



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
SERGIPE**

CAMPUS ARACAJU

DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO DE ENSINO

COORDENADORIA DE ENGENHARIA CIVIL

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

ELYAKIM AGUIAR SANTANA

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS APLICADOS NA ANÁLISE
ESTRUTURAL DE PISCINAS PARALELEPÍPICAS EM CONCRETO ARMADO
MOLDADAS *IN LOCO***

MONOGRAFIA

ARACAJU

2023

ELYAKIM AGUIAR SANTANA

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS APLICADOS NA ANÁLISE
ESTRUTURAL DE PISCINAS PARALELEPÍEDICAS EM CONCRETO ARMADO
MOLDADAS *IN LOCO***

Monografia apresentada como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharel, da Coordenação do
Curso de Engenharia Civil, do Instituto Federal de
Sergipe – Campus Aracaju.

Orientador: Prof. M.Sc. Marcilio Fabiano Goivinho
Da Silva

ARACAJU

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Geocelly Oliveira Gambardella / CRB-5 1815, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Santana, Elyakim Aguiar.

S231e Estudo comparativo de métodos aplicados na análise estrutural de piscinas paralelepípedicas em concreto armado moldadas *in loco*. / Elyakim Aguiar Santana. – Aracaju, 2023.

66 f. ; il.

Orientador: Prof. Me. Marcilio Fabiano Goivinho da Silva.
Monografia (Graduação - Bacharelado em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Sergipe, 2023.

1. Concreto armado. 2. Elementos finitos. 3. *Robot structural*. 4. Piscina. I. Silva, Marcilio Fabiano Goivinho da. II. Título.

CDU 691.32

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE

CAMPUS ARACAJU

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

TERMO DE APROVAÇÃO

Título da Monografia Nº 249

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS APLICADOS NA ANÁLISE
ESTRUTURAL DE PISCINAS PARALELEPIPÉDICAS EM CONCRETO ARMADO
MOLDADAS IN LOCO**

ELYAKIM AGUIAR SANTANA

Esta monografia foi apresentada às 08h 30 do dia 13 de JANEIRO de 20 23 como requisito parcial para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados.

Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.


Prof. M.Sc. Euler Wagner Freitas Santos

(IFS – Campus Aracaju)


Prof. M.Sc. Fábio Wendell da Graça
Nunes

(IFS – Campus Aracaju)


Prof. M.Sc. Marcílio Fabiano Goivinho da
Silva

(IFS – Campus Aracaju)
Orientador


Prof. Dr. Pablo Gleydson de Sousa
(IFS – Campus Aracaju)
Coordenador da COEC

Dedico este trabalho ao Senhor Deus, o todo poderoso e
minha família. Em especial aos meus pais que foram os meus
maiores incentivadores nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

Grato primeiramente Deus pelo dom da vida e saúde, por me permite ter chegado até a produção deste trabalho. Segundo a minha família que sempre me apoiou e torceu para que esse dia chegasse, minha Mãe Rosa, José Alves (Joseph) meu pai, minha irmã Mary e minha sobrinha Helena (Teteo), meu irmão desde o ventre Elyas (Lee), essa é minha base se cheguei até aqui foi por puro incentivo deles, quero aqui externar todo meu amor a vocês.

Neste momento quero homenagear minha rainha educadora, e a mulher que mesmo a 125Km de distância cuida de mim com seu amor incomensurável, minha Mãe. Quero dedicar esse parágrafo pra dizer que a Sra. é a pessoa mais importante da minha vida, o qual me espelho em tudo que faço, e dizer que a Sra é a melhor Mãe que o universo tem, te amo.

Joseph (Pai) esse parágrafo é pra agradecer por ter implantado a coragem de atingir grandes objetivos na vida, sou grato a Deus pela vida do Sr. Se tem uma pessoa que devo agradecer ter chegado até aqui é o senhor, pois foi quem me tirou do interior do Estado pra trilhar tais caminhos na capital de Sergipe, obrigado! Te amo!

Quero agradecer também aos colegas de curso que trilharam comigo nessa jornada e que sempre estiveram fazendo grupo de estudo para que não pudéssemos perder as disciplinas, não vou citar o nome de todos pra não esquecer. Mas quero fazer menção a minha dupla que entramos juntos e estamos findando juntos, Julianny obrigado por não me deixar desistir e por sempre falar alto trazendo energia boa de se viver.

Quero fazer menção ao meu orientador e Prof. M.Sc. Marcilio Fabiano Goivinho Da Silva o qual teve o cuidado, sabedoria e dedicação na construção desse trabalho, grato também por poder compartilhar coisas boas durante as nossas conversas e poder formar uma amizade sadia.

Aos meus amigos e colegas extra IFS, aos meus irmãos da igreja que sempre oraram por mim para que estivesse tudo bem. Em especial minha companheira e amiga de profissão Rebeca que esteve comigo nessa reta final e mais que acréscimos de prorrogação para findar este trabalho.

Ademais, a todos aqueles que contribuíram de algum modo para nesses 5 anos chegar ao fim de mais um ciclo.

Agradecer ao Instituto Federal de Sergipe o qual ingressei em 2013 no curso integrado em Edificações, e nesse longo período minha segunda casa. À coordenação e todos os professores e queridos alunos de monitoria de Concreto I.

Quero agradecer a banca formada pelos professores M.Sc. Euler Wagner Freitas Santos e M.Sc. Fábio Wendell da Graça Nunes.

Por fim a todos que puderam contribuir de alguma forma no desenvolvimento dessa pesquisa.

“A resposta é que eu vivo de milagres
Desta vez vai ser mais um milagre
Eu não sei como Deus irá fazer
Mas eu sei, vai ser perfeito
Como tudo o que ele faz”
(Thales Roberto)

RESUMO

SANTANA, Elyakim Aguiar. **Estudo comparativo de métodos aplicados na análise estrutural de piscinas paralelepípedicas em concreto armado moldadas in loco.** 66f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2022.

As piscinas são elementos estruturais presentes na maioria dos edifícios e possuem, dentre outras, a finalidade de armazenar água para lazer. Por seus componentes serem elementos de superfície sujeitos a cargas transversais ao seu plano médio, a análise estrutural desse tipo de elemento recai em equações diferenciais parciais cuja solução analítica fechada inexistente para muitos casos. Dada a complexidade do problema, torna-se necessário recorrer na sua análise a métodos simplificados, tais como o método das Placas Isoladas e/ou a métodos numéricos, tais como o Método dos Elementos Finitos, Analogia de Grelha e Pórticos Espaciais. Existem, por essa razão, vários modelos estruturais com diferentes níveis de representatividade e abrangência, e a eficiência de cada um dependerá das características do problema analisado. Esse trabalho trata, portanto, de um estudo comparativo dos métodos aproximados para análise de piscinas, tendo como referência um modelo via elementos finitos concebidos no Autodesk Robot Structural Analysis Professional. Os resultados indicaram que os momentos concebidos pelo Método de Elementos Finitos se mostraram mais conservadores que os Métodos Simplificados, portanto, mais favorável a segurança.

Palavras-chave: Piscina, Elementos Finitos. Robot Structural.

ABSTRACT

SANTANA, Eyakim Aguiar. **Comparative study of methods applied to the structural analysis of reinforced concrete cast-in-place parallelepiped pools.** 66f. Monography (Bachelor of Civil Engineering) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2022.

Pools are structural elements present in most buildings and have, among others, the purpose of storing water for leisure. Because its components are surface elements subject to loads transverse to their median plane, the structural analysis of this type of element falls into partial differential equations whose closed analytical solution does not exist for many cases. Given the complexity of the problem, it becomes necessary to use simplified methods, such as the Isolated Plates Method and/or numerical methods, such as the Finite Element Method, Grid Analogy, and Space Frames. For this reason, there are several structural models with different levels of representativeness and comprehensiveness, and the efficiency of each one will depend on the characteristics of the problem being analyzed. This paper is, therefore, a comparative study of approximate methods for swimming pool analysis, with reference to a finite element model designed in Autodesk Robot Structural Analysis Professional. The results indicated that the moments designed by the Finite Element Method proved to be more conservative than the Simplified Methods, therefore more favorable to safety.

Keywords: Swimming pool, Finite Elements. Structural Robot.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Piscinas usuais na situação elevada, apoiada sobre o solo e enterrada.	17
Figura 2 - Ações no reservatório vazio.	18
Figura 3 - Ações no reservatório cheio.	19
Figura 4 - Tendência de giro das placas.	20
Figura 5 - Ligações entre os elementos na situação cheia.	21
Figura 6 - Ligações entre os elementos na situação vazia.	21
Figura 7 - Discretização de uma estrutura contínua por elementos finitos.	23
Figura 8 - Diferentes tipos de elementos finitos.	23
Figura 9 - Substituição de uma placa por uma grelha equivalente.	24
Figura 10 - Área de influência para determinação do carregamento nodal equivalente	25
Figura 11 - Divisão do domínio da estrutura em elementos discretos (nós e barras).	27
Figura 12 - Diagrama representativo do processo de idealização estrutural.	27
Figura 13 - Dimensões da piscina	29
Figura 14 - Vinculações e vãos teóricos da piscina vazia.	33
Figura 15 - Vinculações e vãos teóricos da piscina cheia.	33
Figura 16 - Momentos fletores resultantes das lajes isoladas	35
Figura 17 - Momentos nas bordas da laje de fundo para a correção dos momentos positivos.	36
Figura 18 - Piscina modelada no Robot e malha de elementos finitos.	37
Figura 19 - Descrevendo o perfil do solo.	38
Figura 20 - Criando os tipos de carregamentos e as combinações de carga.	38
Figura 21 - Combinação de cargas e sistemas locais.	39
Figura 22 - Modelo de piscina concebido no Eberick.	40
Figura 23 - Modelo de grelha da piscina gerado pelo Eberick.	40
Figura 24 - Dimensões lançadas no TQS.	41
Figura 25 - Sobrecargas, dados do solo e restrições de apoio lançadas no TQS.	42
Figura 26 - Pórtico espacial gerado pelo TQS	42
Figura 27 - Momentos finais obtidos pelo Método adaptado de Placas Isoladas.	44
Figura 28 - Mapa gerado do Robot para a análise dos momentos nos centros dos elementos finitos.	45
Figura 29 - Placa sobre base elástica e faixas unitárias.	48
Figura 30: Modelos de cálculo para a obtenção dos momentos do fundo	50
Figura 31: Momentos do fundo na Direção x na condição cheia	51
Figura 32: Momentos do fundo na Direção y na condição cheia	51
Figura 33: Momentos do fundo na Direção x na condição vazia	51
Figura 34: Momentos do fundo na Direção y na condição vazia	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Situações de Cálculo adotadas para a análise dos resultados.	30
Tabela 2 - Momentos fletores obtidos pelo Método das placas isoladas (Vazio).	43
Tabela 3 - Momentos fletores obtidos pelo Método das placas isoladas (Cheio).	43
Tabela 4 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos elementos finitos piscina (Vazia).	44
Tabela 5 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos elementos finitos piscina (Cheia).	44
Tabela 6 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos elementos finitos todas as cargas atuando.	45
Tabela 7 - Momentos fletores obtidos pelo Método da Analogia de Grelha	45
Tabela 8 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos Pórticos Espaciais	46
Tabela 9 - Método das Placas Isoladas x MEF (Vazio)	47
Tabela 10 - Método das Placas Isoladas x MEF (Cheio).	47
Tabela 11 - Novos valores de cargas do fundo.	49
Tabela 12 - Novos valores de Momentos para o Método das Placas Isoladas piscina Vazia.	52
Tabela 13 - Novos valores de Momentos para o Método das Placas Isoladas piscina Cheia.	52
Tabela 14 - Novo comparativo Método das Placas Isoladas x MEF (Vazio)	53
Tabela 15 – Novo comparativo Método das Placas Isoladas x MEF (Cheio).	53
Tabela 16 – Comparativo entre o Método de Analogia de Grelha e MEF	53
Tabela 17 - Comparativo entre o Método de Pórticos Espaciais e MEF.	54

LISTA DE SIGLAS

ABNT	ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS
NBR	NORMA BRASILEIRA REGULAMENTADORA
MEF	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ROBOT	AUTODESK ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS PROFESSIONAL

LISTA DE SÍMBOLOS

p	página
%	porcentagem
cm	centímetro
g/cm ³	grama por centímetro cúbico
kN/m ²	quilonewton por metro quadrado
kN/m ³	quilonewton por metro cúbico
kgf/m ³	quilograma força por metro cúbico
MPa	Mega Pascal
kN.m/m	quilonewton metro por metro
φ	ângulo de atrito do solo
°	grau

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS.....	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1	APRESENTAÇÃO DO MODELO DE ESTUDO.....	17
2.2	CARGAS DA PISCINA.....	18
2.3	MÉTODO DAS PLACAS ISOLADAS	19
2.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	22
2.5	MÉTODO DE ANALOGIA DE GRELHAS	24
2.5.1	Malha	25
2.5.2	Carregamento	25
2.6	MÉTODO DA RIGIDEZ	26
3	METODOLOGIA.....	29
3.1	MODELO DAS PLACAS ISOLADAS	30
3.1.1	Cargas no Fundo	30
3.1.2	Cargas nas paredes	32
3.1.3	Esforços nas placas	32
3.1.4	Compatibilização dos momentos negativos.....	34
3.1.5	Correção dos momentos positivos	35
3.2	MODELO DOS ELEMENTOS FINITOS	37
3.3	MODELO DA ANALOGIA DE GRELHA.....	39
3.4	MODELO DOS PÓRTICOS ESPACIAIS	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
4.1	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	46
4.1.1	Método das Placas Isoladas x MEF	46
4.1.1.1	Sugestão de aplicação da Teoria das Grelhas para placas sobre apoios elásticos 47	
4.1.2	Método da Analogia de Grelha x MEF	53
4.1.3	Método dos Pórticos Espaciais x MEF	54
5	CONCLUSÃO.....	55
	REFERÊNCIAS	57
	ANEXO A – Momentos fletores em lajes com carga uniforme.....	61
	ANEXO B – Momento fletores em lajes com carga uniforme.....	62
	ANEXO C – Momento fletores em lajes com carga triangular.....	63
	ANEXO D – Momento fletores em lajes com carga triangular.....	64
	ANEXO E –Tabela de placa retangular com momento senoidal ($v = 0,2$)	65

ANEXO F – Tabela de Morrison66

1 INTRODUÇÃO

Com a evolução da informática nas últimas décadas, diversas áreas da engenharia civil foram beneficiadas, entre elas a de cálculo estrutural. O avanço de modelos estruturais simplificados para modelos mais complexos, como o de pórtico espacial, na grande maioria das vezes, tendo sua análise estrutural completa sendo processada em poucos minutos é um exemplo disso. Essa velocidade no processamento da análise estrutural se faz presente em todas as etapas do projeto, tais como lançamento da estrutura e suas cargas, dimensionamento e detalhamento.

Todavia um ponto importante a ser ressaltado é que o conhecimento teórico e a experiência do engenheiro, são fundamentais para a conferência dos principais resultados de maneira a obter um projeto seguro e eficiente, evitando erros grosseiros. Além de atender as normas que estabelecem os requisitos básicos para o projeto de estruturas, seja concreto simples, armado, protendido, estruturas metálicas, estrutura de madeiras e/ou obras de arte.

Para que esses requisitos sejam atendidos conforme as exigências é necessária uma análise estrutural da obra em questão. Há modelos a serem definidos para que isso seja possível. A representação matemática deve ser capaz de mostrar o comportamento estrutural. Nesses modelos as informações necessárias para que se tenha um respaldo na análise são descritas de termos de tensões, deformações, esforços e deslocamentos.

Na análise estrutural de reservatórios ou piscinas de concreto armado, utiliza-se, tradicionalmente, um modelo simplificado que consiste em tratar as partes deles como lajes isoladas. Para tanto, é necessário definir como essas partes estão vinculadas (bordas engastadas, simplesmente apoiadas ou livres), quais das ações irão gerar flexão e qual o modelo matemático utilizado para obter os esforços nas lajes. Outro método simplificado, menos usual, consiste em dividir o reservatório em pórticos planos que representam uma faixa unitária dos componentes do reservatório. (FURTADO, 2021).

A evolução e difusão dos computadores e, por conseguinte, dos métodos numéricos, permitiu inclusão de características nos modelos estruturais que, até pouco tempo, eram inimagináveis (ASSIS; BEZERRA, 2017). Dos métodos numéricos utilizados para prever o comportamento estrutural, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos mais sofisticados e populares. De acordo com Fish e Belytschko (2009), cerca de 1 bilhão de dólares são gastos por ano nos Estados Unidos em programas de computador sobre MEF.

Embora o MEF tenha se difundido bastante no mercado e atender bem os problemas de engenharia, nem sempre se justifica a utilização desse modelo para as análises de sistemas mais simples. No entanto, há alternativas que são apresentadas nos *softwares* mais populares e mais acessíveis no comércio, o Alto QI Eberick® (Eberick) que consiste na Analogia de Grelha, e o TQS na Analogia de Pórticos Espaciais, ambos substituem uma placa por um conjunto de barras entre si. Porém para a Analogia de Grelha as cargas estão sujeitas perpendicularmente ao plano, tais esforços são determinados no Eberick pelo método matricial de rigidez direta, conforme pode ser observado no manual da altoQI (2022). Já o modelo pórticos espaciais considera 6 graus de liberdade em cada nó, possibilitando obtenção dos esforços e deslocamento em cada extremidade do elemento, obtidos pelas matrizes de rigidez das barras, conforme pode ser observado no manual do sistema TQS (2022).

Diferentemente dos demais, a análise por método simplificado que é basicamente uma análise através de tabelas aproximadas por séries trigonométricas (Fourier), o qual consideram-se as vinculações entre as placas e a relação dos vãos teóricos. E por se tratar de elementos planos, o método simplificado pode ser capaz de suprir as necessidades de análises na ausência de ferramentas mais sofisticadas como apresenta os *softwares*.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo comparar quatro métodos de análise de esforços internos para piscinas, mediante a avaliação dos momentos fletores de um exemplo. Tais métodos são: cálculo manual – método adaptado daquele apresentado por Araújo (2014b); analogia de grelha, através *software* Alto Qi Eberick®; pórtico espacial, através do *software* TQS®; e Método dos Elementos Finitos, através do *software* Autodesk Robot Structural Analysis Professional®.

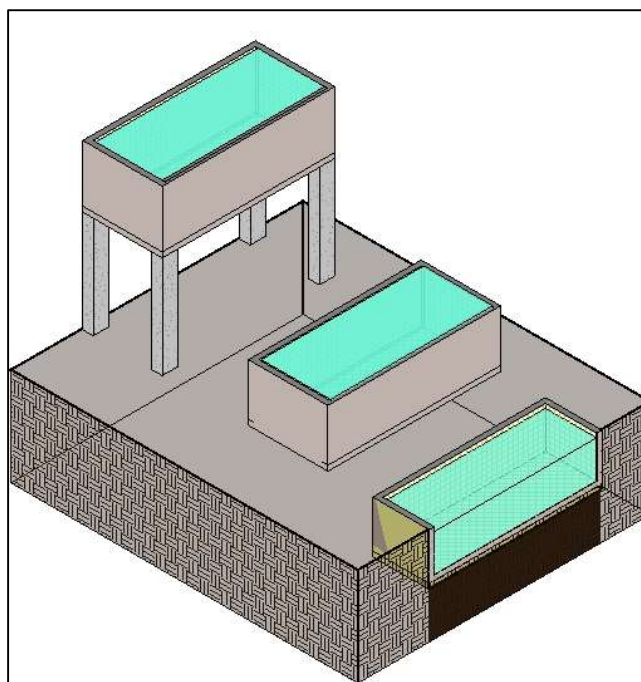
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 APRESENTAÇÃO DO MODELO DE ESTUDO

De acordo com Costa (1998), reservatórios do ponto de vista estrutural, denominar-se-ão todas as estruturas que tenham a função de armazenar líquidos. No entanto, nos edifícios residenciais são geralmente utilizados para armazenamento de água, com a finalidade de abastecimento sanitário ou recreativo, como é o caso, por exemplo, das piscinas e caixas d'água.

As piscinas podem ser classificadas quanto a sua posição em relação ao solo. Portanto, as piscinas são definidas como elevadas (sobre pilares, estruturas e edifícios), apoiadas (ao nível do solo) ou enterradas (VASCONCELOS, 1998). Elas estão representadas esquematicamente na Figura 1.

Figura 1 - Piscinas usuais na situação elevada, apoiada sobre o solo e enterrada.



Fonte: O autor (2023).

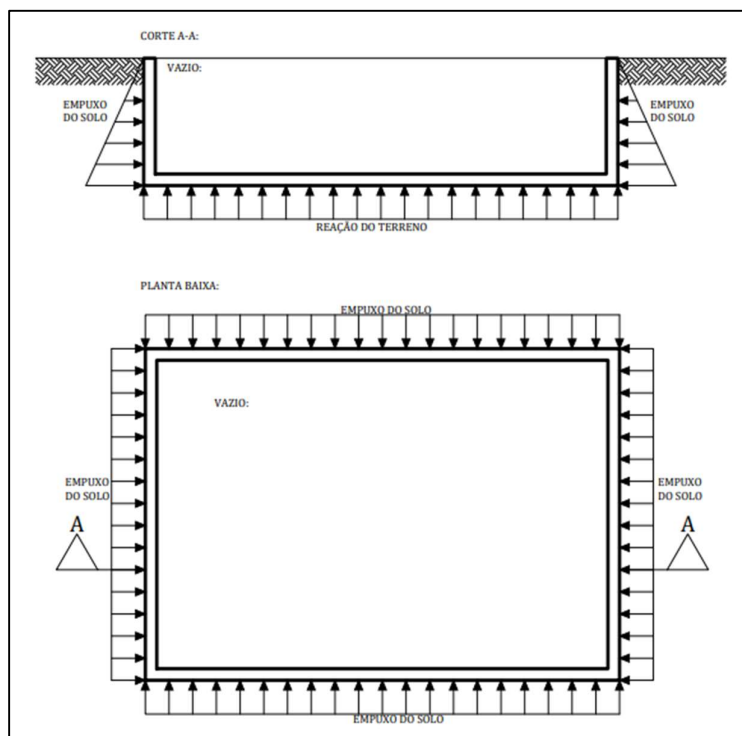
As piscinas enterradas podem, ainda, estar ligados à estrutura do prédio ou estar isolados, fato que também influenciará no modelo de cálculo (FURTADO, 2021).

2.2 CARGAS DA PISCINA

De modo geral, nos componentes da piscina podem atuar o peso próprio, peso do revestimento, pressão da água e empuxo do solo. Diferentemente dos reservatórios de armazenamento, nas piscinas não há tampa. O carregamento de peso próprio da tampa e a carga accidental não são considerados no cálculo.

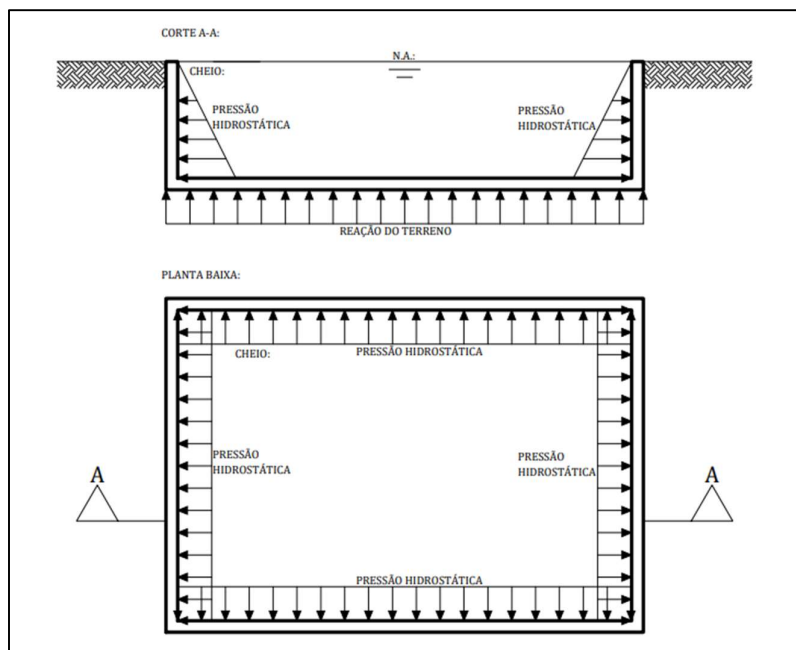
Nas piscinas podem, ainda, atuar as cargas de subpressão, quando o nível do lençol freático for mais elevado que o fundo do reservatório. A laje de fundo funciona como sua fundação, (ROCHA, 1983). Sendo assim, o fundo irá receber e descarregar no solo, o peso das paredes e a carga da coluna d'água, além, é claro do seu peso próprio. Rigorosamente, o fundo do reservatório deveria ser considerado apoiado em uma base elástica. Contudo, essa interação solo-estrutura não é considerada nos métodos simplificados. As cargas verticais podem atuar em uma piscina em duas situações. A Figura 2 mostra um esquema de uma piscina vazia. Já a Figura 3, de uma piscina cheia. Sendo essas as condições extremas de funcionamento de uma piscina (CUNHA e SOUZA, 1994).

Figura 2 - Ações no reservatório vazio.



Fonte: O autor (2023).

Figura 3 - Ações no reservatório cheio.

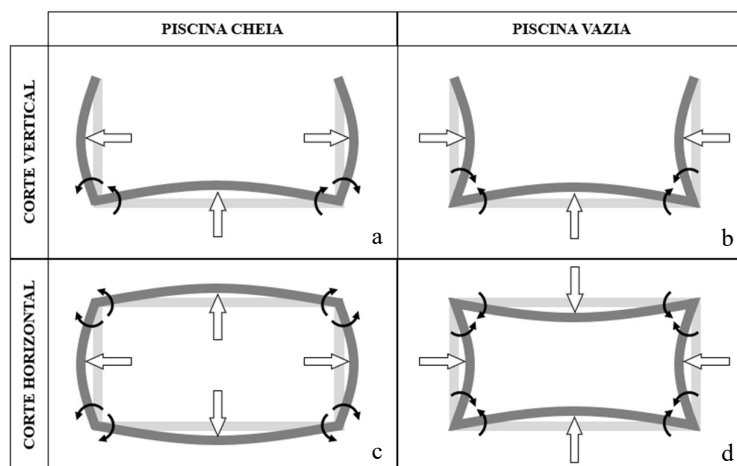


Fonte: O autor (2023).

2.3 MÉTODO DAS PLACAS ISOLADAS

A seguir, no Método das Placas Isoladas, os componentes da piscina (paredes e fundo) têm seus efeitos decorrentes das ações transversais ao plano (peso próprio, empuxo da água e solo) obtidos considerando que estes se comportam como lajes isoladas. Para tanto, é necessário definir as condições de apoio de cada borda dos componentes que represente a interação entre estes. Essa definição, por sua vez, é feita no método de acordo com a tendência de giro relativo das placas, representado na Figura 4.

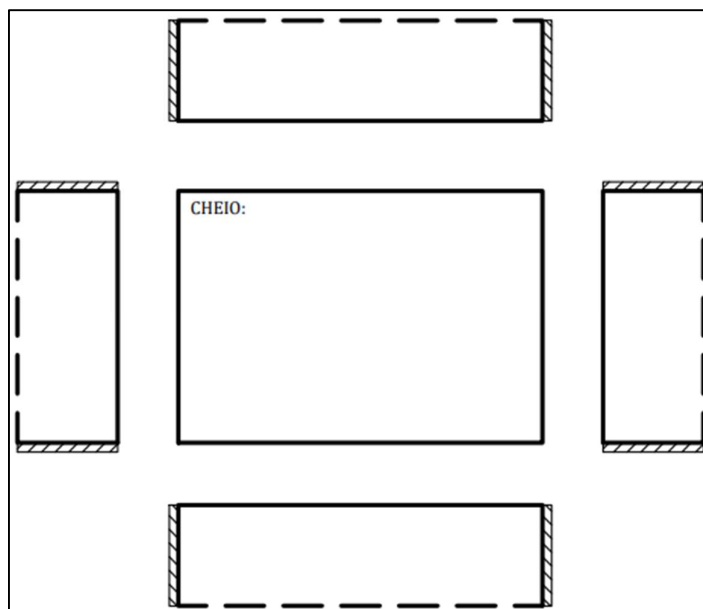
Figura 4 - Tendência de giro das placas.



Fonte: O autor (2023).

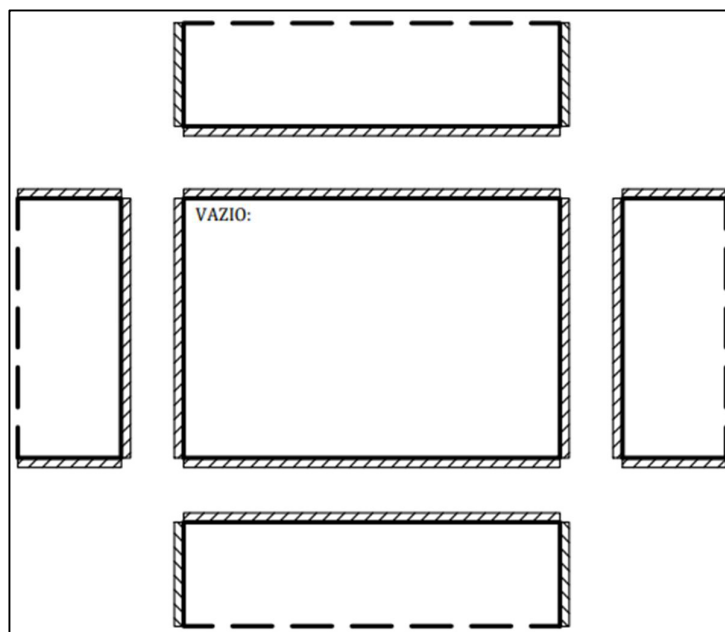
Normalmente, na piscina cheia considera-se apenas o empuxo da água por questão de segurança, pois deve-se prever a possibilidade de construções futuras escavarem o terreno em volta do reservatório (CUNHA e SOUZA, 1994). Portanto, na ligação parede-fundo a tendência de giro das arestas ocorre para o mesmo sentido (Figura 4 a), resultando em vinculações articuladas. Ainda nesse caso, nas ligações parede-parede, esses elementos giram em sentidos contrários, assim, essas ligações devem ser consideradas engastadas entre si. A Figura 5 apresenta os modelos de cálculo das placas para o reservatório cheio. Já para a situação em que a piscina está vazia, usando raciocínio análogo, conclui-se que todas as ligações parede-parede e parede-fundo engastadas (Figura 6).

Figura 5 - Ligações entre os elementos na situação cheia.



Fonte: O autor (2023).

Figura 6 - Ligações entre os elementos na situação vazia.



Fonte: O autor (2023).

A análise de placas finas a partir de uma aproximação por séries é uma abordagem atrativa do ponto de vista da simplicidade de aplicação, pois, pode ser convenientemente aplicada no desenvolvimento de tabelas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). As

tabelas desenvolvidas por Bares (1972) para o cálculo dos esforços e flechas em lajes retangulares armadas em duas direções são baseadas nas soluções em séries e adaptadas para coeficiente de Poisson $\nu = 0,20$, valor, conforme apresenta a NBR 6118 (ABNT, 2014). Com essas tabelas, basta informar a relação entre os vãos da placa e o tipo de vinculação para extrair os coeficientes necessários para obter os esforços internos máximos.

Após a determinação dos momentos em cada placa isolada com auxílio das tabelas, é necessário realizar a compatibilização dos momentos negativos em bordas comuns a duas placas. Adota-se a média dos momentos ou 80% do maior momento negativo em valor absoluto. Nos casos em que o momento fletor negativo é diminuído, há um aumento do momento fletor positivo, conforme apresentado por Araújo (2014b) e empregado neste trabalho.

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Assim como Turner (1956) havia sugerido, os engenheiros buscavam compreender o comportamento completo de uma estrutura dividindo-a e analisando pequenas porções de seu domínio antes da segunda metade do século XX. A partir daí muitos autores passaram a estudar sobre o assunto e a desenvolver métodos cada vez mais próximos do que vemos hoje no Método dos Elementos Finitos - MEF.

O MEF é uma abordagem numérica pela qual um número limitado de elementos de comportamento bem definido substitui o domínio contínuo do objeto analisado. No caso da análise estrutural, as equações diferenciais de equilíbrio que descrevem o seu comportamento podem ser resolvidas utilizando uma função de aproximação para o campo de deslocamentos.

A escolha dessa função de aproximação deve satisfazer certos requisitos matemáticos, como, por exemplo, atender às condições de contorno da equação. Se a função de aproximação contiver o campo de deslocamentos real da estrutura, uma solução de elemento finito converge para a solução exata do problema (HUTTON, 2004).

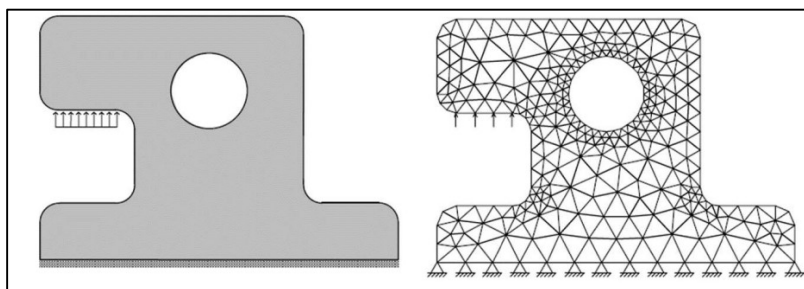
Ao conjunto de elementos, que são ligados entre si por seus nós (vértices), dá-se o nome de malha, e a solução discreta do modelo é definida pelos valores dos deslocamentos nos nós da malha (MARTHA, 2017). Com isso, é possível obter a solução no interior de cada elemento a partir da interpolação da resposta nodal obtida pelo modelo discreto (Logan, 2007).

Conforme afirmado por Hutton (2004), a função de aproximação utilizada para o campo de deslocamentos do elemento influencia na convergência da resposta, uma vez que se o campo adotado contiver o campo real a solução será exata. Portanto, a convergência dos resultados pode ser melhorada de duas formas: aumentando o grau da função de aproximação ou

aumentando a discretização, que, por conseguinte, resulta em um maior número de nós. (ASSIS; BEZERRA, 2017).

A Figura 7 ilustra o processo transformação de um modelo contínuo em um modelo discreto em elementos finitos.

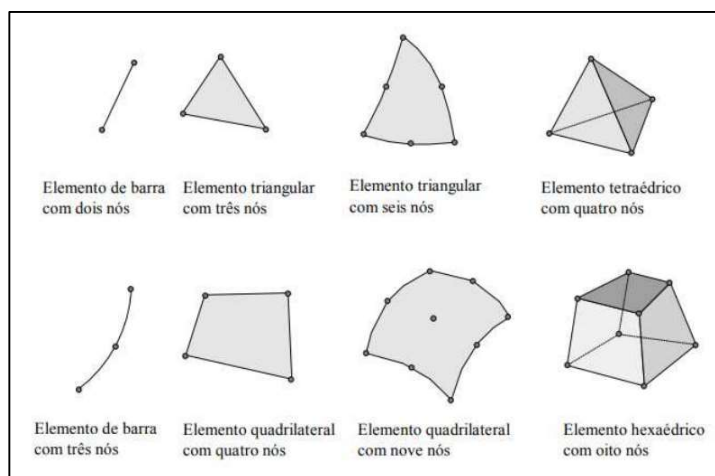
Figura 7 - Discretização de uma estrutura contínua por elementos finitos.



Fonte: Martha (2017).

De acordo com Kimura (2018), existem vários tipos de elementos finitos que podem ser utilizados para modelar as estruturas: os elementos lineares são usados para modelar estruturas reticuladas; os elementos finitos bidimensionais, sejam eles quadrilaterais ou triangulares, são usados na simulação do comportamento de placas, chapas e cascas; e os elementos finitos tridimensionais, sejam eles hexaedros ou tetraedros, são usados para modelagem de sólidos. A Figura 8 destaca alguns dos tipos de elementos finitos mencionados.

Figura 8 - Diferentes tipos de elementos finitos.



Fonte: Souza (2003).

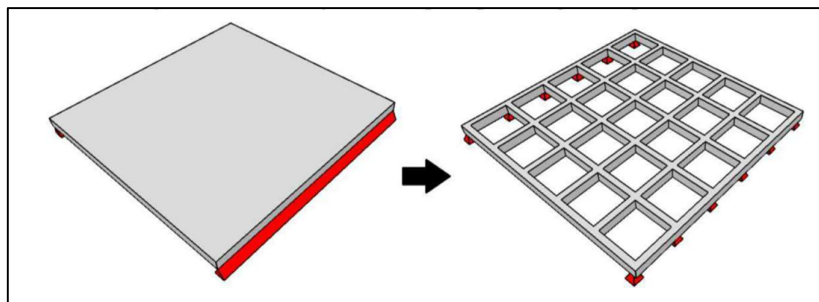
De acordo com Hutton (2004), a definição do modelo em elementos finitos passa pelas seguintes etapas:

- Delimitação da geometria;
- Escolha do tipo de elemento (barra, plano, sólido etc.);
- Definição das propriedades dos materiais;
- Definição das propriedades geométricas dos elementos (área, momento de inércia etc.);
- Definição da malha;
- Aplicação das condições de apoio e das ações atuantes.

2.5 MÉTODO DE ANALOGIA DE GRELHAS

O método de Analogia de grelha é uma técnica que consiste em representar lajes através de grelhas. Onde a laje (placa) é discretizada por elementos de grelha, como apresenta a Figura 9. Os esforços que atuam nesses elementos (momentos fletores, forças cortantes e momentos torçores) aproximam-se dos valores daqueles obtidos pela solução de placa, à medida que a malha da grelha torna-se mais refinada.

Figura 9 - Substituição de uma placa por uma grelha equivalente.



Fonte: Bezerra (2017).

De acordo com Hambly (1976) o método de analogia de grelhas já começava a ser utilizado em 1959 por Lightfoot e Sawko através de computadores. É também um método simples de ser utilizado e interpretado no que diz respeito à sua estrutura reticulada. Além de ter menor custo de processamento do que o modelo de elementos finitos de casca e ser comprovadamente preciso para uma ampla variedade de tipos de placas.

Carvalho (2007) faz a análise das características geométricas das barras da grelha equivalente, a qual é de suma importância em seus resultados. Para os cálculos de inércia à flexão considera-se uma faixa de largura bem cada uma das direções, que se constitui da soma da metade dos espaços entre os elementos vizinhos, e altura h igual à espessura da placa.

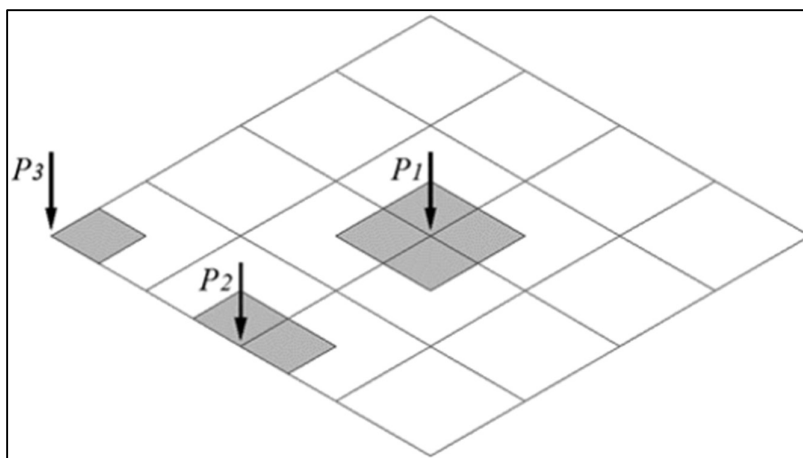
2.5.1 Malha

Não existe uma regra geral para a concepção da malha no método de analogia de grelha. Segundo Hambly (1976), os resultados fornecidos só mostram melhora até certo grau de refinamento da malha, onde o espaçamento das barras não ultrapassa 2 ou 3 vezes a espessura da placa. Porém para que essa concepção seja facilitada existem alguns critérios a serem seguidos, propostos por Hambly (1976), são eles: buscar dispor barras da grelha em posições pré-determinadas pelo projeto, tais como linhas de apoio, ao longo das vigas, etc.; em placas isotrópicas, o espaçamento entre as barras deve ser, no máximo, igual a $1/4$ do vão perpendicular ao seu eixo; nos trechos em balanço, é necessário colocar pelo menos duas barras na direção transversal ao seu vão; em regiões com grandes concentrações de esforços, tais como apoios ou cargas concentradas, é recomendável que o espaçamento entre as barras não sobrepuje 3 ou 4 vezes a espessura da placa; os espaçamentos das barras nas duas direções não devem divergir muito, para, assim, permitir uma distribuição uniforme das cargas; no contorno livre das placas deve-se dispor uma barra com largura reduzida de 30% da espessura da placa para o cálculo do momento de inércia à torção (HAMBLY, 1976, *apud* BEZERRA, 2007).

2.5.2 Carregamento

As cargas nas grelhas serão concentradas nos nós para fim de simplificação do modelo. Cada carga será dada a partir das áreas de influência dos nós, de acordo com sua posição, esse processo é demonstrado na Figura 10.

Figura 10 - Área de influência para determinação do carregamento nodal equivalente



Fonte: Bezerra (2017).

Os carregamentos nas lajes são em sua maioria distribuídos, e por sua vez o método de analogia grelhas permite o cálculo de cargas distribuídas ao longo das barras que compõe a grelha, porém, o cálculo com cargas concentradas citado anteriormente é menos oneroso e não apresenta diferenças relevantes nos resultados, por esse motivo é mais utilizado (BEZERRA, 2017).

2.6 MÉTODO DA RIGIDEZ

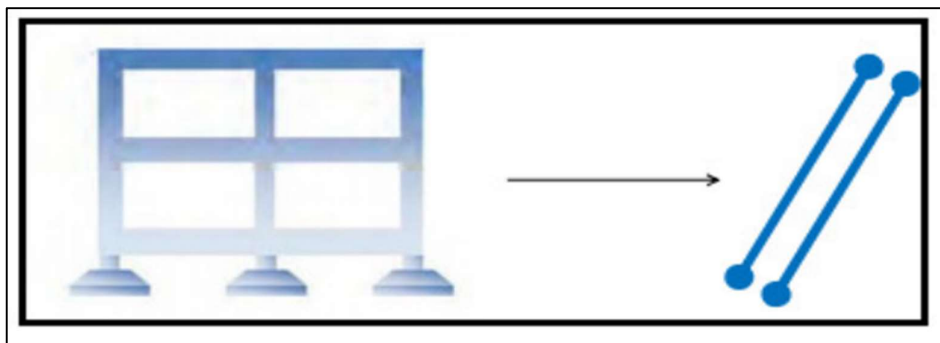
No método da rigidez, estuda-se primeiramente o comportamento individual de cada elemento, o que nos permite estabelecer relações entre as forças de extremo de barra e os deslocamentos nodais. Estas relações expressas em forma matricial representam a matriz de rigidez da barra. Considerando a inter-relação de cada barra com as demais, obtém-se o sistema global de equações. Este define o comportamento de toda a estrutura, levando à solução do problema (Martin, 1966).

As estruturas reticuladas são formadas pela associação de barras (as quais se aplica a teoria das peças lineares) que se encontram em pontos designados como pontos nodais ou nós da estrutura, e ligadas ao exterior em nós denominados apoios. Dessa forma, Gere e Weaver Junior (1981, p. 1, grifo do autor) definem “nós de uma estrutura reticulada são pontos de interseção dos membros, assim como os pontos de apoio e extremidades livres dos membros”. Complementando, Soriano (2005) define que

(...) a barra é idealizada como a trajetória do centroide da figura plana que a gera, denominado eixo geométrico. Assim a barra é representada graficamente por um segmento de reta ou de curva que, por simplicidade, é também denominado barra ou elemento.

O processo de idealização estrutural pode ser sintetizado pela Figura 11, na qual a partir de um corpo contínuo obtém-se um modelo matemático representado por barras e nós. Cada barra é delimitada por um nó inicial e um nó final, formando assim as conectividades da estrutura. A geometria dela é formada com base no fornecimento das coordenadas de cada nó (vinculadas ao sistema de referência global). Através destas e da matriz de rotação da barra, obtém-se os dados de solicitações (sistema de referência local da barra).

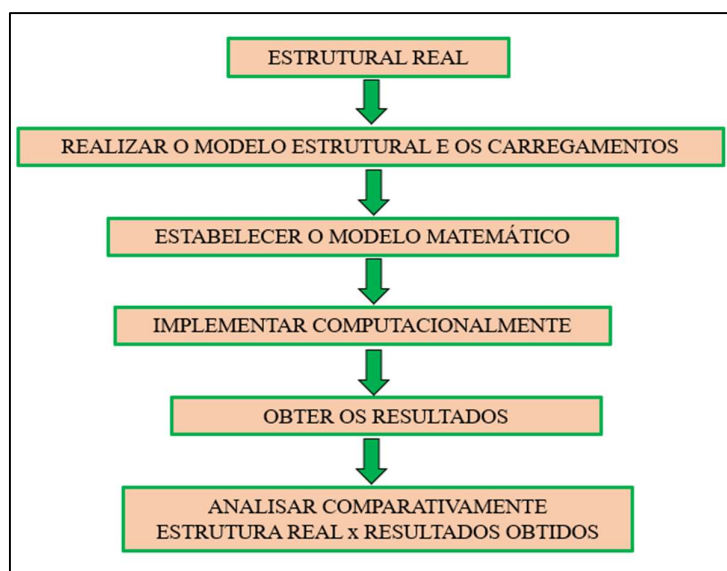
Figura 11 - Divisão do domínio da estrutura em elementos discretos (nós e barras).



Fonte: Queiroz (2010).

O modelo matemático utilizado nas análises estruturais consiste em um sistema de equações que descrevem o comportamento idealizado da estrutura com base nos seus carregamentos. Na Figura 12, tem-se um diagrama que fornece a sequência referente ao processo de idealização estrutural com base em modelos matemáticos.

Figura 12 - Diagrama representativo do processo de idealização estrutural.



Fonte: Adaptado de Vanderbilt (1974), traduzida por Kummer (2014).

Os pórticos espaciais são formados por elementos lineares com ligações rígidas, semirrígidas ou flexíveis. (PFEIL, 2011). Esse é o mais completo para análise estrutural, visto que é capaz de determinar momentos fletores e de torção, esforços cortantes e normais de todos os elementos.

Seu uso é adequado para a análise de carregamentos verticais e/ou horizontais, apresentando ou não simetria. A análise considera rotações devidas à torção, que podem interferir nos esforços finais. Além disso é possível a aplicação de forças em qualquer direção e sentido (SORIANO, 2010).

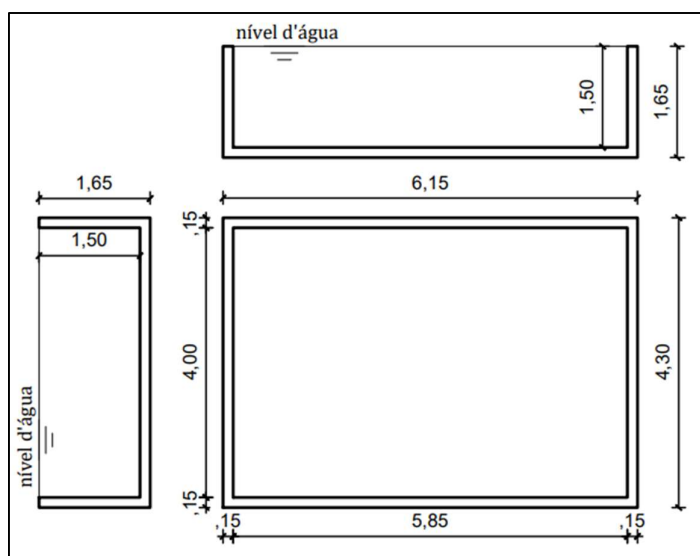
O ganho em precisão requer maior complexidade no cálculo, pois cada elemento possui seis graus de liberdade por nó, ou seja, translação paralela aos três eixos principais e rotação em torno desses mesmos três eixos (CASADO, 1946). A solução do problema pode ser realizada através de programas de análise matricial.

3 METODOLOGIA

Neste trabalho é realizada a análise estrutural de uma piscina paralelepípedica enterrada por meio de quatro métodos: Método das placas isoladas modificado, Método dos elementos finitos, Método da analogia de grelha e Método dos pórticos espaciais.

A piscina analisada possui as dimensões, em metros, apresentada na Figura 13. Para o solo fora considerado um peso específico de $\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$; ângulo de atrito $\phi = 30^\circ$; coeficiente de empuxo ativo de $k_a = 0,333$; coeficiente de recalque vertical de $k_v = 0,65 \text{ kgf/cm}^3$; coeficiente de recalque horizontal $k_h = 0,19 \text{ kgf/m}^3$ e tensão admissível de $\sigma_{adm} = 0,20 \text{ MPa}$, referente a uma areia de média compactidade, segundo as tabelas de Morrison (1993); foi adotado 10 kN/m^3 para o peso específico da água; e para o concreto uma resistência à compressão (f_{ck}) de 25 MPa , um módulo de elasticidade longitudinal (E) de 24150 MPa e um coeficiente de Poisson (ν) de $0,2$, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Figura 13 - Dimensões da piscina



Fonte: O autor (2023).

Referindo-se as análises de resultados, o modelo comparativo adotado é o de Elementos Finitos, já que neste é possível obter resultados mais refinados. A Tabela 1 apresenta as situações de cálculos adotadas para efeitos comparativos com o Método dos Elementos Finitos. No Método adaptado de Placas Isoladas não adotou a situação em que atuam os empuxos do solo e da água concomitantemente, pois preferiu-se adotar o procedimento que as literaturas apresentam. Já para os métodos de Analogia de Grelha e Pórticos Espaciais os *softwares*

apresentaram limitações em fazer a mudança de combinação de cargas, pois se tratam de versões estudantis.

Tabela 1 - Situações de Cálculo adotadas para a análise dos resultados.

Situações de Cálculo	Placas Isoladas	MEF	Analogia de Grelha	Pórticos Espaciais
Pressão do solo	X	X		
Pressão Hidrostática	X	X		
Hidrostática e Solo		X	X	X

Fonte: O autor (2023).

3.1 MODELO DAS PLACAS ISOLADAS

No método das placas isoladas adotou-se o método simplificado proposto por Araújo (2014b), mas adaptado para o cálculo de piscinas paralelepípedicas enterradas sobre base elástica. As tabelas de reações de apoio e momentos fletores utilizadas são as de Bares (1972) adaptadas por Pinheiro (2007). Para a correção dos momentos positivos foram utilizadas as tabelas de Araújo (2014b) e suas respectivas equações apresentadas nesta seção. A Teoria das Grelhas para placas sobre apoio elástico contínuo auxiliou nos cálculos das reações e momentos fletores do fundo, pois este está apoiado sobre o solo.

No caso de piscinas e reservatórios a análise é feita para duas situações, uma delas considera o elemento vazio e a outra, cheio.

No cálculo das cargas de fundo e paredes é utilizado o procedimento sugerido por Rocha (1983) e Cunha e Souza (1994), adaptados para piscinas apresentado no procedimento a seguir.

3.1.1 Cargas no Fundo

A carga de peso próprio da piscina consiste na soma do peso do fundo com o peso das paredes (distribuído na área do fundo), Equação 1, considerando o peso específico do concreto armado γ_c igual a 25kN/m³, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$\text{Peso das paredes} + \text{peso da laje} = \left(\frac{\text{Volume das Paredes}}{\text{Area da laje de fundo}} + \text{altura da laje} \right) \times \gamma_c \quad \text{Equação 1}$$

Para a carga de revestimento foi estimada conforme sugere a fabricante de impermeabilizantes Vedacit (2016). Diferentes tipos de impermeabilização são utilizados conforme a posição da piscina em relação ao solo: elevada, apoiada sobre o solo ou enterrada. Para uma piscina enterrada, que é o caso deste estudo, a fabricante consultada sugere os seguintes produtos: BIANCO, VEDACIT e VEDATOP. Há que se destacar que produtos similares a esses podem ser utilizados.

Em consulta ao site da fabricante e de posse dos materiais que serão utilizados para este tipo de impermeabilização, foi possível obter a densidade de cada um. A densidade foi transformada em peso específico, e, posteriormente, transformado em carga distribuída.

- BIANCO - Densidade: 1,02 g/cm³ Peso específico: 10,2 kN/m³
- VEDACIT - Densidade: 1,05 g/cm³ Peso específico: 10,5 kN/m³
- VEDATOP - Densidade: 1,23 g/cm³ Peso específico: 12,3 kN/m³

Segundo a NBR 6120 (2019) para argamassa feita de cimento e areia o peso específico é de 21 kN/m³.

As espessuras das camadas adotadas para o chapisco do composto adesivo, da argamassa impermeável e demãos do impermeabilizante de base acrílica são respectivamente: 0,5 cm, 1,00 cm e 0,4 cm.

- Chapisco – Composto adesivo c/ “Bianco” = (0,005) × (21+10,2) = 0,156 kN/m²
- Argamassa Impermeabilizante c/ “Vedacit” = (0,010) × (21+10,5) = 0,315 kN/m²
- Chapisco – Composto adesivo c/ “Bianco” = (0,005) × (21+10,2) = 0,156 kN/m²
- Argamassa Impermeabilizante c/ “Vedacit” = (0,010) × (21+10,5) = 0,315 kN/m²
- Demãos de “Vedatop” = (0,004) × (12,3) = 0,0492 kN/m²
- Total = 0,9912 kN/m²

No entanto, para os cálculos será utilizado um valor aproximado de 1 kN/m².

Para a carga total de fundo na situação vazia (*p1*) faz-se o somatório entre peso próprio dos elementos (paredes e laje de fundo) e o revestimento (Equação 2). Já na situação piscina cheia (*p2*), adiciona-se a pressão hidrostática (Equação 3).

$$p1 = \text{Peso próprio} + \text{Revestimento} \quad \text{Equação 2}$$

$$p2 = \text{Peso próprio} + \text{Revestimento} + \gamma a . h\grave{a}gua \quad \text{Equação 3}$$

3.1.2 Cargas nas paredes

As paredes da piscina na situação vazia consideram-se apenas o empuxo do solo ($p3$) (Equação 4). Na situação cheia considera-se apenas pressão hidrostática ($p4$) (Equação 5), pois por questão de segurança, costuma-se ignorar os empuxos externos atuando, já que se deve prever a possibilidade de construções futuras escavarem o terreno em volta do reservatório (SOUZA e CUNHA, 1994).

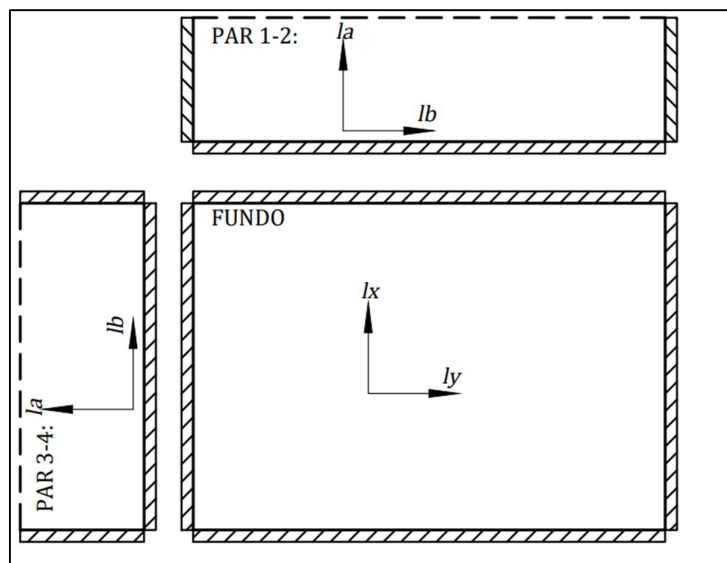
$$p3 = Ka . \gamma s . altura \quad \text{Equação 4}$$

$$p4 = \gamma a . h\grave{a}gua \quad \text{Equação 5}$$

3.1.3 Esforços nas placas

De acordo com a tendência de rotação dos componentes do reservatório, a laje de fundo, que estará submetida a uma carga uniformemente distribuída, na situação vazia terá todas as bordas engastadas, caso de vinculação do tipo 6 do Anexo B. Entretanto, as paredes, que estarão submetidas a uma carga triangular (empuxo do solo), serão consideradas engastadas no fundo e entre si, porém com a borda do topo livre (Figura 14), caso de vinculação tipo 22 do Anexo D.

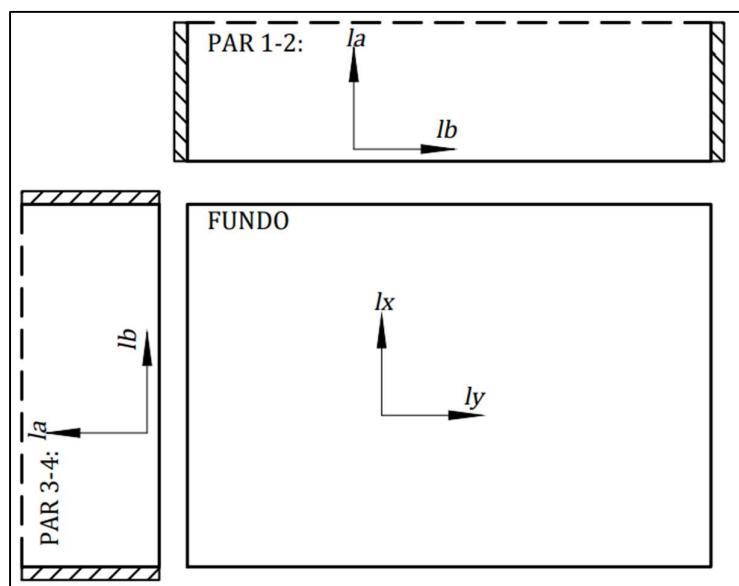
Figura 14 - Vinculações e vãos teóricos da piscina vazia.



Fonte: O autor (2023).

Para a situação de piscina cheia, por meio das tendências de giro, observou-se que, a laje de fundo é articulada nos quatro bordos e submetida a uma carga uniforme, caso do tipo 1 do Anexo A. Já as paredes são engastadas entre si e simplesmente apoiadas na laje de fundo (Figura 15), e sujeitas a uma carga triangular (pressão hidrostática), caso do tipo 20 do Anexo C.

Figura 15 - Vinculações e vãos teóricos da piscina cheia.



Fonte: O autor (2023).

Nos Anexos C e D obtém-se os coeficientes de momento fletor $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu_{yb}, \mu'_y, \mu'_{yb}$, através da relação entre os vãos teóricos (Equação 6).

Para determinar o valores das reações de apoio e momentos fletores utiliza-se a Equação 7 e a Equação 8, proposta nas tabelas de Pinheiro (2007) acrescida do coeficiente de majoração de 1,4, recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \text{ ou } \frac{l_a}{l_b}$$

Equação 6

$$Md = 1,4 \times \frac{\mu \times p \times l_x^2}{100}$$

Equação 7

$$Nd = 1,4 \times \frac{v \times p \times l_x}{10}$$

Equação 8

Onde: l_x é o menor vão teórico da placa;

l_y é o maior vão teórico da placa;

Md momento fletor de cálculo;

Nd reação de apoio de cálculo;

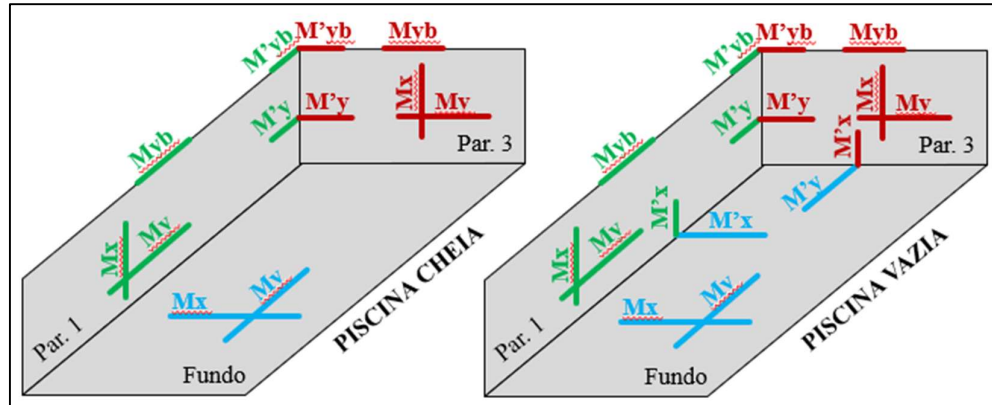
μ e v coeficientes admissíveis de momento fletor e reação de apoio, respectivamente.

p carregamento sobre a placa.

3.1.4 Compatibilização dos momentos negativos

Para a compatibilização dos momentos negativos será adotado o proposto por (Araújo 2014b). Onde considera-se as ligações em parede-parade e fundo-parade calculados através da Equação 9, da Equação 10 e da Equação 11. A Figura 16 apresenta os momentos fletores resultantes das lajes.

Figura 16 - Momentos fletores resultantes das lajes isoladas



Fonte: O autor (2023).

$$\text{Parede-parede} \quad M'_{xp} = \frac{M'_{ypar1} + M'_{ypar3}}{2} \quad \text{Equação 9}$$

$$\text{Fundo-paredes (1 e 2)} \quad M'_x = \frac{M'_{xfundo} + M'_{xpar1}}{2} \quad \text{Equação 10}$$

$$\text{Fundo-paredes (3 e 4)} \quad M'_y = \frac{M'_{yf} + M'_{xpar3}}{2} \quad \text{Equação 11}$$

Adotou-se também para compatibilizar os momentos negativos das bordas M'_{ybpar1} e M'_{ybpar3} a média entre eles.

As piscinas por serem de pequena altura, as paredes são calculadas como lajes armadas na direção vertical. Os momentos negativos M'_{xpar1} e M'_{xpar3} são muito menores que M'_{xf} e M'_{yf} . Nesse caso deve-se garantir que $M'_x \geq 0,8M'_{xf}$ e $M'_y \geq 0,8M'_{yf}$ nas ligações fundo-paredes, para evitar a adoção de valores muito baixos para os momentos negativos nessas ligações (Araújo, 2014).

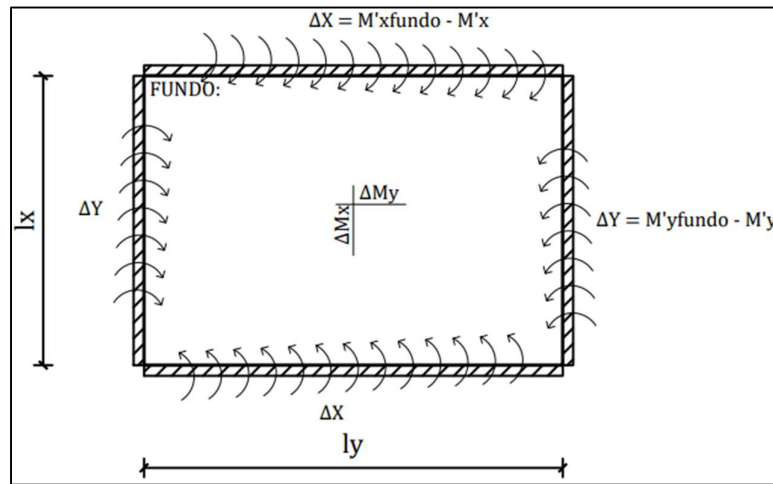
3.1.5 Correção dos momentos positivos

Em virtude das alterações dos momentos negativos deve-se fazer uma correção nos momentos positivos no centro das placas. Em geral, nas piscinas os momentos negativos M'_x e M'_y , adotados para as ligações do fundo com as paredes, são menores, em valores absolutos, do que os momentos M'_{xf} e M'_{yf} obtidos no cálculo. Assim, os momentos positivos na laje de fundo serão maiores do que aqueles obtidos inicialmente, devendo-se corrigi-los. Já nas paredes

ocorre uma redução dos momentos positivos, porém a correção é desprezada para favorecer a segurança (Araújo, 2014).

Para efetuar a correção dos momentos positivos na laje de fundo, aplica-se em cada borda um momento igual à diferença entre o momento de engastamento perfeito e o momento negativo compatibilizado, conforme a Figura 17.

Figura 17 - Momentos nas bordas da laje de fundo para a correção dos momentos positivos.



Fonte: O autor (2023).

Admitindo-se que os momentos aplicados têm uma variação senoidal (Araújo, 2014b) ao longo das bordas, utilizar-se-á a tabela do Anexo E para identificar o valor dos coeficientes de cálculo dos incrementos ΔMx e ΔMy nos momentos positivos da laje de fundo. Esses incrementos são calculados conforme a Equação 12 e a Equação 13.

$$\Delta Mx = 2(\gamma x^1 \times \Delta X + \gamma x^2 \times \Delta Y) \quad \text{Equação 12}$$

$$\Delta My = 2(\gamma y^1 \times \Delta X + \gamma y^2 \times \Delta Y) \quad \text{Equação 13}$$

Por fim, os momentos positivos finais na laje de fundo são dados pela Equação 14 na direção x, e pela Equação 15, na direção y.

$$Mx_{final} = Mx + \Delta Mx \quad \text{Equação 14}$$

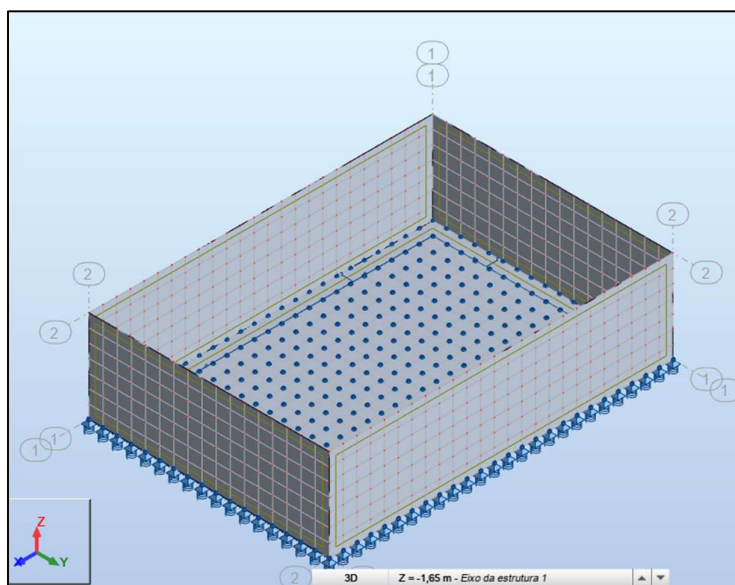
$$My_{final} = My + \Delta My \quad \text{Equação 15}$$

3.2 MODELO DOS ELEMENTOS FINITOS

O *software* utilizado para a realização do modelo em elementos finitos foi o Autodesk® Robot™ Structural Analysis Professional na versão 2023. O programa é uma ferramenta de análise estrutural avançada que permite realizar análises lineares e não lineares de modelos de construção, pontes e outros tipos de estruturas industriais. Com esta ferramenta, é possível definir uma ampla faixa de tipos de análises avançadas, como análises estáticas, análises modais, análises sísmicas, análises de espectro, análises harmônicas e análises temporais históricas (AUTODESK, 2018).

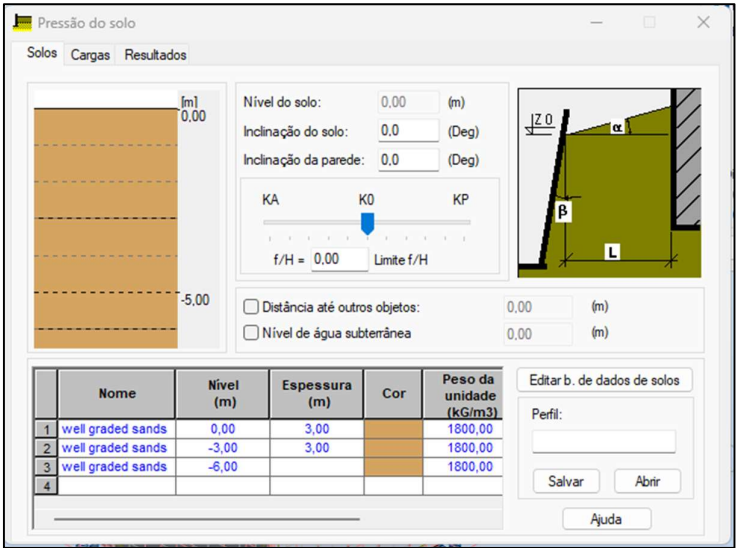
No modelo em elementos finitos concebido no Robot, os elementos piso e parede foram do tipo casca, com material em concreto, malha do tipo superfície quadriláteros de 4 nós com tamanho de 25cm x 25cm. Dessa maneira foi um total de 1056 nós na discretização da piscina. Além disso, foi considerado um apoio elástico na laje de fundo. O Robot permite que seja traçado um perfil do solo, conforme ensaio de SPT, mas para esse caso foi adotado o solo *well graded sands* (areia bem graduada) adaptado para um ângulo de atrito de 30° e peso específico 18 kN/m³. A seguir a Figura 18 mostra a modelagem e malha de elementos finitos. A Figura 19 apresenta o perfil do solo. Já a Figura 20, os tipos de carregamento. E, por fim, a Figura 21 combinações de cargas criados e os sistemas locais de cada placa.

Figura 18 - Piscina modelada no Robot e malha de elementos finitos.



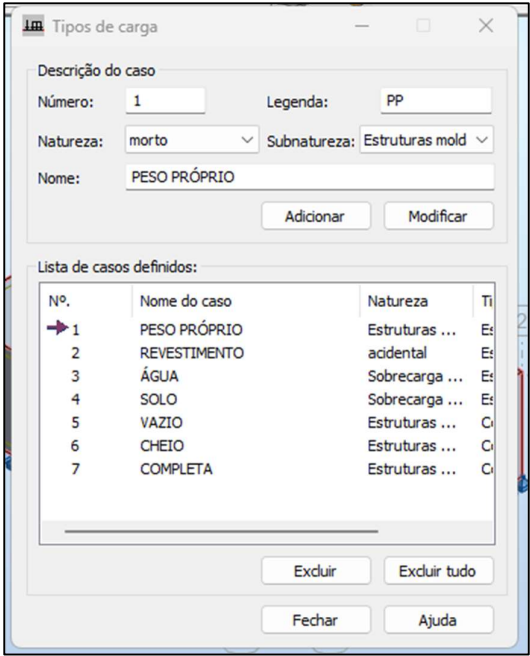
Fonte: Robot (2023).

Figura 19 - Descrevendo o perfil do solo.



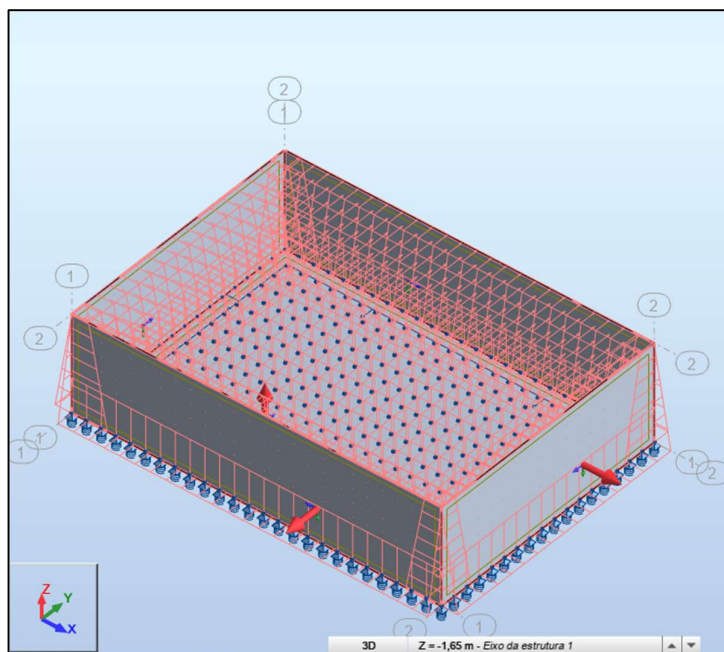
Fonte: Robot (2023).

Figura 20 - Criando os tipos de carregamentos e as combinações de carga.



Fonte: Robot (2023).

Figura 21 - Combinação de cargas e sistemas locais.



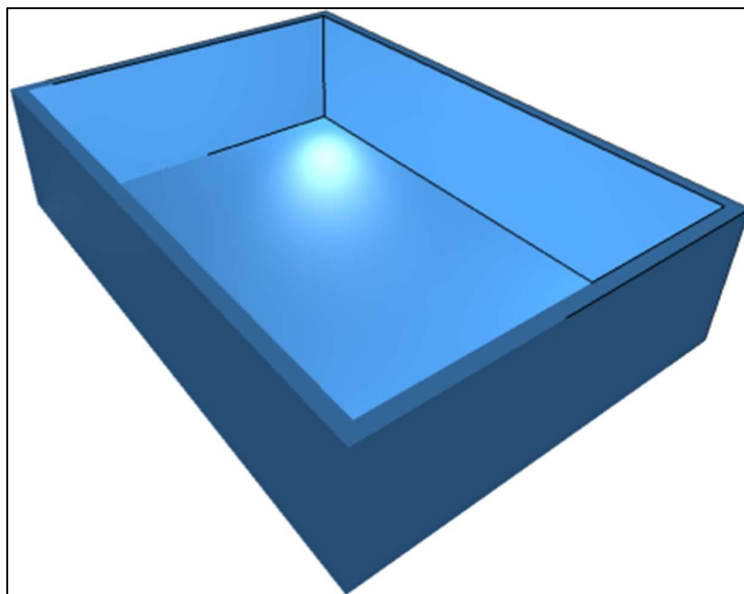
Fonte: Robot (2023).

3.3 MODELO DA ANALOGIA DE GRELHA

Para a concepção do modelo da piscina (Figura 22) pela Analogia de Grelha foi utilizado o software Alto Qi Eberick® versão 2022 demonstrativa, que é um pacote computacional destinado à modelagem, análise e dimensionamento de estruturas. Neste, os elementos de placa das edificações, tais como lajes (maciças ou nervuradas), escadas e reservatórios, são analisados por meio do modelo de analogia de grelha, como apresenta a Figura 23.

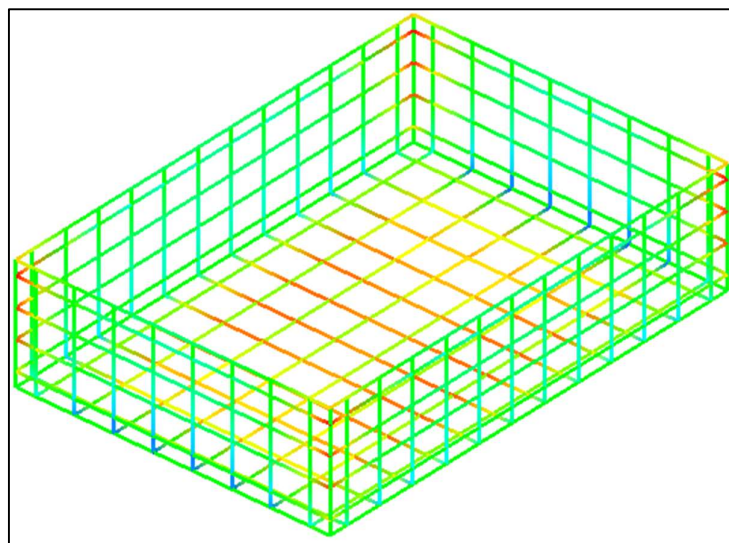
No modelo concebido neste trabalho, foi adotada uma malha com barras dispostas a cada 50 cm tanto na laje de fundo quanto nas paredes. As cargas do solo, geometria e propriedades dos materiais foram as mesmas inseridas no modelo concebido no Robot. O peso próprio e a pressão hidrostática são calculadas automaticamente pelo *software* e a carga do empuxo é fornecida por unidade de área. A carga do revestimento é inserida manualmente. Com base da malha da grelha ele calcula automaticamente a carga concentrada em cada nó da parede.

Figura 22 - Modelo de piscina concebido no Eberick.



Fonte: Eberick (2023)

Figura 23 - Modelo de grelha da piscina gerado pelo Eberick.



Fonte: Eberick (2023).

Para a laje de fundo do reservatório, foi considerado, assim como no modelo em elementos finitos, que ela está apoiada no solo. O Eberick, assim como o modelo concebido no Robot, permite considerar o apoio fornecido pelo solo através de molas lineares posicionadas nos nós da grelha. Para tanto, é necessário informar ao software os valores para o coeficiente de recalque vertical e horizontal presentes neste capítulo. A partir destes, o Eberick calcula

automaticamente a constante de mola de cada nó em função do espaçamento das barras da grelha.

3.4 MODELO DOS PÓRTICOS ESPACIAIS

Para o modelo de pórticos espaciais foi utilizado o programa TQS versão 23, o qual tem um aplicativo específico para análise, dimensionamento e detalhamento de reservatórios paralelepípedicos elevados e semienterrados até 2 células, além de piscinas paralelepípedicas. No aplicativo é necessário informar apenas os dados referentes à geometria, altura do nível da água (o aplicativo limita o nível d'água a uma distância de ao menos 15cm da borda), sobrecargas, tensão admissível do solo, peso específico do solo, coeficiente de empuxo (ka) e o coeficiente de recalque vertical (k_v). Por fim as restrições de apoio. Conforme apresentados na Figura 24 e na Figura 25.

Figura 24 - Dimensões lançadas no TQS.

Geral (cm)	
Dimensão em X	430
Dimensão em Y	615
Profundidade + Laje	165

Níveis (cm)	
Nível da borda	0
Nível do lençol freático	-300

Paredes (cm)	
Espessura da PAR. 1	15
Espessura da PAR. 2	15
Espessura da PAR. 3	15
Espessura da PAR. 4	15

Laje (cm)	
Espessura	15

Lâmina d'água (cm)	
Altura	135

Fonte: TQS (2023).

Figura 25 - Sobrecargas, dados do solo e restrições de apoio lançadas no TQS.

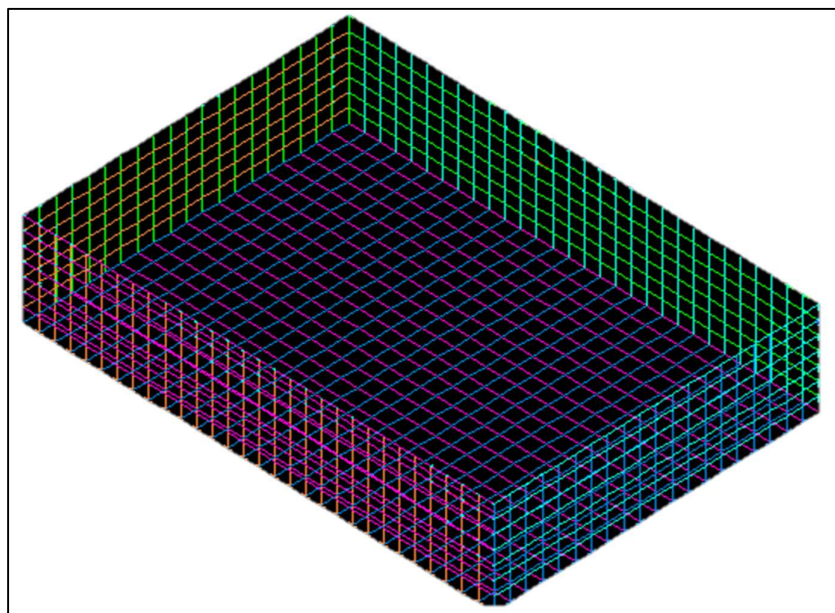
Geometria		Sobrecargas	Apoios
Sobrecargas (kN/m²)			
Laje do fundo		1.0	
Superfície livre		0.0	
Dados do solo			
Tensão Adm. Solo (kN/m ²)		20.0	
Peso específico Solo (kN/m ³)		18.0	
(k) Coef. de empuxo		0.3	
CRV (kN/m ³)		0.7	

Geometria		Sobrecargas	Apoios
Edição de Restrições			
☒	Translação em X		Elimina Restrições
☒	Translação em Y		
☒	Translação em Z		

Fonte: TQS (2023)

Após o lançamento dos dados é feito o processamento da estrutura, o qual é gerado uma piscina em formato de pórtico espacial, (Figura 26). O *software* permite visualizar os resultados em várias combinações de carga, além de gerar os relatórios de dimensionamento e detalhamento das armaduras.

Figura 26 - Pórtico espacial gerado pelo TQS



Fonte: TQS (2023).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Tabela 2 e na Tabela 3 estão os momentos fletores obtidos pelo Método das Placas Isoladas. Na Figura 27 estão indicados os momentos desenvolvidos nas ligações entre os elementos da piscina (paredes e laje de fundo), M'_x e M'_y os momentos negativos e os positivos M_x e M_y , nas situações em que a piscina encontra-se vazia e cheia, respectivamente. Considerou-se como eixo x a direção do menor vão de cada componente do reservatório. Os resultados foram extraídos de uma planilha eletrônica elaborada pelo autor seguindo o apresentado no item 3.1.

Tabela 2 - Momentos fletores obtidos pelo Método das placas isoladas (Vazio).

Placa	M_x (kN.m/m)	M'_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_{yb} (kN.m/m)	M'_y (kN.m/m)	M'_{yb} (kN.m/m)
Fundo	9,72	13,18	4,29	-	10,13	-
Par 1 e 2	-1,43	13,18	0,27	0,92	1,77	2,99
Par 3 e 4	0,09	10,13	0,45	1,03	1,77	2,99

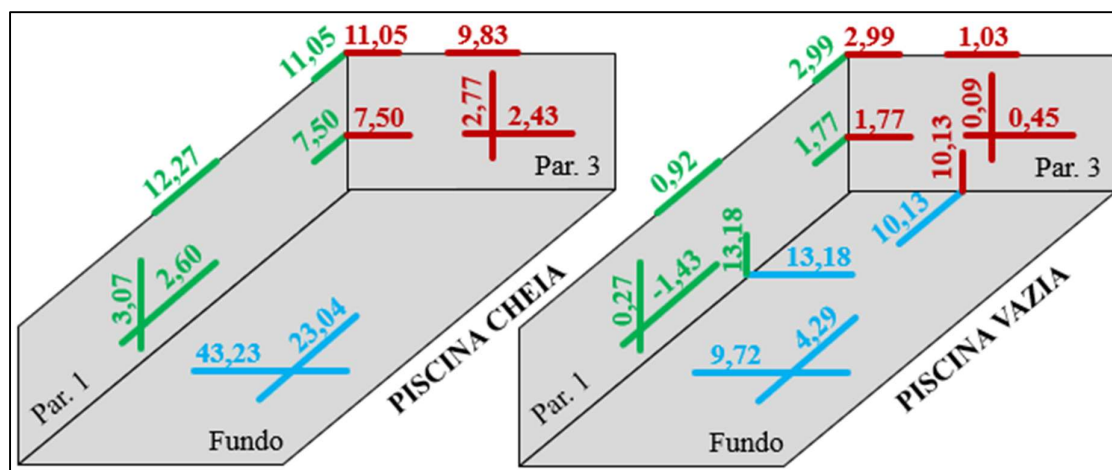
Fonte: O autor (2023).

Tabela 3 - Momentos fletores obtidos pelo Método das placas isoladas (Cheio).

Placa	M_x (kN.m/m)	M'_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_{yb} (kN.m/m)	M'_y (kN.m/m)	M'_{yb} (kN.m/m)
Fundo	43,23	-	23,04	-	-	-
Par 1 e 2	3,07	-	2,60	12,27	7,50	11,05
Par 3 e 4	2,77	-	2,43	9,83	7,50	11,05

Fonte: O autor (2023)

Figura 27 - Momentos finais obtidos pelo Método adaptado de Placas Isoladas.



Fonte: O autor (2023).

Para o modelo referência, Elementos Finitos, foi obtido através Robot. Os resultados extraídos do *software*, foram dos centros de elementos finitos indicado na Figura 28. Para o MEF foi analisado três situações em que a piscina pode ser solicitada, vazia (Tabela 4), cheia (Tabela 5) e a atuação concomitante de todas as cargas (Tabela 6). As duas primeiras situações serão comparadas com o Método adaptado de Placas isoladas e o último caso com os resultados dos Métodos de Analogia de Grelha e Pórticos Espaciais.

Tabela 4 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos elementos finitos piscina (Vazia).

Placa	Mx (kN.m/m)	M'x (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Myb (kN.m/m)	M'y (kN.m/m)	M'yb (kN.m/m)
Fundo	0,11	4,11	0,07	-	2,67	-
Par 1 e 2	0,37	4,14	0,32	0,96	1,93	4,48
Par 3 e 4	0,63	2,67	0,69	2,01	1,90	4,27

Fonte: O autor (2023).

Tabela 5 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos elementos finitos piscina (Cheia).

Placa	Mx (kN.m/m)	M'x (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Myb (kN.m/m)	M'y (kN.m/m)	M'yb (kN.m/m)
Fundo	0,25	10,61	0,20	-	7,07	-
Par 1 e 2	2,14	17,54	2,54	4,44	7,82	22,88
Par 3 e 4	0,00	10,8	2,86	7,84	7,69	21,90

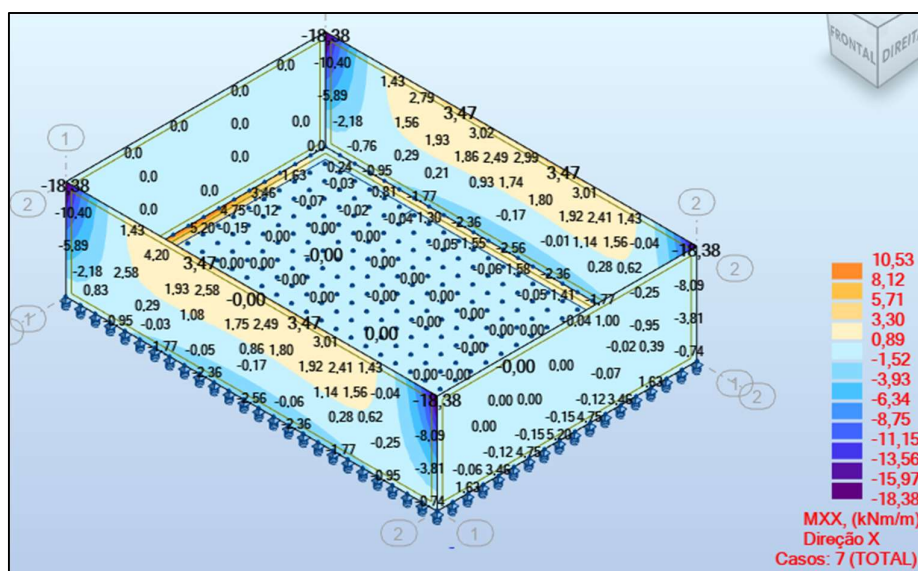
Fonte: O autor (2023).

Tabela 6 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos elementos finitos todas as cargas atuando.

Placa	Mx (kN.m/m)	M'x (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Myb (kN.m/m)	M'y (kN.m/m)	M'yb (kN.m/m)
Fundo	0,19	7,97	0,13	-	5,20	-
Par 1 e 2	1,86	13,00	2,58	3,47	5,89	18,38
Par 3 e 4	2,10	8,13	2,13	4,45	5,79	17,61

Fonte: O autor (2023).

Figura 28 - Mapa gerado do Robot para a análise dos momentos nos centros dos elementos finitos.



Fonte: O autor (2023).

No modelo de analogia de grelha os resultados foram extraídos do Eberick, e inseridos na Tabela 7. Para esse caso foram utilizados os momentos fletores gerados pela grelha.

Tabela 7 - Momentos fletores obtidos pelo Método da Analogia de Grelha

Placa	Mx (kN.m/m)	M'x (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Myb (kN.m/m)	M'y (kN.m/m)	M'yb (kN.m/m)
Fundo	1,43	4,56	0,47	-	2,93	-
Par 1 e 2	0,60	4,64	1,29	-0,63	3,06	2,81
Par 3 e 4	0,60	3,00	0,79	0,79	3,08	2,70

Fonte: O autor (2023).

Os resultados dos momentos fletores foram extraídos do relatório de cálculo gerado pelo TQS, ou seja, são os momentos fletores de cálculo e estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Momentos fletores obtidos pelo Método dos Pórticos Espaciais

Placa	M_x (kN.m/m)	M'_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_yb (kN.m/m)	M'_y (kN.m/m)	M'_yb (kN.m/m)
Fundo	3,162	5,912	6,019	-	5,137	-
Par 1 e 2	6,15	5,911	3,814	0,29	11,404	Não contém
Par 3 e 4	5,143	5,134	4,142	0,572	11,404	Não contém

Fonte: O autor (2023).

4.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O modelo em elementos finitos foi escolhido como referência comparativa, por se tratar de uma análise mais rigorosa e utilizar-se de um método numérico avançado. Dessa forma o resultado deste, estão comparados com os demais métodos.

Essa seção tem o objetivo de agrupar os métodos e discuti-los entre si. Através de diferença percentual apresentada na Equação 16, foram comparados os três demais métodos com o Método de Elementos Finitos.

$$D (\%) = \frac{Método - MEF}{MEF} \times 100 \quad \text{Equação 16}$$

4.1.1 Método das Placas Isoladas x MEF

Para a comparar o Método das Placas Isoladas, adotou-se situações vazia e cheia, na Tabela 9 e na Tabela 10, respectivamente. Na comparação com o Método dos Elementos finitos, notou-se diferença de valores muito alta, com diferenças de até 17.191,71% nos valores de momentos positivos do fundo. Para corrigir tal discrepância, sugeriu-se a aplicação da Teoria das Grelhas adaptada para placas sobre apoios elásticos, já que as tabelas contemplam apenas para lajes aéreas, que possuem apoios rígidos nas bordas.

Tabela 9 - Método das Placas Isoladas x MEF (Vazio)

Placa	M _x (%)	M' _x (%)	M _y (%)	M _y b (%)	M' _y (%)	M' _y b (%)
Fundo	8.735,33	220,66	6.030,60	-	279,33	-
Par 1 e 2	-487,49	218,33	-16,20	-4,38	-8,52	-33,19
Par 3 e 4	0,54	-7,46	0,24	0,98	0,13	-29,91

Fonte: O autor (2023).

Tabela 10 - Método das Placas Isoladas x MEF (Cheio).

Placa	M _x (%)	M' _x (%)	M _y (%)	M _y b (%)	M' _y (%)	M' _y b (%)
Fundo	17.191,71	-	11.421,97	-	-	-
Par 1 e 2	43,38	-	2,55	176,42	-4,04	-51,70
Par 3 e 4	75,40	-	-15,12	25,38	-2,42	-49,54

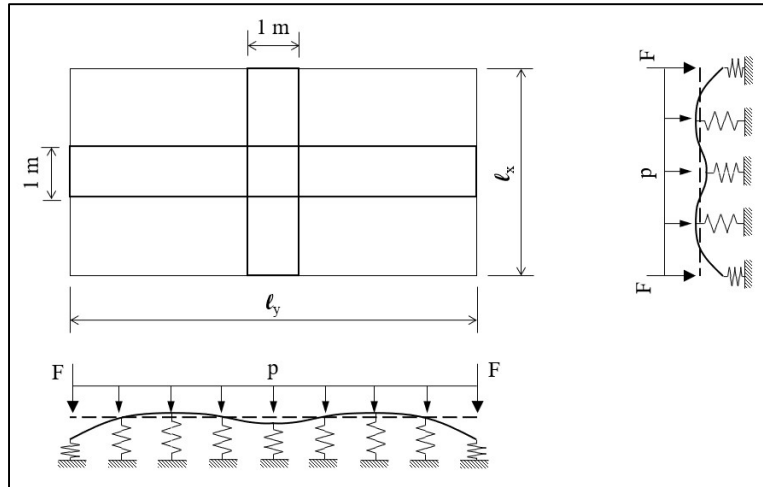
Fonte: O autor (2023)

Para a situação de piscina cheia, observou-se que as diferenças foram de aproximadamente 172 vezes mais do que o que apresenta os valores no MEF para o momento positivo na direção x do fundo. Na piscina vazia essa diferença foi menor sendo da ordem aproximadamente de 87 vezes mais. Para os momentos negativos nas ligações parede-fundo o MEF ainda foi mais conservador tendo uma diferença de duas vezes mais que a adaptação do método simplificado, na situação de piscina vazia.

4.1.1.1 Sugestão de aplicação da Teoria das Grelhas para placas sobre apoios elásticos

Admitindo-se que sejam retiradas duas faixas centrais de largura unitária da placa, conforme indica a Figura 29. Essa placa está apoiada sobre base elástica k_v e é solicitada por uma carga uniformemente distribuída p em toda a sua área e um carregamento distribuído F em todo o seu perímetro.

Figura 29 - Placa sobre base elástica e faixas unitárias.



Fonte: O autor (2023).

Supõe-se que as flechas no meio do vão de cada uma das faixas possam ser calculadas por expressões conforme sugere Araújo (2014a):

$$\delta_x = C \cdot p_x \cdot l_x^4 \quad \text{Equação 17}$$

$$\delta_y = C \cdot p_y \cdot l_y^4 \quad \text{Equação 18}$$

A constante C é independente das direções x e y . Ela depende das propriedades mecânicas e de área da placa e do solo, conforme esclarece Araújo (2014a).

Naturalmente, os quinhões de carga p_x e p_y devem possuir valores tais que:

$$p = p_x + p_y \quad \text{Equação 19}$$

Como essas faixas cruzam-se no centro da placa, elas devem obrigatoriamente atender à seguinte igualdade.

$$\delta_x = \delta_y \quad \text{Equação 20}$$

Logo,

$$p_x \cdot l_x^4 = p_y \cdot l_y^4 \quad \text{Equação 21}$$

Ou ainda, substituindo (19) em (21):

$$p_x = \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \cdot p \quad \text{Equação 22}$$

Como $\lambda = l_y/l_x$,

$$p_x = \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4} \cdot p \quad \text{Equação 23}$$

Substituindo (23) em (19) obtém-se:

$$p_y = \frac{1}{1 + \lambda^4} \cdot p \quad \text{Equação 24}$$

Se forem definidos os adimensionais λ_x e λ_y conforme a seguir,

$$\lambda_x = \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4} \quad \text{Equação 25}$$

$$\lambda_y = \frac{1}{1 + \lambda^4} \quad \text{Equação 26}$$

Então os quinhões assumem os seguintes valores, que dependem da carga p e da relação entre os vãos teóricos da placa:

$$p_x = \Lambda_x \cdot p \quad \text{Equação 27}$$

$$p_y = \Lambda_y \cdot p \quad \text{Equação 28}$$

Para o fundo da piscina em questão (lembrando que $\lambda = 1,45$, e que $p_{cheia} = 24,20 \text{ kN/m}^2$ e $p_{vazia} = 9,20 \text{ kN/m}^2$), os resultados numéricos dos quinhões de carga encontra-se sumarizados na Tabela 11.

Tabela 11 - Novos valores de cargas do fundo.

DIREÇÃO	Λ	p_{cheia}	p_{vazia}
x	0,82	19,84	7,54
y	0,18	4,36	1,66

Fonte: O autor (2023)

Como os valores das relações entre o maior e o menor vãos teóricos de todas as paredes possuem valor superior a 2, dispensa-se os cálculos dos quinhões de carga para as mesmas. Uma breve inspeção na Equação 25 e na Equação 26 justifica tal consideração.

As ações das paredes sobre as bordas do fundo serão substituídas pela força

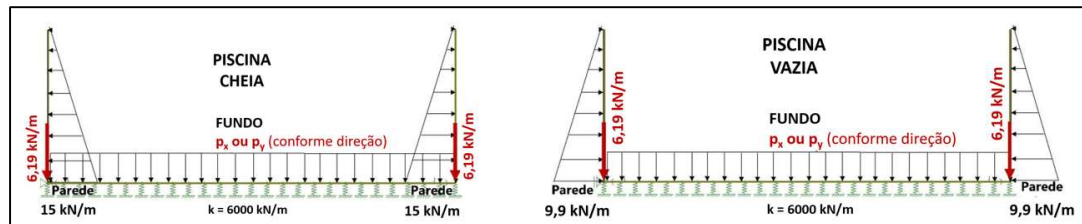
$$F = h_{parede} \cdot e_{parede} \cdot \gamma_c \Rightarrow$$

$$F = 1,65 \cdot 0,15 \cdot 25 = 6,19 \text{ kN/m}$$

Equação 29

Assim, é possível adotar o modelo de quadros (Araújo, 2014) para a obtenções dos momentos fletores do fundo.

Figura 30: Modelos de cálculo para a obtenção dos momentos do fundo



Fonte: O autor (2023).

O valor da constante elástica de cada mola discreta utilizada nos modelos da Figura 30 foi obtido do seguinte modo:

$$k = k_v \cdot L_{faixa} \cdot esp_{entre\ as\ molas} \Rightarrow$$

$$k = 30000 \frac{kN}{m^3} \cdot 1m \cdot 0,2m = 6000 \frac{kN}{m}$$

Equação 30

A Figura 31, a Figura 32, a Figura 33 e a Figura 34 mostram os valores dos momentos fletores do fundo nas direções x e y, nas condições cheia e vazia.

Figura 31: Momentos do fundo na Direção x na condição cheia

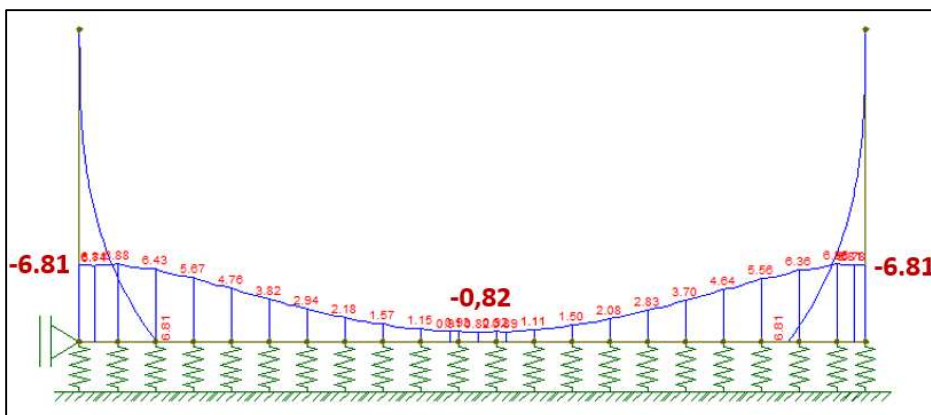


Figura 32: Momentos do fundo na Direção y na condição cheia

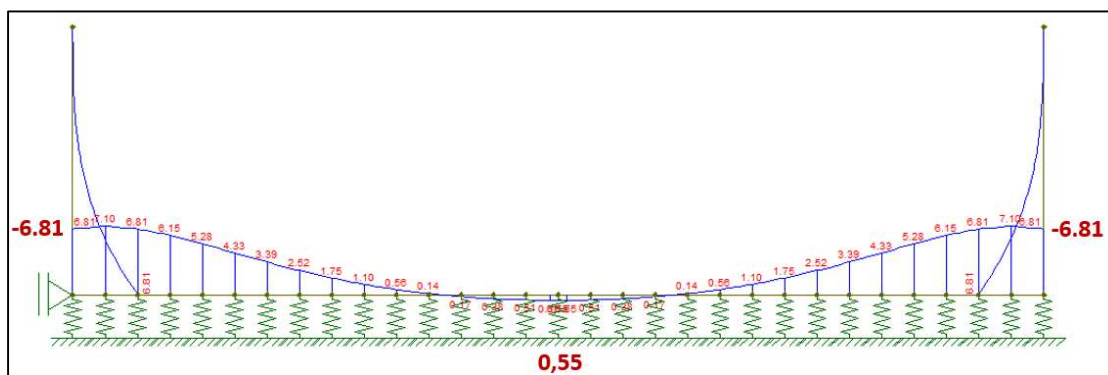


Figura 33: Momentos do fundo na Direção x na condição vazia

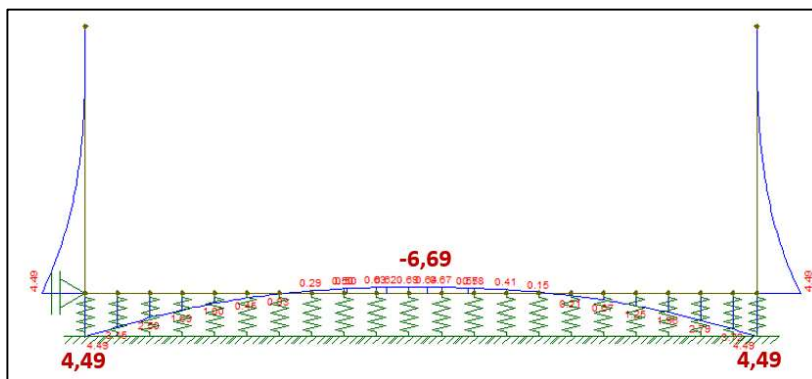
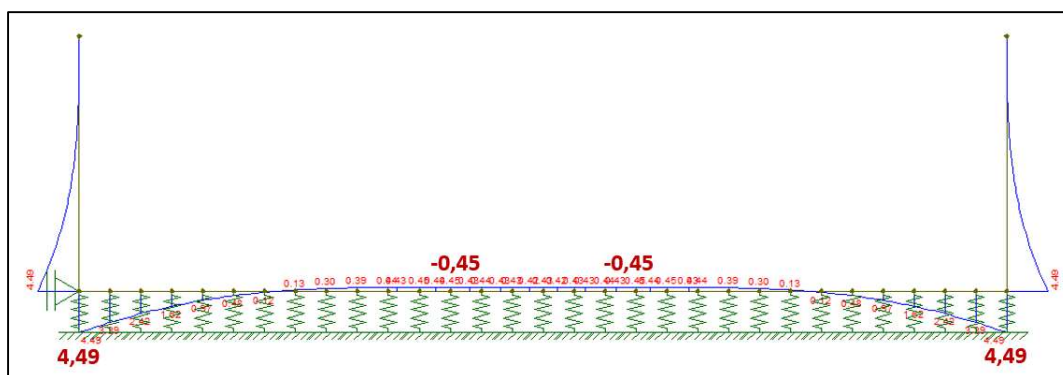


Figura 34: Momentos do fundo na Direção y na condição vazia



Fonte: O autor (2023).

Após encontrar, com o auxílio do ftool, os novos valores de momentos, retornou para o item 3.1.4, para a nova compatibilização de momentos, pois foi adicionado, após a aplicação da Teoria das Grelhas sobre placas, os momentos negativos na laje de fundo. A Tabela 12 e a Tabela 13 mostram os novos valores dos momentos, e a Tabela 14 o comparativo com o MEF na situação vazia, e a Tabela 15, para piscina cheia.

Tabela 12 - Novos valores de Momentos para o Método das Placas Isoladas piscina Vazia.

Placa	M_x (kN.m/m)	M'_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_{yb} (kN.m/m)	M'_y (kN.m/m)	M'_{yb} (kN.m/m)
Fundo	9,86	6,01	0,72	-	5,11	-
Par 1 e 2	-1,43	6,01	0,27	0,92	1,77	2,99
Par 3 e 4	0,09	5,11	0,45	1,03	1,77	2,99

Fonte: O autor (2023)

Tabela 13 - Novos valores de Momentos para o Método das Placas Isoladas piscina Cheia.

Placa	M_x (kN.m/m)	M'_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_{yb} (kN.m/m)	M'_y (kN.m/m)	M'_{yb} (kN.m/m)
Fundo	1,15	7,63	0,77	-	7,63	-
Par 1 e 2	3,07	7,63	2,60	12,27	7,50	11,05
Par 3 e 4	2,77	7,63	2,43	9,83	7,50	11,05

Fonte: O autor (2023)

Tabela 14 - Novo comparativo Método das Placas Isoladas x MEF (Vazio)

Placa	Mx (%)	M'x (%)	My (%)	Myb (%)	M'y (%)	M'yb (%)
Fundo	8.863,73	46,20	933,03	-	91,56	-
Par 1 e 2	-487,49	45,14	-16,20	-4,38	-8,52	-33,19
Par 3 e 4	-86,36	91,56	-34,73	-48,68	-7,08	-29,91

Fonte: O autor (2023).

Para o caso vazio após a sugestão de cálculo aplicada observou-se uma redução no que diz respeito aos momentos positivos das lajes de fundo passando essa diferença ser agora de 88 vezes mais do que o resultado obtido pelo Método dos Elementos Finitos. Além de agora ser possível analisar os momentos negativos das ligações parede-fundo que o teve uma diferença de no máximo 0,92 vezes, (M'x par 3 e 4), mais que o MEF.

Tabela 15 – Novo comparativo Método das Placas Isoladas x MEF (Cheio).

Placa	Mx (%)	M'x (%)	My (%)	Myb (%)	M'y (%)	M'yb (%)
Fundo	359,20	-28,11	285	-	7,88	-
Par 1 e 2	43,38	-56,52	2,55	176,42	-4,04	51,70
Par 3 e 4	75,40	-29,38	-15,12	25,38	0,19	-49,54

Fonte: O autor (2023).

No caso cheio houve uma redução significativa também nos valores de momento positivos e a agora a possibilidade de comparação dos momentos negativos das ligações parede-fundo. As diferenças nos momentos positivos (Mx do fundo) foram no máximo de 3 vezes mais o observado no MEF. Para os momentos negativos esta ordem máxima foi de 0,56 vezes (M'x par 1 e 2), nas ligações parede-fundo.

4.1.2 Método da Analogia de Grelha x MEF

O comparativo das diferenças percentuais dos momentos fletores entre o método da analogia de grelha e o MEF, estão apresentados na Tabela 16. Vale ressaltar que as características do solo adotadas nos dois métodos foram as mesmas.

Tabela 16 - Comparativo entre o Método de Analogia de Grelha e MEF

Placa	Mx (%)	M'x (%)	My (%)	Myb (%)	M'y (%)	M'yb (%)
Fundo	626,32	-42,79	384,62	-	-43,65	-
Par 1 e 2	-30,65	-66,23	-76,74	-81,84	-48,05	-84,71
Par 3 e 4	-71,43	63,10	-71,83	-82,25	-46,80	-84,67

Fonte: O autor (2023).

Assim notou-se que as maiores diferenças estão nos momentos de engastamento de borda e nos momentos de ligação fundo-parede. O modelo MEF mostrou-se mais favorável a segurança nesses pontos com as diferenças máximas de ordem 0,85 vezes em M'yb, paredes 1 e 2 e paredes 3 e 4, além de 0,66 vezes em M'x também nestas paredes.

4.1.3 Método dos Pórticos Espaciais x MEF

A Tabela 17 apresenta as diferenças entre os momentos fletores dos métodos de Pórticos Espaciais e Elementos finitos. Adotadas as mesmas características do solo.

Tabela 17 - Comparativo entre o Método de Pórticos Espaciais e MEF.

Placa	Mx (%)	M'x (%)	My (%)	Myb (%)	M'y (%)	M'yb (%)
Fundo	1564,21	-25,82	4530,00	-	-1,21	-
Par 1 e 2	230,65	-54,53	47,83	-91,64	93,62	-
Par 3 e 4	144,90	-36,85	94,46	-87,15	96,96	-

Fonte: O autor.

Observando-se a comparação entre o Método dos Pórticos Espaciais e Métodos do Elementos Finitos, identificou-se uma conservação exagerada nos momentos positivos do fundo por parte do modelo de Pórticos Espaciais o qual teve sua diferença de 45 vezes mais em relação ao MEF. Já para os momentos negativos o MEF se sobressaiu sendo mais a favor da segurança. Constatou-se que a diferença máxima entre os métodos foi de ordem 0,97 vezes.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como função comparar análises estruturais de uma piscina paralelepípedica, feitas a partir de quatro métodos de cálculo. Essas análises foram feitas para a piscina em três situações: vazia, cheia e as cargas atuando concomitantemente. Ao término, conclui-se que foi cumprido o objetivo do trabalho, uma vez que foram feitas todas as análises para os referentes Métodos Simplificados e Métodos Numéricos.

Levando em consideração a comparação feita entre o Método adaptados de Placas Isoladas e Método de Elementos finitos, assume-se que o segundo método apresentou resultados mais conservadores para situação em que a piscina está vazia, uma vez que a maioria das diferenças foram positivas, exceto nos momentos de ligação fundo-parede na direção x e nos momentos positivos na laje de fundo nas duas direções. Onde a maior diferença foi de aproximadamente 1,5 vezes, em relação ao MEF, na ligação entre o fundo e as paredes 3 e 4, já nos momentos positivos da laje de fundo a diferença foi de ordem 15 vezes mais.

Já na comparação feita para a piscina cheia os valores se mostraram mais próximos nos momentos positivos no centro das placas com a maior diferença de 0,75 vezes em relação ao MEF. No entanto, tratando dos momentos negativos das bordas o MEF mostrou-se mais a favor da segurança, com ordem de 50% maior que o Método adaptado de Placas Isoladas.

Na comparação do Método de Analogia de Grelha e o Método de Elementos Finitos percebe-se que o Método dos Elementos Finitos continua tendo em sua maioria resultados mais favoráveis a segurança, pelo fato de que uma vez que a maioria das diferenças foram negativas com exceção apenas dos momentos positivos do fundo nas duas direções, que o Método de Analogia de Grelhas foi maior.

Por fim, na comparação feita entre o Método dos Pórticos Espaciais e o Método de Elementos Finitos. Nota-se que nos momentos positivos, no centro das placas e nos momentos de ligação parede-parede o primeiro método mostrou-se mais a favor da segurança. Porém nas ligações fundo parede e nos momentos positivos e negativos das bordas o MEF prevaleceu com os maiores valores.

O modelo que se mostrou mais próximo do Método de Elementos Finitos foi o de Pórticos Espaciais, o resultado era esperado por se tratar que os dois métodos apresentam uma análise mais sofisticada, levando em consideração o efeito das cargas nas três direções. Uma hipótese que pode ter causado conflito nos resultados é a manipulação dos parâmetros em cada um deles nos seus respectivos *softwares*.

De modo geral conclui-se que o Método adaptado de Placas Isoladas é o método menos conservador, enquanto que o Método de Elementos Finitos foi o que obteve resultados mais satisfatórios do ponto de vista estrutural.

Tudo isso se deve ao fato de que para os cálculos dos Métodos Simplificados os reservatórios e/ou piscinas são calculados considerando cada placa isoladamente como ocorre no Método adaptado de Placas Isoladas, apresentado neste trabalho. Esses métodos consideram o engastamento e/ou a articulação perfeita das peças, e dependem de aproximações feitas por tabelas. Mesmo com a solução sugerida da Teoria das Grelhas para placas sobre apoio elástico, a adaptação do Método ainda obteve valores distintos.

Enquanto que para os Métodos dos Elementos Finitos, o *software* usado concede uma dimensão mais real do comportamento das peças, onde todos os carregamentos influenciam em cada elemento do reservatório.

Para que este trabalho possa ser continuado, é sugerido:

- Utilizar uma nova geometria para o reservatório, ou diferentes condições de apoio;
- Utilizar outros métodos simplificados, como o de Pórticos Planos;
- Utilizar para o processo de Elementos Finitos outro *software* compatível;
- Calcular e comparar as áreas de aço obtidas dos esforços entre os diferentes métodos.

REFERÊNCIAS

ALTOQI. **Ajuda do Eberick**: Página inicial. Nossa Senhora Socorro, 2022. Disponível em: <http://help.altoqi.com.br/Eberick/default.aspx>. Acesso em: 04 de outubro. de 2022.

ARAÚJO, Francisco Jadilson Santos. **Análise das instalações elétricas do IFBA – Campus de Paulo Afonso e Adequação às Normas Vigentes**. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao departamento da Engenharia Elétrica do Instituto Federal da Bahia - IFBA. 2016.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado / José Milton de Araújo**. - Rio Grande: Dunas, 2014a. v.2, 4.ed.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado / José Milton de Araújo**. - Rio Grande: Dunas, 2014b. v.4, 4.ed.

ASSIS, G. C. O.; BEZERRA, E. M. F. **Sistema multiplataforma para análise de pórticos planos utilizando ambiente web**. In: IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 38., 2017, Florianópolis. Anais... Florianópolis: CILAMCE, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto** – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

BARES, R. (1972). **Tablas para e/ cálculo de placas y vigas pared**. Barcelona, Gustavo Gili.

BEZERRA, Eric Mateus Fernandes. **Otimização Multiobjetivo De Lajes Nervuradas Em Concreto Armado**. 2017. 107 f. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

BEZERRA, Eric Mateus Fernandes. **Reservatórios: Concreto Armado**. 21 jun. 2020, 10 oct. 2020. Notas de Aula.

CARVALHO, R. C., FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR-6118:2003**. 3ª ed. EdUFSCar: São Carlos, 2007.

CARVALHO, R.C. FIGUEIREDO FILHO, J.R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 618:2014**. 4ª ed. EDUFSCar: São Carlos, 2014.

CASADO, C. F.; CASADO, J. L. F. **Cálculo de Estructuras Reticulares: nudos rígidos**. 4. ed. Madrid: Dossat, 1946.

COSTA, Flávio de Oliveira. **Projetos estruturais de reservatórios paralelepípedicos de concreto armado moldados in loco**. 1997. 162 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos/SP, 1998.

COURANT, R. (1943) **Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations**. Bull. Am. Math Soc., 42, 2165-86.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

FURTADO, Rayane Cristina Dantas. **Estudo comparativo de métodos aplicados na análise estrutural de piscinas de concreto armado**. - Pombal, 2021. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, 2021.

GERE, J. M.; WEAVER JUNIOR, W. **Analysis of Framed Structures**. New York: Litton Educational, c1965.

HAMBLY, E.C. **Bridge deck behavior**. London, Chapman and Hall, 1976.

HUTTON, D. V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. 1st ed. New York: McGraw Hill, 2004.

KALMANOK, A. S. **Manual Para Cálculo de Placas**. Montevideo: Editora Inter Ciencia, 1961.

KIMURA, Alio. **Informática aplicada a estruturas de concreto armado. 2. ed**, Editora Oficina de Textos. São Paulo, SP, 2018.

LOGAN, D.L. **A First Course in the Finite Element Method**. 4ª ed. Platteville: Thomson, 2007.

MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas: conceitos e métodos básicos**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 2017.

MARTIN, H. C. **Introduction to Matrix Methods of Structural Analysis**. New York: McGraw-Hill, c1966.

Morrison, Nelson. **Interacción suelo-estructuras: semiespaço de winkler**. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña, 1993.

NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado. v. 4, 3ª ed**, Rio Grande: Dunas, 2014.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008**. 8ª. ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 2011.

PINHEIRO, Lauren Marcon. O Uso Do Autodesk Robot Structural Analysis E Do Revit Para O Dimensionamento De Uma Edificação Em Concreto Armado. Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), 2022.

PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. (Apostila). Universidade de São Paulo. São Carlos/SP, 2007.

ROCHA, A. M. **Curso Prático de Concreto Armado**. v.3, 18. ed., São Paulo: Livraria Nobel S.A., 1983.

SORIANO, H. L. **Análise de Estruturas: formulação matricial e implementação computacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2005.

SOUZA, R. M. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. Belém, 2003.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em Concreto armado e protendido**. 2. ed. Niterói: EDUFF, 1994. 580 p.

TQS. **Manual de início rápido**. 2019.

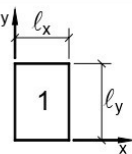
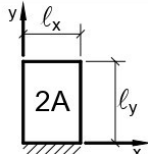
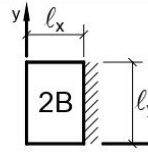
TURNER, M.J., Clough, R.W., Martin, H.C. and Topp, L.J. (1956) **Stiffness and deflection analysis of complex structures**. J. Aeronaut. Sci, 23, 805-23

VASCONCELOS, Zelma Lamaneres. **Critérios para projetos de reservatórios paralelepípedicos elevados de concreto armado**. 1998. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

VEDACIT. Manual Técnico: **Impermeabilizantes | Aditivos para concreto | Materiais para recuperação**. 45ª ed. São Paulo. Vedacit Impermeabilizantes.225p.

ANEXO A – Momentos fletores em lajes com carga uniforme

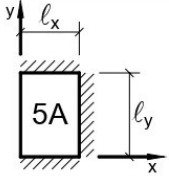
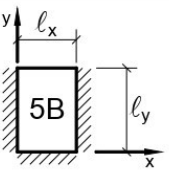
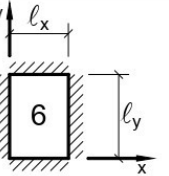
Anexo A – Momentos fletores em lajes com cargas uniforme

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME									
Tipo									Tipo
$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
1,00	4,23	4,23	2,91	3,54	8,40	3,54	8,40	2,91	1,00
1,05	4,62	4,25	3,26	3,64	8,79	3,77	8,79	2,84	1,05
1,10	5,00	4,27	3,61	3,74	9,18	3,99	9,17	2,76	1,10
1,15	5,38	4,25	3,98	3,80	9,53	4,19	9,49	2,68	1,15
1,20	5,75	4,22	4,35	3,86	9,88	4,38	9,80	2,59	1,20
1,25	6,10	4,17	4,72	3,89	10,16	4,55	10,06	2,51	1,25
1,30	6,44	4,12	5,09	3,92	10,41	4,71	10,32	2,42	1,30
1,35	6,77	4,06	5,44	3,93	10,64	4,86	10,54	2,34	1,35
1,40	7,10	4,00	5,79	3,94	10,86	5,00	10,75	2,25	1,40
1,45	7,41	3,95	6,12	3,91	11,05	5,12	10,92	2,19	1,45
1,50	7,72	3,89	6,45	3,88	11,23	5,24	11,09	2,12	1,50
1,55	7,99	3,82	6,76	3,85	11,39	5,34	11,23	2,04	1,55
1,60	8,26	3,74	7,07	3,81	11,55	5,44	11,36	1,95	1,60
1,65	8,50	3,66	7,28	3,78	11,67	5,53	11,48	1,87	1,65
1,70	8,74	3,58	7,49	3,74	11,79	5,61	11,60	1,79	1,70
1,75	8,95	3,53	7,53	3,69	11,88	5,68	11,72	1,74	1,75
1,80	9,16	3,47	7,56	3,63	11,96	5,75	11,84	1,68	1,80
1,85	9,35	3,38	8,10	3,58	12,05	5,81	11,94	1,67	1,85
1,90	9,54	3,29	8,63	3,53	12,14	5,86	12,03	1,59	1,90
1,95	9,73	3,23	8,86	3,45	12,17	5,90	12,08	1,54	1,95
2,00	9,91	3,16	9,08	3,36	12,20	5,94	12,13	1,48	2,00
> 2,00	12,50	3,16	12,50	3,36	12,20	7,03	12,50	1,48	> 2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.									
$m = \mu \frac{p l_x^2}{100}$		p = carga uniforme				l_x = menor vão			

Fonte: Pinheiro (2007).

ANEXO B – Momento fletores em lajes com carga uniforme

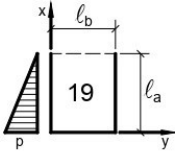
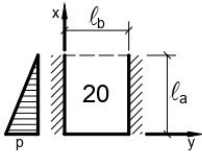
Anexo B – Momento fletores em lajes com cargas uniforme

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME													
Tipo													Tipo
$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
1,00	2,02	5,46	2,52	6,17	2,52	6,17	2,02	5,46	2,02	5,15	2,02	5,15	1,00
1,05	2,27	5,98	2,56	6,46	2,70	6,47	1,97	5,56	2,22	5,50	2,00	5,29	1,05
1,10	2,52	6,50	2,60	6,75	2,87	6,76	1,91	5,65	2,42	5,85	1,98	5,43	1,10
1,15	2,76	7,11	2,63	6,97	3,02	6,99	1,84	5,70	2,65	6,14	1,94	5,51	1,15
1,20	3,00	7,72	2,65	7,19	3,16	7,22	1,77	5,75	2,87	6,43	1,89	5,59	1,20
1,25	3,23	8,31	2,64	7,36	3,28	7,40	1,70	5,75	2,97	6,67	1,83	5,64	1,25
1,30	3,45	8,59	2,61	7,51	3,40	7,57	1,62	5,76	3,06	6,90	1,77	5,68	1,30
1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	3,50	7,70	1,55	5,75	3,19	7,09	1,71	5,69	1,35
1,40	3,86	8,88	2,53	7,74	3,59	7,82	1,47	5,74	3,32	7,28	1,65	5,70	1,40
1,45	4,05	9,16	2,48	7,83	3,67	7,91	1,41	5,73	3,43	7,43	1,57	5,71	1,45
1,50	4,23	9,44	2,43	7,91	3,74	8,00	1,35	5,72	3,53	7,57	1,49	5,72	1,50
1,55	4,39	9,68	2,39	7,98	3,80	8,07	1,29	5,69	3,61	7,68	1,43	5,72	1,55
1,60	4,55	9,91	2,34	8,02	3,86	8,14	1,23	5,66	3,69	7,79	1,36	5,72	1,60
1,65	4,70	10,13	2,28	8,03	3,91	8,20	1,18	5,62	3,76	7,88	1,29	5,72	1,65
1,70	4,84	10,34	2,22	8,10	3,95	8,25	1,13	5,58	3,83	7,97	1,21	5,72	1,70
1,75	4,97	10,53	2,15	8,13	3,99	8,30	1,07	5,56	3,88	8,05	1,17	5,72	1,75
1,80	5,10	10,71	2,08	8,17	4,02	8,34	1,00	5,54	3,92	8,12	1,13	5,72	1,80
1,85	5,20	10,88	2,02	8,16	4,05	8,38	0,97	5,55	3,96	8,18	1,07	5,72	1,85
1,90	5,30	11,04	1,96	8,14	4,08	8,42	0,94	5,56	3,99	8,24	1,01	5,72	1,90
1,95	5,40	11,20	1,88	8,13	4,10	8,45	0,91	5,60	4,02	8,29	0,99	5,72	1,95
2,00	5,50	11,35	1,80	8,12	4,12	8,47	0,88	5,64	4,05	8,33	0,96	5,72	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,80	8,12	4,17	8,33	0,88	5,64	4,17	8,33	0,96	5,72	> 2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.													
$m = \mu \frac{p \ell_x^2}{100}$				$p = \text{carga uniforme}$				$\ell_x = \text{menor vão}$					

Fonte: Pinheiro (2007).

ANEXO C – Momento fletores em lajes com carga triangular

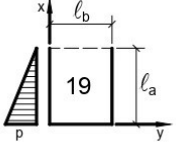
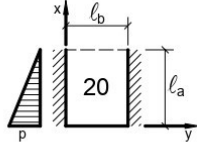
ANEXO C – Momento fletores em lajes com carga triangular

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR									
Tipo									Tipo
$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$	μ_x	μ_y	μ_{yb}	μ_x	μ_y	μ_{yb}	μ'_y	μ'_{yb}	$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$
0,30	5,78	5,78	9,56	5,89	5,00	8,11	15,33	23,56	0,30
0,35	5,49	5,67	9,09	5,32	4,66	7,15	13,48	18,87	0,35
0,40	5,19	5,56	8,63	4,75	4,31	6,19	11,63	14,19	0,40
0,45	4,80	5,30	8,11	4,16	3,96	5,39	10,35	11,65	0,45
0,50	4,40	5,04	7,60	3,56	3,60	4,60	9,08	9,12	0,50
0,55	4,05	4,97	7,05	3,09	3,33	3,95	8,16	7,37	0,55
0,60	3,69	4,89	6,50	2,61	3,06	3,31	7,28	5,61	0,60
0,65	3,39	4,54	6,02	2,28	2,82	2,86	6,64	4,62	0,65
0,70	3,08	4,18	5,53	1,94	2,59	2,41	6,00	3,63	0,70
0,75	2,83	4,01	5,09	1,72	2,41	2,09	5,52	3,03	0,75
0,80	2,58	3,83	4,64	1,50	2,22	1,77	5,03	2,42	0,80
0,85	2,36	3,63	4,25	1,31	2,07	1,54	4,64	2,03	0,85
0,90	2,13	3,43	3,86	1,12	1,91	1,31	4,25	1,63	0,90
0,95	1,95	3,27	3,57	1,00	1,79	1,14	3,95	1,38	0,95
1,00	1,76	3,10	3,27	0,87	1,67	0,96	3,65	1,13	1,00
1,05	1,77	3,25	3,29	0,84	1,72	0,93	3,72	1,08	1,05
1,10	1,77	3,40	3,31	0,82	1,77	0,90	3,79	1,03	1,10
1,15	1,78	3,55	3,32	0,79	1,82	0,86	3,86	0,97	1,15
1,20	1,79	3,70	3,34	0,76	1,87	0,83	3,93	0,92	1,20
1,25	1,77	3,82	3,31	0,74	1,90	0,80	3,97	0,88	1,25
1,30	1,75	3,93	3,27	0,71	1,92	0,77	4,00	0,85	1,30
1,35	1,74	4,05	3,24	0,69	1,95	0,74	4,04	0,81	1,35
1,40	1,72	4,17	3,21	0,66	1,98	0,70	4,07	0,77	1,40
1,45	1,70	4,26	3,17	0,63	2,00	0,67	4,11	0,74	1,45
1,50	1,69	4,40	3,14	0,61	2,03	0,64	4,14	0,70	1,50
1,55	1,66	4,48	3,10	0,59	2,04	0,62	4,15	0,68	1,55
1,60	1,64	4,56	3,06	0,57	2,04	0,60	4,16	0,65	1,60
1,65	1,61	4,64	3,02	0,55	2,05	0,57	4,17	0,63	1,65
1,70	1,59	4,72	2,98	0,53	2,05	0,55	4,18	0,60	1,70
1,75	1,56	4,80	2,95	0,50	2,06	0,53	4,20	0,58	1,75
1,80	1,54	4,88	2,91	0,48	2,07	0,51	4,21	0,56	1,80
1,85	1,51	4,96	2,87	0,46	2,07	0,49	4,22	0,53	1,85
1,90	1,50	5,04	2,83	0,44	2,08	0,46	4,23	0,51	1,90
1,95	1,47	5,12	2,79	0,42	2,08	0,44	4,24	0,48	1,95
2,00	1,44	5,20	2,75	0,40	2,09	0,42	4,25	0,46	2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.									
$m = \mu \frac{p \ell^2}{100}$									
p = carga uniforme									
ℓ = menor valor entre ℓ_a e ℓ_b									

Fonte: Pinheiro (2007).

ANEXO D – Momento fletores em lajes com carga triangular

ANEXO D – Momento fletores em lajes com carga triangular

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR									
Tipo									Tipo
$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$	μ_x	μ_y	μ_{yb}	μ_x	μ_y	μ_{yb}	μ'_y	μ'_{yb}	$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b}$
0,30	5,78	5,78	9,56	5,89	5,00	8,11	15,33	23,56	0,30
0,35	5,49	5,67	9,09	5,32	4,66	7,15	13,48	18,87	0,35
0,40	5,19	5,56	8,63	4,75	4,31	6,19	11,63	14,19	0,40
0,45	4,80	5,30	8,11	4,16	3,96	5,39	10,35	11,65	0,45
0,50	4,40	5,04	7,60	3,56	3,60	4,60	9,08	9,12	0,50
0,55	4,05	4,97	7,05	3,09	3,33	3,95	8,16	7,37	0,55
0,60	3,69	4,89	6,50	2,61	3,06	3,31	7,28	5,61	0,60
0,65	3,39	4,54	6,02	2,28	2,82	2,86	6,64	4,62	0,65
0,70	3,08	4,18	5,53	1,94	2,59	2,41	6,00	3,63	0,70
0,75	2,83	4,01	5,09	1,72	2,41	2,09	5,52	3,03	0,75
0,80	2,58	3,83	4,64	1,50	2,22	1,77	5,03	2,42	0,80
0,85	2,36	3,63	4,25	1,31	2,07	1,54	4,64	2,03	0,85
0,90	2,13	3,43	3,86	1,12	1,91	1,31	4,25	1,63	0,90
0,95	1,95	3,27	3,57	1,00	1,79	1,14	3,95	1,38	0,95
1,00	1,76	3,10	3,27	0,87	1,67	0,96	3,65	1,13	1,00
1,05	1,77	3,25	3,29	0,84	1,72	0,93	3,72	1,08	1,05
1,10	1,77	3,40	3,31	0,82	1,77	0,90	3,79	1,03	1,10
1,15	1,78	3,55	3,32	0,79	1,82	0,86	3,86	0,97	1,15
1,20	1,79	3,70	3,34	0,76	1,87	0,83	3,93	0,92	1,20
1,25	1,77	3,82	3,31	0,74	1,90	0,80	3,97	0,88	1,25
1,30	1,75	3,93	3,27	0,71	1,92	0,77	4,00	0,85	1,30
1,35	1,74	4,05	3,24	0,69	1,95	0,74	4,04	0,81	1,35
1,40	1,72	4,17	3,21	0,66	1,98	0,70	4,07	0,77	1,40
1,45	1,70	4,26	3,17	0,63	2,00	0,67	4,11	0,74	1,45
1,50	1,69	4,40	3,14	0,61	2,03	0,64	4,14	0,70	1,50
1,55	1,66	4,48	3,10	0,59	2,04	0,62	4,15	0,68	1,55
1,60	1,64	4,56	3,06	0,57	2,04	0,60	4,16	0,65	1,60
1,65	1,61	4,64	3,02	0,55	2,05	0,57	4,17	0,63	1,65
1,70	1,59	4,72	2,98	0,53	2,05	0,55	4,18	0,60	1,70
1,75	1,56	4,80	2,95	0,50	2,06	0,53	4,20	0,58	1,75
1,80	1,54	4,88	2,91	0,48	2,07	0,51	4,21	0,56	1,80
1,85	1,51	4,96	2,87	0,46	2,07	0,49	4,22	0,53	1,85
1,90	1,50	5,04	2,83	0,44	2,08	0,46	4,23	0,51	1,90
1,95	1,47	5,12	2,79	0,42	2,08	0,44	4,24	0,48	1,95
2,00	1,44	5,20	2,75	0,40	2,09	0,42	4,25	0,46	2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.									
$m = \mu \frac{p \ell^2}{100}$ $p = \text{carga uniforme}$ $\ell = \text{menor valor entre } \ell_a \text{ e } \ell_b$									

Fonte: Pinheiro (2007).

ANEXO E –Tabela de placa retangular com momento senoidal ($\nu = 0,2$)

Anexo E – Tabela de placa retangular com momento senoidal aplicado em uma das bordas ($\nu = 0,2$)

l_x/l_y	γ_{x1}	γ_{y2}	γ_{x2}	γ_{y2}
0,500	0,300	0,153	0,063	-0,011
0,600	0,244	0,162	0,090	-0,003
0,700	0,194	0,165	0,113	0,013
0,800	0,151	0,165	0,131	0,034
0,900	0,114	0,161	0,145	0,058
1,000	0,084	0,155	0,155	0,084
1,100	0,060	0,146	0,161	0,111
1,200	0,042	0,137	0,164	0,138
1,300	0,027	0,126	0,166	0,163
1,400	0,016	0,116	0,166	0,188
1,500	0,007	0,106	0,165	0,210
1,600	0,001	0,096	0,163	0,231
1,700	-0,004	0,087	0,161	0,251
1,800	-0,007	0,078	0,158	0,268
1,900	-0,009	0,070	0,156	0,285
2,000	-0,011	0,063	0,153	0,300

Fonte: Araújo (2014b).

ANEXO F – Tabela de Morrison

Anexo F – Tabela de Morrison

Tensão admissível (kgf/cm²)	Kv (kgf/cm³)	Tensão admissível (kgf/cm²)	Kv (kgf/cm³)
0,25	0,65	2,15	4,30
0,30	0,78	2,20	4,40
0,35	0,91	2,25	4,50
0,40	1,04	2,30	4,60
0,45	1,17	2,35	4,70
0,50	1,30	2,40	4,80
0,55	1,39	2,45	4,90
0,60	1,48	2,50	5,00
0,65	1,57	2,55	5,10
0,70	1,66	2,60	5,20
0,75	1,75	2,65	5,30
0,80	1,84	2,70	5,40
0,85	1,93	2,75	5,50
0,90	2,02	2,80	5,60
0,95	2,11	2,85	5,70
1,00	2,20	2,90	5,80
1,05	2,29	2,95	5,90
1,10	2,38	3,00	6,00
1,15	2,47	3,05	6,10
1,20	2,56	3,10	6,20
1,25	2,65	3,15	6,30
1,30	2,74	3,20	6,40
1,35	2,83	3,25	6,50
1,40	2,92	3,30	6,60
1,45	3,01	3,35	6,70
1,50	3,10	3,40	6,80
1,55	3,19	3,45	6,90
1,60	3,28	3,50	7,00
1,65	3,37	3,55	7,10
1,70	3,46	3,60	7,20
1,75	3,55	3,65	7,30
1,80	3,64	3,70	7,40
1,85	3,73	3,75	7,50
1,90	3,82	3,80	7,60
1,95	3,91	3,85	7,70
2,00	4,00	3,90	7,80
2,05	4,10	3,95	7,90
2,10	4,20	4,00	8,00

Fonte: Morisson (1993)