeito, quando analisados os deslocamentos no topo, o  $\gamma_z$  voltou a ser uma boa estimativa.

Não foi possível observar a precisão do coeficiente  $\gamma_z$  no esforço normal dos pilares, pois isso requeria uma análise linear com uma majoração das ações horizontais iguais a esse coeficiente. Mesmo assim, foi possível notar que o processo simplificado minora os efeitos de 2ª ordem global nos pilares do edifício. Esse problema, no entanto, é menor nesse tipo de esforço que no momento de tombamento, pois já há, nos pilares, a presença de compressão devido às ações verticais.

Não houve diferenças significativas entre o processo P- $\Delta$  e o processo rigoroso, indicando que, para a estrutura estudada, o principal mecanismo de não linearidade geométrica global é o efeito P- $\Delta$ , ou seja, a variação nos esforços de flexão de uma barra em função de deslocamentos transversais e esforços normais. Cabe citar que o método rigoroso utilizado neste trabalho avalia a não linearidade geométrica global da estrutura e não leva em consideração a não linearidade física de maneira rigorosa. Outros resultados podem ser obtidos se avaliados os efeitos locais de segunda ordem ou a não linearidade física dos materiais. Além disso, há outras formas de aplicação do processo P- $\Delta$  diferentes daquela feita pelo SAP2000, o que também pode alterar as relações obtidas.

### 5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de ser permitida pela NBR 6118 (ABNT, 2014), a obtenção de esforços por meio de modelos simplificados não se mostrou uma boa escolha. Além disso, é pouco justificável, pois a mesma norma exige que os esforços de vento sejam considerados na estrutura. Dessa forma, outro modelo terá, necessariamente, que ser utilizado, pelo menos, para avaliação das ações horizontais. Ainda assim, esses modelos simplificados tornam-se uma alternativa rápida e simples para estudos preliminares em estruturas ou pré-dimensionamento dos pilares, conseguindo trazer uma ideia da magnitude dos esforços nesses elementos.

Para efeito de dimensionamento, recomenda-se que sejam utilizados os modelos tridimensionais, por levarem em conta um maior número de variáveis que afetam o comportamento da estrutura. Porém, na impossibilidade de análise por esses modelos e se for decidido utilizar o modelo de pórticos planos associados, sugere-se que a consideração das vigas com apoios indiretos seja feita por compatibilização de deslocamentos, aproximando um pouco mais os resultados obtidos aos modelos tridimensionais.

Além do próprio modelo estrutural adotado para a análise, a forma como as não linearidades são consideradas afetam os resultados dos esforços nos elementos estruturais. Nos indicadores gerais, o processo simplificado não se mostrou a favor da segurança, porém indicou que pode ser melhorado com a substituição da majoração de  $0,95\gamma_z$  pelo próprio  $\gamma_z$ . No entanto, o processo P- $\Delta$  se mostrou uma alternativa simples e que permite a identificação dos esforços de segunda ordem com grande precisão em todos os pavimentos das estruturas.

Este, como vários outros trabalhos, visa auxiliar engenheiros na decisão em relação aos métodos a serem utilizados para a análise estrutural, evidenciando pontos fortes e fracos de cada um, bem como a influência deles nos resultados gerados. Afinal, cabe ao engenheiro, com seus conhecimentos e dentro dos limites definidos nas normas técnicas, a avaliação e decisão do modelo mais adequado a cada situação. De fato, ele deve sempre lembrar de que, além de ser simples, o modelo deve, no final, representar adequadamente o comportamento da estrutura.

Para a continuidade desse estudo, propõe-se para trabalhos futuros que:

- Sejam avaliados os esforços em vigas pelos modelos tridimensionais, a fim de evidenciar as diferenças entre ambos, geradas em especial, pela diferença da transferência de esforços das lajes para as vigas;
- Sejam estudados os impactos decorrentes da consideração das lajes como mesas colaborantes às vigas nos esforços da estrutura;
- Os trechos rígidos nos nós dos pilares sejam considerados, a fim de entender sua influência nos esforços dos mesmos, com análises lineares ou métodos que admitam a não linearidade geométrica;
- Formas diferentes de consideração do efeito P- $\Delta$  sejam estudados e comparados, como, por exemplo, o método das forças laterais fictícias;
- A não linearidade física seja considerada de maneira mais rigorosa, verificando se as relações vistas entre os métodos que calculam os efeitos da não linearidade geométrica se mantêm.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010a. v. 1.
- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010b. v. 2.
- ARAÚJO, José Milton de. **Projeto estrutural de edifícios de concreto armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2010c.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019. Versão corrigida de 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-6123**: Forças devido ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988. Versão corrigida de 2013.
- BASTOS, Sérgio Paulo. **Lajes de concreto armado**. Apostila – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2021.
- CARMO, Regina Maria dos Santos. **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado**. 1995. 112p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.
- CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.
- CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Paulo: PINI, 2009. v. 2.
- CORRÊA, Márcio Roberto Silva. **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. 1991. 342p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.
- FONTES, F. F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. 2005. 120p. Dissertação (Mestrado em Engenharia das estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.
- FUINA, Jamile Salim. **Métodos de controle de deformações para análise não-linear de estruturas**. 2004. 129p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.
- FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de Concreto**: Solicitações Normais. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

GELATTI, Flavia. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado**: Modelagem por elementos finitos de barra. 2012. 239p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GIONGO, José Samuel. **Concreto armado**: Projeto estrutural de edifícios. Apostila – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

KIMURA, Alio Ernesto. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado**: Cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais. São Paulo: PINI, 2007.

MARTHA, Luiz Fernando. **Análise de estruturas**: Conceitos e métodos básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010

MONCAYO, W. J. Zumaeta. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura em concreto armado**. 2011. 221p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

PINTO, Rivelli da Silva. **Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado**. 2002. 155p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

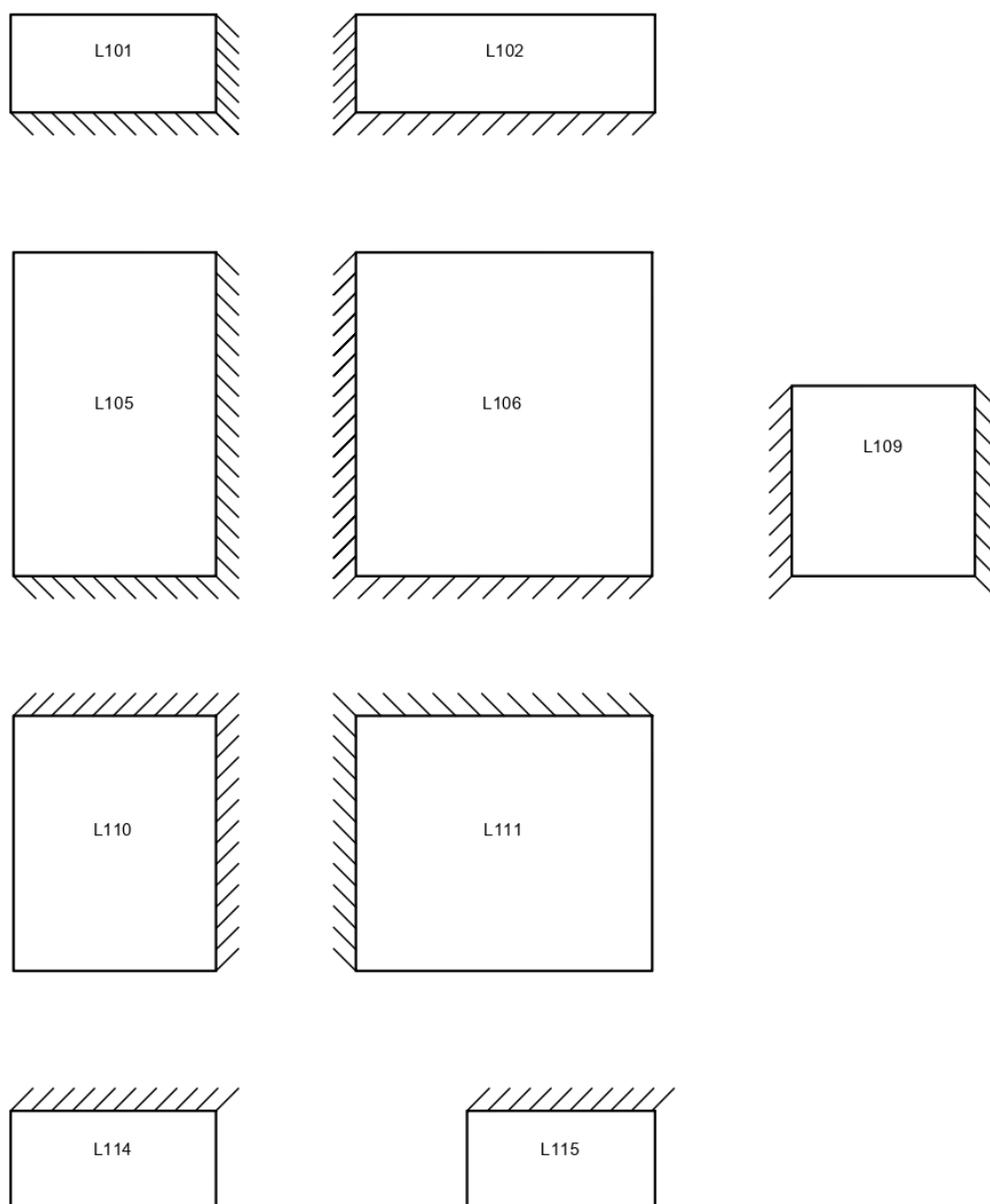
PINTO, Rivelli da Silva. **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. 1997. 108p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

SÁLES, José Jairo de. MUNAIAR NETO, Jorge. MALITE, Maximiliano. **Segurança nas estruturas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

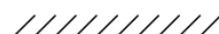
SORIANO, Humberto Lima; LIMA, Silvio de Souza. **Análise de estruturas**: Método das forças e método dos deslocamentos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2004. v.1.

## APÊNDICE A – Vinculação dos apoios das lajes do edifício

Figura 32 - Vinculação dos apoios das lajes do edifício



## LEGENDA

  
Borda apoiada  
Borda engastada

Fonte: O autor (2021)

## APÊNDICE B – Tabelas de cargas nas vigas do edifício

Tabela 25 - Cargas distribuídas geradas pela alvenaria nas vigas do edifício

(continua)

| Viga               | Trecho      |             | Parede     |               |              |
|--------------------|-------------|-------------|------------|---------------|--------------|
|                    | Início      | Fim         | Altura (m) | Espessura (m) | Carga (kN/m) |
| <b>V101 = V102</b> | V113 = V126 | V114 = V123 | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V101 = V102</b> | V114 = V123 | V117 = V120 | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V103</b>        | P1 = P6     | P2 = P5     | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V103</b>        | P2 = P5     | P3 = P4     | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V103</b>        | P3          | P4          | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V104</b>        | V117        | V120        | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V105</b>        | P7 = P12    | P8 = P11    | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V105</b>        | P8 = P11    | P9 = P10    | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V105</b>        | P9          | P10         | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| <b>V106</b>        | P13 = P18   | P14 = P17   | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V106</b>        | P14 = P17   | V115 = V122 | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V106</b>        | V115 = V122 | P15 = P16   | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V106</b>        | P15         | P16         | 1,35       | 0,25          | 3,92         |
| <b>V107 = V110</b> | V111 = V124 | V114 = V123 | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V108 = V109</b> | P19 = P20   | V116 = V119 | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V111 = V124</b> | V107 = V110 | P13 = P18   | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V112 = V125</b> | P13 = P18   | P7 = P12    | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V112 = V125</b> | P7 = P12    | P1 = P6     | 2,70       | 0,25          | 7,48         |
| <b>V113 = V126</b> | P1 = P6     | V101 = V102 | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V114 = V123</b> | V107 = V110 | P14 = P17   | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V114 = V123</b> | P14 = P17   | P8 = P11    | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V114 = V123</b> | P8 = P11    | P2 = P5     | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V114 = V123</b> | P2 = P5     | V101 = V102 | 1,00       | 0,15          | 1,95         |
| <b>V115 = V122</b> | P19 = P20   | V106        | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V116 = V119</b> | V108 = V109 | P15 = P16   | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>V117 = V120</b> | P15 = P16   | P9 = P10    | 2,70       | 0,15          | 4,29         |
| <b>V117 = V120</b> | P9 = P10    | V104        | 2,70       | 0,15          | 4,29         |
| <b>V117 = V120</b> | V104        | P3 = P4     | 2,70       | 0,15          | 4,29         |
| <b>V118 = V121</b> | P3 = P4     | V101 = V102 | 2,70       | 0,15          | 4,80         |
| <b>VE</b>          | P15         | P16         | 1,35       | 0,15          | 2,63         |
| <b>V201 = V202</b> | V211 = V224 | V212 = V221 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| <b>V201 = V202</b> | V212 = V221 | V216 = V219 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| <b>V203</b>        | P1 = P6     | P2 = P5     | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| <b>V203</b>        | P2 = P5     | P3 = P4     | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| <b>V203</b>        | P3          | P4          | 1,70       | 0,25          | 5,21         |
| <b>V204</b>        | V215        | V218        | 1,70       | 0,25          | 5,21         |

Tabela 25 - Cargas distribuídas devido à alvenaria nas vigas do edifício

(continuação)

| Viga        | Trecho      |             | Parede     |               |              |
|-------------|-------------|-------------|------------|---------------|--------------|
|             | Início      | Fim         | Altura (m) | Espessura (m) | Carga (kN/m) |
| V205        | P7 = P12    | P8 = P11    | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V205        | P8 = P11    | P9 = P10    | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V205        | P9          | P10         | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V206        | P13 = P18   | P14 = P17   | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V206        | P14 = P17   | V213 = V220 | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V206        | V213 = V220 | P15 = P16   | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V206        | P15         | P16         | 3,45       | 0,25          | 10,74        |
| V207 = V208 | V209 = V222 | V212 = V221 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V207 = V208 | V212 = V221 | V213 = V220 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V207 = V208 | V213 = V220 | V214 = V217 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V209 = V222 | V207 = V208 | P13 = P18   | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V210 = V223 | P13 = P18   | P7 = P12    | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V210 = V223 | P7 = P12    | P1 = P6     | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V211 = V224 | P1 = P6     | V201 = V202 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V212 = V221 | V207 = V208 | P14 = P17   | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V212 = V221 | P14 = P17   | P8 = P11    | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V212 = V221 | P8 = P11    | P2 = P5     | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V212 = V221 | P2 = P5     | V201 = V202 | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V213 = V220 | V207 = V208 | V206        | 0,00       | 0,00          | 0,00         |
| V214 = V217 | V207 = V208 | P15 = P16   | 0,90       | 0,15          | 1,76         |
| V215 = V218 | P15 = P16   | P9 = P10    | 3,45       | 0,15          | 6,26         |
| V215 = V218 | P9 = P10    | V204        | 3,45       | 0,15          | 6,26         |
| V215 = V218 | V204        | P3 = P4     | 1,70       | 0,15          | 3,00         |
| V216 = V219 | P3 = P4     | V201 = V202 | 0,90       | 0,15          | 1,76         |

Fonte: O autor (2021)

Tabela 26 - Cargas distribuídas geradas pelas lajes nas vigas do edifício

(continua)

| Viga               | Trecho      |             | Laje/Escada       |                  |
|--------------------|-------------|-------------|-------------------|------------------|
|                    | Início      | Fim         | Permanente (kN/m) | Acidental (kN/m) |
| <b>V101 = V102</b> | V113 = V126 | V114 = V123 | 1,50              | 0,68             |
| <b>V101 = V102</b> | V114 = V123 | V117 = V120 | 2,02              | 0,92             |
| <b>V103</b>        | P1 = P6     | P2 = P5     | 4,80              | 1,94             |
| <b>V103</b>        | P2 = P5     | P3 = P4     | 5,95              | 2,71             |
| <b>V103</b>        | P3          | P4          | 0,00              | 0                |
| <b>V104</b>        | V117        | V120        | 1,25              | 0,94             |
| <b>V105</b>        | P7 = P12    | P8 = P11    | 6,84              | 2,76             |
| <b>V105</b>        | P8 = P11    | P9 = P10    | 10,40             | 4,00             |
| <b>V105</b>        | P9          | P10         | 14,59             | 7,96             |
| <b>V106</b>        | P13 = P18   | P14 = P17   | 4,27              | 1,94             |
| <b>V106</b>        | P14 = P17   | V115 = V122 | 4,05              | 1,34             |
| <b>V106</b>        | V115 = V122 | P15 = P16   | 6,44              | 2,79             |
| <b>V106</b>        | P15         | P16         | 0,00              | 0,00             |
| <b>V107 = V110</b> | V111 = V124 | V114 = V123 | 1,50              | 0,68             |
| <b>V108 = V109</b> | P19 = P20   | V116 = V119 | 1,64              | 0,99             |
| <b>V111 = V124</b> | V107 = V110 | P13 = P18   | 0,85              | 0,38             |
| <b>V112 = V125</b> | P13 = P18   | P7 = P12    | 2,49              | 1,13             |
| <b>V112 = V125</b> | P7 = P12    | P1 = P6     | 3,58              | 1,30             |
| <b>V113 = V126</b> | P1 = P6     | V101 = V102 | 1,00              | 0,46             |
| <b>V114 = V123</b> | V107 = V110 | P14 = P17   | 0,85              | 0,38             |
| <b>V114 = V123</b> | P14 = P17   | P8 = P11    | 8,88              | 3,39             |
| <b>V114 = V123</b> | P8 = P11    | P2 = P5     | 10,13             | 4,12             |
| <b>V114 = V123</b> | P2 = P5     | V101 = V102 | 2,93              | 1,33             |
| <b>V115 = V122</b> | P19 = P20   | V106        | 0,85              | 0,51             |
| <b>V116 = V119</b> | V108 = V109 | P15 = P16   | 0,85              | 0,51             |
| <b>V117 = V120</b> | P15 = P16   | P9 = P10    | 3,59              | 1,19             |
| <b>V117 = V120</b> | P9 = P10    | V104        | 6,47              | 3,89             |
| <b>V117 = V120</b> | V104        | P3 = P4     | 3,33              | 1,52             |
| <b>V118 = V121</b> | P3 = P4     | V101 = V102 | 1,00              | 0,46             |
| <b>VE</b>          | P15         | P16         | 9,50              | 5,55             |
| <b>V201 = V202</b> | V211 = V224 | V212 = V221 | 1,73              | 0,23             |
| <b>V201 = V202</b> | V212 = V221 | V216 = V219 | 2,33              | 0,31             |
| <b>V203</b>        | P1 = P6     | P2 = P5     | 4,92              | 0,65             |
| <b>V203</b>        | P2 = P5     | P3 = P4     | 6,85              | 0,90             |
| <b>V203</b>        | P3          | P4          | 0,00              | 0,00             |
| <b>V204</b>        | V215        | V218        | 1,25              | 0,94             |
| <b>V205</b>        | P7 = P12    | P8 = P11    | 6,99              | 0,92             |

Tabela 26 - Cargas distribuídas geradas pelas lajes nas vigas do edifício

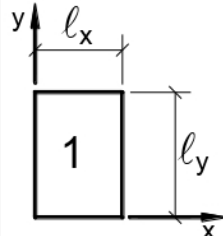
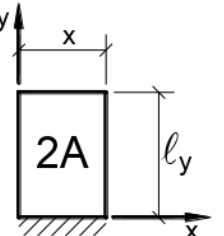
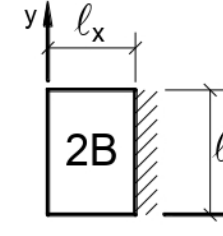
(continuação)

| Viga        | Trecho      |             | Carregamento distribuído |                  |
|-------------|-------------|-------------|--------------------------|------------------|
|             | Início      | Fim         | Permanente (kN/m)        | Acidental (kN/m) |
| V205        | P8 = P11    | P9 = P10    | 10,12                    | 1,33             |
| V205        | P9          | P10         | 14,59                    | 7,96             |
| V206        | P13 = P18   | P14 = P17   | 6,02                     | 0,65             |
| V206        | P14 = P17   | V213 = V220 | 3,40                     | 0,45             |
| V206        | V213 = V220 | P15 = P16   | 6,15                     | 0,81             |
| V206        | P15         | P16         | 0,00                     | 0,00             |
| V207 = V208 | V209 = V222 | V212 = V221 | 1,73                     | 0,23             |
| V207 = V208 | V212 = V221 | V213 = V220 | 0,00                     | 0,00             |
| V207 = V208 | V213 = V220 | V214 = V217 | 1,88                     | 0,25             |
| V209 = V222 | V207 = V208 | P13 = P18   | 0,97                     | 0,13             |
| V210 = V223 | P13 = P18   | P7 = P12    | 2,87                     | 0,38             |
| V210 = V223 | P7 = P12    | P1 = P6     | 3,28                     | 0,43             |
| V211 = V224 | P1 = P6     | V201 = V202 | 1,73                     | 0,23             |
| V212 = V221 | V207 = V208 | P14 = P17   | 0,97                     | 0,13             |
| V212 = V221 | P14 = P17   | P8 = P11    | 8,59                     | 1,13             |
| V212 = V221 | P8 = P11    | P2 = P5     | 10,43                    | 1,37             |
| V212 = V221 | P2 = P5     | V201 = V202 | 3,37                     | 0,44             |
| V213 = V220 | V207 = V208 | V206        | 0,97                     | 0,13             |
| V214 = V217 | V207 = V208 | P15 = P16   | 0,97                     | 0,13             |
| V215 = V218 | P15 = P16   | P9 = P10    | 3,01                     | 0,58             |
| V215 = V218 | P9 = P10    | V204        | 6,98                     | 2,88             |
| V215 = V218 | V204        | P3 = P4     | 3,84                     | 0,51             |
| V216 = V219 | P3 = P4     | V201 = V202 | 1,15                     | 0,15             |

Fonte: O autor (2021)

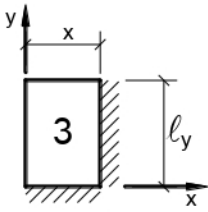
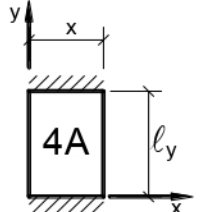
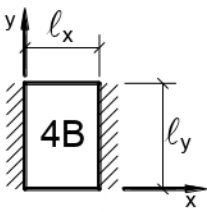
## ANEXO A – Tabelas de reações de apoio em lajes com carga uniforme

Tabela 27 - Reações de apoio das lajes do tipo 1 ao 2B

| Tabela A-5                                                                                    |                                                                                   |       |                                                                                   |       |        |                                                                                    |        |       |                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------|--------|------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------|-----------------------------------|
| REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME                                                  |                                                                                   |       |                                                                                   |       |        |                                                                                    |        |       |                                   |
| $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$                                                             | Tipo                                                                              |       |                                                                                   |       |        |                                                                                    |        |       | $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$ |
|                                                                                               |  |       |  |       |        |  |        |       |                                   |
|                                                                                               | $v_x$                                                                             | $v_y$ | $v_x$                                                                             | $v_y$ | $v'_y$ | $v_x$                                                                              | $v'_x$ | $v_y$ |                                   |
| 1,00                                                                                          | 2,50                                                                              | 2,50  | 1,83                                                                              | 2,75  | 4,02   | 2,75                                                                               | 4,02   | 1,83  | 1,00                              |
| 1,05                                                                                          | 2,62                                                                              | 2,50  | 1,92                                                                              | 2,80  | 4,10   | 2,82                                                                               | 4,13   | 1,83  | 1,05                              |
| 1,10                                                                                          | 2,73                                                                              | 2,50  | 2,01                                                                              | 2,85  | 4,17   | 2,89                                                                               | 4,23   | 1,83  | 1,10                              |
| 1,15                                                                                          | 2,83                                                                              | 2,50  | 2,10                                                                              | 2,88  | 4,22   | 2,95                                                                               | 4,32   | 1,83  | 1,15                              |
| 1,20                                                                                          | 2,92                                                                              | 2,50  | 2,20                                                                              | 2,91  | 4,27   | 3,01                                                                               | 4,41   | 1,83  | 1,20                              |
| 1,25                                                                                          | 3,00                                                                              | 2,50  | 2,29                                                                              | 2,94  | 4,30   | 3,06                                                                               | 4,48   | 1,83  | 1,25                              |
| 1,30                                                                                          | 3,08                                                                              | 2,50  | 2,38                                                                              | 2,95  | 4,32   | 3,11                                                                               | 4,55   | 1,83  | 1,30                              |
| 1,35                                                                                          | 3,15                                                                              | 2,50  | 2,47                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,16                                                                               | 4,62   | 1,83  | 1,35                              |
| 1,40                                                                                          | 3,21                                                                              | 2,50  | 2,56                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,20                                                                               | 4,68   | 1,83  | 1,40                              |
| 1,45                                                                                          | 3,28                                                                              | 2,50  | 2,64                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,24                                                                               | 4,74   | 1,83  | 1,45                              |
| 1,50                                                                                          | 3,33                                                                              | 2,50  | 2,72                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,27                                                                               | 4,79   | 1,83  | 1,50                              |
| 1,55                                                                                          | 3,39                                                                              | 2,50  | 2,80                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,31                                                                               | 4,84   | 1,83  | 1,55                              |
| 1,60                                                                                          | 3,44                                                                              | 2,50  | 2,87                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,34                                                                               | 4,89   | 1,83  | 1,60                              |
| 1,65                                                                                          | 3,48                                                                              | 2,50  | 2,93                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,37                                                                               | 4,93   | 1,83  | 1,65                              |
| 1,70                                                                                          | 3,53                                                                              | 2,50  | 2,99                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,40                                                                               | 4,97   | 1,83  | 1,70                              |
| 1,75                                                                                          | 3,57                                                                              | 2,50  | 3,05                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,42                                                                               | 5,01   | 1,83  | 1,75                              |
| 1,80                                                                                          | 3,61                                                                              | 2,50  | 3,10                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,45                                                                               | 5,05   | 1,83  | 1,80                              |
| 1,85                                                                                          | 3,65                                                                              | 2,50  | 3,15                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,47                                                                               | 5,09   | 1,83  | 1,85                              |
| 1,90                                                                                          | 3,68                                                                              | 2,50  | 3,20                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,50                                                                               | 5,12   | 1,83  | 1,90                              |
| 1,95                                                                                          | 3,72                                                                              | 2,50  | 3,25                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,52                                                                               | 5,15   | 1,83  | 1,95                              |
| 2,00                                                                                          | 3,75                                                                              | 2,50  | 3,29                                                                              | 2,96  | 4,33   | 3,54                                                                               | 5,18   | 1,83  | 2,00                              |
| > 2,00                                                                                        | 5,00                                                                              | 2,50  | 5,00                                                                              | 2,96  | 4,33   | 4,38                                                                               | 6,25   | 1,83  | > 2,00                            |
| Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118.                                       |                                                                                   |       |                                                                                   |       |        |                                                                                    |        |       |                                   |
| $V = v \frac{p \ell_x}{10}$ $p$ = carga uniforme $\ell_x$ = menor vão                         |                                                                                   |       |                                                                                   |       |        |                                                                                    |        |       |                                   |
| (*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais. |                                                                                   |       |                                                                                   |       |        |                                                                                    |        |       |                                   |

Fonte: Pinheiro (1994 *apud* BASTOS, 2021)

Tabela 28 - Reações de apoio das lajes do tipo 3 ao 4B

| Tabela A-6                                                                                    |                                                                                   |        |       |        |                                                                                    |        |                                                                                     |       |                                   |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------|-------|--------|------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------|-----------------------------------|--|
| REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME                                                  |                                                                                   |        |       |        |                                                                                    |        |                                                                                     |       |                                   |  |
| $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$                                                             | Tipo                                                                              |        |       |        |                                                                                    |        |                                                                                     |       | $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$ |  |
|                                                                                               |  |        |       |        |  |        |  |       |                                   |  |
|                                                                                               | $v_x$                                                                             | $v'_x$ | $v_y$ | $v'_y$ | $v_x$                                                                              | $v'_y$ | $v'_x$                                                                              | $v_y$ |                                   |  |
| 1,00                                                                                          | 2,17                                                                              | 3,17   | 2,17  | 3,17   | 1,44                                                                               | 3,56   | 3,56                                                                                | 1,44  | 1,00                              |  |
| 1,05                                                                                          | 2,27                                                                              | 3,32   | 2,17  | 3,17   | 1,52                                                                               | 3,66   | 3,63                                                                                | 1,44  | 1,05                              |  |
| 1,10                                                                                          | 2,36                                                                              | 3,46   | 2,17  | 3,17   | 1,59                                                                               | 3,75   | 3,69                                                                                | 1,44  | 1,10                              |  |
| 1,15                                                                                          | 2,45                                                                              | 3,58   | 2,17  | 3,17   | 1,66                                                                               | 3,84   | 3,74                                                                                | 1,44  | 1,15                              |  |
| 1,20                                                                                          | 2,53                                                                              | 3,70   | 2,17  | 3,17   | 1,73                                                                               | 3,92   | 3,80                                                                                | 1,44  | 1,20                              |  |
| 1,25                                                                                          | 2,60                                                                              | 3,80   | 2,17  | 3,17   | 1,80                                                                               | 3,99   | 3,85                                                                                | 1,44  | 1,25                              |  |
| 1,30                                                                                          | 2,63                                                                              | 3,90   | 2,17  | 3,17   | 1,88                                                                               | 4,06   | 3,89                                                                                | 1,44  | 1,30                              |  |
| 1,35                                                                                          | 2,73                                                                              | 3,99   | 2,17  | 3,17   | 1,95                                                                               | 4,12   | 3,93                                                                                | 1,44  | 1,35                              |  |
| 1,40                                                                                          | 2,78                                                                              | 4,08   | 2,17  | 3,17   | 2,02                                                                               | 4,17   | 3,97                                                                                | 1,44  | 1,40                              |  |
| 1,45                                                                                          | 2,84                                                                              | 4,15   | 2,17  | 3,17   | 2,09                                                                               | 4,22   | 4,00                                                                                | 1,44  | 1,45                              |  |
| 1,50                                                                                          | 2,89                                                                              | 4,23   | 2,17  | 3,17   | 2,17                                                                               | 4,25   | 4,04                                                                                | 1,44  | 1,50                              |  |
| 1,55                                                                                          | 2,93                                                                              | 4,29   | 2,17  | 3,17   | 2,24                                                                               | 4,28   | 4,07                                                                                | 1,44  | 1,55                              |  |
| 1,60                                                                                          | 2,98                                                                              | 4,36   | 2,17  | 3,17   | 2,31                                                                               | 4,30   | 4,10                                                                                | 1,44  | 1,60                              |  |
| 1,65                                                                                          | 3,02                                                                              | 4,42   | 2,17  | 3,17   | 2,38                                                                               | 4,32   | 4,13                                                                                | 1,44  | 1,65                              |  |
| 1,70                                                                                          | 3,06                                                                              | 4,48   | 2,17  | 3,17   | 2,45                                                                               | 4,33   | 4,15                                                                                | 1,44  | 1,70                              |  |
| 1,75                                                                                          | 3,09                                                                              | 4,53   | 2,17  | 3,17   | 2,53                                                                               | 4,33   | 4,18                                                                                | 1,44  | 1,75                              |  |
| 1,80                                                                                          | 3,13                                                                              | 4,58   | 2,17  | 3,17   | 2,59                                                                               | 4,33   | 4,20                                                                                | 1,44  | 1,80                              |  |
| 1,85                                                                                          | 3,16                                                                              | 4,63   | 2,17  | 3,17   | 2,63                                                                               | 4,33   | 4,22                                                                                | 1,44  | 1,85                              |  |
| 1,90                                                                                          | 3,19                                                                              | 4,67   | 2,17  | 3,17   | 2,72                                                                               | 4,33   | 4,24                                                                                | 1,44  | 1,90                              |  |
| 1,95                                                                                          | 3,22                                                                              | 4,71   | 2,17  | 3,17   | 2,78                                                                               | 4,33   | 4,26                                                                                | 1,44  | 1,95                              |  |
| 2,00                                                                                          | 3,25                                                                              | 4,75   | 2,17  | 3,17   | 2,83                                                                               | 4,33   | 4,28                                                                                | 1,44  | 2,00                              |  |
| > 2,00                                                                                        | 4,38                                                                              | 6,25   | 2,17  | 3,17   | 5,00                                                                               | 4,33   | 5,00                                                                                | 1,44  | > 2,00                            |  |
| Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118.                                       |                                                                                   |        |       |        |                                                                                    |        |                                                                                     |       |                                   |  |
| $V = v \frac{p \ell_x}{10}$ $p$ = carga uniforme $\ell_x$ = menor vão                         |                                                                                   |        |       |        |                                                                                    |        |                                                                                     |       |                                   |  |
| (*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais. |                                                                                   |        |       |        |                                                                                    |        |                                                                                     |       |                                   |  |

Fonte: Pinheiro (1994 *apud* BASTOS, 2021)