

# INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE CAMPUS ARACAJU COORDENADORIA DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

#### MAURICIO RAIMUNDO SANTOS JUNIOR

ESTUDO COMPARATIVO NO ÂMBITO ESTRUTURAL E ECONÔMICO QUANTO AO EMPREGO DE LAJES MACIÇAS E TRELIÇADAS EM PROJETOS RESIDENCIAIS

#### MAURICIO RAIMUNDO SANTOS JUNIOR

# ESTUDO COMPARATIVO NO ÂMBITO ESTRUTURAL E ECONÔMICO QUANTO AO EMPREGO DE LAJES MACIÇAS E TRELIÇADAS EM PROJETOS RESIDENCIAIS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Sergipe como pré-requisito para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. MSc. Marcilio Fabiano Goivinho da Silva

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à Deus, por ter me dado a força necessária para superar todas as dificuldades.

Ao meu orientador Marcílio, por todo conhecimento e direcionamento passados para a conclusão deste trabalho.

A todos os docentes do IFS que contribuíram de forma fundamental repassando os conhecimentos para a conclusão do curso.

A minha família, por todo amor, apoio e dedicação, principalmente em nome da minha mãe Maria José, meu pai Maurício Raimundo, meu irmão Thomas Cleiton e minha irmã Esterfany Raimundo.

A minha tia Tânia Maria e família, por todo acolhimento e carinho durante todos esse anos de graduação.

Aos meus amigos da graduação e da vida que torceram e ajudaram para que esse sonho fosse concretizado.

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Geocelly Oliveira Gambardella / CRB-5 1815, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Santos Júnior, Mauricio Raimundo.

S237e Estudo comparativo no âmbito estrutural e econômico quanto ao emprego de lajes maciças e treliçadas em projetos residenciais. / Mauricio Raimundo Santos Junior. – Aracaju, 2022.

56 f.: il.

Orientador: Prof. Me. Marcilio Fabiano Goivinho da Silva. Monografia (Graduação - Bacharelado em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Sergipe, 2022.

1. Dimensionamento. 2. Laje maciça. 3. Laje pré-moldada. 4. Treliçada. 5. NBR 6118-2014. 6. NBR 14859-1-2016. I. Silva, Marcilio Fabiano Goivinho da. II. Título.

CDU 624.073

# INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE CAMPUS ARACAJU

#### CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

# TERMO DE APROVAÇÃO

Título da Monografia Nº 235

# ESTUDO COMPARATIVO NO ÂMBITO ESTRUTURAL E ECONÔMICO QUANTO AO EMPREGO DE LAJES MACIÇAS E TRELIÇADAS EM PROJETOS RESIDENCIAIS

# MAURÍCIO RAIMUNDO SANTOS JÚNIOR

Esta monografia foi apresentada às 10 h 30 do dia 28 de JULHO de 20 22 como requisito parcial para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. M.Sc. Euler Wagner Freitas Santos

(IFS - Campus Aracaju)

Prof. M.Sc. Fabio Wendell da Graça Nunes

(IFS - Campus Aracaju)

Prof. M.Sc. Marcílio Fabiano Goivinho

(IFS – Campus Aracaju) **Orientador** 

Prof. Dr. Pablo Gleydson de Sousa

(IFS – Campus Aracaju) Coordenador da COEC

#### **RESUMO**

Na construção civil, o concreto armado é o material mais empregado na execução do sistema estrutural, tanto na infraestrutura quanto na superestrutura. O sistema estrutural, considerado convencional, é composto pela fundação, pilares, vigas e as lajes. As lajes são encontradas na construção civil em diferentes tipos: lajes lisas, maciças, nervuradas, etc. A escolha do tipo de laje empregada na edificação depende de vários fatores como tipo de edificação, vãos e cargas, disponibilidade de recursos. Neste trabalho é feito um estudo comparativo entre o emprego das lajes maciças e das lajes pré- moldadas, tipo treliçada, em termos de desempenho estrutural e econômico. É feito um estudo na bibliografia, aprofundando os conceitos sobre as lajes maciças e sobre as lajes treliçadas. Com tais conceitos foi realizado o dimensionamento das lajes de forma automatizada com o auxílio do software Excel. O dimensionamento foi feito atendendo às normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 14859-1 (ABNT, 2016) e os resultados foram organizados em gráficos e tabelas. Com os resultados foram analisadas as deformações, o consumo de concreto e também o consumo de aço em vãos de 1,5 a 4,0 metros. E foi constatado que as lajes maciças apresentam vantagem do ponto de vista estrutural, pois apresentam flechas finais menores. Porém, do ponto de vista econômico, foi constatado que as lajes treliçadas consomem menos concreto e menos aço na maioria dos casos.

Palavras-chave: Dimensionamento; lajes; maciças; treliçadas; comparação

**ABSTRACT** 

In civil construction, reinforced concrete is the material most used in the execution of the

structural system, both in infrastructure and in the superstructure. The structural system,

considered conventional, is composed of the foundation, pillars, beams and slabs. Slabs are

available in civil construction in different types: flat slabs, solid slabs, ribbed slabs, etc.

The choice of the type of slab used in the building depends on several factors such as type of

building, spans and loads, availability of resources. This work is a comparative study between

the use of solid slabs and precast slabs, lattice type, in terms of structural and economic

performance. A study is made in the bibliography, deepening the concepts on solid slabs and

on lattice slabs. With such concepts, the dimensioning of form was carried out with the help of

Excel software. The design was carried out in compliance with the NBR 6118 (ABNT, 2014)

and NBR 14859-1 (ABNT, 2016) standards and the results were organized into graphs and

tables. With the results, the deformations, the consumption of steel and also the consumption

of steel in spans of up to 3 meters were concrete. And it was found that the massive seen slabs

have the advantage of the lower arrow point. However, from an economic point of view, it was

found that lattice slabs consume less concrete and less steel in most cases.

Palavras-chave: Sizing; slabs; massive; trusses; comparation

# LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Valores de $\gamma f2$ .	17
Tabela 2 - Altura da capa padronizada.	20
Tabela 3 - Classe de agressividade ambiental (CAA).	21
<b>Tabela 4</b> – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento	
nominal para $\Delta c = 10~mm$	22
Tabela 5 - Área mínima e quantidade de armadura de distribuição	32
Tabela 6 - Peso específico aparente dos materiais de construção.	33
Tabela 7 - Cargas das edificações.	33
Tabela 8 - Sobrecarga de utilização.	33
Tabela 9 - Altura e flechas finais das lajes maciças	41
Tabela 10 - Altura e flechas finais das lajes treliçadas	42

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Modelo de laje maciça.	18
Figura 2 - Sistema estrutural convencional.	18
Figura 3 - Espessuras mínimas das lajes maciças (h)	19
Figura 4 - Laje treliçada.	20
Figura 5 - Vão efetivo.	23
Figura 6 - Vinculações nas lajes.	24
Figura 7 - Maior e menor vão da laje maciça.	25
Figura 8 - Largura colaborante	30
Figura 9 - Viga de seção T	30
Figura 10 - Viga T falsa	31
Figura 11 - Viga T verdadeira	31
Figura 12 - Lajota cerâmica H7.	35
Figura 13 - Vigota treliçada TG8L	35
Figura 14 - Corte da seção da laje treliçada,	36
Figura 15 - Fluxograma com a metodologia utilizada	37
Figura 16 - Dimensionamento no ELU	38
Figura 17 - Verificação no ELS	39

# LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Consumo de concreto para relação entre vãos igual a 1,0	43
Gráfico 2 - Consumo de concreto para relação entre vãos igual a 1,5	43
<b>Gráfico 3</b> - Consumo de concreto para relação entre vãos igual a 2,0	44
<b>Gráfico 4</b> - Diferença percentual do consumo de concreto das treliçadas em relação às	
maciças	45
Gráfico 5 - Consumo de aço para relação entre vãos igual a 1,0	45
Gráfico 6 - Consumo de aço para relação entre vãos igual a 1,5	46
<b>Gráfico 7</b> - Consumo de aço para relação entre vãos igual a 2,0	46
<b>Gráfico 8</b> - Diferença percentual do consumo de aço das lajes treliçadas em relação às	
maciças	47

## LISTA DE SIGLAS

**ABNT** Associação Brasileira de Normas Técnicas

CAA Classe de Agressividade Ambiental
ELS Estado Limite de Serviço

ELS Estado Limite de Serviço
 ELU Estado Limite Último
 EPS Poliestireno expandido
 SCU Sobrecarga de utilização

## LISTA DE SÍMBOLOS

α – Coeficiente tabelado por Pinheiro (2007), disponível no anexo 2

 $\alpha_{fm}$  – Coeficiente tabelado a depender do formato da seção

 $A_c$  – Área unitária da seção de concreto

 $A_{s,min}$  – Área de aço mínima

 $\alpha_f$  – Flecha por fluência do concreto

 $b_f$  – Largura da mesa colaborante

*b*<sub>w</sub> – Largura da seção transversal

 $\Delta c$  – Valor oferecido como tolerância de execução

*c<sub>min</sub>* – Cobrimento mínimo

 $c_n$  – Cobrimento nominal

d – Altura útil

 $\delta_i$  – Flecha inicial

 $\delta_{CF,nec}$  – Contraflecha necessária

 $\delta_{CF,lim}$  – Contraflecha limite

 $\delta_{lim}$  – Flecha limite

 $\delta_T$  – Flecha final

φ – Diâmetro da barra de aço adotado

 $E_{cs}$  – Módulo de elasticidade secante do concreto

 $(EI)_{eq}$  – Rigidez equivalente de um elemento fissurado

 $\xi$  – Coeficiente em função do tempo

 $e_s$  – Espessura da sapata da vigota treliçada;

 $f_{cd}$  – Resistência de cálculo do concreto

 $f_{ck}$  – Resistência característica do concreto

 $f_{ct,m}$  – Resistência à tração direta do concreto

 $f_{ctk,sup}$  – Resistência característica à tração do concreto

 $F_{d,ser}$  – Valor de cálculo das ações para combinações em serviço

 $F_{qi,k}$  – Valor característico das ações permanentes

 $F_{ai,k}$  – Valor característico das ações variáveis

 $f_{vd}$  – Resistência de cálculo do aço

h − Altura da laje

 $h_f$  – Altura da aba da viga

 $h_w$  – Altura da alma da viga;

 $I_c$  – Momento de inércia para seção não fissurada

 $I_{II}$  – Momento de inércia no estádio II

 $\lambda$  – Relação entre o maior e o menor vão da laje

 $l_{ef}$  – Vão efetivo da laje

 $l_x$  – Menor vão teórico da laje

 $l_v$  – Maior vão teórico da laje

M – Momento positivo característico

 $M_a$  – Momento fletor na seção crítica, na combinação rara

 $\mu$  – Coeficiente tabelado

*M<sub>d</sub>* – Momento positivo de cálculo

 $M_{d,min}$  – Momento mínimo de cálculo

 $M_f$  – Momento fletor resistido pelas abas da viga

 $M_r$  – Momento de fissuração do concreto

M<sub>w</sub> – Momento fletor resistido pela alma da viga

p – Carga da laje

 $p_l$  – Peso unitário das lajotas

 $Q_l$  – Quantidade de lajotas por metro quadrado;

w₀ – Módulo de resistência da seção bruta de concreto

x – Posição da linha neutra

 $y_t$  – Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada

 $\psi_1$  – Fator de redução da combinação frequente para o ELS

 $\psi_2$  – Fator de redução da combinação quase permanente para o ELS

# **SUMÁRIO**

1. INTRODUÇÃO	13
2. OBJETIVO GERAL	15
2.1. OBJETIVO ESPECÍFICO	15
3. REFERENCIAL TEÓRICO	16
3.1. CLASSIFICAÇÃO DAS AÇÕES NAS EDIFICAÇÕES	16
3.2. COMBINAÇÃO DAS AÇÕES	16
3.3. CONCEITOS GERAIS	18
3.3.1. LAJES MACIÇAS	18
3.3.1.1. DIMENSÕES MÍNIMAS	19
3.3.2. LAJES TRELIÇADAS	19
3.3.2.1. DIMENSÕES MÍNIMAS	20
3.4. COBRIMENTO DAS ARMADURAS	20
3.5. LAJES MACIÇAS	22
3.5.1. VERIFICAÇÃO À FLEXÃO	22
3.5.2. VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA	27
3.6. LAJES TRELIÇADAS	29
3.6.1. VERIFICAÇÃO À FLEXÃO	29
3.6.2. VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA	32
4. METODOLOGIA	33
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
6. CONCLUSÃO	48
7. REFERÊNCIAS	50

# 1. INTRODUÇÃO

Assim como em diversas outras áreas, a construção civil dispõe de uma grande diversidade de formas de se executar um mesmo serviço, a depender da função que ele irá desempenhar. Os mais variados materiais podem ser empregados em uma construção a depender do tipo da edificação, seja ele um empreendimento comercial ou residencial etc., dos materiais disponíveis na região em que ela se encontra e também dos recursos financeiros que ela dispõe. Nos sistemas de vedações das edificações, por exemplo, podem ser utilizados blocos cerâmicos, blocos de concreto e até mesmo blocos de gesso. Já no sistema estrutural são utilizados com mais frequência o concreto armado moldado *in loco*. Também fazem parte do sistema estrutural de uma edificação as lajes, que também podem ser de diferentes tipos: laje lisa, laje maciça, laje nervurada entre outras.

Nas edificações de pequeno porte (edifícios residenciais de um ou dois pavimentos) as lajes nervuradas com o emprego de vigotas treliçadas pré-moldadas são as mais utilizadas (SILVA, 2005). Já as lajes maciças são utilizadas tanto em edifícios de pequeno porte, quanto em edifícios de médio e grande porte (reservatórios, escadas, pontes, hospitais, etc.) (PEREIRA, 2020). Dessa forma, as lajes maciças e treliçadas são utilizadas com mais evidência em relação às outras tipologias de lajes, isso se deve ao fato de ambas contarem com uma execução relativamente simples, além de apresentarem um custo baixo e serem suficientes para suportar as cargas de utilização dessas edificações. As lajes aqui estudadas, são estruturas de concreto armado, unidirecionais para o caso das lajes treliçadas e bidirecionais para o caso das lajes maciças. As lajes maciças são formadas basicamente de aço e concreto, podendo ser armadas em uma ou nas duas direções. Contam com uma execução um pouco menos ágil em relação às lajes treliçadas, por ser necessário o uso de formas, geralmente placas de compensado. Já as lajes treliçadas, também utilizam o concreto armado como principal insumo, com a diferença que elas utilizam vigotas treliçadas pré-moldadas, e utilizam blocos cerâmicos, ou o poliestireno expansível (EPS), para o enchimento da laje.

Nas obras de construção civil são utilizados parâmetros, sendo a segurança e a economia os mais importantes. Quando aplicável, de acordo com Pereira (2020), a utilização das lajes treliçadas é em média até 14,34% menos onerosa que as lajes maciças. Grande parte do orçamento das obras é destinado à estrutura, que consome quantidade de insumos em abundância, principalmente o cimento e também muitas horas do operacional. A escolha do sistema de lajes, seja ela maciça ou treliçada, impacta diretamente no orçamento das obras.

Então, tal escolha deve passar por um estudo minucioso para que a tomada de decisão seja a mais vantajosa.

Além da questão financeira é evidente que as lajes precisam desempenhar sua principal função que é a de suportar as cargas solicitantes sem apresentar grandes deformações ou vibrações excessivas. Portanto, é preciso também analisar o conforto psicológico, ou seja, o conforto percebido pelos usuários. E, de acordo com Silva (2005), nos sistemas estruturais convencionais as lajes tem a função não só de suportar as cargas verticais de utilização, mas também a de fazer o contraventamento das estruturas, conhecido também como efeito diafragma. Função essa que não é desempenhada adequadamente pelas lajes treliçadas.

Em razão das lajes maciças e treliçadas serem amplamente utilizadas nas obras em todo país, esse trabalho propõe uma análise em termos do desempenho estrutural em serviço, por meio do dimensionamento de ambos os tipos, e comparando-os, tomando como base as normas NBR 6118 (ABNT,2014) e NBR 14859-1 (ABNT, 2016); e também, analisar o fator econômico envolvendo a utilização de um tipo de laje ou de outro. Sendo assim, confrontando os resultados em relação às resistências e às flechas encontradas, além dos quantitativos envolvendo a execução, a fim de facilitar e tornar mais clara a escolha para o construtor que deseja executar uma laje. Portanto, mostrando quais são as vantagens e desvantagens de cada uma, por meio da análise aqui feita através do dimensionamento, dos detalhamentos das lajes e dos quantitativos.

#### 2. OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem a finalidade de dimensionar lajes maciças e treliçadas, utilizando o microclima da cidade de Aracaju-SE. O dimensionamento é feito variando os vãos e analisando o comportamento em cada situação, a fim de demonstrar em quais casos a laje maciça leva vantagem sobre a laje treliçada, e vice-versa, analisando o desempenho estrutural em situação de projeto e de serviço, através da avaliação das flechas encontradas; e também, analisar os quantitativos envolvendo a execução em cada caso.

#### 2.1. OBJETIVO ESPECÍFICO

- Dimensionar e as lajes maciças e treliçadas no estado limite último (ELU) e verificá-las no estado limite de serviço (ELS) de deformações excessivas;
- Avaliar a influência dos tamanhos dos vãos (de 1,5 a 4,0 metros);
- Avaliar a influência da relação entre vãos teóricos (1,0; 1,5; e 2,0);
- Avaliar os quantitativos atrelados a execução das lajes: consumo de concreto, consumo de aço.

# 3. REFERENCIAL TEÓRICO

# 3.1. CLASSIFICAÇÃO DAS AÇÕES NAS EDIFICAÇÕES

Ações são cargas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. As ações consideradas no dimensionamento das lajes são classificadas de acordo com a ABNT NBR 8681 (2003) como ações permanentes, variáveis e excepcionais:

 A. Ações permanentes – São as ações que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação durante toda a vida da construção;

Exemplos: Os pesos próprios da estrutura, os pesos dos equipamentos fixos, peso dos revestimentos etc.

B. Ações variáveis – São as ações que ocorrem com valores que apresentam variações significativas, em torno da média, durante a vida da construção;

Exemplos: Cargas acidentais das construções, efeitos dos ventos, variações de temperatura etc.

 C. Ações excepcionais – São ações que têm duração extremamente curta e baixa probabilidade de acontecer, mas que devem ser consideradas em determinadas estruturas;

Exemplos: Choques de veículos, explosões, incêndios etc.

Para os cálculos das lajes maciças e treliçadas são utilizadas apenas as ações permanentes e variáveis.

# 3.2. COMBINAÇÃO DAS AÇÕES

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) para o estado limite de serviço, as ações podem ser classificadas quanto a sua permanência na estrutura:

 a) Quase permanentes: podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária no estado limite de deformações excessivas. O cálculo das solicitações é dado por:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k}$$

b) Frequentes: repetem-se durante o período de vida a estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de 32 formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Sendo somente considerada no estado limite de deformação excessiva, se as deformações forem advindas da ação do vento ou temperatura. O cálculo das solicitações é dado por:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \psi_1 F_{q1,k} \sum \psi_{2j} F_{qj,k}$$

c) Raras: ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras. O cálculo das solicitações é dado por:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1,k} \sum \psi_{1j} \, F_{qj,k}$$

Sendo,

 $F_{d,ser}$  – O valor de cálculo das ações para a combinação de serviço;

 $F_{gi,k}$  – O valor das ações permanentes;

 $F_{gi,k}$  – O valor característico das ações variáveis;

 $\psi_1$  – É o fator de redução da combinação frequente para o ELS;

 $\psi_2$  – É o fator de redução da combinação quase permanente para o ELS;

**Tabela 1** - Valores de  $\gamma_{f2}$ .

	7211523		$\gamma_{f_2}$		
Ações		$\psi_0$	$\psi_1$ a	$\psi_2$	
	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos periodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3	
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longo periodo de tempo ou de elevada concentração de pessoas <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4	
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6	
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0	
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3	

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Para valores relativos às pontes e principalmente para problemas de fadiga, ver seção 23.

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup> Edificios residenciais

<sup>&</sup>lt;sup>c</sup> Edificios comerciais, de escritórios, estações e edificios urbanos

#### 3.3. CONCEITOS GERAIS

# 3.3.1. LAJES MACIÇAS

De acordo com Bastos (2015) as lajes maciças são aquelas onde toda a espessura é composta por concreto, contendo armaduras longitudinais de flexão e eventualmente transversais. O modelo de laje maciça é mostrado na figura 1.

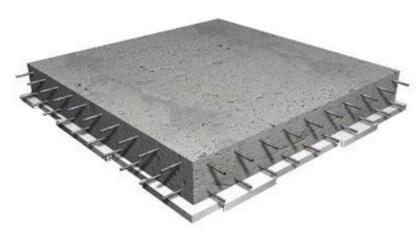
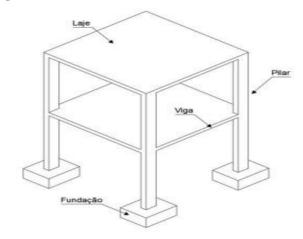


Figura 1 - Modelo de laje maciça.

Fonte: Virtuhab (2015).

Segundo Zanon (2011), chama-se laje maciça a laje de concreto armado com espessura constante, moldada in loco a partir do lançamento do concreto fresco sobre sistema de formas planas.

Os edifícios de sistema estrutural executados em concreto armado moldado *in loco*, que são formados por lajes, vigas e pilares são geralmente chamadas de estruturas convencionais como demonstrado na Figura 2.



**Figura 2** - Sistema estrutural convencional.

Fonte: O autor (2022).

#### 3.3.1.1. DIMENSÕES MÍNIMAS

No dimensionamento das lajes maciças devem ser respeitadas os critérios de segurança, ou seja, devem ser seguidos os valores mínimos definidos pela norma, para a espessura da laje como mostrado abaixo:

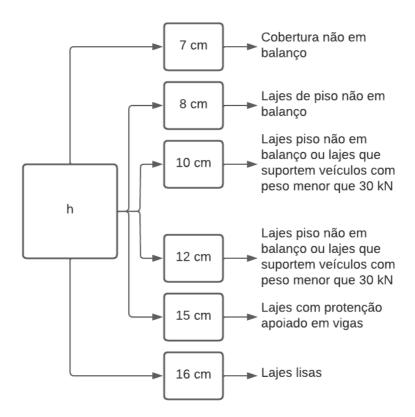


Figura 3 - Espessuras mínimas das lajes maciças (h).

Fonte: O autor (2022)

## 3.3.2. LAJES TRELIÇADAS

De acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) as lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, como é o caso das lajes com vigotas treliçadas, cuja a zona de tração esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte. O modelo de laje treliçada é demonstrada na figura 4, sendo formada pela vigota pré-fabricada, o material inerte (cerâmica) e a capa de concreto:

Capa de Concreto

Vigota Treliçada

Cerâmica

Figura 4 - Laje treliçada.

Fonte: Lajes Rami (2022).

De acordo com Droppa (1999) as lajes treliçadas podem ser consideradas como estruturas monolíticas, devido à solidarização da armadura com o concreto lançado na obra. A princípio essas lajes têm o funcionamento estrutural similar ao de uma laje maciça.

#### 3.3.2.1. DIMENSÕES MÍNIMAS

Assim como as lajes maciças, nas lajes treliçadas devem ser resguardadas as dimensões mínimas ao dimensionar as lajes. As vigotas treliçadas são fabricadas com dimensões padronizadas, bem como o material de enchimento. A Tabela 2 apresenta as espessuras que elas precisam ter no mínimo:

Altura total da 10,0 11,0 12,0 13,0 14,0 15,0 16,0 17,0 20,0 25,0 laje (cm) **Espessura** mínima da 3.0 4,0 4,0 4,0 4,0 4,0 4,0 4,0 4,0 5.0 capa resistente (cm)

Tabela 2 - Altura da capa padronizada.

Fonte: NBR 14859-1 (ABNT, 2002).

#### 3.4. COBRIMENTO DAS ARMADURAS

Além dos esforços, as estruturas devem ser projetadas para terem uma boa durabilidade. De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), a durabilidade da estrutura consiste na capacidade de a estrutura resistir às influências ambientais. Ou seja, deve-se levar em conta o ambiente que a estrutura está inserida no cálculo estrutural. A classe de agressividade ambiental está relacionada às ações físicas e químicas que a atuam sobre a estrutura de concreto.

Classe de Classificação geral do Risco de deterioração da agressividade Agressividade tipo de ambiente para estrutura ambiental efeito de projeto Rural I Fraca Insignificante Submersa Urbana a,b II Moderada Pequeno Marinha Grande III Forte Industrial a,b Industrial a,c IV Muito forte Elevado Respingos de maré

**Tabela 3** - Classe de agressividade ambiental (CAA).

<sup>a</sup>Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup>Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras e regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup>Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

No que se refere ao microclima de Aracaju, se tratando de uma cidade litorânea, na Tabela 3, a classe de agressividade é considerada forte. Entretanto, na tabela é mencionado que pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda para ambientes internos secos. Então ao invés de classe de agressividade forte, é utilizado neste trabalho a classe de agressividade moderada.

E, de acordo com a norma, os valores dos cobrimentos são dados pela equação 1.

$$c_n = c_{min} + \Delta c$$
 (Equação 1)

Sendo.

- $c_n$  cobrimento nominal;
- $c_{min}$  cobrimento mínimo;
- $\Delta c$  valor oferecido como tolerância de execução.

O valor da tolerância normalmente é de 10 mm, mas permite-se adotar o valor de 5 mm quando houver controle rígido na execução da estrutura. Então é permitido reduzir o cobrimento nominal mostrado na Tabela 4, em 5 mm.

**Tabela 4** – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para  $\Delta c = 10 \ mm$ .

	Componente	Cla	asse de agre	ssividade an	nbiental
Tipo de estrutura	ou elemento	I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal			
	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	40
	Viga/ Pilar	25	30	40	50
Concreto armado	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>		30	40	50
Concrete protondide	Lajes	25	30	40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Viga/ Pilar	30	35	45	55

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014)

Então o cobrimento utilizado nos cálculos, foi de apenas 2 cm, já que a classe de agressividade foi reduzida para moderada e foi considerado o  $\Delta c = 5 \, mm$ . A redução no cobrimento das armaduras é utilizada nas obras pois gera economia, porém, vale salientar que a redução no cobrimento requer atenção e controle ainda maior na execução da peça de concreto.

#### 3.5. LAJES MACIÇAS

# 3.5.1. VERIFICAÇÃO À FLEXÃO

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

<sup>&</sup>lt;sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV

 $<sup>^{\</sup>rm d}$  No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45$  mm.

Primeiramente, a NBR 6118 (ABNT, 2014), define o vão efetivo e o vão teórico das lajes maciças, que são dados pelas expressões:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \tag{Equação 2}$$

Com,

$$a_1 \le \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3*h \end{cases} \qquad a_2 \le \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3*h \end{cases}$$
 (Equação 3)

As dimensões, consideradas na equação 2 e 3 estão indicadas na Figura 5:

Fonte: BASTOS (2015).

O carregamento total da laje maciça é obtido somando o peso do concreto, o peso do revestimento e a sobrecarga de utilização conforme equação 4:

$$p = \gamma_c * h + p_{rev} + SCU$$
 (Equação 4)

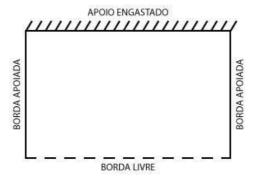
Sendo:

- $\gamma_c$  Peso específico do concreto;
- h Altura da laje;
- $p_{rev}$  Peso do revestimento;
- *SCU* Sobrecarga de utilização;

Além do vão efetivo e do peso próprio, o dimensionamento das lajes maciças dependem de outros fatores, como por exemplo, o modelo de cálculo da lajes. O modelo teórico delas é dividido em casos (resultando das interações que existem entre as lajes), assim como do tipo de carga que a laje está sendo submetida.

Essas vinculações podem ser simplificadamente divididas em três casos: borda engastada, borda livre e borda simplesmente apoiada, como representado no exemplo da figura 6.

Figura 6 - Vinculações nas lajes.



Fonte: Guia da engenharia (2022).

Em relação ao modelo mostrado figura 6, esse esquema pode estar disposto das mais variadas maneiras. A laje pode estar engastada em todos os bordos ou apenas apoiada a eles, assim como pode ser uma mistura de engastado, livre e apoiado. Para efeito de comparação, são analisadas lajes simplesmente apoiadas nos quatro bordos, ou seja, são calculados apenas os momentos fletores positivos a partir desses modelos. Como dito anteriormente no item 1, as lajes maciças podem ser armadas tanto em uma quanto em duas direções, com base nos valores encontrados pelas equações que relacionam as dimensões dos vãos da laje. Como mostrado abaixo:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} > 2$$
 (Equação 5)

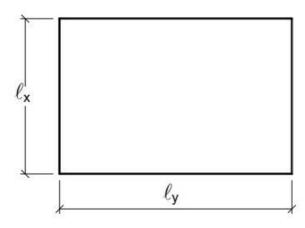
$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} > 2$$
 (Equação 5) 
$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \le 2$$
 (Equação 6)

Sendo,

- $l_{\nu}$  Maior vão teórico da laje;
- $l_x$  Menor vão teórico da laje;

O maior e menor vão teórico da laje é mostrado na Figura 7:

Figura 7 - Maior e menor vão da laje maciça.



Fonte: BASTOS (2015).

Se a relação das equações 5 e 6 for inferior ou igual a 2, então a laje é armada nas duas direções, se não, é armada em uma direção.

Para os casos em que as lajes sejam armadas nas duas direções podem ser utilizadas as tabelas de Pinheiro (2007), com auxílio do anexo 1, com as quais se obtém os coeficientes adimensionais, utilizados para os cálculos dos momentos fletores positivos:

$$M = \mu * \frac{p * l^2_x}{100}$$
 (Equação 7)

Sendo:

- $\mu$  Coeficiente tabelado;
- p − Carga da laje;
- $l_x$  Menor vão teórico da laje.

A partir desses momentos característicos calculados, são obtidos os momentos de cálculo e com eles é possível então obter a área de aço necessária. O momento de cálculo é:

$$M_d = 1.4 * \mu * \frac{p * l^2_x}{100}$$
 (Equação 8)

Com a equação 9, é encontrada a altura útil da seção com a qual posteriormente é encontrada a altura da linha neutra.

$$d = h - c - \frac{\varphi}{2}$$
 (Equação 9)

Sendo:

- h Altura da seção;
- c Cobrimento;

φ – Diâmetro adotado;

Com a altura útil da seção e momento de cálculo, é encontrada a posição da linha neutra na equação 10, conforme sugerido por Carvalho (2014).

$$x = 1,25 * d * \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 * b_w * d^2 * f_{cd}}}\right)$$
 (Equação 10)

Sendo:

- $M_d$  Momento de cálculo;
- *d* Altura útil da seção;
- $b_w$  Largura unitária da laje;
- $f_{cd}$  Resistência de cálculo do concreto;

E portanto, finalmente é encontrada a área de aço necessária de acordo com Carvalho (2014), que é definida por:

$$A_s = \frac{M_d}{(d - 0.4 * x) * f_{vd}}$$
 (Equação 11)

Onde:

- $M_d$  Momento de cálculo;
- *d* Altura útil da seção;
- x Posição da linha neutra;
- $f_{yd}$  Resistência de cálculo do aço;

Conhecida a área de aço, é verificado se a mesma é menor que a mínima definida por norma:

$$A_{s,min} = 0.15\% * A_c$$
 (Equação 12)

Onde:

•  $A_c$  – Área unitária da seção de concreto;

Ou também pode ser obtida a área de aço mínima, calculando o momento mínimo, dado pela equação:

$$M_{d,min} = 0.8 * w_0 * f_{ctk,sup}$$
 (Equação 13)

- w<sub>0</sub> Módulo de resistência da seção bruta de concreto;
- $f_{ctk,sup}$  Resistência característica à tração do concreto

# 3.5.2. VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

As flechas nas lajes são os deslocamentos verticais máximos admitidos, causados pelos esforços que agem sobre elas. A flecha final é obtida a partir da soma da flecha inicial (deslocamento imediato ao carregamento da laje) com a flecha por fluência (deslocamento devido à deformação lenta apresentada pelo concreto ao longo do tempo). Esses deslocamentos têm um limite definido na norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Para o cálculo das flechas utilizase as seguintes equações:

#### • Flecha limite ( $\delta_{lim}$ ):

$$\delta_{lim} = \frac{l}{250}$$
 (Equação 14)

Sendo  $\delta_{lim}$  o valor sensorial aceitável, ou seja, o limite para deslocamentos visíveis nos elementos estruturais. Parte da flecha total das lajes é devido às deformações das vigas de apoio. Segundo Carvalho (2014), 1/3 da flecha total da laje é devido às deformações das vigas. Assim, a flecha limite pode ser convenientemente redefinida para 2/3 do valor recomendado pela norma.

• Flecha imediata ( $\delta_i$ ), de acordo com Pinheiro (2007):

$$\delta_i = \frac{\alpha * p * l_x^4}{(E * I)_{eq}}$$
 (Equação 15)

Sendo:

 α - coeficiente tabelado obtido em umas das tabelas de Pinheiro (2007), com o auxílio do anexo 2.

E, na equação 16 obtemos a inércia equivalente que leva em conta a fissuração do concreto:

$$(E * I)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_a}{M_r} \right)^3 * I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_a}{M_r} \right)^3 \right] * I_{ii} \right\} \le E_{cs} * I_c$$
 (Equação 16)

Sendo:

- $(EI)_{eq}$  Rigidez equivalente de um elemento fissurado;
- $E_{cs}$  Módulo de elasticidade secante do concreto;
- *I<sub>c</sub>* Momento de inércia para seção não fissurada;

- $I_{II}$  Momento de inércia no estádio II;
- $M_r$  Momento de fissuração do concreto;
- $M_a$  Momento fletor na seção crítica, na combinação rara;

$$M_r = \frac{\alpha_{fm} * f_{ct,m} * I_c}{\gamma_t}$$
 (Equação 17)

- $\alpha_{fm}$  1,2 para seções T ou duplo T;
- $\alpha_{fm} 1.3$  para seções I ou T invertido;
- $\alpha_{fm} 1,5$  para seções retangulares;

Onde,

- $y_t$  Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;
- $f_{ct,m}$  Resistência à tração direta do concreto;

$$f_{ct,m} = 0.3 * fck^{2/3}$$
 (Equação 18)

## • Flecha por fluência $(\delta_f)$ e Flecha total $(\delta_T)$

O coeficiente de fluência é dado por:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'}$$
 (Equação 19)

Sendo,

$$\rho' = \frac{A'_s}{hd}$$
 (Equação 20)

E  $\xi$  é um coeficiente em função do tempo, que pode ser obtido diretamente pelas equações 21 e 22

Se t < 70 Meses: 
$$\xi(t) = 0.68 * (0.996^t) * t^{0.32}$$
 (Equação 21)

Se t > 70 Meses: 
$$(t) = 2$$
 (Equação 22)

•  $\rho'$  - Taxa de aço à compressão.

E, finalmente é encontrada a flecha total, pela equação 21:

$$\delta_T = (1 + a_f) * \delta_i$$
 (Equação 23)

Caso o valor encontrado na flecha seja maior que o limite, então deve-se aplicar contraflecha. A contraflecha é um deslocamento vertical de baixo para cima, feito com auxílio do escoramento da laje, que tem como objetivo mitigar os efeitos das flechas. A contraflecha

necessária e a limite é obtida nas equações 24 e 25 respectivamente:

$$\delta_{CF,nec} = \delta_T - (\frac{2}{3} * \frac{l_x}{250})$$
 (Equação 24)

$$\delta_{CF,lim} = \frac{l_x}{350}$$
 (Equação 25)

#### 3.6. LAJES TRELIÇADAS

# 3.6.1. VERIFICAÇÃO À FLEXÃO

O dimensionamento das lajes treliçadas é um pouco diferente das lajes maciças já que o modelo de cálculo é igual ao dimensionamento de vigas de seção T de concreto armado.

O peso próprio das lajes treliçadas, por unidade de área, é obtido através da equação 26:

$$p_{t} = \frac{h_{w} * b_{w}}{b_{f}} * \gamma_{c} + h_{f} * \gamma_{c} + Q_{l} * p_{l} + \frac{e_{s} * L_{s}}{b_{f}} * \gamma_{c}$$
 (Equação 26)

Sendo:

- $h_w$  Altura da alma da viga;
- $b_w$  Largura da alma da viga;
- $h_f$  Altura da aba;
- $Q_l$  Quantidade de lajotas por metro quadrado;
- $p_l$  Peso unitário das lajotas
- $e_s$  Espessura da sapata da vigota treliçada;
- $L_s$  Largura da sapata da vigota treliçada;

O momento característico de uma laje biapoiada é encontrado através da seguinte equação:

$$M = \frac{p * l^2_x}{8}$$
 (Equação 27)

E, se tratando de vigas de seção T, a NBR 6118 (ABNT, 2014) define a largura colaborante ( $b_f$ ) da laje como sendo:

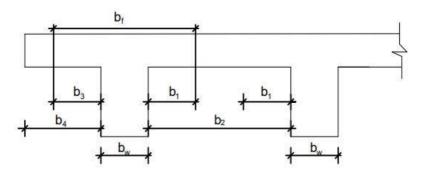
$$b_1 \le \begin{cases} 0.5 * b_2 \\ 0.1 * a \end{cases}$$
 (Equação 28)

$$b_3 \le \begin{cases} b_4 * 0.5 \\ 0.1 * a \end{cases}$$
 (Equação 29)

Sendo:

- Viga simplesmente apoiada a = 1.0 \* l;
- Tramo com momento em uma extremidade e nas duas a = 0.75 \* l
- Tramo com momento nas duas extremidades a = 0.60 \* l;
- Tramo em balanço a = 2.0 \* l;

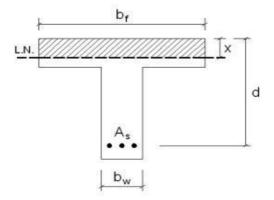
Figura 8 - Largura colaborante



Fonte: Adaptada NBR 6118 (ABNT,2014)

A depender de onde está localizada a linha neutra, o modelo de cálculo sofre mudanças. Se a linha neutra passar pela mesa então a viga é considerada T falsa e o cálculo é realizado como se fosse simplesmente uma seção retangular de largura  $b_f$ . Caso contrário, a linha neutra passa na alma, então é considerada T verdadeira e o dimensionamento é como uma viga de seção T.

Figura 9 - Viga de seção T



Fonte: Notas de aula do professor Alva (UFSM, 2014)

A altura útil da seção da viga é obtida através da equação 30, após a bitola  $(\varphi)$  ser

adotada:

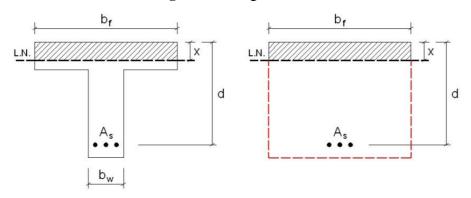
$$d = h - c - \frac{\varphi}{2}$$
 (Equação 30)

A posição da linha neutra é encontrada da mesma forma como nas lajes maciças:

$$x = 1.25 * d \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0.425 * b_f * d^2 * f_{cd}}} \right)$$
 (Equação 31)

Com a posição da linha neutra (x) é feito o teste se a seção é uma T falsa ou T verdadeira. Se T falsa, a área de aço por nervura é encontrada conforme indica a figura 10 e a equação 32:

Figura 10 - Viga T falsa.

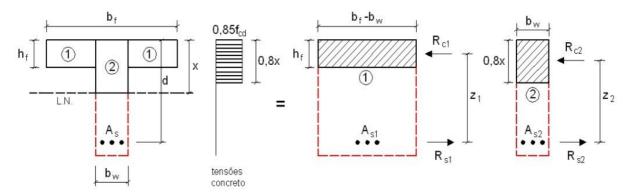


Fonte: Notas de aula do professor Alva (UFSM, 2014).

$$A_s = \frac{M_d}{f_{vd} * (d - 0.4x)}$$
 (Equação 32)

Caso contrário, a seção é considerada T verdadeira a linha neutra está abaixo da mesa:

Figura 11 - Viga T verdadeira



Fonte: Notas de aula do professor Alva (UFSM, 2014)

São calculados separadamente os momentos fletores da seção composta pelas abas e da

seção composta pela alma, nas equações 33 e 34, respectivamente. Então o momento total é obtido através da soma de ambos (equação 35):

$$M_f = 0.85 * f_{cd} * (b_f - b_w) * h_f * (\frac{d - h_f}{2})$$
 (Equação 33)

$$M_w = 0.85 * f_{cd} * b_w * 0.8 * x * (d - 0.4 * x)$$
 (Equação 34)

$$M_d = M_f + M_w$$
 (Equação 35)

E assim a área de aço da seção T verdadeira é dado por:

$$A_s = \frac{M_f}{f_{yd} * (d - 0.5h_f)} + \frac{M_w}{f_{yd} * (d - 0.4x)}$$
 (Equação 36)

As lajes treliçadas são armadas na direção das nervuras, mas além da área de aço da armadura principal das nervuras, também é calculada a área de aço da armadura de distribuição, geralmente uma tela soldada, da capa de concreto. As áreas de aço mínimas e a armadura de distribuição mínima são mostradas na Tabela 5:

Tabela 5 - Área mínima e quantidade de armadura de distribuição

Aço	Área mínima	N° de ba	arras / m
1140		Φ 5,0 mm	Φ 6,3 mm
CA 25	0,9 cm <sup>2</sup> /m	5	3
CA 50, CA 60, Tela soldada	0,6 cm <sup>2</sup> /m	3	3

Fonte: Adaptada da NBR 14859-1 (ABNT, 2002)

#### 3.6.2. VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

As flechas das lajes treliçadas são encontradas de forma similar como foi mostrado anteriormente nas lajes maciças com a diferença que são utilizadas as dimensões da viga de seção T e as tabelas das flechas elásticas de vigas (ANEXO 3).

#### 4. METODOLOGIA

A metodologia consistiu na delimitação deste trabalho visto que se trata de um tema bastante amplo. Posteriormente foi feita uma revisão bibliográfica nas normas brasileiras e artigos científicos acerca do tema para que fosse possível coletar todas as equações e informações, e assim, tornar os dimensionamentos das lajes maciças e treliçadas possível. O modelo de cálculo foi delimitado em lajes simplesmente apoiadas aos bordos, visto que as lajes treliçadas geralmente são encontradas dessa forma.

Após a obtenção das equações, são feitos os dimensionamentos das lajes maciças e treliçadas para que assim seja possível colher os resultados e com eles comparar os quantitativos (concreto e aço) e também as flechas encontradas. Organizando dessa forma os resultados em gráficos para auxiliar e tornar mais clara a análise dos resultados.

Com o auxílio da norma NBR 6120 (NBR, 2019) foram definidos os valores das cargas de utilização comuns a edificações residenciais para encontrar o peso próprio das lajes.

Tabela 6 - Peso específico aparente dos materiais de construção.

Material		Peso específico	
Argamassas e concretos	Concreto armado	25 kN/m <sup>3</sup>	

Fonte: Adaptada da NBR 6120 (ABNT, 2019).

**Tabela 7** - Cargas das edificações.

Revestimentos e Pisos			
Edifícios residenciais e comerciais	1,0 kN/m <sup>2</sup>		

Fonte: Adaptada da NBR 6120 (ABNT, 2019).

Tabela 8 - Sobrecarga de utilização.

	Dormitórios	
Edifícios residenciais	Sala, copa, cozinha	1,5 kN/m <sup>2</sup>
	Sanitários	

Fonte: Adaptada da NBR 6120 (ABNT, 2019).

O primeiro passo para o dimensionamento das lajes é definir as sobrecargas de utilização e o peso próprio das mesmas, além dos pesos dos revestimentos.

Como visto na Tabela 6, retirada da norma, o peso específico do concreto é de 25 kN/m³, com o qual se obtém o peso próprio para as lajes maciças multiplicando-o pelas suas respectivas espessuras. Além disso, também se leva em conta o peso do revestimento do pavimento, que é

encontrado de 1,0 kN/m² e ações de cargas acidentais, também conhecidas como sobrecarga de utilização, de 1,5 kN/m². Com o somatório dessas, obtém-se o carregamento total conforme a equação 4.

Em seguida são adotados os valores de lambda ( $\lambda$ ) de 1,0, 1,5 e 2,0, ou seja, lajes maciças armadas nas duas direções. E com o lambda ( $\lambda$ ) são encontrados os valores dos coeficientes adimensionais ( $\mu$ ) nas tabelas de Pinheiro (2007) e, desse modo, na equação 8, são calculados os valores dos momentos de cálculo para as duas direções. Na equação 9, encontrase a altura útil.

O cobrimento é obtido na norma NBR 6118 (ABNT, 2014), para o microclima de Aracaju – SE, considerado como classe de agressividade III, mas como dito no item 3.4 foi adotada uma classe mais branda (admitido que se trata de ambientes internos e secos) e  $\Delta_c$ = 5 mm (com maior rigor na execução) resultando assim em um cobrimento de 2 cm. Com a altura útil usa-se a equação 10 para achar a posição da linha neutra dentro da seção e, consequentemente, a equação 11 para a área de aço, levando em conta as características do aço CA-50 e do concreto de 30 MPa.

Ademais, também são calculadas as flechas ocasionadas pelos carregamentos utilizando as equações 14 até a 25.

Já para as lajes treliçadas, o procedimento de cálculo é ligeiramente diferente. Nela utilizam-se materiais de enchimento, entre as vigotas, como dito anteriormente na introdução.

Aqui são adotadas as lajotas cerâmicas por serem convencionalmente mais utilizadas e também por apresentarem a condição mais desfavorável para a estrutura visto que o EPS apresenta um peso menor. São adotadas as lajotas H7 com dimensões de 7x30x20cm como ilustrado na figura 12:

Figura 12 - Lajota cerâmica H7.

Fonte: Cerâmica básica (2021).

A vigota treliçada é padronizada, e é utilizado o modelo TG8L, denominada assim pelo fabricante, porém, denominada TR08644 pela NBR 14862-1 (ABNT, 2016). Já a altura total da laje foi variável para suportar a solicitação, e a largura e altura da sapata de concreto são definidas em 12 cm e 3 cm, respectivamente.

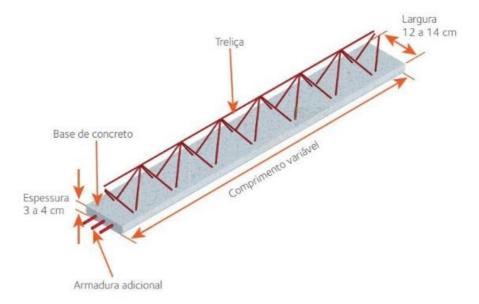


Figura 13 - Vigota treliçada TG8L.

Fonte: ArcerlorMittal (2010).

No dimensionamento, primeiramente são utilizadas as equações 17 e 18 para definir a largura colaborante  $(b_f)$  das vigas de seção T.

Como as lajes treliçadas são compostas de materiais diferentes, concreto e lajotas cerâmicas, são calculados os pesos próprios separadamente. Cada lajota H7 pesa 2,5 kg e calcula-se a quantidade de lajotas utilizadas por metro quadrado. E depois calcula-se a parte de concreto, que é a seção T, multiplicada pelo peso específico do concreto de 25 kN/m³. E também são adotados o peso de revestimento de 1,0 kN/m² e a sobrecarga de utilização de 1,5 kN/m² utilizando a equação 26.

Após obtidas as cargas solicitantes da laje treliçada, é encontrado o momento positivo na equação 26. A altura útil da seção, na equação 30, e, na 31 a posição da linha neutra. Com ambos os valores é possível testar se a seção é T verdadeira ou falsa, e, sendo assim, é encontrada a área de aço na equação 32, caso seja falsa, e na equação 36, caso seja verdadeira. Na Figura 14 é mostrado o modelo final da laje treliçada utilizada nos cálculos.

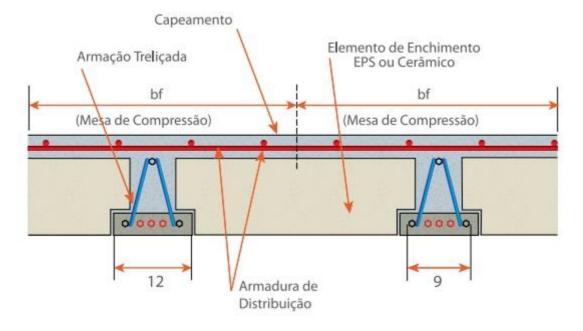


Figura 14 - Corte da seção da laje treliçada.

Fonte: AcerlorMittal (2010).

E, como dito no referencial teórico, as flechas são encontradas com o caso 6 do ANEXO 3, sendo o momento de inércia calculado as dimensões de uma viga de seção T (Figura 8).

Na Figura 15, 16 e 17 é possível visualizar de forma simplificada a metodologia utilizada, de modo a facilitar o entendimento:

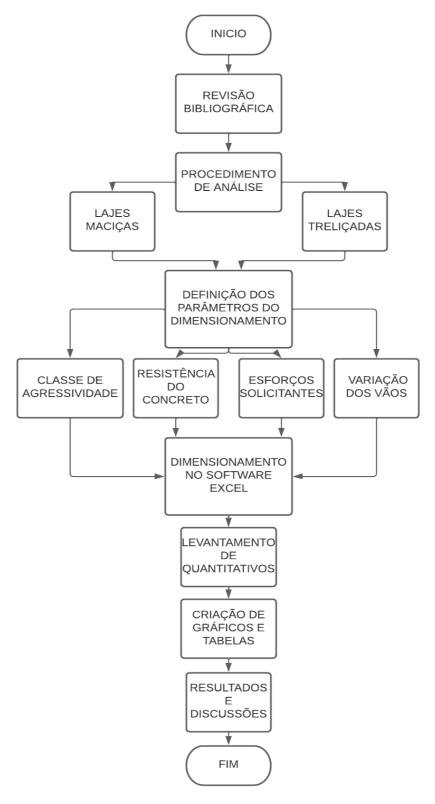


Figura 15 - Fluxograma com a metodologia utilizada.

PESO DA LAJE

MOMENTO DE CÁLCULO

ALTURA ÚTIL

LINHA NEUTRA

ÁREA DE AÇO

Figura 16 - Dimensionamento no ELU.

VERIFICAÇÃO NO ELS FLECHA IMEDIATA FLECHA DIFERIDA FLECHA TOTAL MAIOR QUE O LIMITE? ELS **APLICAR ≪**SIM-–NÃO,**⊳** VERIFICADO CONTRAFLECHA AUMENTAR MAIOR QUE O LIMITE? RESOLVE ⊲NÃO\_ A ESPESSURA

Figura 17 - Verificação no ELS.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados são obtidos com o auxílio do software Excel para dimensionar as lajes e também para obter os quantitativos de aço, concreto e criar as tabelas e gráficos. Os cálculos primeiramente são validados de forma manual e após isso, a tabela pôde ser considerada confiável. Como os cálculos são repetitivos, o software facilita a obtenção dos resultados de forma mais ágil e segura.

As lajes maciças e treliçadas foram dimensionadas considerando sempre os valores de espessuras mínimas, visando a economia na execução. Entretanto, quando apresentadas deformações excessivas, ou seja, flechas maiores que o limite da norma, inicialmente tenta-se aplicar contraflecha. Caso a contraflecha necessária seja superior ao limite, então aumenta-se a espessura da laje.

Na Tabela 9, são mostrados os resultados finais das lajes maciças após o dimensionamento. Como pode ser visto na tabela a maioria dos vãos foram vencidos utilizando a espessura mínima de 8 cm. A laje de 4,0 m x 6,0 m foi aumentada para a espessura de 9 cm por conta da flecha; e a laje de 3,5 m x 7,0 m precisou de contraflecha, como mostrado. A laje de 4,0 m x 8,0 m precisou ser aumentada a espessura para 10 cm, e mesmo assim foi necessário aplicar contraflecha como mostrado na tabela. Todas essas lajes foram consideradas viáveis do ponto de vista estrutural.

Tabela 9 - Altura e flechas finais das lajes maciças.

V/~ ( )	Maciça								
Vãos (m)	Altura da laje (cm)	$\delta_{t}$ (cm)	$\delta_{lim}$ (cm)	$\delta_{\text{CF,nec}}$ (cm)	δ <sub>CF,lim</sub> (cm)				
1,5 x 1,5	8,0	$\approx 0,000$	0,4	-	-				
2,0 x 2,0	8,0	0,045	0,53	-	-				
2,5 x 2,5	8,0	0,109	0,7	ı	-				
3,0 x 3,0	8,0	0,226	0,8	ı	-				
3,5 x 3,5	8,0	0,418	0,9	ı	-				
4,0 x 4,0	8,0	0,713	1,07	ı	-				
1,5 x 2,25	8,0	0,027	0,4	ı	-				
2,0 x 3,0	8,0	0,080	0,53	ı	-				
2,5 x 3,75	8,0	0,206	0,7	ı	-				
3,0 x 4,5	8,0	0,428	0,8	-	-				
3,5 x 5,25	8,0	0,800	0,93	ı	-				
4,0 x 6,0	9,0	1,020	1,07	ı	-				
1,5 x 3,0	8,0	0,035	0,4	ı	-				
2,0 x 4,0	8,0	0,111	0,53	-	-				
2,5 x 5,0	8,0	0,272	0,7	ı	-				
3,0 x 6,0	8,0	0,563	0,80	-	-				
3,5 x 7,0	8,0	1,603	0,9	0,98	1,0				
4,0 x 8,0	10,0	1,327	1,06	0,6	1,14				

Na Tabela 10, são mostrados os resultados finais das lajes treliçadas após o dimensionamento. O valor de capa mínima das lajes treliçadas foi de 5 cm, capa essa necessária para comportar a treliça TG8L e seus respectivos cobrimentos, resultando em lajes de no mínimo 13 cm de altura.

**Tabela 10** - Altura e flechas finais das lajes treliçadas.

X7~ ( )	Treliçada								
Vãos (m)	Altura da laje (cm)	$\delta_{t}$ (cm)	$\delta_{lim}$ (cm)	$\delta_{\text{CF,nec}}$ (cm)	$\delta_{\rm CF,lim}$ (cm)				
1,5 x 1,5	13,0	≈0,000	0,4	ı	-				
2,0 x 2,0	13,0	0,163	0,53	ı	-				
2,5 x 2,5	13,0	0,700	0,7	ı	-				
3,0 x 3,0	13,0	1,020	1,7	0,9	0,9				
3,5 x 3,5	15,0	2,300	0,9	1,7	1,0				
4,0 x 4,0	15,0	4,300	1,07	3,6	1,1				
1,5 x 2,25	13,0	0,004	0,4	ı	-				
2,0 x 3,0	13,0	0,163	0,53	-	-				
2,5 x 3,75	13,0	0,700	0,66	ı	-				
3,0 x 4,5	13,0	1,020	1,7	0,9	0,9				
3,5 x 5,25	15,0	2,300	0,9	1,7	1,0				
4,0 x 6,0	15,0	4,300	1,07	3,6	1,1				
1,5 x 3,0	13,0	0,004	0,4	ı	-				
2,0 x 4,0	13,0	0,163	0,53	-	-				
2,5 x 5,0	13,0	0,700	0,66	-	-				
3,0 x 6,0	13,0	1,020	1,7	0,9	0,9				
3,5 x 7,0	15,0	2,300	0,9	1,7	1,0				
4,0 x 8,0	15,0	4,300	1,07	3,6	1,1				

As vigotas treliçadas são sempre executadas na direção do menor vão, pois assim apresentam menores deformações. Mas, como pode ser visualizado na tabela 10, as lajes treliçadas apresentaram dificuldade em vencer vãos acima de 3 m de comprimento. Nas lajes de 3,0 m precisou-se aplicar contraflecha e nas lajes de 3,5 m e 4,0 m mesmo aumentando-se a espessura da capa, resultando em lajes de 15 cm de altura, as lajes são consideradas inviáveis do ponto de vista estrutural pois apresentam grandes deformações. Então, desse modo, só são comparados os quantitativos das lajes maciças com as treliçadas até os vãos de 3,0 m.

Comparando a Tabela 9 e a Tabela 10, é notório que as lajes maciças apresentam menores deformações, resultando assim em uma vantagem das lajes maciças.

Nos gráficos 1, 2 e 3 são demonstrados os consumos de concreto das lajes maciças em relação às lajes treliçadas:

Volume de concreto para lajes maciças e treliçadas (m³) 0,8 0,72 0,70 Volume de concreto (m<sup>3</sup>) 0,6 0,5 0,0 0,2 0,1 0,5 0,42 0,32 0,23 0,18 0,13 0 1,5 x 1,5  $2,0 \times 2,0$  $2,5 \times 2,5$  $3,0 \times 3,0$ Vãos (m) ■ Maciça ■ Treliçada

**Gráfico 1** - Consumo de concreto para relação entre vãos igual a 1,0.

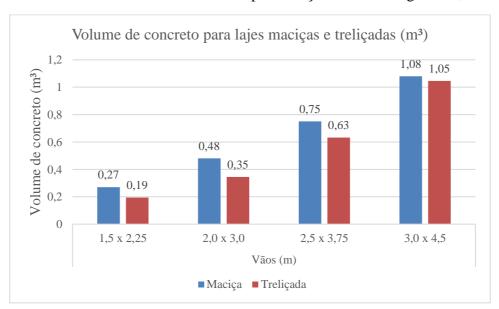
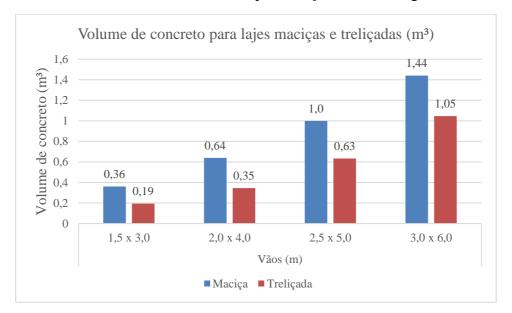


Gráfico 2 - Consumo de concreto para relação entre vãos igual a 1,5



**Gráfico 3** - Consumo de concreto para relação entre vãos igual a 2,0.

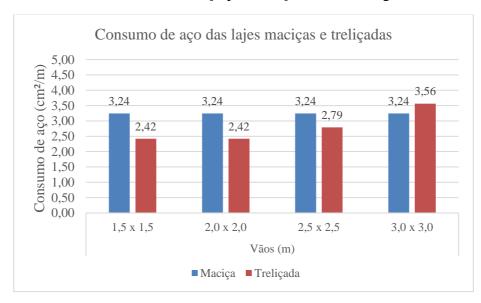
Como pôde ser visto nos gráficos 1 a 3, as lajes treliçadas apresentaram menores consumos de concreto em todos os casos. Apresentando assim, uma vantagem das lajes treliçadas em relação às lajes maciças em quase todos os casos.

O Gráfico 4 representa a economia de concreto percentual das lajes treliçadas em relação às lajes maciças, e como demonstrado no gráfico as lajes maciças podem consumir até 46% mais concreto. E demonstra também que quanto maior a relação entre vãos das lajes maior é a vantagem para as lajes treliçadas principalmente nos vãos de 1,5 m a 2,5 m.

Economia de concreto das lajes treliçadas em relação às maciças 50 46 46 45 40 37 35 Percentual (%) 28 28 28 30 27 25 20 16 16 15 10 5 0 1,5 2,0 2,5 3,0 1,5 2,0 2,5 3,0 1,5 2,0 2,5 3,0 Vãos (m) ■ Relação entre vãos = 1,0 ■ Relação entre vãos = 1,5 ■ Relação entre vãos = 2,0

**Gráfico 4** - Diferença percentual do consumo de concreto das treliçadas em relação às maciças.

Já o consumo de aço é apresentado nos gráficos 5, 6 e 7. A área de aço total das lajes maciças é obtida da soma da área de aço necessária para as duas direções; e a área de aço total das lajes treliçadas é dada pela soma da área de aço presente nas vigotas treliçadas, mais a área de aço adicional que eventualmente seja necessária, e somado também com a área da tela soldada da capa da laje.



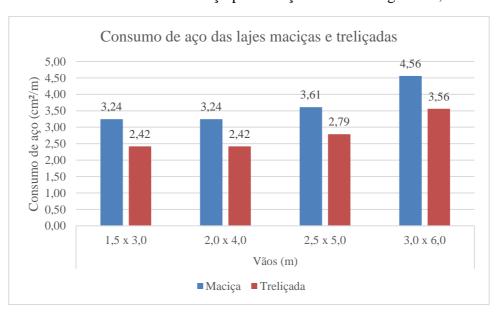
**Gráfico 5** - Consumo de aço para relação entre vãos igual a 1,0.

No gráfico 5, para todas as lajes maciças foi necessária apenas a área mínima de aço, por conta dos vãos relativamente pequenos.

Consumo de aço das lajes maciças e treliçadas 4,50 3,86 ## 4,00 3,50 3,50 3,00 2,50 2,50 1,50 1,00 0,50 3,56 3,24 3,24 3.24 2,79 2,42 2,42 0,00 1,5 x 2,25  $2,0 \times 3,0$ 2,5 x 3,75 3,0 x 4,5 Vãos (m) ■ Maciça ■ Treliçada

**Gráfico 6** - Consumo de aço para relação entre vãos igual a 1,5.

Fonte: O autor (2022).



**Gráfico 7** - Consumo de aço para relação entre vãos igual a 2,0.

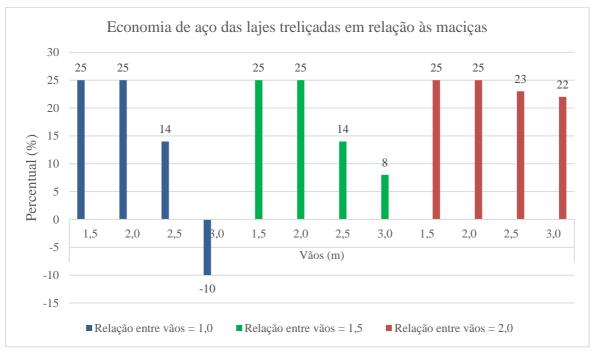
Fonte: O autor (2022).

No gráfico 5, a laje treliçada apresentou área de aço maior que a laje maciça no vão de 3,0 m x 3,0 m, isso se dá ao fato de que a laje maciça para esse vão precisou apenas da ára de aço mínima. Com exceção desse caso, as lajes maciças apresentaram valores maiores de aço

em todos os outros casos. O que resulta em mais uma vantagem das lajes treliçadas em relação às maciças.

No Gráfico 8, demonstra o consumo percentual de aço das lajes treliçadas em relação às treliçadas. E como demonstrado, as lajes maciças podem consumir até 25% mais aço que às treliçadas.

**Gráfico 8** - Diferença percentual do consumo de aço das lajes treliçadas em relação às maciças .



## 6. CONCLUSÃO

Como dito na introdução desse trabalho, na construção civil a segurança e a economia são muito importantes, e eles devem caminhar lado a lado. Ambas devem existir ao mesmo tempo. As edificações devem ser seguras, porém deve ser viável a execução do ponto de vista econômico.

O presente trabalho comparou lajes maciças e treliçadas investigando o comportamento delas por meio do dimensionamento.

Do ponto de vista estrutural, as lajes maciças apresentaram vantagem em relação às lajes treliçadas, visto que apresentaram menores deformações. Isso se dá ao fato de que as lajes maciças funcionam como uma única placa, sendo assim os esforços são melhor distribuídos (PEREIRA, 2020). Já as lajes treliçadas teoricamente funcionam como elementos isolados, vigas isoladas, e dessa forma os esforços não são tão bem distribuídos.

E, por apresentarem menores deformações, as lajes maciças foram capazes de vencer vãos maiores. Ou seja, as lajes maciças foram capazes de vencer vãos de 8 m de comprimento, (quando a relação entre vão foi de 2,0) apenas aumentando a espessura da laje para 10 cm o que não é possível para as lajes treliçadas executadas com a treliça TG8L.

Já do ponto de vista econômico, as lajes treliçadas apresentaram grande vantagem em relação às lajes maciças. Como visto nos resultados, as lajes treliçadas podem consumir até 46% menos concreto e 25% menos aço que as lajes maciças. Tornando as lajes treliçadas mais atrativas financeiramente. O concreto não resiste bem à tração e a substituição do concreto pelas lajotas, na zona de tração das lajes treliçadas, faz com que as elas consumam menos concreto e por consequência torna a laje treliçada mais leve e assim é necessário menos aço para resistir aos esforços.

Tanto as lajes maciças quanto as treliçadas apresentaram prós e contras. Utilizando esse trabalho como norte para tal escolha o construtor que deseja executar uma delas deve analisar principalmente os vãos que existem na edificação. Nos vãos de até 3,0 m a escolha mais econômica é a solução das lajes treliçadas. Já para vãos acima disso a escolha viável estruturalmente são as lajes maciças.

Contudo, para ampliar a segurança na tomada de decisão é sugerido fazer outras investigações:

- Avaliar outros modelos de vigotas treliçadas;
- Utilizar outras dimensões de lajotas, com altura maior por exemplo, e estudar a influência no dimensionamento;

 Avaliar lajes com os bordos engastados e sendo assim avaliar e comparar o efeito dos momentos negativos das lajes;

Sendo assim, o estudo dessas lajes mostra-se muito importante para a construção civil, e mostra também que a escolha da laje a ser executada não depende somente do consumo de materiais.

## 7. REFERÊNCIAS

ALVA, Gerson. **Dimensionamento de seçãos T**.Notas de aula da disciplina Concreto Armado A (Bacharelado em Engenharia Civil).2014. Universidade federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

ARCELORMITTAL. Manual Técnico de Lajes Treliçadas. Disponível em: <

http://longos.arcelormittal.com.br/pdf/produtos/construcao-civil/outros/manualtecnico-trelicas.pdf >. Acesso em: 5 abr. 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-1**: Laje préfabricada - Requisitos Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BASTOS, Paulo. **Lajes de concreto armado**.2021. Notas de aula de Estruturas da disciplina Estrutura de concreto I (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, São Paulo.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014.

DROPPA, A.J. Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

GUIA DA ENGENHARIA. **Condições de contorno das lajes**. Disponível em < https://www.guiadaengenharia.com/esforcos-lajes-macicas/ > Acesso em 10.mai.2022.

LAJESRAMI. **Lajes treliçadas com lajota cerâmica**. Disponível em: < https://lajesrami.com.br > Acesso em 12.abr.2022

PEREIRA, Breno. Estudo comparativo do ponto de vista estrutural e econômico, relacionado ao emprego de lajes maciças e pré-moldadas do tipo treliçada com aplicação voltada para o projeto de um edifício comercial. 2020. Trabalho de conclusão (Bacharelado em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Paraíba, 2020.

PINHEIRO, Libânio. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios.** 2007. Curso de Engenharia Civil, Escola de engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

SILVA, M.A.F. Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado. Dissertação

(Mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

VIRTUHAB. **Laje maciça**. Disponível em: < https://virtuhab.wixsite.com/virtuhab/blank-urhqn > Acesso em 12.abr.2022.

ZANON, Emerson. **Lajes alveolares protendidas pré-fabricadas e maciças de concreto armado moldadas** *in loco***: comparativo dos processos de execução**. 2011. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

ANEXO 1 – Tabela de Pinheiro (2007) para cálculo dos momentos fletores de lajes.

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME									
Tipo	y ℓ <sub>x</sub>	$\ell_{y}$	2A \( \ell_y \)		2B \( \ell_{y} \)			Tipo	
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	μχ	μу	μχ	μу	μ'y	μχ	μ'x	μ <sub>y</sub>	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
1,00	4,23	4,23	2,91	3,54	8,40	3,54	8,40	2,91	1,00
1,05	4,62	4,25	3,26	3,64	8,79	3,77	8,79	2,84	1,05
1,10	5,00	4,27	3,61	3,74	9,18	3,99	9,17	2,76	1,10
1,15	5,38	4,25	3,98	3,80	9,53	4,19	9,49	2,68	1,15
1,20	5,75	4,22	4,35	3,86	9,88	4,38	9,80	2,59	1,20
1,25	6,10	4,17	4,72	3,89	10,16	4,55	10,06	2,51	1,25
1,30	6,44	4,12	5,09	3,92	10,41	4,71	10,32	2,42	1,30
1,35	6,77	4,06	5,44	3,93	10,64	4,86	10,54	2,34	1,35
1,40	7,10	4,00	5,79	3,94	10,86	5,00	10,75	2,25	1,40
1,45	7,41	3,95	6,12	3,91	11,05	5,12	10,92	2,19	1,45
1,50	7,72	3,89	6,45	3,88	11,23	5,24	11,09	2,12	1,50
1,55	7,99	3,82	6,76	3,85	11,39	5,34	11,23	2,04	1,55
1,60	8,26	3,74	7,07	3,81	11,55	5,44	11,36	1,95	1,60
1,65	8,50	3,66	7,28	3,78	11,67	5,53	11,48	1,87	1,65
1,70	8,74	3,58	7,49	3,74	11,79	5,61	11,60	1,79	1,70
1,75	8,95	3,53	7,53	3,69	11,88	5,68	11,72	1,74	1,75
1,80	9,16	3,47	7,56	3,63	11,96	5,75	11,84	1,68	1,80
1,85	9,35	3,38	8,10	3,58	12,05	5,81	11,94	1,67	1,85
1,90	9,54	3,29	8,63	3,53	12,14	5,86	12,03	1,59	1,90
1,95	9,73	3,23	8,86	3,45	12,17	5,90	12,08	1,54	1,95
2,00	9,91	3,16	9,08	3,36	12,20	5,94	12,13	1,48	2,00
> 2,00	12,50	3,16	12,50	3,36	12,20	7,03	12,50	1,48	> 2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.									
$m = \mu \frac{p}{1}$	$m = \mu \frac{p \ell_x^2}{100}$ p = carga uniforme $\ell_x$ = menor vão								

$$m = \mu \frac{p \ell_x^2}{100}$$
 p = carga uniforme  $\ell_x$  = menor vão

ANEXO 2 - Tabela de Pinheiro (2007) para cálculo das flechas de lajes.

FLECHAS EM LAJES COM CARGA UNIFORME – VALORES DE α Tipo de Laje									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell}$			<u> </u>		100 de	∠aje	7/////	200	7//////////////////////////////////////
$\lambda = \frac{y}{\ell_x}$	1	2A	2В	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	4,76	3,26	3,26	2,46	2,25	2,25	1,84	1,84	1,49
1,05	5,26	3,68	3,48	2,72	2,60	2,35	2,08	1,96	1,63
1,10	5,74	4,11	3,70	2,96	2,97	2,45	2,31	2,08	1,77
1,15	6,20	4,55	3,89	3,18	3,35	2,53	2,54	2,18	1,90
1,20	6,64	5,00	4,09	3,40	3,74	2,61	2,77	2,28	2,02
1,25	7,08	5,44	4,26	3,61	4,14	2,68	3,00	2,37	2,14
1,30	7,49	5,88	4,43	3,80	4,56	2,74	3,22	2,46	2,24
1,35	7,90	6,32	4,58	3,99	5,01	2,77	3,42	2,53	2,34
1,40	8,29	6,74	4,73	4,15	5,41	2,80	3,62	2,61	2,41
1,45	8,67	7,15	4,87	4,31	5,83	2,85	3,80	2,67	2,49
1,50	9,03	7,55	5,01	4,46	6,25	2,89	3,98	2,73	2,56
1,55	9,39	7,95	5,09	4,61	6,66	2,91	4,14	2,78	2,62
1,60	9,71	8,32	5,18	4,73	7,06	2,92	4,30	2,82	2,68
1,65	10,04	8,68	5,22	4,86	7,46	2,92	4,45	2,83	2,73
1,70	10,34	9,03	5,26	4,97	7,84	2,93	4,59	2,84	2,77
1,75	10,62	9,36	5,36	5,06	8,21	2,93	4,71	2,86	2,81
1,80	10,91	9,69	5,46	5,16	8,58	2,94	4,84	2,88	2,85
1,85	11,16	10,00	5,53	5,25	8,93	2,94	4,96	2,90	2,88
1,90	11,41	10,29	5,60	5,33	9,25	2,95	5,07	2,92	2,90
1,95	11,65	10,58	5,68	5,41	9,58	2,95	5,17	2,94	2,93
2,00	11,89	10,87	5,76	5,49	9,90	2,96	5,28	2,96	2,96
- 00	15,63	15,63	6,50	6,50	15,63	3,13	6,50	3,13	3,13

Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.  $a_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \ \ell_x^4}{E_c \ I}$ 

$$a_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \, \ell_x^4}{E_c \, I}$$

b = largura da seção

 $\ell_x$  = menor vão  $E_c$  = módulo de elasticidade

p = carga uniforme

 $\ell_y$  = maior vão

I = momento de inércia

ANEXO 3 - Tabela de Pinheiro (2007) para cálculo das flechas de vigas.

DESLOCAMENTOS ELÁSTICOS EM VIGAS								
CASO	VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA W <sub>max</sub> X		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA				
1	p $\rightarrow_x \ell$	$\frac{\mathbf{W}_{max}}{\frac{1}{8}} \frac{p\ell^4}{EI}$	0	$\frac{p\ell^4}{24EI} \left(\alpha^4 - 4\alpha + 3\right)$				
2	p $\ell$	$\frac{1}{30} \frac{\mathrm{p}\ell^4}{\mathrm{EI}}$	0	$\frac{p\ell^4}{120EI} \left(\alpha^5 - 5\alpha + 4\right)$				
3	P P	$\frac{11}{120} \frac{p\ell^4}{EI}$	0	$\frac{p\ell^4}{120EI} \left(-\alpha^5 + 5\alpha^4 - 15\alpha + 11\right)$				
4	P↓ ℓ	$\frac{1}{3} \frac{P\ell^3}{EI}$	0	$\frac{P\ell^3}{6EI} \left( \alpha^3 - 3\alpha + 2 \right)$				
5	M l	$\frac{1}{2} \frac{M\ell^2}{EI}$	0	$\frac{M\ell^2}{2EI}(1-\alpha)^2$				
6	p → <sub>x</sub> ℓ	$\frac{5}{384} \frac{\text{p}\ell^4}{\text{EI}}$	0,5ℓ	$\frac{p\ell^4\alpha}{24EI}\Big(\alpha^3-2\alpha^2+1\Big)$				
7	p $\ell$	$\frac{3}{460} \frac{\mathrm{p}\ell^4}{\mathrm{EI}}^{(*)}$	0,519ℓ	$\frac{p\ell^4\alpha}{360EI} \left(3\alpha^4 - 10\alpha^2 + 7\right)$				
8	p $\ell$	$\frac{1}{120} \frac{p\ell^4}{EI}$	0,5ℓ	$\frac{p\ell^4\alpha}{960EI} \left( 16\alpha^4 - 40\alpha^2 + 25 \right)^{(**)}$				
9		$\frac{1}{48} \frac{P\ell^3}{EI}$	0,5ℓ	$\frac{P\ell^3\alpha}{48EI} \left(-4\alpha^2 + 3\right)^{(**)}$				
10		$(a \ge b)$ $\frac{Pb}{3EI\ell} \sqrt{\left(\frac{\ell^2 - b^2}{3}\right)^3}$	$\sqrt{\left(\frac{\ell^2 - b^2}{3}\right)}$	$x < a: \frac{Pbx}{6EI\ell} (\ell^2 - b^2 - x^2)$ $x = a: \frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$ $x > a: \frac{Pa(\ell - x)}{6EI\ell} (2\ell x - a^2 - x^2)$				
11	M △ △	$\frac{1}{9\sqrt{3}} \frac{M\ell^2}{EI}$	0,423ℓ	$\frac{M\ell^2\alpha}{6EI}(\alpha^2-3\alpha+2)$				
12		$(a \ge 0.423\ell)$ $\frac{M}{3EI\ell} \sqrt{\left(\frac{\ell^2}{3} - b^2\right)^3}$	$\sqrt{\left(\frac{\ell^2}{3} - b^2\right)}$	$x < a: \frac{Mx}{6EI\ell} (\ell^2 - 3b^2 - x^2)$ $x > a: \frac{M(\ell - x)}{6EI} (x^2 + 3a^2 - 2\ell x)$				

Extraída de ISNARD; GREKOW; MROZOWICZ (1971) e de SCHIEL (1976). Revista e adaptada por Libânio M. Pinheiro, Bruna Catoia e Thiago Catoia.

 $\alpha = x \, / \, \ell$  (\*) Valor aproximado (\*\*)  $\alpha \leq 0{,}5$