

O ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA:

Laerte Fonseca (Org.)

APROXIMAÇÕES E
DISTANCIAMENTOS
A PARTIR DE TEORIAS
DE APRENDIZAGEM

 EDITORA
IFS



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SERGIPE (IFS)**

PRESIDENTE DA REPÚBLICA

Jair Messias Bolsonaro

MINISTRO DA EDUCAÇÃO

Milton Ribeiro

**SECRETÁRIO DA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
E TECNOLÓGICA**

Ariosto Antunes Culau

REITORA DO IFS

Ruth Sales Gama de Andrade

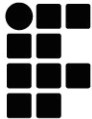
PRÓ-REITORA DE PESQUISA E EXTENSÃO

Chirlaine Cristine Gonçalves

O ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA:

Laerte Fonseca (Org.)

APROXIMAÇÕES E
DISTANCIAMENTOS
A PARTIR DE TEORIAS
DE APRENDIZAGEM



**INSTITUTO
FEDERAL**
Sergipe
Aracaju 2022

Copyright© 2022 - IFS

Todos os direitos reservados para a Editora IFS. Nenhuma parte desse livro pode ser reproduzida ou transformada em nenhuma forma e por nenhum meio mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer sistema de armazenamento de informação, sem autorização expressa dos autores ou do IFS.

Editora-chefe (Coordenadora de Publicações)

Kelly Cristina Barbosa

Planejamento e Coordenação Gráfica

Erik Daniel dos Santos

Projeto Gráfico da Capa

Erik Daniel dos Santos

Avaliadoras ad hoc

Jussineide da Fonseca Nascimento Fontes

Thamires Dos Santos

Diagramação

Erik Daniel dos Santos

Revisão

Daniele Silva Telles

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Fonseca, Laerte Silva da

F676e O ensino de ciências e matemática na educação básica [recurso eletrônico]: aproximações e distanciamentos a partir de teorias de aprendizagem. / Laerte Silva da Fonseca, organizador. - Aracaju: Editora IFS, 2022.
266 p.: il. color

E-book

ISBN 978-65-87114-81-1

1. Educação. 2. Aprendizagem. 3. Ensino. I. Fonseca, Laerte Silva da, organizador II. Título

CDU 37:5

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Kelly Cristina Barbosa CRB 5/1637

[2022]

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS)

Avenida Jorge Amado, 1551. Loteamento Garcia, Bairro Jardins.

Aracaju/SE. CEP: 49025-330

TEL.: +55 (79) 3711-3222 / e-mail: edifs@ifs.edu.br

Impresso no Brasil

Conselho Científico

Chirlaine Cristine Gonçalves
Pró-reitora de Pesquisa e Extensão

Adeline Araújo Carneiro Farias
Área: Ciências Humanas

Jaime José da Silveira Barros Neto
Diretor de Pesquisa e Pós-graduação

Alexandre Santos de Oliveira
Área: Ciências Sociais Aplicadas

José Wellington Carvalho Vilar
Área: Ciências Exatas e da Terra

João Batista Barbosa
Área: Ciências Agrárias

Diego Lopes Coriolano
Área: Engenharias (titular)

Manoela Falcon Gallotti
Área: Linguística, Letras e Artes

Herbet Alves de Oliveira
Área: Engenharias (suplente)

Sheyla Alves Rodrigues
Área: Ciências Biológicas

Membros Externos

Flor Ernestina Martinez Espinosa -
FIOCRUZ

Eliane Maurício Furtado Martins
- IF Sudeste MG

Odélsia Leonor Sanchez de Alsina -
UFCG

Zélia Soares Macedo - UFS

Mirian Sumica Carneiro Reis -
UNILAB

Mario Ernesto Giroldo Valério -
UFS

Claudio Cledson Novaes - UEFS

Ana Aparecida Vieira de Moura
- IFRR

Caique Jordan Nunes Ribeiro - UFS

Josilene de Souza - IFRN

Lucas Molina - UFS

Charles Dos Santos Estevam -
UFS

Murilo Lopes Martins - IF Sudeste MG

Editoração

Kelly Cristina Barbosa - Bibliotecária

Produção Visual

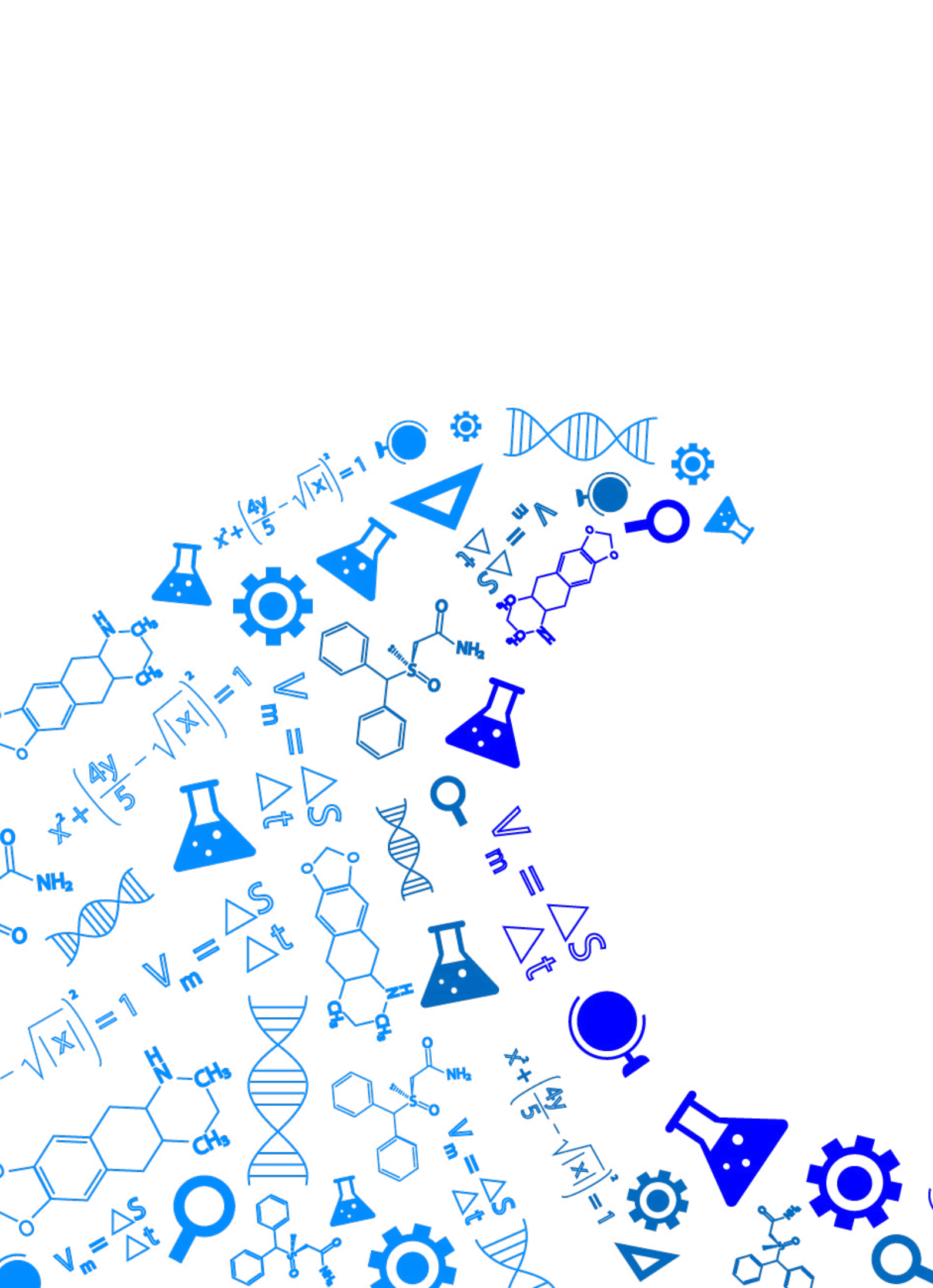
Jéssika Lima Santos - Diagramador

Júlio César Nunes Ramiro - Técnico em Artes Gráficas

PREFÁCIO

UMA BREVE REFLEXÃO SOBRE O ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA





Francisco Régis Vieira Alves

Professor Titular do departamento de Física e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE Coordenador do Polo acadêmico do programa de doutorado em REDE – RENOEN/IFCE
Bolsista de Produtividade em Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – PQ2
E-mail: frgis@ifce.edu.br

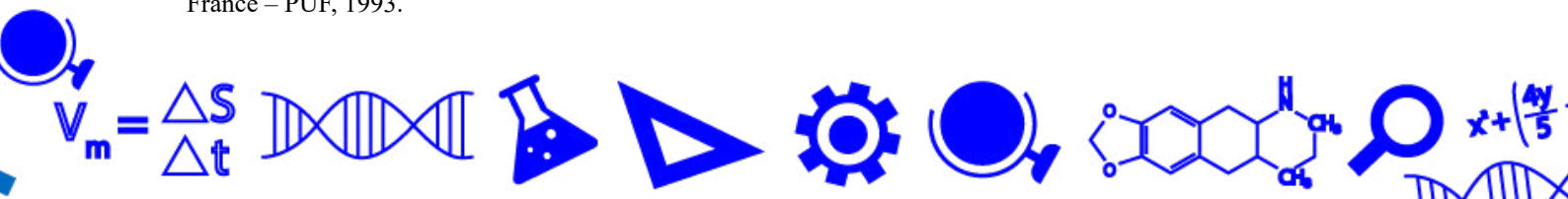
O campo da pesquisa em ensino de Ciências e Matemática adquiriu um incremento e uma evolução progressiva, sobretudo, quando examinamos a natureza e a relevância da identificação de problemas e objetos de investigação diferenciados na área.

No Brasil, sem desconsiderarmos alguma influência histórica da constituição do campo da Didática das Disciplinas (Joshua & Dupin, 1993)¹ em território europeu, o acúmulo de estudos e de investigações neste ramo de atividade acadêmica têm proporcionado a constituição de um cenário diferenciado, todavia, merecedor de uma vigilância constante e conhecimento de seus últimos avanços. Dessa forma, na presente obra, o leitor poderá cotejar um amplo cenário de recentes investigações desenvolvidas no âmbito da pesquisa em ensino de Ciências e Matemática.

De forma sucinta, o leitor deparará um robusto relato sobre a noção de função quadrática, afetado pela Teoria Social Cognitiva. Em seguida, nos capítulos 2 e 3, perceberá que o ensino de Física e o ensino de Química se mostram bem representados. Podemos identificar, de forma semelhante, a apresentação de diversos capítulos que fornecem um relato oportuno sobre preocupações didáticas e de intervenções metodológicas acerca do ensino de Matemática, tais como: utilização de jogos para o ensino de números racionais, o modelo piagetiano e a noção de potenciação, um exame da noção de função e a teoria ausubeliana, etc.

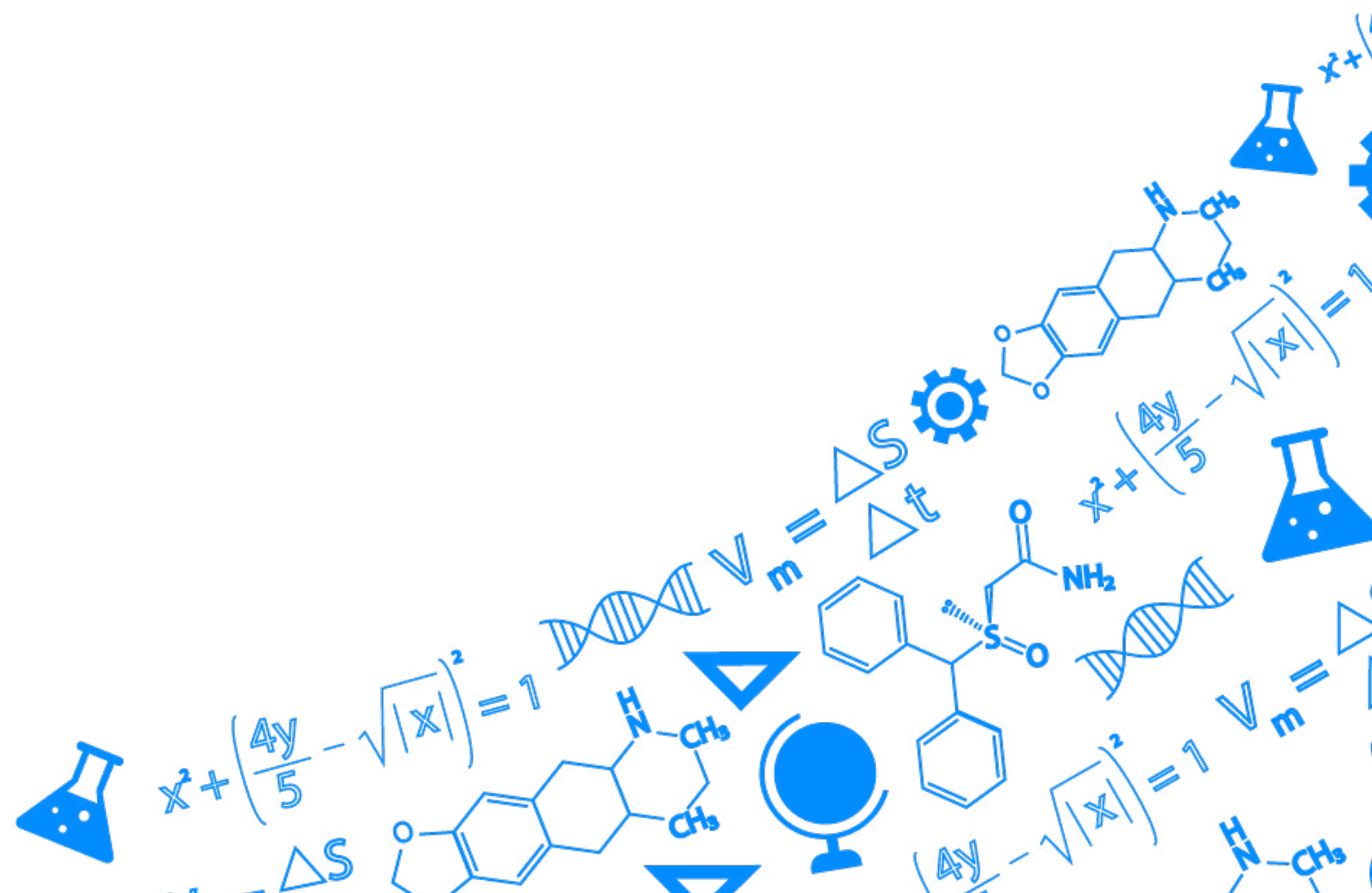
De modo especial, no capítulo 10, deparamos um estudo fundamentado na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e nas ideias da teoria socio-interacionista de Vygotsky, com interesse declarado por um cenário de fragilidade no entorno do processo de ensino de aprendizagem de matemática, considerando que o Livro Didático.

¹ Joshua, S. Dupin, J – J. Introduction à la didactiques des sciences et de mathématiques. Presses Universitaires de France – PUF, 1993.



Ademais, nos capítulos 11 e 12, o leitor encontrará um debate diferenciado em torno da relação do binômio ‘professor – livro didático’ que, de forma indubitável, se apresenta como uma competência profissional cada vez mais colocada à prova, nos tempos atuais, sobretudo, diante da emergência de inusitadas modalidades de ensino.

Finalmente, assinalamos o caráter de relevância científica conduzida pelo relato de inúmeros pesquisadores que, de forma sistemática e pormenorizada, conduzem o leitor a um entendimento e itinerário diferenciado, por intermédio do ensino de disciplinas clássicas, todavia, capaz de demarcar um adequado campo de atividades que proporciona o significado intrínseco da pesquisa em ensino de Ciências e Matemática.





SUMÁRIO

Prefácio	UMA BREVE REFLEXÃO SOBRE O ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	7
Introdução	UM OLHAR PARA OS LIVROS DIDÁTICOS DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA SOB AS LENTES DAS TEORIAS DE APRENDIZAGEM	17
Capítulo 1	APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA SOB OS PRESSUPOSTOS DA TEORIA SOCIAL COGNITIVA	25
Capítulo 2	O ENSINO DE ENERGIA SOB O PRISMA DA INTERAÇÃO SOCIAL VYGOTSKYANA EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO	41
Capítulo 3	TEORIAS DE APRENDIZAGEM: BNCC, PROPOSTAS E CONEXÕES COM TEMAS TRABALHADOS NA DISCIPLINA PROJETO DE VIDA	63
Capítulo 4	ANÁLISE DO CONTEÚDO ELETROQUÍMICA EM LIVROS DIDÁTICOS SOBRE O OLHAR DA PERSPECTIVA TEÓRICA DE VYGOTSKI	85



Capítulo 5

O USO DE JOGOS DIGITAIS COMO FACILITADOR NO ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

103

Capítulo 6

APROXIMANDO A LINGUAGEM E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: UMA EXPERIMENTAÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO 6º. ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

119

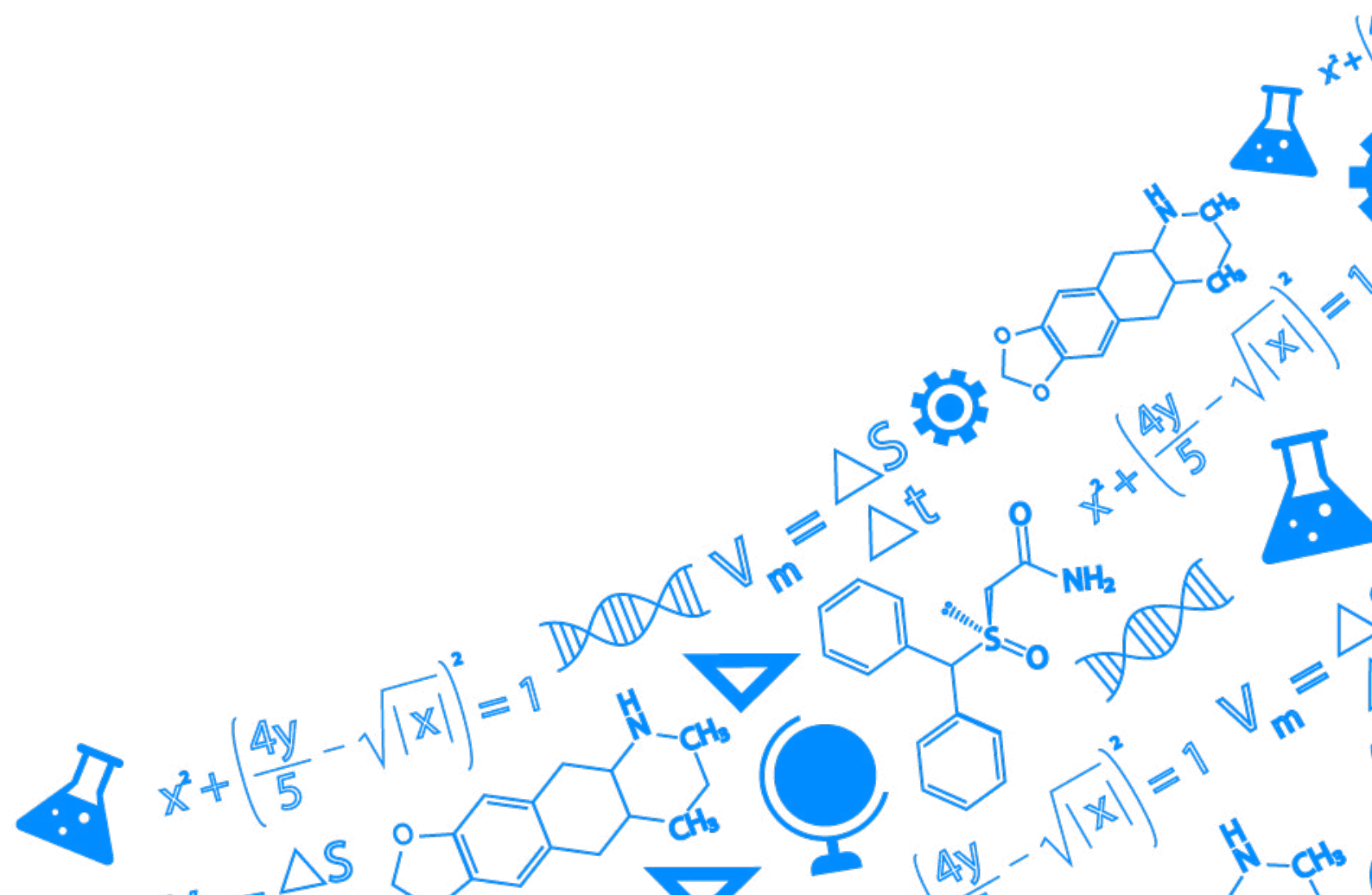
Capítulo 7

SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUAS APROXIMAÇÕES COM O MODELO PIAGETIANO: ANÁLISE DE UMA PROPOSTA DE ESTUDO DE POTENCIAÇÃO POR MEIO DE SITUAÇÕES ADIDÁTICAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

139



Capítulo 8	UMA PROPOSTA DE SITUAÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES	157
Capítulo 9	NOÇÃO DE FUNÇÃO E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: ANALISANDO APROXIMAÇÕES ENTRE A ABORDAGEM DE UM LIVRO DIDÁTICO E PRINCÍPIOS DA TEORIA AUSUBELIANA	175
Capítulo 10	O MODELO DE ESPAÇO TRIDIMENSIONAL PARA A ANÁLISE DE ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS DA ARITMÉTICA BÁSICA NO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO	193



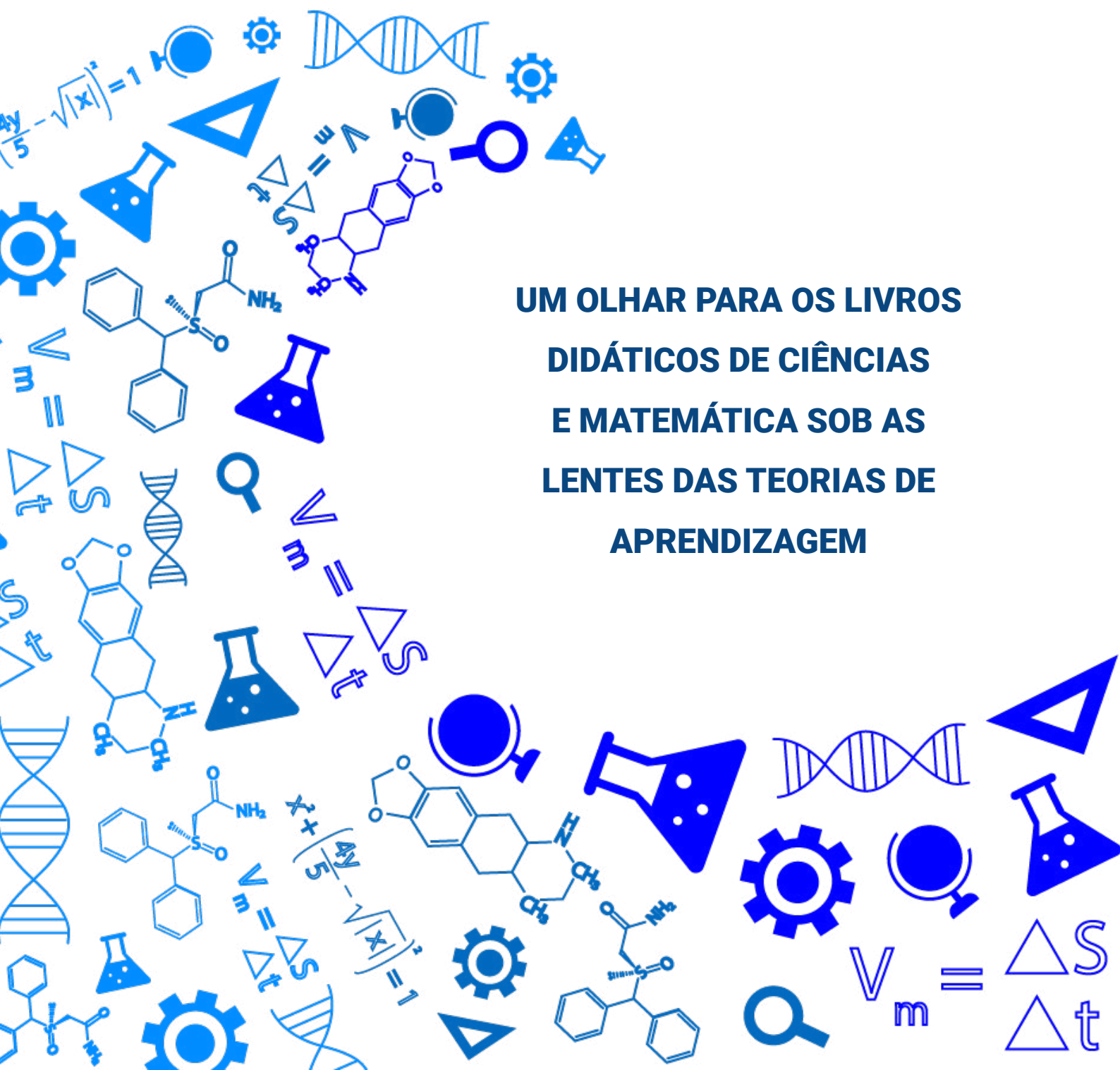
Capítulo 11	COM A CONQUISTA DA MATEMÁTICA, O QUE REALMENTE SE CONQUISTA?	215
Capítulo 12	O NAG: ALGUMAS INTER-RELAÇÕES NO DOMÍNIO DOS COMPLEXOS	233
Posfácio	A EDUCAÇÃO É SEMPRE UMA CERTA TEORIA DO CONHECIMENTO POSTA EM PRÁTICA	257
Sobre o Organizador	UMA BREVE BIOGRAFIA	263

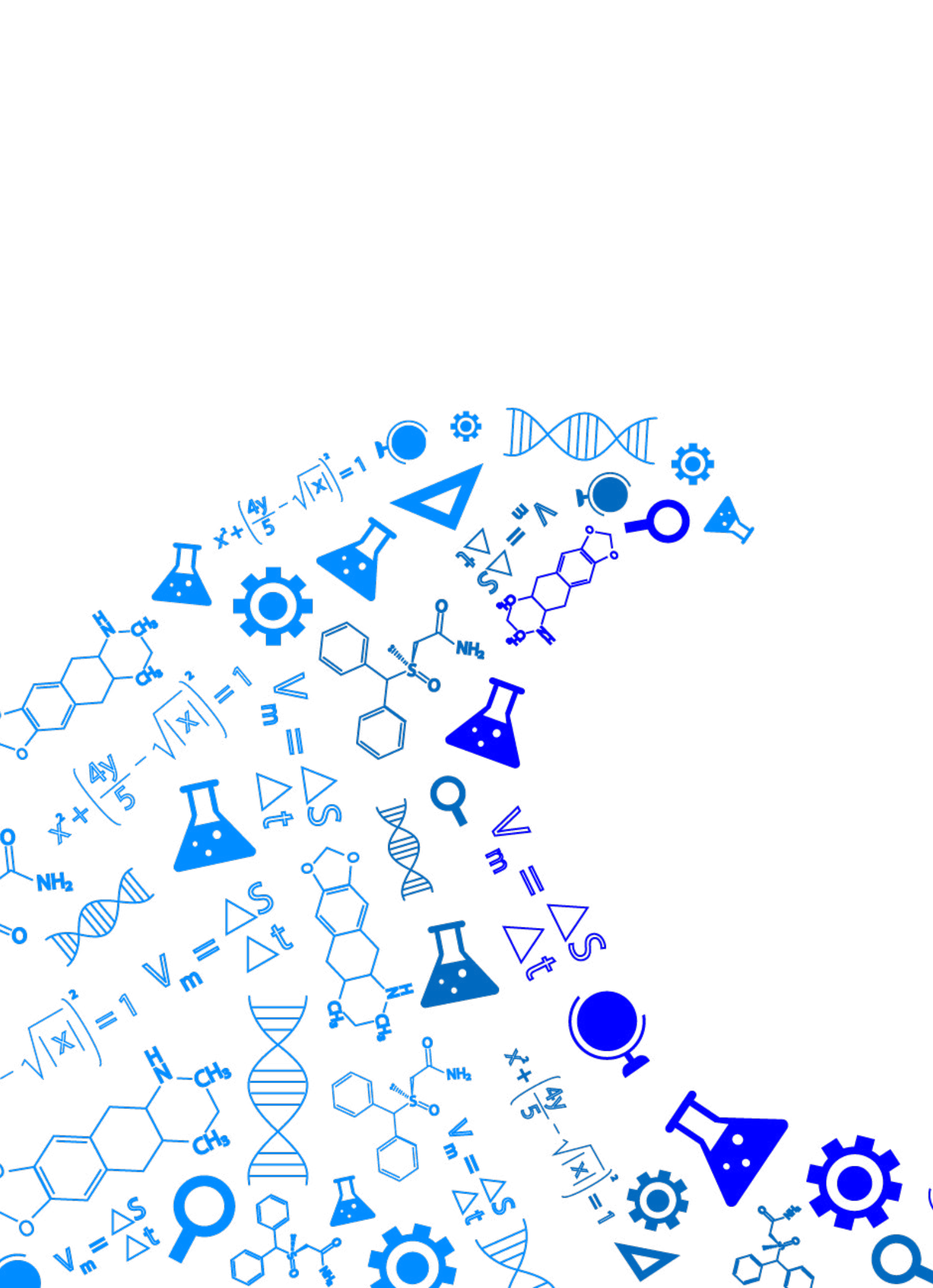




INTRODUÇÃO

UM OLHAR PARA OS LIVROS DIDÁTICOS DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA SOB AS LENTES DAS TEORIAS DE APRENDIZAGEM





Laerte Silva da Fonseca

Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS

Livre Docente pela Emil Brunner World University®

(EBWU, Miami, Flórida/EUA)

Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências

e Matemática da Universidade Federal de Sergipe

E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

O objetivo central dessa obra é buscar argumentos teóricos que direcionem respostas à seguinte questão central: *qual a situação do ensino de ciências e matemática na Educação Básica, nos livros didáticos aprovados no último PNLD, considerando as aproximações e distanciamentos a partir de alguma teoria de aprendizagem?*

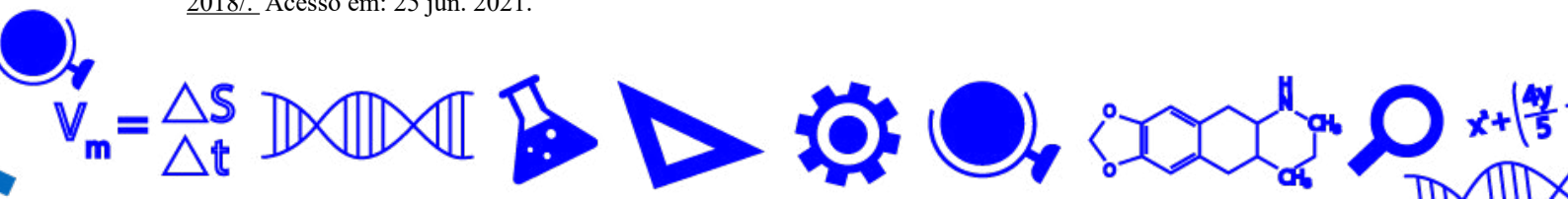
Para tanto, foram convidados pesquisadores das áreas de ensino de biologia, física, matemática e química que utilizaram livros didáticos aprovados no último PNLD² para identificar indicadores de aproximações e/ou distanciamentos no que tange à apresentação dos conteúdos escolares a partir, por hipótese, da existência e abrigo de alguma teoria da aprendizagem.

Esse recorte se constitui em uma das preocupações do **neuroMATH** – *Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática* vinculado a Pró-Reitoria de Pesquisa e Extensão (PROPEX) do Instituto Federal de Sergipe (IFS), liderado por mim, e que abriu as portas para que investigadores das áreas das ciências (biologia, física e química) também deixassem suas impressões científicas em torno do objeto em tela.

Na qualidade de professor da disciplina Teorias da Aprendizagem no Curso de Mestrado na Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) da Universidade Federal de Sergipe (UFS), ministrada anualmente desde o ano de 2016, venho percebendo que os mestrandos, professores das referidas áreas na Educação Básica, não demonstram domínio das teorias de aprendizagem para nortear suas aulas. Constitui-se em um fato que a abordagem construtivista piagetiana e socioconstrutivista vigotskiana fazem parte das lembranças da disciplina de Psicologia da Aprendizagem ou do Desenvolvimento, a depender da matriz curricular e da época em que foram estudadas.

Sobre a abordagem piagetiana, os alunos (professores mestrandos) justificam o uso dos materiais manipulativos para minimizar a complexidade da apropriação de noções abstratas relativas às ciências e matemática; sobre o enfoque vigotskiano, justificam as atividades realizadas em grupo para promover a socialização do conhecimento. Mas, será que apenas

² BRASIL. Ministério da Educação. Guia digital do PNLD 2018. Disponível em: <http://www.fnede.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em: 25 jun. 2021.



esses dois pontos das teorias seriam suficientes quando se pensa em aprendizagem de noções complexas?

De modo ingênuo, muitos desses alunos criticam a base comportamentalista, sobretudo, a perspectiva de Skinner, sem antes “olhar para dentro”, digo, realizar uma autoavaliação de sua efetiva prática quando compartilhadas nos depoimentos acerca das metodologias e técnicas de ensino revelam, ainda que de forma deturpada, a tentativa de aplicar os princípios skinneriano para conduzir suas práticas docentes.

Ao que tudo indica, as considerações teóricas preconizadas nos manuais de psicologia (aprendizagem ou desenvolvimento) são rapidamente apresentados nos cursos de licenciaturas das áreas em jogo, desconsiderados pelas outras disciplinas posteriores, tais como metodologia, instrumentação, didática e os estágios supervisionados, prestando um desserviço à formação inicial dos professores das áreas denominadas de exatas.

Tomando como verdade os depoimentos dos alunos da disciplina Teorias da Aprendizagem ao longo de seis edições (2016 a 2021), outro indicador que poderia facilitar aos professores o despertar para a importância dessas teorias para as práticas pedagógicas – o livro didático – ainda considera de forma tímida os fundamentos epistemológicos da aprendizagem para estruturar e apresentar os conteúdos escolares relativos as noções de ciências e matemática.

Em publicações sobre a importância de se conhecer, se apropriar e implementar as Teorias de Aprendizagem no meio escolar, os trabalhos de Fonseca e Silva (2018, 2019, 2021)³, Silva e Fonseca (2019, 2022)⁴ e Fonseca (2021)⁵, somam-se aos esforços de outros pesquisadores para defender a importância dessas teorias durante as aulas de ciências e matemática, a exemplo de Moreira (2011)⁶, Campos (2014)⁷, Dutra (2000)⁸,

³ FONSECA, L. S.; SILVA, K. S. (Org.). Modelos teóricos de aprendizagem: bases para sequências de ensino em ciências e matemática. 1. ed. São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, 2018.

FONSECA, L. S.; SILVA, K. S. (Org.). Modelos teóricos de aprendizagem na prática: bastidores e cenários em salas de aula de ciências e matemática. 1. ed. São Cristóvão: Editora UFS, 2019.

FONSECA, L. S.; SILVA, K. S. (Org.). Modelos teóricos de aprendizagem nas licenciaturas: suportes para o Ensino de Ciências e Matemática. 1. ed. São Cristóvão: Editora UFS, 2021.

⁴ SILVA, K. S.; FONSECA, L. S. (Org.). **Teorias da aprendizagem**: perfis de práticas no ensino de ciências e matemática. 1. ed. Aracaju: Editora IFS, 2019.

SILVA, K. S.; FONSECA, L. S. (Org.). **Alternativas teóricas para o ensino e a aprendizagem de ciências e matemática**. 1. ed. Aracaju: Editora IF Goiano, 2022.

⁵ FONSECA, L. S. (Org.). **Fenômenos de Aprendizagem**: princípios ativos para o ensino de ciências e matemática. 1. ed. Aracaju: Editora IFS, 2021.

⁶ MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2011

⁷ CAMPOS, D. M. S, **Psicologia da Aprendizagem**. Petrópolis: Vozes, 2014.

⁸ DUTRA, L. H. A. **Epistemologia da aprendizagem**. Rio de Janeiro: DP&A, 2000

Illeris (2013)⁹, Lefrançois (2008)¹⁰, Witter e Lomônaco (1987)¹¹.

No âmbito local, os trabalhos de Fonseca e Silva (2018, 2019, 2021), buscaram demonstrar a importância de se considerar as teorias da aprendizagem para estruturar sequências de ensino, desvelar os bastidores e cenários da sala de aula de ciências e matemática e, por fim, sinalizar para os cursos de licenciaturas que tais teorias funcionam como suportes das suas respectivas noções a serem “ensinadas”.

Na tentativa de ampliar as discussões locais, os trabalhos de Silva e Fonseca (2019, 2022), permitiram um debate inter-regional entre os Estados de Sergipe e Goiás, objetivando compreender as práticas de ensino de ciências e matemática por meio de seus perfis, bem como alternativas teóricas para “ensinar” ciências e matemática.

Como a inquietação sobre o tema em jogo não cessa, Fonseca (2021) elabora um projeto para investigar os fenômenos de aprendizagem por meio dos princípios ativos que podem auxiliar a mobilizar o “ensino” das áreas em tela.

Com efeito, importa observar que categorias teóricas e institucionais (em termos das práticas de ensino e das matrizes curriculares de cursos superiores) foram analisadas. Porém, um protagonista institucional (em termos de documento), o livro didático, ainda não tinha ocupado lugar nas minhas preocupações.

Reside na apresentação dos conteúdos relativos à aprendizagem de ciências e matemática nos livros didáticos uma formação dos autores que, em muitos casos, não são facilmente identificáveis. Sobre esse ponto, o que se pretende saber: se para além da formação específica em uma das áreas dos conhecimentos em jogo, existe algum viés alicerçado nos ombros das teorias psicológicas da aprendizagem.

Com as últimas reformulações curriculares apontadas pela BNCC (Brasil, 2017)¹², observa-se que categorias como contextualização, interdisciplinaridade, sentido e significado, têm permeado a apresentações das noções de ciências e matemática que, por hipótese, de alguma forma, se apropria de princípios ativos desvelados pelas teorias de aprendizagem para que o professor se “ferramente” de variáveis de controle para reelaborar constantemente suas alternativas metodológicas para auxiliar a aprendizagem escolarizada.

⁹ ILLERIS, K. **Teorias Contemporâneas da Aprendizagem**. Porto Alegre: Penso, 2013.

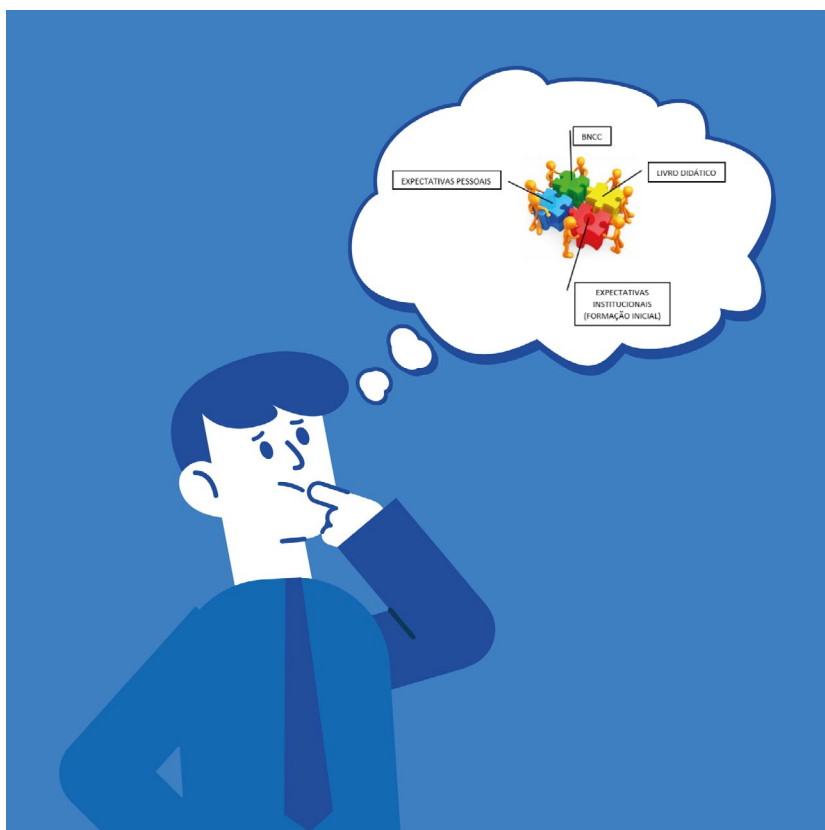
¹⁰ LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da Aprendizagem**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

¹¹ WITTER, Geraldina & LOMÔNACO, José Fernando (orgs.). **Psicologia da Aprendizagem**: aplicações na escola. São Paulo: EPU, 1987.

¹² BRASIL. **BNCC – Base Nacional Curricular – Ensino Fundamental**. Brasília, DF, 2017. Recuperado de <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>

Assim, a Figura 1 intenta mostrar quatro participantes essenciais que precisam considerar as teorias de aprendizagem para que as expectativas profissionais estejam alinhadas com as expectativas institucionais.

Figura 1 - Elementos essenciais para o exercício da prática docente



Fonte: O autor.

Dessa forma, os doze capítulos dessa obra se debruçaram sobre alguns livros didáticos de ciências e matemática para tentar responder à questão central, cujos resultados poderão ser encontrados em cada um desses capítulos.

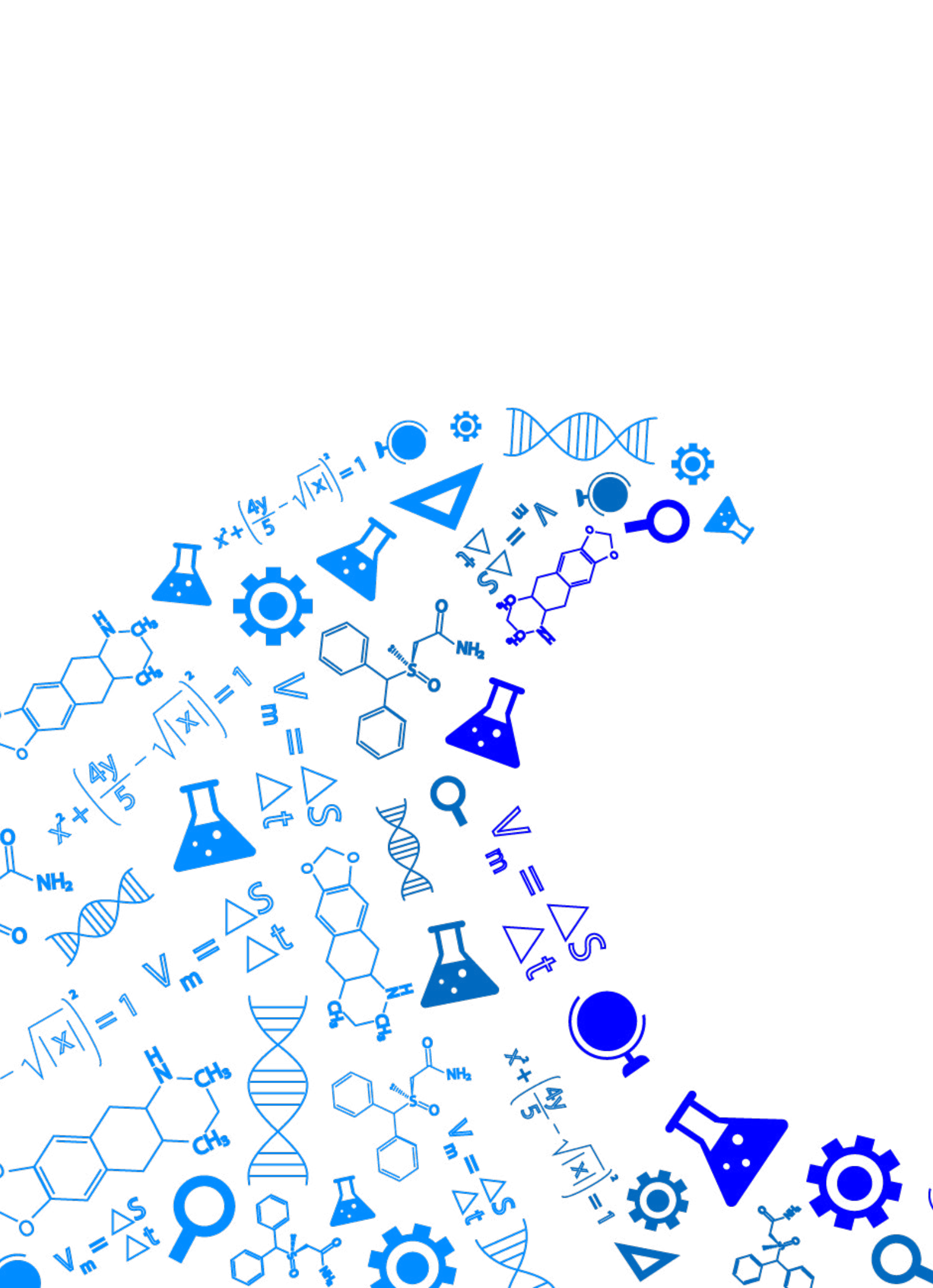
Não obstante, o livro didático ser um objeto impossível de ser desconsiderado pelos professores, muitas vezes o é, servindo apenas de guia para resolução de exercícios. Por isso, essa obra se preocupa em identificar se existe alguma teoria de aprendizagem “por trás” dos conteúdos apresentados, considerando essas as melhores condições possíveis para o aluno aprender ciências e matemática.



CAPÍTULO 1

APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA SOB OS PRESSUPOSTOS DA TEORIA SOCIAL COGNITIVA





Eduardo Vieira Leite

Universidade Federal de Sergipe
eduardo.leite@arapiraca.ufal.br

Joalisson Bahia Santana

Universidade Federal de Sergipe
joalissonbahia@hotmail.com

Laerte Silva da Fonseca

Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS
Livre Docente pela Emil Brunner World University®
(EBWU, Miami, Flórida/EUA)
Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe
E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O professor ao planejar suas aulas de função quadrática, consciente ou inconscientemente, as constrói fundamentando-as em algum modelo teórico da aprendizagem e/ou de desenvolvimento. O presente capítulo objetiva investigar as aproximações e distanciamentos da Teoria Social Cognitiva de Albert Bandura na noção de função quadrática presente em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio. Prezado leitor, favorecer a aprendizagem é um dos desafios dos educadores, assim esse capítulo tem a pretensão de convidá-lo a entender como acontece a aprendizagem por observação, investigar as aproximações e distanciamentos na noção de função quadrática presente em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio e, em qual contexto essa teoria é mais plausível. Outrossim, a investigação do livro didático, aqui proposta, visa trazer contribuições para a aprendizagem da noção de função quadrática, devido ao fato desta ser um dos conteúdos, dentro do ensino de Matemática, elencado pela literatura científica no qual os estudantes apresentam dificuldades de aprendizagem. Portanto, espera-se que esse capítulo possa corroborar para ampliar a fundamentação teórica das práticas docentes.

INTRODUÇÃO

O objetivo principal deste capítulo é investigar as aproximações e distanciamentos da Teoria Social Cognitiva de Albert Bandura na noção de função quadrática presente em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio. A princípio, a motivação desta pesquisa decorreu dos resultados observados por Colet (2015), Jorge e Savioli (2016) e Vitti (1999), no que concerne



às dificuldades dos estudantes em tarefas matemáticas e em especial de funções quadráticas que, frequentemente, atrapalham o processo de ensino e aprendizagem matemática. Dessa assertiva, nasceu a questão norteadora: quais aproximações e distanciamentos da Teoria Social Cognitiva de Albert Bandura estão presentes na noção de função quadrática em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio?

Neste contexto, o estudo da Teoria Social Cognitiva, com ênfase na aprendizagem social em sala de aula, ou seja, na imitação de modelos no contexto escolar, foi fundamental para analisar e compreender a questão norteadora, buscando respondê-la satisfatoriamente ao longo do capítulo.

Faz-se necessário esclarecer, que os autores deste capítulo são participantes do Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem – NeuroMATH/IFS – (Instituto Federal de Sergipe), cujo principal empenho está em aplicar os conhecimentos da neurociência cognitiva sobre o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Estabelecidos os fundamentos teóricos sobre a aprendizagem por observação mediante os construtos teóricos de Albert Bandura (seção 1), na sequência articulando o modelo teórico de aprendizagem de Bandura aplicado às dificuldades de aprendizagem de matemática (seção 2), a pesquisa foi desenvolvida no âmbito teórico e documental.

Mediante os achados e fruto da articulação desses fundamentos, decidiu-se analisar o primeiro capítulo do livro didático Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações, do autor Joamir Roberto de Souza, com relação a teoria (seção 3). A escolha pelo livro supracitado se justifica pelo fato deste ter sido aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2021.

Por intermédio dos resultados desta análise, foi possível revelar que no livro didático em tela existe 16% de tarefas que são permeadas pelos princípios do modelo teórico banduriano, auxiliando o aluno em sala de aula quando se depara com tarefas de funções quadráticas, por conseguinte, podendo acarretar em melhora no processo de ensino aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

A Teoria Social Cognitiva

A princípio deve-se conceituar o termo aprendizagem social, para posteriormente tratar da teoria desenvolvida por Albert Bandura. Segundo Lefrançois (2008), esse termo apresenta no mínimo dois sentidos diversos: o primeiro, pode significar toda aprendizagem que ocorre

como um produto da interação social, ou seja, que envolva em certa medida a interação social; e o segundo, pode estar relacionado à busca de comportamentos que são socialmente aceitos em seu meio pelos indivíduos da sociedade que estão inseridos.

Desse modo, o conhecimento do que é adequado à sociedade, que o indivíduo se encontra, é um resultante da aprendizagem social. Com efeito, os seres humanos ao longo do tempo distinguem o que é socialmente aceitável do que não é, com base em sua cultura, sexo, idade, etc., ou seja, o seu meio social.

Mediante o exposto, a Teoria Social Cognitiva, estabelece fundamentos teóricos sólidos para investigar o sujeito pertencente a um grupo, que simultaneamente é influenciado e influencia os indivíduos ao redor. Sendo assim, essa teoria explica as mudanças comportamentais e o autodesenvolvimento por meio da perspectiva da agência.

Pode-se evidenciar nessa perspectiva da agência, o ser agente que é um indivíduo capaz de estabelecer estruturas mentais de autorregulação. Assim esse indivíduo pode alterar o desenrolar dos acontecimentos mediante seu interesse, logo tem-se um participante ativo dos caminhos de sua vida, pois ele estabelece objetivos a alcançar mediante escolhas prévias. Pode-se dizer que esse sujeito, nessa perspectiva, não é influenciado pelo meio de forma passiva.

Segundo Bandura (2008), os indivíduos não se apresentam de forma passiva como hospedeiros de mecanismos internos oriundos de acontecimentos ambientais. Eles, nessa perspectiva, não são apenas sujeitos das experiências, mas sim, agentes das experiências. Usando os sistemas sensorial, motor e cerebral como ferramentas para executar tarefas que lhes dão significado, direção e satisfação (BANDURA, 2008).

As interações dos sujeitos com o meio, podem resultar em comportamentos humanos distintos de indivíduo para indivíduo. O meio pode-se apresentar de forma igual para vários indivíduos e de acordo com a teoria banduriana, denomina-se esse meio de ambiente potencial. Assim, estando em um ambiente o sujeito faz um recorte do que lhe chama atenção e cria o seu ambiente real. E é dentro desse ambiente real que o sujeito estabelece suas habilidades de agência humana, influenciando e sendo influenciado por esse ambiente real.

A teoria social cognitiva estabelece os seguintes construtos: o comportamentalismo humano, a análise de fatores pessoais que influenciam simultaneamente uma relação conhecida como reciprocidade triádica.

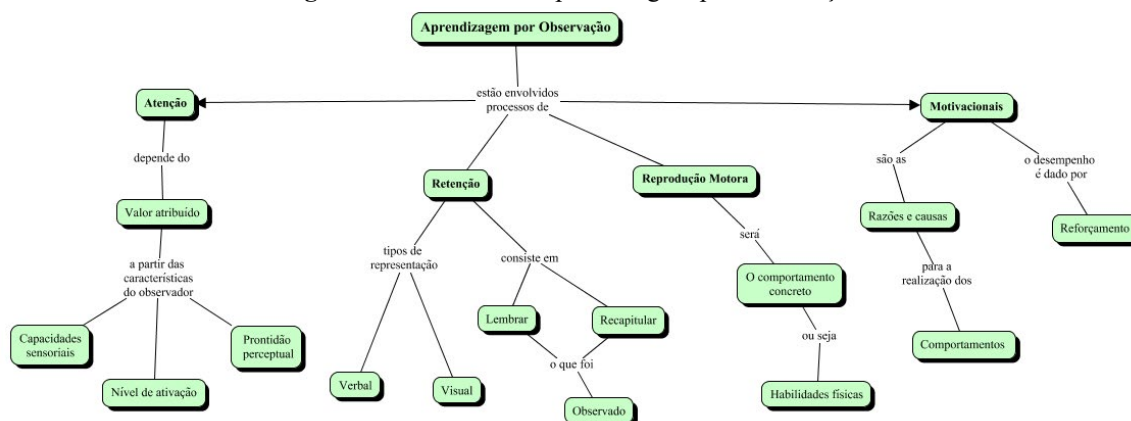
O alunado é influenciado na sala de aula não apenas pelas várias horas semanais que ele passa no ambiente escolar, mas também pelas relações estabelecidas com a comunidade escolar, sendo assim, é natural que seu comportamento seja afetado por esse ambiente.

Segundo Pajares e Olaz (2008), o uso da teoria social cognitiva como fundamento teórico para a prática docente, resulta numa postura docente que foca em trabalhar os estados mentais de seus alunos a fim de corrigir hábitos negativos para o ambiente escolar, estabelecer melhorias nas habilidades educacionais e práticas autorregulatórias, e proporcionar um ambiente acolhedor para os alunos com o mínimo de elementos que atuem como distratores do sucesso dos estudantes.

Segundo Bandura (2008), a aprendizagem por observação ou imitação está muito presente em nossas formas de aprender, pautada em modelos ela é uma forma operante de aprendizagem. Os modelos executam uma fundamental função informativa, além de informar como realizar tal ação, eles também destacam as consequências que os comportamentos observáveis podem resultar. Assim, Bandura evidencia quatro processos relacionados com a aprendizagem por observação.

O *Processos de atenção*, que segundo Bandura ações que são desinteressantes para o observador terão uma aprendizagem desse comportamento por observação mínima, logo em contra partida os modelos que chamam a atenção do indivíduo são aqueles que resultam em uma eficiente aprendizagem desse comportamento; o *Processo de retenção*, que necessita da atenção do observador e também que ele lembre posteriormente desse modelo observado, para poder aplicar esse comportamento. Tanto na representação visual ou verbal; *Processo de reprodução motora*, ao imitar, um indivíduo requer transformar ações imaginárias, ou seja, representadas visual ou verbalmente em sua estrutura cognitiva, em comportamentos concretos. Esse indivíduo deve ser capaz de monitorar e corrigir o seu desempenho ao realizar essa imitação e; *Processos motivacionais*, para finalizar “o observador tem que estar motivado para ter razões e causas para realizar um determinado comportamento” (HALL, LINDZEY, CAMPBELL, 2000; LEFRANÇOIS, 2008 *apud* SANTOS, 2018, p. 90). Pode-se observar uma síntese desses processos na Figura 1.

Figura 1 - Processos da aprendizagem por observação.

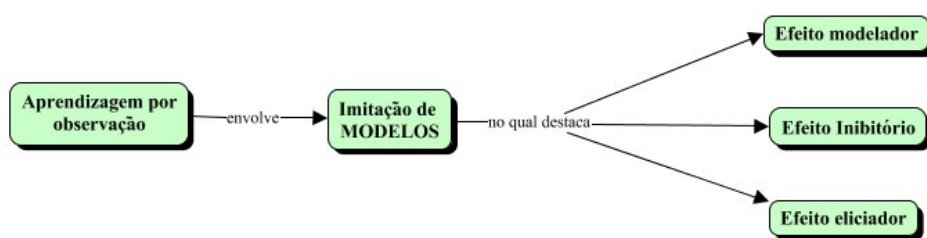


Fonte: Os autores (2021).

Na perspectiva educacional a aprendizagem por observação diz respeito a imitação de modelos. Segundo Lefrançois (2008) os professores usam exaustivamente modelos em sala de aula, como instruções, orientações, os seus comportamentos e dos demais colegas de turma, para promover o comportamento desejável ou eliminar o comportamento desviante.

Deste modo, segundo Bandura (2008), o professor pode ensinar aos alunos algo novo mostrando o que fazer (efeito modelador); eles poderiam ser desencorajados a fazer algo pela observação de outra pessoa ser punida pelo comportamento (efeito inibitório); ou poderiam ser encorajados a se empenhar em certo tipo de comportamento após terem sido expostos ao modelo relevante (efeito eliciador), conforme mostra a Figura 2:

Figura 2 - Efeitos da imitação de modelos.



Fonte: Os autores (2021).

Os professores, devem assegurar que cada estudante se saia bem nas tarefas e se sinta pessoalmente responsável por fazê-las (LEFRANÇOIS, 2008). Eles são importantes agentes daquilo que Bandura chama de influência persuasiva - efeitos da confiança ou da dúvida de outras pessoas.

As lentes do modelo teórico de aprendizagem de Bandura aplicadas às dificuldades de aprendizagem

Alicerçado nos conceitos da Teoria Social Cognitiva de Bandura, o professor pode ser um modelo para o aluno. Desse modo, parte-se do pressuposto que o professor como mediador do conhecimento interfere na imagem que o aluno faz do objeto de estudo. Nessa perspectiva, um dos meios para solucionar as dificuldades de aprendizagem da função quadrática, poderão ser os professores.

Outro meio pelo qual o modelo teórico banduriano poderá auxiliar na aprendizagem da função quadrática é o fato de o livro didático valorizar a aprendizagem social. Os livros didáticos

que promovam a valorização da interação social na aprendizagem, por meio da incorporação de atividades em grupo, a saber, pesquisas, gincanas, disputas entre equipes, debates, etc. dirigidas e bem pensadas, podem vir a colaborar com os professores que baseiam suas aulas nessa teoria.

Vale destacar que esta pesquisa de caráter teórico e documental considerou aprendizagem social por meio do modelo teórico banduriano, visando analisar as aproximações e distanciamentos do primeiro capítulo do livro didático *Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações*, do autor Joamir Roberto de Souza, aprovado pelo PNLD 2021, com relação à teoria. Os construtos destacados nas seções anteriores, tiveram uma importância significativa para a análise do capítulo do livro didáticos de matemática.

A próxima seção apresenta uma análise do capítulo do livro didático elencado no parágrafo anterior. No qual será colocado à luz do modelo teórico banduriano com a finalidade de destacar aos leitores suas aproximações e distanciamentos da teoria.

Analizando o capítulo de um livro didático sob as lentes do modelo teórico banduriano

Ao selecionar o capítulo que aborda as funções quadráticas no Ensino Médio observou-se que o mesmo está submetido a hierarquia matemática que originou sua própria natureza. Em outras palavras são as seguintes noções destacadas: a parábola; função quadrática: características e definição; zeros; gráfico; valor máximo ou valor mínimo; estudo do sinal; equação da parábola, conforme Souza (2020).

O autor da obra, no início de algumas seções, solicita ao aluno uma discussão pertinente ao assunto tratado na respectiva seção com a mediação do professor. Com efeito, pode-se inferir que o autor nessas atividades as planeja com um perfil que, consciente ou inconscientemente, se encaixa nos princípios do modelo teórico banduriano, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3 - Atividade introdutória do conceito de trajetória oblíqua.

Após ler as informações, converse com os colegas e o professor sobre os itens abaixo. Seja os comentários sobre a abordagem desses livros nas Orientações para o professor.

- Como pode ser descrita a trajetória realizada por um objeto em um lançamento oblíquo? Você conhece algum outro exemplo de lançamento oblíquo?
- De acordo com o texto, os conceitos da Física que descrevem o lançamento oblíquo são aplicados no treinamento de algumas modalidades do atletismo. Por que isso ocorre?
- Represente, no caderno, a possível trajetória que certo corpo realiza em um lançamento oblíquo. Nessa representação, indique a posição da maior altura atingida e a distância horizontal percorrida.

Fonte: SOUZA (2020, p. 10).

A organização matemática do capítulo em tela reuniu um quantitativo de cinquenta e sete questões que foram analisadas como tarefas. Na perspectiva da aprendizagem social, essa que segundo Lefrançois (2008) ocorre como resultado da interação social ou do tipo de aprendizagem que está envolvido na descoberta de quais comportamentos são esperados e aceitáveis nas diferentes situações sociais.

Diante deste contexto, pinçou-se algumas tarefas para demonstrar com o modelo teórico banduriano está permeando o capítulo em tela. Seguindo a sequência encontrada no livro analisado foi possível identificar uma evidência inicial de tarefa que aborta tanto a interação social quanto a imitação de modelos, conforme ilustra a Figura 4 e o modelo na Figura 5.

Figura 4 - Questão n° 14.

14. Defina duas funções quadráticas indicando o domínio, o contradomínio e a lei de formação de cada uma delas. Depois, troque com um colega para que ele determine os zeros reais dessas funções, caso existam, utilizando o método de completar quadrados, enquanto você faz o mesmo com as funções que receber. Por fim, juntem-se para conferir as respostas utilizando a fórmula resolutive.

Fonte: Souza (2020, p. 23).

Figura 5 - Questão resolvida (modelo para a questão n° 14).

Fazendo $f(x) = 0$, temos $x^2 + 6x + 5 = 0$. Podemos utilizar o método de completar quadrados para resolver a equação. Para isso, adicionamos 4 em cada membro da equação e obtemos um trinômio quadrado perfeito no 1º membro.

$$x^2 + 6x + 5 + 4 = 0 + 4 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = 4 \Rightarrow (x + 3)^2 = 4$$

Assim, segue que:

$$(x + 3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} (x + 3) = \sqrt{4} \Rightarrow x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1 \\ \text{ou} \\ (x + 3) = -\sqrt{4} \Rightarrow x + 3 = -2 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

Portanto, os zeros da função f são -1 e -5 .

Fonte: Souza (2020, p. 19).

Observa-se que o autor quer uma interação entre dois alunos no procedimento para resolver essa tarefa, primeiramente calculando os zeros reais com a utilização do método de completar quadrados da função elaborada pelo colega e, posteriormente, junto com ele analisar as respostas. Vale ressaltar que essa tarefa em certa medida trabalha o *processo motivacional* da aprendizagem por observação, pois o aluno está representando modelos que observou nas aulas anteriores e no próprio livro didático, criando sua própria função, ou seja, construindo sentido naquilo que faz, podendo ser motivado.

Na continuidade da presente análise, outra tarefa que pode ser pinçada para demonstrar resultado similar à “questão 14” apresentada na Figura 4 está na Figura 6.

Figura 6 – Questão n° 25.

25. A seguir estão relacionadas as coordenadas de alguns pontos dos gráficos das funções quadráticas f , g e h .

x	$y = f(x)$	x	$y = g(x)$	x	$y = h(x)$
-2	A	-2	-8	-2	2
-1	3	-1	-2	-1	C
0	0	0	0	0	0
1	3	1	B	1	$\frac{1}{2}$
2	12	2	-8	2	2

Agora, junte-se a um colega e resolvam os itens a seguir.

- Determinem os valores correspondentes às letras A , B e C .
- Utilizando um plano cartesiano para cada função e as coordenadas obtidas nesses quadros, representem os gráficos das funções f , g e h .
- Determinem se os coeficientes de cada função são maiores, menores ou iguais a zero.
- Escrevam a lei de formação das funções f , g e h . Em seguida, descrevam o que elas têm em comum.

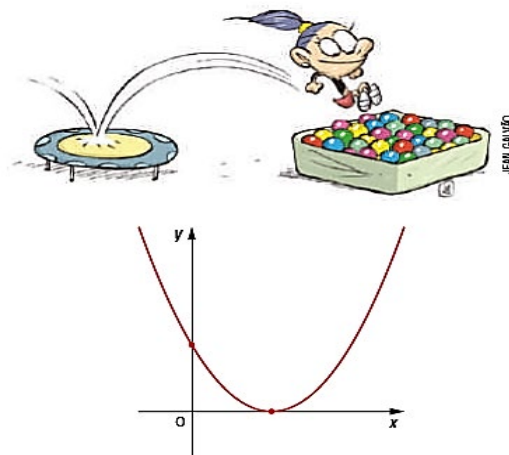
Fonte: Souza (2020, p. 30).

Essa tarefa reporta-se à construção em dupla de três parábolas a partir de coordenadas no plano cartesiano e a análise de semelhanças e diferenças entre elas, objetivando-se o recrutamento do que foi armazenado na sua memória, por meio do *processo de retenção* do conteúdo da seção gráfico de uma função quadrática, tanto na representação visual ou verbal.

Na Figura 7, observa-se que o aluno será levado a construir problemas, que foram introduzidos por imagens que chamam a sua atenção, o autor utiliza do *processo de atenção* da aprendizagem por observação para criar uma tarefa que atraia o foco do aluno a elaborar o problema e posteriormente a trabalhar coletivamente na resolução e correção do problema formulado pelo colega.

Figura 7 - Questão n° 45.

45. Com base na tirinha e no gráfico a seguir, escreva dois problemas que envolvam o cálculo do valor máximo ou do valor mínimo de uma função. Depois, junte-se a um colega e troquem o problema para que um resolva o do outro. Ao final, confiram juntos as resoluções.

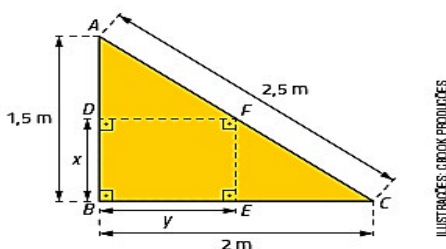


Fonte: Souza (2020, p. 41).

A Figura 8 retrata uma tarefa que recruta a análise do valor mínimo de uma função quadrática que descreve o desperdício de madeira no contexto da confecção de uma peça de um painel. Ao final, propõe que os alunos compartilhem entre si as estratégias utilizadas por eles na resolução, trabalhando os *processos de retenção* e *de atenção*.

Figura 8 – Questão n° 46.

46. Em uma marcenaria, uma peça de madeira tem o formato de triângulo retângulo, com lados medindo 1,5 m, 2 m e 2,5 m. O marceneiro quer utilizar essa peça para obter um painel retangular com o mínimo de desperdício de madeira, realizando apenas dois cortes paralelos às margens perpendiculares dessa peça.

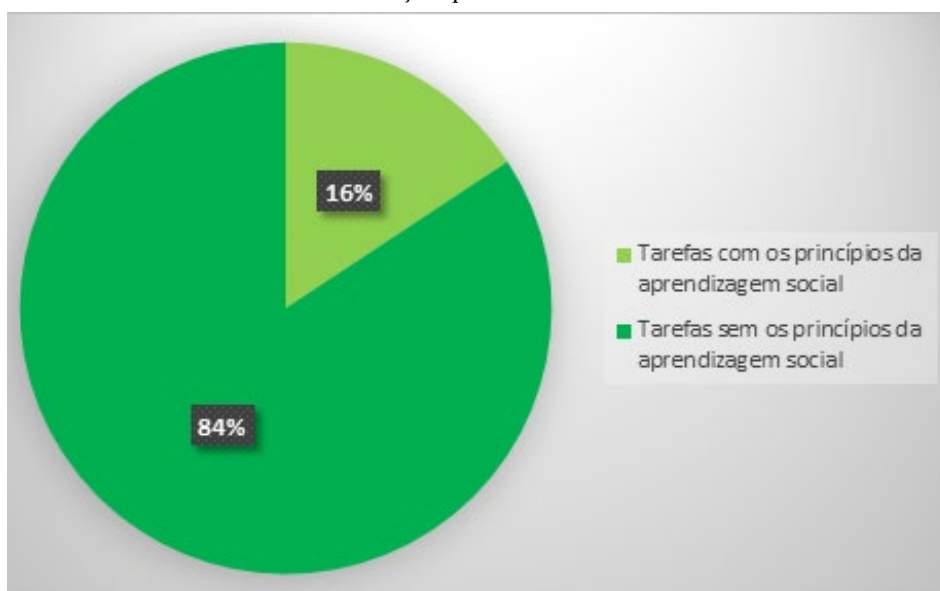


Em dupla, escrevam um texto explicando as posições em que o marceneiro deve realizar os dois cortes nessa peça de madeira. Descrevam também o que vocês pensaram para chegar a essa conclusão.

Fonte: Souza (2020, p. 41).

Essas análises permitiram investigar sobre o quantitativo de tarefas dispostas no capítulo do livro didático que refletem o modelo teórico banduriano. Pode-se evidenciar que 16% das tarefas solicitam que os alunos trabalhem em dupla, trio ou grupo para resolvê-las, mediante os modelos apresentados anteriormente nas respectivas seções, conforme a Figura 9.

Figura 9 - Gráfico mapeador do modelo teórico banduriano identificado nas tarefas de função quadrática do livro didático.



Fonte: Os autores (2021).

De forma geral, a obra analisada apresenta características do modelo teórico banduriano. Isso pode servir de justificativa para dizer que os alunos ao utilizarem esse livro didático terão ao menos, explícito ou implicitamente, uma aprendizagem por observação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse capítulo foi investigar as aproximações e distanciamentos da Teoria Social Cognitiva de Albert Bandura na noção de função quadrática presente em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio. Mediante as discussões levantadas aqui nesse capítulo, destaca-se a importância do modelo teórico banduriano na sala de aula e nos livros didáticos.

Nessa perspectiva, a teoria de Bandura poderá auxiliar no ensino da função quadrática pelo fato desse teórico valorizar a aprendizagem social. Ações de ensino e livros didáticos que promovam a incorporação de atividades em grupo dirigidas e bem pensadas podem vir a auxiliar os professores que baseiam suas aulas nessa teoria.

Em dados absolutos, concluiu-se que o capítulo analisado auxilia o professor na construção de uma aprendizagem por observação. Isso pode implicar em consequências positivas para o aluno, mas vale ressaltar que o livro didático em tela poderia abordar um pouco mais a interação social nas suas tarefas.

Futuramente interessa aos autores desse capítulo ampliar o campo de estudo investigando outros livros didáticos de matemática, documentos oficiais, macro avaliações, a saber: (Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE), para expandir as discussões, com base em pressupostos das teorias cognitivistas, especificamente, do modelo banduriano.

REFERÊNCIAS

BANDURA, A.. A Teoria Social Cognitiva na Perspectiva da Agência. In: Bandura, A.; Azzi, R. G. e Polydoro, S. **Teoria Social Cognitiva: conceitos básicos**. (p. 69-96). São Paulo: Artmed, 2008.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique**. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11 juillet 1998; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120.1998.

COLET, Elita Bavaresco. **Uma nova proposta para o ensino de funções quadráticas**. Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134088/000983935.pdf?sequence=1>. Acesso em 03 de junho de 2021.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da Aprendizagem**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

JORGE, Jair Lucas; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. **Dificuldades de estudantes da 1ª série do ensino médio sobre representações do objeto matemático função: a função quadrática**. In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.

PAJARES, F. e OLAZ, F.. Teoria Social Cognitiva e autoeficácia: uma visão geral. Em: Bandura, A.; Azzi, R.G. e Polydoro, S.. **Teoria Social Cognitiva – Conceitos Básicos**. (p. 97 -114). São Paulo: Artmed, 2008.

SANTOS, Érica Lima. Modelo teórico banduriano para promoção da aprendizagem de fotossíntese no ensino de ciências. In: FONSECA, Laerte Silva da; SILVA, Kleyfton Soares da

(Orgs.). **Modelos teóricos de aprendizagem: bases para sequências de ensino em ciências e matemática**. São Cristovão: Editora UFS, 2018. p. 86-97.

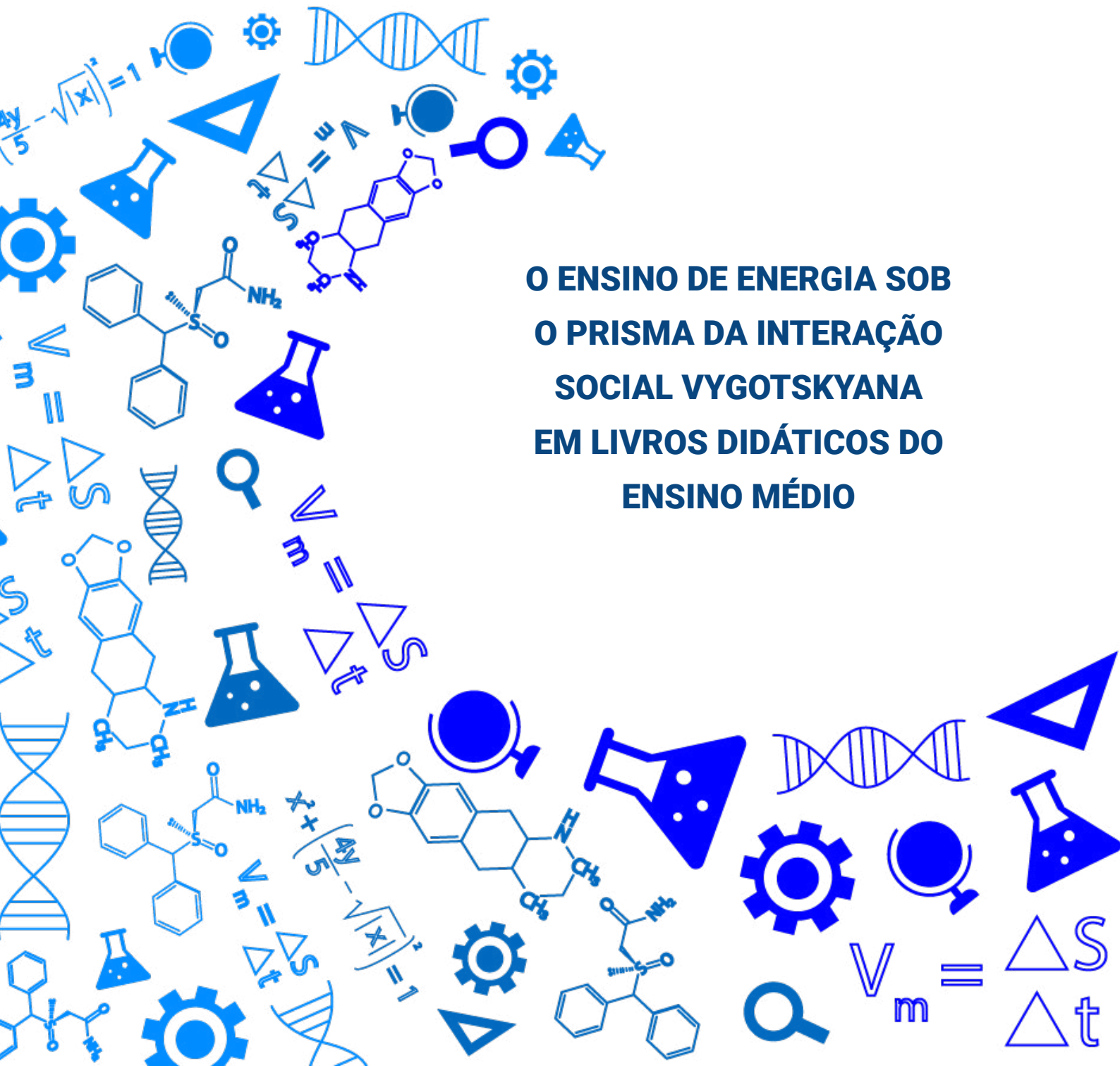
SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações: Ensino Médio** / Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

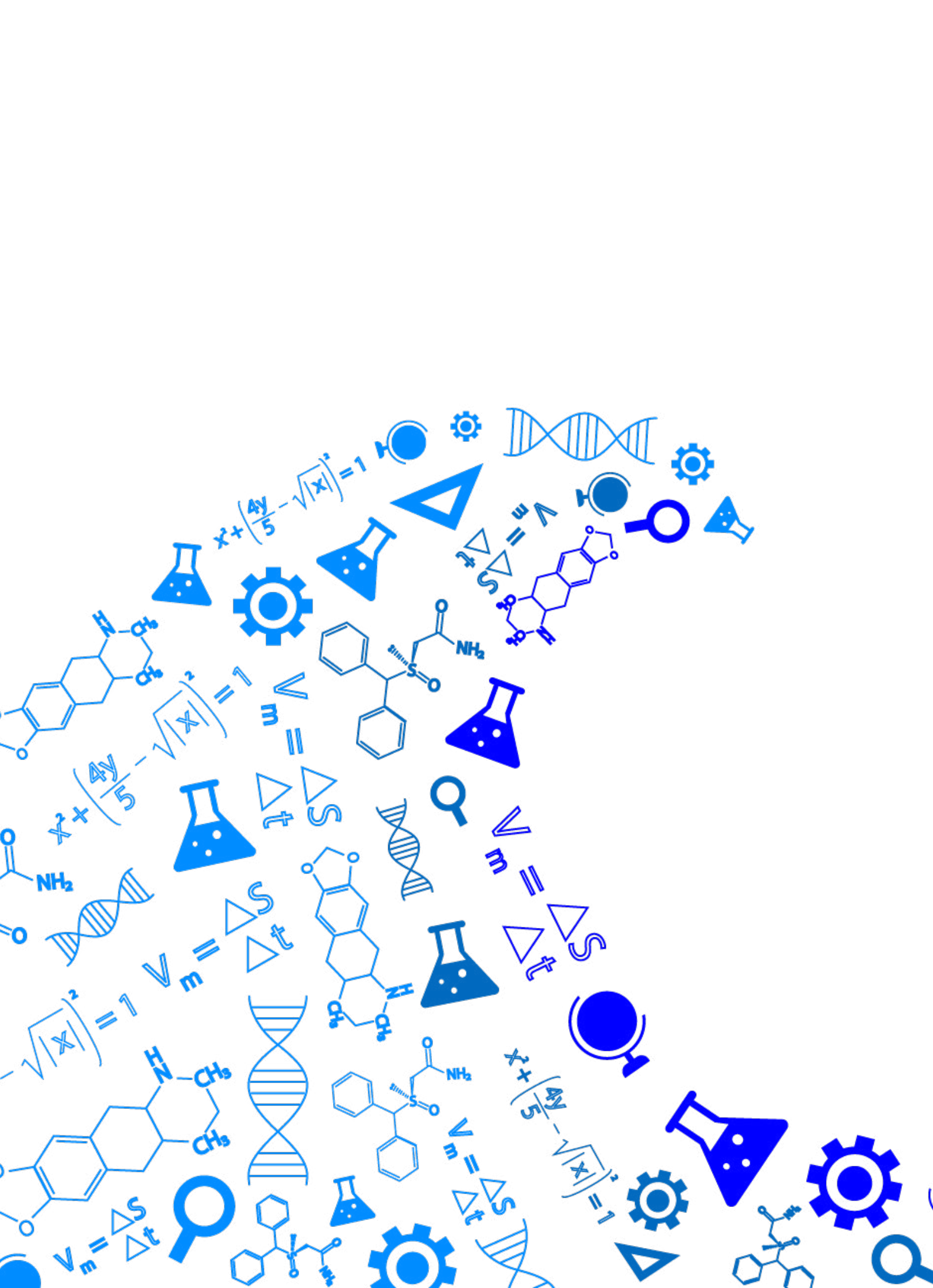
VITTI, C. M. **Matemática com prazer a partir da história e da geometria**. 2. ed. Piracicaba-São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. p.103.



CAPÍTULO 2

O ENSINO DE ENERGIA SOB O PRISMA DA INTERAÇÃO SOCIAL VYGOTSKYANA EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO





Lucas de Paulo Lameu

*Pós-doutorando em Ensino de Ciências e Matemática,
Universidade Federal do Sergipe (UFS), PPGECIMA.
E-mail: prof.dr.lucasdepaulolameu@gmail.com*

Alice Assis

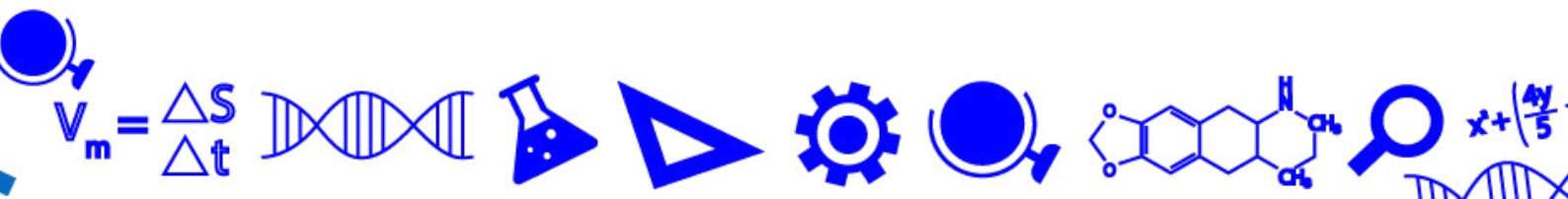
*Professora da Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Campus (Guaratinguetá).
E-mail: alice.assis@unesp.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Uma das ferramentas de apoio ao ensino de Física é o livro didático, que pode ser utilizado como um instrumento que auxilia a atividade do processo de ensino e de aprendizagem; um material de consulta e de apoio para os alunos; e um roteiro para a programação dos conteúdos e atividades a serem estabelecidas pelo professor. Diante da sua relevância, mesmo como várias limitações apontadas em pesquisas da área de Ensino de Ciências, ele tem sido importante no processo de ensino. Sua distribuição, que passou por diversas configurações ao longo de décadas na história da educação brasileira, atualmente, nas escolas públicas, se dá por meio do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Nesse contexto, no presente trabalho, buscamos investigar de que forma a temática “Energia” é abordada em um dos livros didáticos, aprovados no PNLD 2018, considerando as aproximações e os distanciamentos relativos à teoria de Vygotsky. Especificamente, foram elencadas como são apresentadas as possibilidades de interação social, com viés na atuação na Zona de Desenvolvimento Iminente (ou Proximal), em capítulos específicos referentes à temática em pauta. Os resultados da análise mostraram que a abordagem do referido tema possibilita a interação social, com viés na atuação na Zona de Desenvolvimento Iminente. Por outro lado, alguns conceitos foram apresentados de forma descritiva e objetiva, sem abertura para interações e contextualizações.

INTRODUÇÃO

O contexto educacional atual, tal como apontam Lamarque e Terrazan (2009), tem exigido professores com capacidade de suscitar nos alunos experiências pedagógicas mais significativas, diversificadas e alinhadas ao contexto social no qual estão inseridos. Nessa perspectiva, os autores destacam que os materiais de ensino, em especial o livro didático, também tem exercido um importante papel.



O livro didático aparece então como um instrumento facilitador do processo de ensino e aprendizagem e está conectado ao currículo, uma vez que a escola e os professores podem se apoiar para possíveis mudanças nas práticas educacionais. Devido à sua relevância, sua qualidade também tem sido discutida em pesquisas acadêmicas. Nesse sentido, Cardoso, Freire e Mendes Filho (2006 p. 219) ressaltam que a “análise do livro didático já vem, há algum tempo, ganhando especial atenção nas publicações em revistas dedicadas ao ensino das Ciências”. Ao analisarem a qualidade do enfoque conceitual em alguns livros de Física e Ciência, esses autores encontraram alguns erros conceituais, referentes a Arquimedes e à lei da alavanca, trazidos por tais livros. Por outro lado, no trabalho de Langhi e Nardi (2007), foram encontrados erros conceituais de Astronomia contidos em livros didáticos. Assim, também é essencial que sejam discutidas as limitações desses materiais, embora suas potencialidades não possam ser menosprezadas.

Como política de investimento na educação, em 2004, foi implantado o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio, que passou a distribuir gratuitamente milhões de livros didáticos para alunos do Ensino Médio público. Em 2011, esse programa passou a fazer parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que já atendia o Ensino Fundamental. Já, em 18 de julho de 2017, com o Decreto nº 9.099, foram unificadas as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, passando a ter uma nova nomenclatura, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Dessa maneira, com as políticas públicas de distribuição, esse recurso didático passou a estar cada vez mais presente na educação pública de base.

A abordagem trazida pelos livros didáticos pode se pautar em teorias de ensino e aprendizagem, com o intuito de melhor atingir seus objetivos e funções, quer seja na sala de aula ou fora dela, contribuindo significativamente para o aprendizado dos estudantes.

Nesse contexto, no presente trabalho, buscamos investigar de que forma a temática “Energia” é abordada em um dos livros didáticos, aprovados no PNLD 2018, considerando as aproximações e distanciamentos relativos à teoria de Vygotsky.

A INTERAÇÃO SOCIAL VYGOTSKYANA

Segundo Vygotsky (2001), o indivíduo aprende a integrar o conhecimento de sua cultura, a partir da interação social. Na escola, o professor interage com os alunos, atuando como indivíduo mais experiente, o que também pode ocorrer entre os próprios colegas. Tal interação deve ocorrer na Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), terminologia essa utilizada por Prestes (2012). A ZDI corresponde à

[...] distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de

desenvolvimento possível, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VYGOTSKY, 1991, p. 58).

Para Ostermann e Cavalcanti (2011, p. 42), a ZDI é um “desnível intelectual avançado dentro do qual uma criança, com o auxílio direto ou indireto de um adulto, pode desempenhar tarefas que ela sozinha, não faria, por estarem acima do seu nível de desenvolvimento”. Portanto, é necessária a interação do aluno com o professor ou com outros colegas mais capazes ou experientes, para que haja seu desenvolvimento.

Martins (1997, p. 116) ressalta que, nessa interação,

Adultos e crianças, professores e alunos podem conferir às palavras significado e sentido diferentes. Desta forma, os sujeitos mais experientes, ao interagirem com as crianças, estimulam-nas não só na apropriação da linguagem, como também na sua expansão, possibilitando, assim, a elaboração de sentidos particularizados, que dependem da vivência infantil e da obtenção de significados mais objetivos e abrangentes.

Nesse contexto, Prestes (2012) destaca a importância da “instrução”. Ou seja, é fundamental que, nessa interação, o professor promova o processo de instrução, que pode incorrer na aprendizagem, a fim de que seja viabilizado o desenvolvimento dos alunos.

Nesse sentido, Fino (2001) apresenta três implicações pedagógicas decorrentes da noção de ZDI: a ideia de ZDI sugere a existência de uma “janela de aprendizagem” em cada momento do desenvolvimento cognitivo do aprendiz, sendo essencial garantir, para cada grupo de aprendizes, uma variedade de atividades e conteúdo de acordo com a instrução inicial proposta; o professor deve ser um agente metacognitivo, ou seja, deve monitorar e dirigir, gradualmente, a atividade do aluno em relação à conclusão da tarefa ou resolução de um problema, trabalhando como regulador do processo e analista do conhecimento; a importância dos pares, em especial, do professor, como um mediador de aprendizagem.

É importante ressaltar que o processo de instrução é primordial para a expansão conceitual dos alunos. Nessa perspectiva, o livro didático pode ser utilizado pelo professor como um agente mediador, no processo de interação social, focando no desenvolvimento do aluno, ao atuar na sua ZDI, no sentido de promover uma possível mudança do nível de desenvolvimento real que é “o nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados” (VYGOTSKY, 1991, p. 57) para o nível de desenvolvimento possível, também conhecido como zona de desenvolvimento potencial, no qual a solução de problemas se dá sob a orientação de um adulto ou por meio da

colaboração de companheiros mais capazes (VYGOTSKY, 1991). Visando a melhoria desse processo, foi implantado o Programa Nacional do Livro Didático.

O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

O livro didático (LD) tem sido alvo de análise como objeto da educação pública, desde a década de 30 do século passado. Além disso, o governo federal procurou estender sua distribuição para todas as escolas públicas brasileiras, que foi mais intensa a partir das últimas décadas. Esse material pode sofrer a influência de esferas diferentes: políticas, governamentais, membros de equipes técnicas, editores e autores, técnicos, professores, alunos e pais e ainda pesquisadores (MEGID NETO; FRACALANZA, 2003).

No entanto, qual o papel que o LD tem exercido no processo de ensino e aprendizagem na atual educação brasileira? Para Pimentel (1998),

[...] em consequência da realidade das condições existentes em muitas das nossas escolas, o livro didático tem sido praticamente o único instrumento auxiliar da atividade de ensino. Para o aluno constitui-se numa valiosa fonte de estudo e pesquisa, ajudando-o a complementar as anotações de seu caderno. Para o professor é o principal roteiro empregado na programação e desenvolvimento das atividades em sala de aula ou extra-classe (PIMENTEL, 1998, p. 308)

Na visão de Megid Neto e Fracalanza (2003), o LD não corresponde a uma versão fidedigna das diretrizes e programas curriculares oficiais, nem é a uma versão fiel do conhecimento científico. Dessa forma, ele acaba por se configurar, na prática escolar, como um material de consulta e de apoio pedagógico semelhantemente aos livros paradidáticos e outros tantos materiais de ensino. Por outro lado, Monteiro e Nardi (2008) destacam o LD como um direcionador dos conteúdos e de procedimentos metodológicos adotados em salas de aula.

Dentre as limitações dos LD, apontadas por algumas pesquisas acadêmicas, destacamos: erros conceituais, figuras ambíguas, experimentos inadequadamente sugeridos, que não funcionam e que trazem perigo ao estudante; erros historiográficos e visões sobre a natureza da ciência e de seu método não correspondentes aos conhecimentos epistemológicos atuais (CARDOSO; FREIRE; MENDES FILHO, 2006; LANGHI; NARDI, 2007; SILVA; PIMENTEL, 2008).

Diante dessa visão, a avaliação e a revisão dos LD que são utilizados nas escolas públicas se tornam necessárias, quer seja por meio dos processos de seleção nos programas de distribuição de LD, quer seja na produção acadêmica recente (LIMA; OSTERMANN; CAVALCANTI, 2017; ROSA; BIAZUS; DARROZ; 2020).

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo programa do governo que se preocupa com a distribuição de obras didáticas para a rede pública brasileira, que teve início em 1929. Foi somente em 1985, que o programa adquiriu esse nome e formato. Desde então, o livro didático passou a ser indicado pelos próprios professores, e foi promovida a reutilização desse material. Ao longo da década de 90, o programa alcançou maiores proporções, alcançando a distribuição de LD para todo o Ensino Fundamental público.

Em 2003, a distribuição de LD para o Ensino Médio passou a ser feita somente com a instituição do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM). Nesse programa, em 2005, foram distribuídos livros de Português e Matemática, em 2007, de Biologia, em 2008, de Química e, somente em 2009, foram distribuídos livros de Física. Em 2011, o PNLEM passou a fazer parte do Programa Nacional do Livro Didático, passando a usar a essa mesma nomenclatura (PNLD). Em 18 de julho de 2017, o Decreto nº 9.099 unificou as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, passando a se chamar Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Nesse novo formato, o PNLD ampliou seu escopo incluindo obras literárias e outros materiais de apoio como: obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, dentre outros.

Em síntese, a aprovação de um LD no PNLD passa por oito etapas, conforme o artigo 8º do Decreto nº 9.099 (BRASIL, 2017): inscrição; avaliação pedagógica; habilitação; escolha; negociação; aquisição; distribuição; e monitoramento e avaliação. Nessa configuração, a última seleção de livros didáticos para o Ensino Médio se deu por meio do PNLD 2018. Por outro lado, há uma nova formatação para a escolha dos LD de Física em vigência, no PNLD 2021, que abrange todas as disciplinas da grande área de estudo das Ciências da Natureza e suas Tecnologias, conforme as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com visão na formatação mais recente para os alunos do Ensino Médio.

No Quadro 1, apresentamos os LD de Física, seriados em três volumes, um para cada etapa do Ensino Médio, aprovados no PNLD 2018.

Quadro 1 - Livros didáticos de física aprovados no PNLD 2018

NOME DO LIVRO	EDITORA	AUTORES
1. COMPREENDENDO A FÍSICA	Ática	Alberto Gaspar
2. CONEXÕES COM A FÍSICA	Moderna	Blaidi Sant'anna, Glorinha Martini, Hugo Reis e Walter Spinelli
3. FÍSICA	Ática	Carron, Guimarães e Piqueira

4. FÍSICA	FTD	Bonjorno, Casemiro, Clinton e Eduardo Prado
5. FÍSICA	Saraiva Educação	Gualter, Helou e Newton
6. FÍSICA AULA POR AULA	FTD	Benigno Barreto e Cláudio Xavier
7. FÍSICA - CIÊNCIA E TECNOLOGIA	Moderna	Carlos Torres, Nicolau Ferraro, Paulo Soares e Paulo Penteado
8. FÍSICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES	Scipione	Máximo, Beatriz Alvarenga e Carla Guimarães
9. FÍSICA EM CONTEXTOS	Editora do Brasil	Alexander Pogibin, Maurício Pietrocola, Renata de Andrade e Talita Romero
10. FÍSICA: INTERAÇÃO E TECNOLOGIA	Leya	Aurélio Gonçalves Filho e Carlos Toscano
11. FÍSICA PARA O ENSINO MÉDIO	Saraiva Educação	Fuke e Kazuhito
12. SER PROTAGONISTA - FÍSICA	SM	Adriana Válio, Ana Fukui, Ana Nani, Bassam Ferdinian, Gladstone de Oliveira, Madson Molina e Venê.

Fonte: os autores (2021)

Neste trabalho, em particular, analisamos apenas o livro didático (LD1), “Compreendendo a Física”, do autor Alberto Gaspar, pelo fato de que as pesquisas em ensino de física desenvolvidas por esse autor tinham como fundamento a Teoria Sociocultural de Vygotsky (GASPAR, 2007; GASPAR; MONTEIRO, 2005; MONTEIRO; GASPAR, 2007).

METODOLOGIA

Para essa análise, escolhemos os capítulos que abordam, especificamente, o tema “Energia” considerando a sua relevância, ao se constituir como um tema unificador dentro da física, podendo também favorecer “relações com temas de outras áreas, em nível interdisciplinar” (ANGOTTI; AUTH 2001, p. 204). Em virtude da sua importância, essa temática tem sido amplamente explorada em trabalhos acadêmicos (ASSIS; TEIXEIRA, 2003; ARAÚJO; FORMENTON, 2012; CAVALCANTI; RIBEIRO; BARRO, 2018; LAMEU, 2020).

O tema “energia” também tem grande importância nas propostas curriculares, desde os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (1999) até a atual BNCC (2018). Ele é contemplado na competência específica 1, da BNCC:

Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global. (BRASIL, p. 554, 2018)

Dentre as habilidades dessa competência, podemos destacar, por exemplo, a EM13CNT107:

Realizar previsões qualitativas e quantitativas sobre o funcionamento de geradores, motores elétricos e seus componentes, bobinas, transformadores, pilhas, baterias e dispositivos eletrônicos, com base na análise dos processos de transformação e condução de energia envolvidos – com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais –, para propor ações que visem a sustentabilidade. (BRASIL, p. 554, 2018)

No entanto, a temática energia também pode ser observada nas competências específicas 2 e 3, da BNCC, e em suas respectivas habilidades, estando presente na estruturação do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Especificamente, no LD1 analisado, os tópicos relacionados à energia estão presentes nos três volumes do Ensino Médio, no entanto, como um recorte, focamos na análise no volume 1, que é referente ao primeiro ano do Ensino Médio, uma vez que tradicionalmente, a temática energia é abordada no currículo desse ano. Reforçamos que nos LD dos outros anos também são exploradas outras formas de energia, como, por exemplo, a energia térmica, no volume 2, e a energia elétrica, no volume 3. Mesmo dentro do volume 1, nos atemos apenas aos Capítulos 12 e 13, denominados “Energia” e “Conservação da energia”, respectivamente, conforme mostra a Figura 1. Estes se encontram dentro da Unidade 4, chamada de “Leis de Conservação”.

Figura 1 - Tópicos de energia presentes no Compreendendo a Física de Alberto Gaspar

	CAPÍTULO 12 Energia..... 181
	1. A energia e suas formas..... 182
	2. Energia cinética..... 183
	3. Energia potencial..... 188
	Atividades práticas..... 192
	CAPÍTULO 13 Conservação da energia..... 193
	1. Energia mecânica..... 194
	2. Conservação da energia mecânica..... 195
	3. Trabalho de forças dissipativas..... 201
	Atividades práticas..... 204

Fonte: os autores (2021).

A presente pesquisa se caracteriza como qualitativa e bibliográfica porque se trata da análise de coleta de dados que está restrita a fontes secundárias de uma bibliografia que já se tornou pública, no caso, o LD (MARCONI; LAKATOS, 2003). Também se caracteriza como uma pesquisa documental, tendo como objetivo o levantamento de informações a partir de questões ou hipóteses de interesse (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

No Quadro 2, apresentamos as características de análise essenciais correspondentes ao objetivo desta pesquisa: livro escolhido; noção do conhecimento; e teoria de aprendizagem esperada.

Quadro 2 - Características de análise

Livro escolhido	Noção do conhecimento	Capítulos analisados/ páginas	Teoria de aprendizagem esperada
Compreendendo a Física, Alberto Gaspar, volume 1, 3 ed. São Paulo: Ática, 2016.	Energia – formas, fontes e conservação	Capítulo 12 - Energia (p. 181-192) Capítulo 13 – Conservação da energia (p. 193-204)	Teoria Sociocultural de Vygotsky - propostas de interação social que permitam a atuação do professor na ZDI do aluno

Fonte: os autores (2021).

A seguir, apresentamos o resultado da análise, tendo como foco a Teoria Sociocultural de Vygotsky, em especial, verificando se nos capítulos analisados existem aproximações ou distanciamentos com as noções teóricas de interação social e ZDI.

APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS A PARTIR DA TEORIA SOCIOCULTURAL VYGOTSKYANA EM LIVROS DIDÁTICOS

Como forma de facilitar a análise deste trabalho, os capítulos 12 e 13 foram divididos, respectivamente, em 14 e 10 seções nomeadas de forma ordinal, uma vez que, no LD1, elas apresentam outra divisão, no entanto, com os mesmos subtítulos aqui citados.

O capítulo 12 (páginas 181 a 192 – 12 páginas no total) apresenta as seguintes seções: 1. Texto introdutório; 2. A energia e suas formas; 3. Conexões: Química e Biologia; 4. Energia cinética; 5. Conexões: Química; 6. Exercícios resolvidos; 7. Exercícios; 8. Energia potencial/ energia potencial gravitacional; 9. Exercício Resolvido; 10. Exercícios. 11. Energia potencial elástica; 12. Exercício resolvido; 13. Exercícios; 14. Atividades práticas.

As seções do capítulo 13 (páginas 193 a 204 – 12 páginas no total) são divididas da seguinte forma: 1. Texto introdutório; 2. Energia mecânica; 3. Exercício resolvido; 4. Conservação da energia mecânica; 5. Exercícios Resolvidos; 6. Exercícios; 7. Trabalho de forças dissipativas; 8. Exercícios resolvidos; 9. Exercícios; 10. Atividades práticas.

Nos Quadros 3 e 4, apresentamos o panorama da nossa análise, associado às aproximações e aos distanciamentos relativos à Teoria de Vygotsky, referentes à abordagem dos conteúdos em cada uma dessas seções. Os números que acompanham as seções analisadas correspondem a cada uma das seções supracitadas, já distribuídas conforme as aproximações ou os distanciamentos.

Quadro 3 - Panorama de análise do Capítulo 12 - Energia

Teoria de aprendizagem existente - Teoria Sociocultural de Vygotsky (interação e ZDI)	
Aproximações	Distanciamentos
2. A noção de energia é diferenciada do conceito cotidiano. Antes de apresentar as noções de energia cinética e potencial, o autor convida os alunos a observarem duas imagens, o que pode suscitar possíveis interações com a imagem antes que o aluno prossiga na leitura do texto. 3. Discorre sobre a noção de energia estar presente na Biologia e na Química, convidando os alunos a verificarem tal informação com a ajuda dos professores das respectivas áreas. 6. Embora todos os exercícios sejam de cálculo por meio da aplicação de equações, apresenta logicamente por etapas a resolução dos mesmos. 7. Apresenta aos alunos questões conceituais e de cálculo que podem permitir a interação social. 8. Apresenta de forma descritiva e expositiva a noção de energia potencial e potencial gravitacional, promovendo pequenas interações com o aluno ao longo da leitura. 14. Propõe a realização de atividades práticas e experimentais em grupos, o que permite a interação entre os alunos.	1. A noção de energia é contextualizada e apresentada a partir da análise do lançamento de um foguete, por meio de uma imagem, sem questões e propostas de interações. 4. Apresenta a noção de energia cinética por meio do Teorema do Trabalho e Energia, apresentando todas as equações e definições teóricas, sem contextualizações. 5. Apresenta apenas uma visão geral descritiva de como a energia cinética está presente na Química. 9. O exercício resolvido é apresentado de forma direta e objetiva com aplicação da equação da energia potencial gravitacional, sem muitas etapas. 10. São apresentadas questões diretas e objetivas sem possibilidades de interação. 11. A energia potencial elástica é apresentada de forma objetiva com o auxílio de imagens, gráficos e fórmulas. 12. O exercício resolvido é apresentado diretamente com a aplicação da Lei de Hooke e da energia potencial elástica. 13. São apresentados exercícios de aplicação prática das equações da energia potencial elástica e da Lei de Hooke.

Fonte: os autores (2021).

Quadro 4 - Panorama de análise do Capítulo 13 - Conservação da energia

Teoria de aprendizagem existente – Teoria Sociocultural de Vygotsky (interação e ZDI)	
Aproximações	Distanciamentos

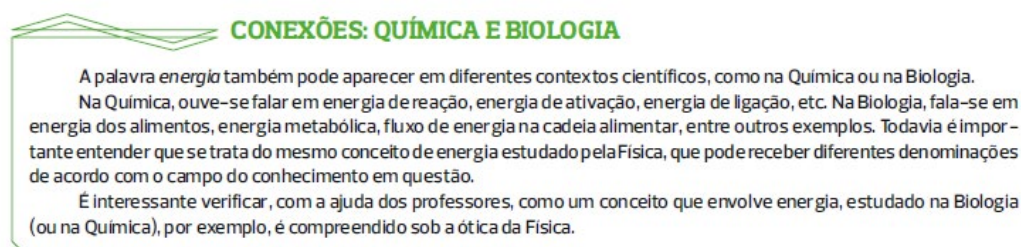
3. Embora o exercício seja de cálculo por meio da aplicação das equações, apresenta dialogicamente por etapas a sua resolução.	1. A noção de transformação de energia, por meio do trabalho, é contextualizada e apresentada a partir da análise do esporte salto com vara, discorrendo sobre energia cinética, potenciais e mecânica.
4. Apresenta o princípio da conservação da energia mecânica de forma expositiva, com o uso de figuras, equações e exemplos, apresentando pequenas margens de interação no começo da explicação.	2. Apresenta a noção de energia mecânica por meio das equações, figuras e definições teóricas, sem contextualizações e interações.
5. A resolução dos exercícios resolvidos é apresentada por etapas, facilitando a interação.	6. São apresentados exercícios de aplicação prática da conservação da energia mecânica, com base nos exercícios resolvidos.
8. Embora os exercícios sejam de cálculo por meio da aplicação das equações, apresenta dialogicamente por etapas a resolução dos mesmos.	7. A noção de trabalho de forças dissipativas é apresentada exclusivamente de forma descritiva e com uma equação ao final.
9. Os exercícios no geral são objetivos, no entanto, um deles apresenta uma possibilidade de diálogo e interação.	10. As atividades práticas são apresentadas meramente de forma expositiva e descritiva.

Fonte: os autores (2021).

Tomando como base os Quadros 3 e 4, tomaremos dois exemplos de aproximação e um exemplo de distanciamento da Teoria Sociocultural de Vygotsky, para cada capítulo analisado. No Capítulo 12, tivemos seis seções (2, 3, 6, 7, 8 e 14) que permitem a interação do aluno com o professor, com outro aluno e até mesmo com o livro. Tal interação pode propiciar a instrução, promovendo a reflexão e dirigindo o raciocínio dos alunos. Por outro lado, em sete seções (1, 4, 5, 9, 10, 11, 12 e 13) não houve tais aproximações.

Na seção 3, denominada “CONEXÕES: QUÍMICA E BIOLOGIA”, conforme é mostrado na Figura 2, é sugerido que os alunos peçam ajuda aos professores para verificarem como as disciplinas Biologia e Química utilizam o conceito de energia, diferentemente do uso cotidiano. Essa articulação com outras disciplinas pode facilitar que os professores atuem de forma mais eficiente na ZDI do aluno, de forma a propiciar que o seu nível de desenvolvimento real se transforme em possível. Destacamos que não existe uma definição para Energia, no entanto, suas características físicas são bem diferenciadas e suas leis e princípios bem descritos, analisados e estudados dentro da Ciência.

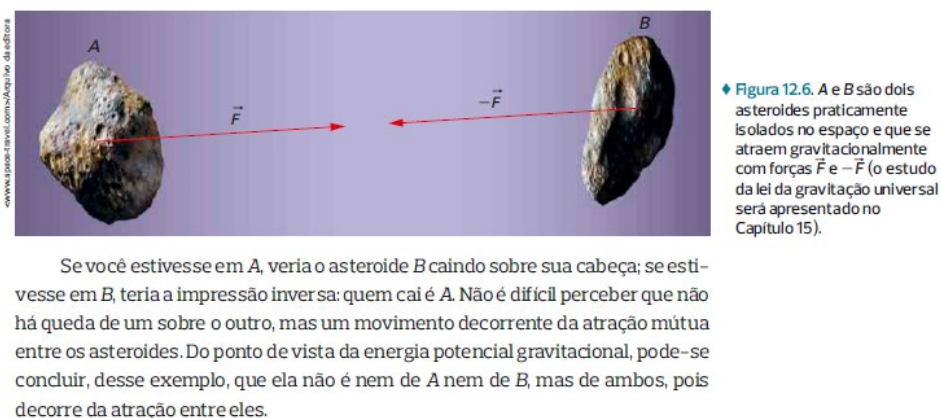
Figura 2 - Exemplo 1 de possível interação aluno-professor



Fonte: Gaspar (2016, p. 182).

O segundo exemplo, referente à seção 8, discorre sobre a energia potencial gravitacional, apresentando a definição conceitual e a equação. Ao longo da explicação, parte do texto diz: “Se você estivesse em A, veria o asteroide B caindo sobre sua cabeça; se estivesse em B, teria a impressão inversa: quem cai é A.” (GASPAR, 2016, p. 189), conforme é mostrado na Figura 3. Essa situação pode ser abordada de três formas distintas: I) o aluno sozinho lendo o livro sem a presença do professor. Nesse caso, a sua interação com o livro pode incitar a sua imaginação, levando-o a se perceber nos asteroides, de forma a compreender a situação e o fenômeno físico; II) o professor lê o exemplo juntamente com os alunos, ilustrando a situação por meio de explicação, havendo a interação entre professor e aluno; III) um aluno lê e discute a situação com outro(s) aluno(s), ocorrendo assim a interação entre os próprios alunos. Diante dessas situações, a instrução, na ZDI do aluno, pode ser dar de forma a levá-lo à aprendizagem do conceito de energia potencial gravitacional, atingindo o nível de desenvolvimento possível relacionado à lei da gravitação universal.

Figura 3 - Exemplo 2 de possível interação aluno-livro, aluno-professor e aluno-aluno



Fonte: Gaspar (2016, p. 189)

O terceiro exemplo se refere a uma situação na qual não se percebe a possibilidade de interações potenciais ou pequenas possibilidades, como no caso da seção 13 (capítulo 12), como mostra a Figura 4. Embora o exercício leve o aluno a demonstrar se compreendeu a aplicação da Lei de Hooke e da energia potencial elástica, o que é importante para que ele atinja o nível de desenvolvimento possível, sem a interação direta com o agente mais capaz, seja o professor ou até mesmo outro colega, é possível, que simplesmente o livro represente esse papel, mas não atinja o objetivo, se nos atentarmos a definição de interação social de Vigostki (2001), no sentido de promover o desenvolvimento do aluno, atuando na sua ZDI, transformando o seu nível de desenvolvimento real em possível. Reforçamos que esse processo não é de fácil percepção e não é possível de se medir, no entanto, há a possibilidade de que esse desenvolvimento ocorra, uma vez que o fato de o aluno realizar essa atividade sozinho pode não resultar na mesma aprendizagem que se daria caso ele a realizasse com o auxílio do professor, interagindo e tirando dúvidas.

Figura 4 - Exemplo 3 de não de interação

EXERCÍCIOS

ATENÇÃO: NÃO ESCREVA NO LIVRO.

13. A energia potencial elástica foi definida por meio do trabalho realizado por uma força exercida sobre uma mola que se alonga em relação a x . Se, em vez de alongar a mola, a força exercida sobre ela a comprimisse em relação ao mesmo x , o trabalho seria o mesmo? Justifique sua resposta. **Sim**

Fonte: Gaspar (2016, p. 191)

Ao analisarmos o Capítulo 13, percebemos que cinco seções (3, 4, 5, 8 e 9) podem permitir a interação do aluno com o professor, com outro aluno e até mesmo com o livro, no sentido de promoverem a instrução. Por outro lado, outras cinco seções (1, 2, 6, 7 e 10) não apresentaram interações.

Na seção 3, denominada “Exercícios resolvidos”, é apresentado aos alunos um exercício e sua completa resolução, conforme mostrado na Figura 5.

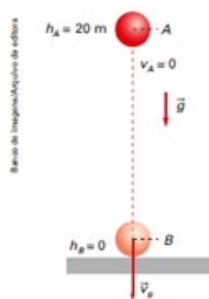
Figura 5 - Exemplo 4 de possível interação aluno-livro

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2. Um corpo é abandonado de uma altura de 20 m em relação ao solo. Despreze a resistência do ar e determine o módulo da velocidade com que ele atinge o solo por meio do princípio da conservação da energia mecânica. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução:

Vamos considerar o ponto A na posição em que o corpo foi abandonado, o ponto B no solo e este mesmo ponto o nível de referência para o cálculo da energia potencial do corpo. Veja a representação (sem escala e em cores fantasia) abaixo (consideramos desprezível a distância do centro de gravidade do corpo ao solo).



Como o corpo foi abandonado, $v_A = 0$ e $E_{cA} = 0$.

Ao atingir o solo, $h_B = 0$ e $E_{p_{gB}} = 0$. Logo, pelo princípio da conservação da energia mecânica, temos:

$$\begin{aligned} E_{cA} + E_{p_{gA}} &= E_{cB} + E_{p_{gB}} \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 + E_{p_{gA}} &= E_{cB} + 0 \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2} \cdot mv_B^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_B^2 &= 2gh_A \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_B &= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} \Rightarrow v_B = 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Observações:

- 1ª) Como a energia é uma grandeza escalar, basta ter um nível de referência para a análise da energia potencial gravitacional.
- 2ª) Note que a massa m é cancelada; esse cancelamento indica que, nas condições dadas – resistência do ar desprezível –, a massa do corpo não interfere na situação física, o que já vimos no estudo de queda livre e no estudo do movimento circular e as leis de Newton.
- 3ª) Por esta mesma razão é possível resolver esse problema apenas com funções da Cinemática, contudo é uma solução insuficiente do ponto de vista conceitual e restrita a trajetórias retilíneas.

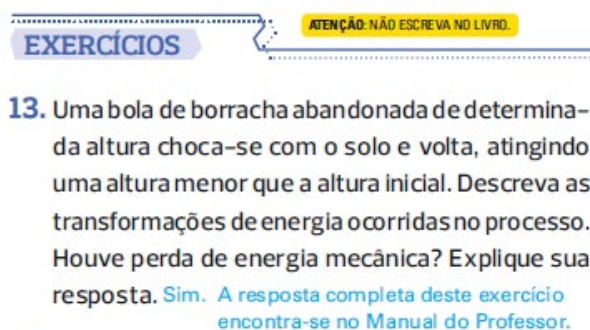
Fonte: Gaspar (2016, p. 195).

Nesse exemplo, o livro “conversa” com o aluno, dirigindo o seu raciocínio, facilitando a sua compreensão e possibilitando que seu nível de desenvolvimento real se aproxime do possível, relacionado ao reconhecimento do princípio da conservação da energia. No entanto, isso não é garantia de aprendizagem do princípio como um todo, mas, pode permitir a aprendizagem de um exercício específico relacionado à matéria. Isso também não descarta a importância da

interação com o professor, que pode, por exemplo, atuar em sua ZDI, ao sanar dúvidas sobre conceitos e cálculos matemáticos.

Na seção 9, o exercício 13 é enunciado da seguinte forma: “Uma bola de borracha abandonada de determinada altura choca-se com o solo e volta, atingindo uma altura menor que a inicial. Descreva as transformações de energias ocorrida no processo [...]” (GASPAR, 2016, p. 189), conforme é mostrado na Figura 6. Nesse caso, também podem ocorrer três situações distintas: I) o aluno sozinho ler o livro sem a presença do professor e, dessa forma, o livro interage com o aluno promovendo a sua reflexão, levando-o a pensar sobre as possíveis formas de energia abordadas anteriormente e até mesmo realizar o experimento por conta própria; II) o professor pode interagir com os alunos, lendo o exercício juntamente com eles, podendo representar ou até mesmo realizar a situação no decorrer de sua explicação; III) um aluno lendo, discutindo ou realizando a situação com o(s) outro(s), promovendo assim uma interação entre os próprios alunos. Essas três possibilidades podem promover a instrução dos alunos acerca das formas e transformações de energia, o que pode levá-los a atingir o nível de desenvolvimento possível, que seria a compreensão do princípio da conservação da energia mecânica.

Figura 6 - Exemplo 5 de possível interação aluno-professor e aluno-aluno



Fonte: Gaspar (2016, p. 203)

O último exemplo, da Seção 1 (Capítulo 13), se refere a uma situação na qual não observamos possibilidades de interação, como mostra a Figura 7. Nesse caso, a proposta é introduzir a noção de transformação de energia, introduzindo o princípio da conservação de energia. No entanto, se o aluno ler sozinho o trecho, ele não é convidado a interagir com a situação, por meio de questões ou indagações, o que dificilmente pode ocorrer com outro colega. No entanto, mediante a interação com o professor, é possível a abordagem do fenômeno proposto de diferentes maneiras, por meio de experimentos, vídeos, demonstrações, etc. Nesse caso, é mais fácil a interação externar o nível de desenvolvimento real do aluno, por se tratar de um conceito introdutório, a partir de conceitos anteriores, facilitando a atuação do professor na ZDI do aluno.

Figura 7 - Exemplo 6 no qual não houve interação

Fabiana Murer, a atleta da fotografia, é considerada uma das saltadoras de maior qualidade técnica do mundo. O esporte que ela pratica — salto com vara — começa com uma corrida de curta distância, quando a atleta exerce sua força muscular sobre a pista e esta, por intermédio do atrito, exerce força e realiza trabalho sobre a atleta. O trabalho da atleta transforma-se em energia cinética e, acrescido de mais algum trabalho muscular adicional, é transferido à vara, que se curva armazenando energia potencial elástica. A vara, então, alonga-se e devolve à atleta energia cinética e, em especial, energia potencial gravitacional, para que ela, somando a essa energia o derradeiro trabalho de sua força muscular, ultrapasse o sarrafo.

Fonte: Gaspar (2016, p. 191)

Na epistemologia do modelo de Vygotsky é importante destacar que os alunos já possuem um nível de desenvolvimento real, ou seja, têm problemas que eles já resolvem sozinhos, sem a ajuda do professor. No entanto, a interação social é essencial para que eles atinjam o nível de desenvolvimento possível. O LD1 apresentou possibilidades de interação por meio de sua apresentação nos capítulos 12 e 13, quer seja entre o professor e o aluno, entre os próprios alunos e entre o aluno e o LD. Os conceitos relacionados às formas, transformação e conservação de energia representam a zona de desenvolvimento possível a ser atingida, de modo que, futuramente, a ZDI atual do aluno se torne seu nível de desenvolvimento real.

Para Fino (2001), há três implicações pedagógicas decorrentes da noção de ZDI, que, em nossa perspectiva, se esbarram nas aproximações e distanciamentos apresentados em nossa análise: a ideia de ZDI sugere a existência de uma “janela de aprendizagem” em cada momento do desenvolvimento cognitivo do aprendiz; o professor deve monitorar e dirigir, gradualmente, a atividade do aluno em relação à conclusão da tarefa ou resolução de um problema, trabalhando como regulador do processo e analista do conhecimento; o professor deve atuar como um mediador de aprendizagem, assumindo o papel de atuar como um agente que promove o desenvolvimento do aluno. Sendo assim, o LD1 apresentou possibilidades de interação entre o professor e o aluno, entre os alunos e até mesmo entre o aluno e o LD. No entanto, apenas com essa ferramenta não é possível a atuação na ZDI do aluno. Em nosso caso, fizemos aproximações de possíveis interações que puderam ocorrer ao longo da análise desse LD.

Também observamos que, ao longo dos capítulos 12 e 13, a temática energia não foi explorada de maneira contextualizada, destacando as principais fontes e formas de energia presentes no cotidiano dos alunos. A contextualização pode facilitar o processo de instrução aos alunos, uma vez que ela pode apresentar situações mais próximas da realidade deles, de forma a promover reflexões mais práticas e trazendo mais sentido ao que é aprendido. Além disso, essa seria uma oportunidade para inúmeras interações possíveis entre professor e aluno, entre

os próprios alunos e até mesmo entre o livro e o aluno. Mesmo que não tenha sido escolhido uma abordagem mais contextualizada, poderiam ter sido exploradas as usinas geradoras de energia, assim como situações práticas do dia a dia, como a energia elétrica consumida em eletrodomésticos, por automóveis, pela própria energia do corpo humano ou até mesmo falar da energia presente no sol e nas plantas.

Entendemos que a abordagem trazida pelo LD1 se aproxima muito da abordagem clássica, no entanto, isso não impede que o professor interaja com os alunos e promova a interação entre eles. Assim, de acordo com os dados apresentados, consideramos que esse material didático apresenta parcialmente aproximações com a Teoria Sociocultural de Vygotsky.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta investigação, analisamos o livro didático “Compreendendo a Física”, de Alberto Gaspar, que foi aprovado no último PNLD de 2018, apresentando as possibilidades de interação social, com viés na atuação na Zona de Desenvolvimento Iminente (ou Proximal), em capítulos específicos referentes à temática energia, no caso, os capítulos 12 e 13, destacando tanto as aproximações quanto os distanciamentos da sua abordagem com a Teoria Sociocultural de Vygotsky.

Dentre as principais aproximações, destacamos: possíveis interações entre alunos e professor com figuras para a introdução da noção física de energia; proposta interdisciplinar no sentido de facilitar a instrução sobre o uso de energia em outras áreas, a partir da interação com outros professores; exercícios resolvidos com resolução passo a passo, podendo permitir a interação do aluno com o material didático; questões sobre energia cinética a serem resolvidas pelos alunos que podem permitir interação com o professor ou outros colegas; introdução do conceito de energia potencial gravitacional com possível interação com o texto, uma vez que esse direciona o raciocínio dos alunos; proposta de atividades práticas sobre energia para serem realizadas em grupos de alunos; exercício resolvido sobre energia mecânica por meio de passo a passo que pode permitir a interação do aluno com o material; pequenas margens de interação ao longo do texto sobre o princípio da conservação da energia mecânica; exercícios resolvidos sobre energia mecânica e trabalho por etapas descritivas, possibilitando interação do aluno com o LD; exercícios de aplicação sobre trabalho com pequenas possibilidades de interação.

A interdisciplinaridade e a contextualização podem facilitar o processo de instrução e, consequente, viabilizar a aprendizagem e o desenvolvimento do aluno, em virtude da promoção de interações mais consistentes e próximas da realidade, propiciando reflexões e conexões com o mundo no qual ele se encontra.

Sobre essas aproximações, destacamos que depende muito da forma como o professor utiliza o LD como instrumento para interagir com seu aluno, seja por meio de leitura direta, do uso de experimentos ou de outras ferramentas. Reforçamos que é importante o professor utilizar tais instrumentos, quando possível, para atuar da melhor forma possível na ZDI. No entanto, sabemos que a realidade das escolas brasileiras é plural e, em muitas situações, o LD é o único instrumento de mediação entre professor e aluno. Além disso, é importante que um material didático como esse possa promover interação entre os próprios alunos sempre que possível.

Dentre os principais distanciamentos, encontramos: introdução do conceito de energia sem nenhuma interação; discussão sobre energia cinética de forma teórica e por meio das respectivas equações; apresentação da visão geral da energia cinética na química; exercício resolvido sobre energia potencial gravitacional de forma direta e objetiva; questões práticas para aplicação das equações da energia potencial gravitacional; introdução objetiva do conceito de energia potencial elástica por meio de imagens, gráficos e equações; exercício resolvido sobre aplicação prática da energia potencial elástica e da Lei de Hooke; exercícios de aplicação de fórmulas da energia potencial gravitacional; introdução sobre transformação de energia de forma objetiva; apresentação da energia mecânica por meio de equações, figuras e definições teóricas, sem contextualizações e interações; exercícios de aplicação prática sobre o princípio da conservação da energia mecânica; noção de trabalho de forças dissipativas apresentada de forma descritiva e objetiva; atividades práticas de forma expositiva.

Em relação a esses distanciamentos, reforçamos que a própria natureza da Física permite várias possibilidades de abordagem, em especial sobre a temática energia. Embora as leis e teorias físicas requeiram noções teóricas, desenvolvimento de equações, compreensão e aplicação de exercícios, essa noção do conhecimento pode ser explorada de forma mais rica, contextualizada e próxima da realidade do aluno. Isso poderia promover mais processos interativos entre aluno e professor, entre os próprios alunos e até mesmo entre o aluno e o LD.

Assim, procuramos contribuir com o Ensino de Ciências e Matemática, promovendo reflexões relacionadas à Teoria Sociocultural de Vygotsky e os livros didáticos aprovados no último PNLD. Lembrando que é uma teoria consolidada e que pode promover reflexões importantíssimas para a aprendizagem da noção do conhecimento da energia, que é essencial para a Física. Para finalizar, destacamos que, mesmo que o LD não apresente uma abordagem que promova a interação social em sala de aula, é papel do professor buscar todas as possibilidades para que ela ocorra, para além desse instrumento de apoio.

REFERÊNCIAS

ANGOTTI, J. A. P.; AUTH, M. A. Ciência e tecnologia: implicações sociais e o papel da educação. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 7, n. 1, p.15-27, 2001.

ARAÚJO, M. S. T.; FORMENTON, R. Fontes alternativas de energia automotiva no Ensino Médio profissionalizante: análise de uma proposta contextualizada de ensino de física em um curso técnico. **Alexandria: Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v. 5,n. 1, p. 33-61, 2012.

ASSIS, A.; TEIXEIRA, O. P. B. Algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de energia. **Ciência & Educação**, v. 9, n. 1, p. 41-52, 2003.

BRASIL, **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil. Poder Executivo, Brasília, DF, v.134, n.248, p.27833-41, 23 de dezembro de 1996. Seção 1, Lei Darcy Ribeiro.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias - PCNEM**. Brasília, DF. 1999.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação (CNE). Resolução n. 3, de 21 de novembro de 2018. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 21 nov. 2018.

BRASIL. Decreto nº 9.394, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, seção 1, p.7, 19 jul. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia digital do PNLD 2018. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em: 07 jun. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia digital do PNLD 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em: 07 jun. 2021.

CARDOSO, H. B.; FREIRE, P. T. C.; MENDES FILHO, J. Arquimedes e a lei da alavanca: erros conceituais em livros didáticos. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 23, n. 2, p. 218-237, 2006.

CAVALCANTI, M. H. S.; RIBEIRO, M. M.; BARRO, M. R. Planejamento de uma sequência didática sobre energia elétrica na perspectiva CTS. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 24, n.4, p. 859-874, 2018.

FINO, C. N. Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): Três implicações pedagógicas. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga, v. 14, n. 2, p. 273-291, 2001.

GASPAR, A. **A Teoria de Vigotski** – um novo e fértil referencial para o Ensino de Ciências. 2007. 60 f. Tese (Doutorado em livre-docência da Faculdade Engenharia), Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

GASPAR, A. **Compreendendo a Física**. v. 1 – Mecânica. Manual do professor. 3 ed. São Paulo: Ática, 2016.

GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. C. Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: uma análise segundo o referencial da Teoria de Vygotsky. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 2, p. 227-254, 2005.

LAMARQUE, T.; TERRAZAN, E. Física Moderna nos livros didáticos do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM). *In*: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 18., 2009, **Anais [...]** Vitória: Sociedade Brasileira de Física, 2009, p. 1-10.

LAMEU, L. P. **Abordagem do tema Energia por meio do Enfoque Ciência, Tecnologia e Sociedade em uma escola do Programa de Ensino Integral do Estado de São Paulo**. 2020. 264 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências), Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2020.

LANGHI, R.; NARDI, R. Ensino de Astronomia: erros conceituais mais comuns presentes em livros didáticos de ciências. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 24, n. 1, p. 87-111, 2007.

LIMA, N. W.; OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. J. H. Física Quântica no ensino médio: uma análise bakhtiniana de enunciados em livros didáticos de Física aprovados no PNLD 2015. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 34, n. 2, p. 435-459, 2017.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: uma abordagem qualitativa**. São Paulo: EPU, 1986.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Editora Atlas S. A., 2003.

MARTINS, J. C. **Vygotsky e o papel das interações sociais na sala de aula: reconhecer e desvendar o mundo.** São Paulo: [Governo do Estado de São Paulo]. FDE, 1997. p 111-122. Série Idéias, n. 28. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_28_p111-122_c.pdf. Acesso em: 01 jun. 2021.

MEGID NETO, J.; FRACALANZA, H. O livro didático de ciências: problemas e soluções. **Ciência e Educação**, v. 9, n. 2, p. 147-157, 2003.

MONTEIRO, M. A.; NARDI, R. As abordagens dos livros didáticos acerca da física moderna e contemporânea: algumas marcas da natureza da ciência. *In*: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 11, 2008, **Anais [...]** Curitiba: Sociedade Brasileira de Física, 2008, p. 1-11.

MONTEIRO; I. C. C.; GASPAR, A. Um estudo sobre as emoções no contexto das interações sociais em sala de aula. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 12, n. 1, p. 71-84, 2007.

OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. J. H. **Teorias de Aprendizagem.** Porto Alegre: Evangraf, UFRGS, 2011, 57 p. *E-book*. Disponível em: http://www.ufrgs.br/sead/servicos-ead/publicacoes-1/pdf/Teorias_de_Aprendizagem.pdf. Acesso em: 01 jun. 2021.

PIMENTEL, J. R. Livros didáticos de ciências: a Física e alguns problemas. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**. v. 15, n. 3: p. 308-318, dez. 1998.

PRESTES, Z. **Quando não é quase a mesma coisa:** traduções de Lev Semionovitch no Brasil. 1. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

ROSA, C. T. W.; BIAZU, M. O.; DARROZ, L. M. Estudo envolvendo a função das imagens associadas a tópicos de Física Moderna nos livros didáticos do ensino médio. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 37, n. 1, p. 27-50, 2020.

SILVA, C. C. PIMENTEL, A. C. Uma análise da história da eletricidade presente em livros didáticos: o caso de Benjamin Franklin. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 25, n. 1, p. 144-159, 2008.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 2001.

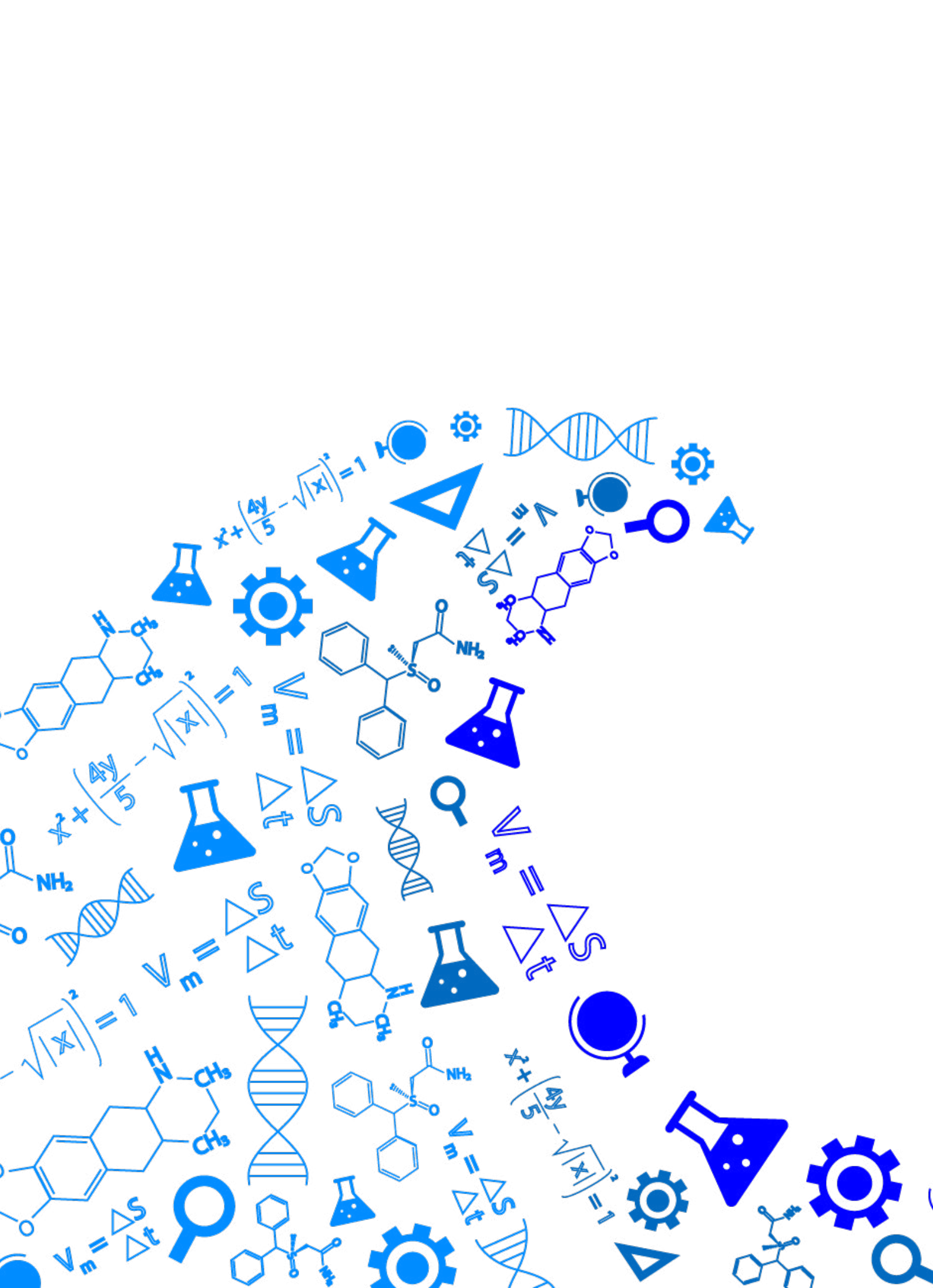
VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1991.



CAPÍTULO 3

TEORIAS DE APRENDIZAGEM: BNCC, PROPOSTAS E CONEXÕES COM TEMAS TRABALHADOS NO COMPONENTE CURRICULAR PROJETO DE VIDA





Fernanda Seabra Félix

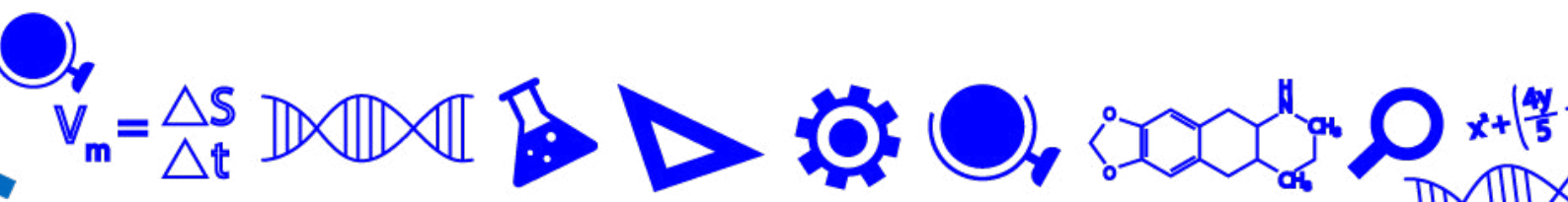
*Mestranda no programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe.
E-mail: fernanda.seabra2010@hotmail.com*

Yzila Liziane Farias Maia de Araújo

*Professora Adjunta do Departamento de Biologia e
Coordenadora Adjunta no programa de Pós-Graduação PPGEICIMA/UFS.
E-mail: yzila.ufs@gmail.com*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A educação hoje, apresenta um olhar voltado para o alcance das dimensões que promovam um desenvolvimento integral do indivíduo, tendo como suporte o auxílio da Psicologia, onde esta vem fornecendo um leque de teorias que carregam perspectivas promissoras quando se referem ao processo de ensino e aprendizagem. Em consequência deste novo cenário proposto pelo relatório, o sistema educacional brasileiro, em 2014 promulgou o Plano Nacional da Educação (PNE), apresentando diretrizes pedagógicas para o sistema básico de ensino e a indicação de uma base nacional comum. O documento reúne competências e habilidades necessárias para a formação integral do aluno em todas as modalidades de ensino para todos os brasileiros que estão na escola. É importante ressaltar que dentro dessas competências elencadas pela base, deparamo-nos com o desenvolvimento socioemocional e projeto de vida, sendo evidenciadas e exaltadas como primordiais na construção integral do indivíduo inserido no contexto deste século. Tais questões expostas sobre BNCC e Projeto de Vida neste trabalho, mostram que prováveis conexões com certas das teorias de aprendizagem se fazem implícitas, principalmente no que diz respeito à algumas competências estabelecidas pelo presente documento normativo, visando desempenhar práticas pedagógicas que contemplem uma aprendizagem possivelmente inserida nas dimensões comportamentalista, cognitiva e humanista, em cada nível de ensino. Além disso, as teorias apresentadas aqui, fornecem uma diversidade de perspectivas no tocante ao entendimento sobre os caminhos que levam à aprendizagem, levando em consideração suas visões de mundo, partindo sempre sobre um olhar no indivíduo e como este constrói sua percepção do ambiente em que está inserido. Logo, o objetivo do trabalho foi analisar as aproximações e/ou distanciamentos a partir de teorias de aprendizagem presentes em um tema proposto pelo livro didático alinhado à BNCC, no componente Projeto de Vida, cujo intuito de alcançar objetivos que mobilizem nos alunos práticas de respeito e não violência no espaço escolar.



INTRODUÇÃO

Promover a educação de crianças e jovens atualmente, não tem sido uma tarefa muito fácil, pois nas últimas décadas, têm-se observado a evolução de profundas e aceleradas transformações sociais, principalmente àquelas que se referem à maneira como estão sendo estabelecidas as relações intra e interpessoais.

De modo geral, a educação hoje, apresenta um olhar voltado para o alcance das dimensões que promovam um desenvolvimento integral do indivíduo, tendo como suporte o auxílio da Psicologia, que vem fornecendo um leque de teorias que carregam perspectivas promissoras quando se referem ao processo de ensino e aprendizagem. Partindo dessas perspectivas, é observado a necessidade de os poderes públicos criarem políticas educativas, projetos e programas que visem as melhorias, para oferecer informações à comunidade escolar sobre o desempenho dos alunos, acompanhar, e monitorar a qualidade da educação.

Foi com base nessas demandas que em 2010 no relatório para a Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura (UNESCO) da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI, organizado por Jacques Delors, sugeriu-se um sistema de ensino chamado de “Os quatro pilares da educação”: aprender a ser, a conhecer, a fazer e a aprender, (DELORS, 2010).

Em consequência deste novo cenário proposto pelo relatório, o sistema educacional brasileiro, em 2014 promulgou o Plano Nacional da Educação (PNE), com validade até 2024, apresentando diretrizes pedagógicas para o sistema básico de ensino e a indicação de uma base nacional comum que promova os direitos e objetivos da aprendizagem, (BNCC, 2017).

No que se refere ao PNE, tal documento é estruturado em vinte metas e estratégias com o intuito de firmar compromisso no que diz respeito à redução das desigualdades educacionais, ampliação ao acesso à educação, valorização dos profissionais da educação, além da atenção à gestão democrática e ao financiamento, (INEP, 2015). Dentre suas diretrizes que fazem referência a todas as suas metas, têm-se àquelas que estão voltadas para a superação das desigualdades educacionais, especificamente evidenciando a formação para a cidadania e eliminação das formas de discriminação.

Em referência à descrição anterior, observa-se apontamentos para uma formação voltada não só para o cognitivo, mas um direcionamento para o desenvolvimento baseado nos direitos humanos, envolvendo dimensões socioafetivas. Assim, no decorrer dos marcos legais da educação brasileira, em 2018 foi entregue à sociedade, a versão final da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), como já vinha sendo fortalecida pelos documentos oficiais anteriores.

O documento reúne competências e habilidades necessárias para a formação integral do aluno em todas as modalidades de ensino para todos os brasileiros que estão na escola: crianças, jovens e adultos, conforme BNCC, se tornando uma ferramenta diretiva para a construção dos currículos baseada em competências, cujo centro do processo de ensino e aprendizagem é o aluno, onde este será capaz de desenvolver habilidades que proporcionarão uma trajetória de vida pautada nos valores éticos, morais e profissionais.

É importante ressaltar que dentro dessas competências elencadas pela base, deparamo-nos com o desenvolvimento socioemocional e projeto de vida, sendo evidenciadas e exaltadas como primordiais na construção integral do indivíduo inserido no contexto deste século.

Para tal, é necessário voltarmos a atenção para as conexões diretas ou indiretas das principais teorias de aprendizagem que servem de constructos no desenvolvimento das práticas docentes alinhadas a BNCC, trazendo assim a questão norteadora do referido trabalho: dentro das competências propostas pela base curricular, quais teorias de aprendizagem se apresentam mais próximas ou distantes ao se trabalhar uma área do conhecimento de Projeto de Vida e presente no livro didático da PNLD 2021?

Além disso, para que haja um alinhamento lógico no desenvolver dessas competências, a base conta com metodologias pedagógicas alicerçadas às teorias que conduzem à quebra das práticas tradicionais e que envolvam os educandos no seu processo de aprendizagem, almejando não só suas cognições, mas mudanças de comportamento, formas de interação e afetividade.

Desse modo, o presente trabalho tem como objetivo, analisar as aproximações e/ou distanciamentos a partir de teorias de aprendizagem presentes em um tema proposto pelo livro didático alinhado à BNCC, no componente Projeto de Vida, cujo intuito é alcançar objetivos que mobilizem nos alunos práticas de respeito e não violência no espaço escolar.

Para o desenvolvimento do trabalho, foi adotado uma abordagem qualitativa, onde a metodologia utilizada foi por meio de uma pesquisa documental, utilizando fontes oficiais que enfatizam as diretrizes para a Educação, bem como autores da área da Psicologia, como Teixeira et al (2001); Moreira (1999); Nunes e Silveira (2015) e Lefraçois (2008) para os referenciais de apoio.

De acordo com os resultados desta breve análise, foi percebido que o tema escolhido em questão, apresenta evidências de teorias de aprendizagem possivelmente evidenciadas pela BNCC, onde a abordagem teórica mais aproximada foi a Humanista, representada pelo teórico Carl Rogers em sua aprendizagem significativa.

A seguir, serão feitas breves considerações sobre teorias de aprendizagem, BNCC e o componente Projeto de Vida, bem como a análise de suas interrelações com as teorias no desenvolvimento de um tema presente no livro didático aprovado no PNLD 2021 da referida disciplina, reforçando as possíveis metodologias aplicadas na aula.

O QUE NOS MOSTRAM AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM: BREVES CONSIDERAÇÕES

O que aprendemos, o que sabemos e o que é conhecimento, são, segundo Lefrançois (2008), questões que definem um ramo da Psicologia denominada Epistemologia, pois revela o modo como o homem aprende a conhecer sobre o mundo que o cerca. A partir do momento que a psicologia foi abandonando suas raízes na filosofia e evoluindo como ciência, adotando métodos de estudos que podiam mensurar os fenômenos observáveis, o seu crescimento despontou, contribuindo de forma significativa para o surgimento de muitos estudiosos que, segundo Teixeira et al (2001), procuraram dentro das possibilidades, atingir os critérios da cientificidade e formular suas teorias.

Assim, esta ciência passou a desenvolver estudos que tentam explicar não só os comportamentos do homem como também o pensar e o sentir, trazendo à tona o que chamamos de aprendizagem. Partindo do pressuposto que é no processo de aprendizagem que o homem constrói suas ações e subjetividades, atribuindo-lhes realidades, é necessário entender como se dá esse processo e como a partir deste são estabelecidas as formas de interação com o meio e com seus semelhantes.

Para tanto, o ato de aprender, segundo Nunes e Silveira (2015) implica em um processo particular, como também coletivo, ou seja, é um ato psicossocial que contempla diversas dimensões do ser, que vai do social, cultural à mecanismos neurofisiológicos de cada indivíduo. Contudo, várias são as abordagens psicológicas que colocam à frente, seus entendimentos a respeito dessa complexidade que conhecemos como aprendizagem, nos trazendo perspectivas significativas no tocante principalmente às metodologias desenvolvidas na área da educação.

Desse modo, a educação conta com a psicologia, pois esta fornece direcionamentos relevantes, tendo como base as suas abordagens teóricas de aprendizagem, no tocante a proporcionar aos envolvidos no sistema educacional, a obtenção de metodologias adequadas que servirão de base para as subjetividades e comportamentos de seus educandos.

Entretanto, tais abordagens conhecidas como teorias de aprendizagem, são para Moreira (1999) classificadas de acordo com suas correntes filosóficas ou visões de mundo que as fundamentam e lhe atribuem características específicas quanto ao modo de ver o sujeito em seu processo de conhecimento. Levando assim em consideração tais teorias, o referido autor afirma

que há três sistemas de valores que as integram, como sendo a comportamentalista, a humanista e a cognitivista.

Assim, a corrente comportamentalista (behaviorismo) vem nos mostrar que o processo de aprendizagem se dá por mudanças de comportamentos observáveis, isto é, fruto da interação indivíduo/meio ambiente, a mudança comportamental surge numa relação entre estímulos e respostas. Para tal, Moreira (1999) reforça que a tônica do behaviorismo está nas respostas que o indivíduo dá aos estímulos externos, sendo tais comportamentos controlados pelas consequências, ou seja, caso a consequência seja boa, haverá uma maior probabilidade de a resposta ocorrer novamente.

No que diz respeito a educação, o comportamentalismo trouxe uma adesão bastante significativa, pois suas implicações na área educacional estão voltadas para as aprendizagens desejadas, isto é, “aquilo que os alunos deveriam aprender, eram expressas em termos de comportamentos observáveis. Os objetivos comportamentais, definiam, da maneira mais clara possível, aquilo que os alunos deveriam ser capazes de fazer” [...] (MOREIRA, 1999, p.14).

Um dos representantes mais significativos do behaviorismo, foi B. F. Skinner (1904-1990), onde seu enfoque teve uma grande influência sobre as práticas de ensino em sala de aula, principalmente nas décadas de 60 e 70, afirma (MOREIRA, 1999).

De modo geral, sua teoria enfatiza uma aprendizagem intencional, controlada por contingências de reforços, muito mais positivos que negativos onde o papel do professor é ainda, segundo o autor citado, organizar as contingências de modo a possibilitar ao aprendiz exibir uma resposta desejada, levando em consideração suas interações com o meio. O aluno, neste caso, não é visto como passivo e sim um indivíduo ativo uma vez que ele necessita interagir para promover as respostas esperadas.

No que concerne a corrente cognitivista, esta surgiu em contraponto ao behaviorismo, trazendo consigo uma ideia de processos mentais superiores, chamado de cognição. O cognitivismo vem então nos mostrar que o processo de aprendizagem, de modo geral, se dá a partir da construção de estruturas mentais as quais lhes são atribuídas significados, transformações, compreensão e armazenamento de informações, tudo o que é ignorado pelos pressupostos behavioristas, segundo (MOREIRA, 1999).

Vale ressaltar que, de acordo com o autor citado, a maioria das teorias de aprendizagem são consideradas cognitivistas, pois envolvem as organizações e estruturas mentais do indivíduo, tendo como centro de estudo a mente. Ainda é importante evidenciar que, há aquelas em que o objeto de estudo está voltado para o desenvolvimento somente cognitivo, mas que seus

princípios estão tão entrelaçados com o aprender, que acabam sendo consideradas também teorias de aprendizagem, bem como o surgimento do construtivismo, partindo do pressuposto que a cognição se processa por construção do indivíduo, se estabelece de forma significativa no sistema educacional.

Dentre os representantes cognitivistas/construtivistas mais evidentes na atualidade, encontram-se Piaget, Vygotsky e Ausubel, ambos centralizaram seus estudos nos processos que constituem a mente humana. Torna-se importante exaltar que, o intuito do presente trabalho não é focar de forma aprofundada as teorias de cada um, e sim, trazer breves considerações de suas fundamentações e contribuições à educação.

Desse modo, Jean Piaget (1896-1980), teórico cognitivo, cuja teoria carrega influências significativas junto à educação, tem seu foco de estudo voltado para os processos de construção da cognição do indivíduo, ou seja, no desenvolvimento mental. É interessante ressaltar que a teoria de Piaget, segundo Moreira (1999), não é propriamente uma teoria de aprendizagem, por não concordar com a modificação do comportamento resultante da experiência, mas por acreditar na construção do conhecimento com base nos processos de assimilação, acomodação e equilíbrio que o indivíduo passa a cada fase de crescimento.

Entretanto, Lefrançois (2008), defende que a teoria de Piaget é também uma teoria de aprendizagem, por levar em consideração proposições, tais como, o desenvolvimento do conhecimento ser gradual e possível pela interação com o meio, a experiência ativa, a equilíbrio e interação social serem alguns dos fatores que moldam a aprendizagem. Seguindo ainda esta linha de pensamento, Piaget:

[...] parte diretamente da teoria de que nos estágios iniciais, a interação com os objetos concretos é essencial para ampliar o conhecimento e desenvolver as compreensões e capacidades subjacentes ao pensamento. Consequentemente, oferecer oportunidades para as atividades tanto mentais quanto físicas é uma implicação educacional básica [...] (LEFRANÇOIS, 2008, p.262).

Com isso, seu impacto sobre o currículo escolar e práticas pedagógicas desenvolvidas nas escolas, foi profundo e significativo, trazendo uma visão de ensino baseada na construção do conhecimento: a abordagem construtivista, onde considera o aluno o centro ativo no seu processo de descobrir e aprender, além das escolas lhes oferecerem diversas oportunidades de interação aluno/aluno e aluno/professor, valorizando uma sala de aula socialmente interativa, segundo (LEFRANÇOIS, 2008).

Diferentemente de Piaget, onde evidencia a equilibração como sendo suporte para o desenvolvimento cognitivo, ou seja, um processo mental que ocorre de dentro para fora, Lev Vygotsky (1896-1934), outro teórico cognitivista/construtivista, parte do pressuposto que, para tal desenvolvimento, é preciso levar em consideração o contexto sociocultural no qual o indivíduo esteja inserido, ou seja, a cognição não ocorre de forma independente destes fatores, afirma (MOREIRA, 1999).

Para corroborar com as ideias defendidas pelo autor supracitado, Vygotsky, segundo Lefrançois (2008), preocupa-se em sua teoria, enfatizar a cultura e a interação social no envolvimento da construção do conhecimento na mente humana. Para tal, o autor considera três pontos importantes e inerentes à teoria: a importância da cultura, o papel da linguagem e a relação educador e educando.

De modo geral, Vygotsky deixa claro que o desenvolvimento cognitivo se dá pela conversão de relações sociais em processos superiores mentais, em que esta ocorre por meio de uma mediação, ou seja, a internalização dos fatos externos é mediada por instrumentos, signos construídos pelas sociedades ao longo dos seus processos históricos e culturais, segundo (MOREIRA, 1999).

Nesse ponto, segundo o autor supracitado, no que se refere à educação, para Vygotsky, o papel fundamental do professor no ato de ensinar é de mediador, ou seja, de facilitar a aquisição de significados socialmente aceitos, num contexto de uma certa área do conhecimento, em que conseqüentemente o aluno irá captar tais significados e compartilhar socialmente o que realmente foi internalizado. Assim, os envolvidos no processo de ensino aprendizagem devem falar e tenham vez de falar, pois, sem interação social e sem mediações de significados, não há, como Moreira (1999) afirma, ensino, nem aprendizagem, tão pouco desenvolvimento cognitivo.

Finalizando, sobre a abordagem cognitivista, tem-se um outro representante bastante discutido ultimamente, David Ausubel (1968-1980), voltando-se a atenção para a aprendizagem, onde em sua teoria, é evidenciado não só a cognição como também experiências afetivas por quais passam os educandos. Desse modo, o que Ausubel vem nos mostrar é sobre uma aprendizagem significativa, tendo como fator primordial no processo de aprendizagem, o que o aluno já sabe, o que ele carrega de conhecimentos prévios em uma determinada área do conhecimento.

Logo, sobre a teoria significativa de Ausubel, Moreira (1999) defende que o papel do professor durante a mediação na aprendizagem, envolve quatro tarefas fundamentais, os quais são a identificação da estrutura conceitual de uma determinada área do conhecimento, identificação dos conceitos relevantes do conteúdo a ser ensinado, diagnóstico dos

conhecimentos prévios dos educandos sobre o conteúdo em questão bem como a utilização, durante o ensino, de recursos que facilitem a organização de sua estrutura cognitiva de modo a ocorrer a aprendizagem significativa.

Por conseguinte, a corrente humanista segundo Nunes e Silveira (2015), surgiu na metade do século XX, com o intuito de resgatar o estudo da subjetividade, enfatizando a pessoa como dotada de valores e capacidade de auto crescimento e autonomia. Assim, a principal fundamentação desta corrente é considerar o aprendiz como um ser em sua totalidade, evidenciando sua autorrealização, seu crescimento pessoal, onde o próprio sujeito é responsável por seu processo de aprendizagem, tornando-se um verdadeiro protagonista.

Nesta corrente, o representante mais significativo é Carl Ranson Rogers (1902-1987), onde, “sua abordagem teórica estendeu-se para diferentes áreas profissionais, entre elas a educacional, a organizacional e a comunitária, com ênfase no campo das relações interpessoais” (NUNES; SILVEIRA, 2015, p. 24). Desse modo, sua teoria de aprendizagem humanística nos mostra que a atividade docente só poderá ser eficaz, na promoção da aprendizagem, se esta influenciar o comportamento de seus alunos, corroborando com Moreira (1999), onde advoga que a facilitação da aprendizagem significativa se embasa nas qualidades atitudinais existentes na relação interpessoal professor e educando.

Corroborando com o autor acima, Nunes e Silveira vêm reforçar que:

Rogers propõe uma educação humanista que tenha como condição prévia a existência de professores (facilitadores, líderes) seguros de si e de seus relacionamentos, e confiantes na auto aprendizagem e na capacidade dos alunos no que tange ao pensar e ao sentir. Professores que incentivem a participação ativa do grupo no processo de planejamento das atividades em sala, oferecendo recursos didáticos e solicitando dos alunos que tragam suas contribuições [...] (NUNES; SILVEIRA, 2015, p.25).

Em suma, as teorias apresentadas aqui, fornecem uma diversidade de perspectivas no tocante ao entendimento sobre os caminhos que levam à aprendizagem, levando em consideração suas visões de mundo, partindo sempre sobre um olhar no indivíduo e como este constrói sua percepção do ambiente em que está inserido. É importante exaltar que todas elas direta ou indiretamente esperam que os educandos sejam direcionados a adquirirem mudanças de comportamento, independentemente de como são construídas suas subjetividades.

Além disso, suas influências sobre a Educação nos mostram uma aliança poderosa que põem em jogo o que se quer ensinar, como ensinar e o que aprender. Seguindo esta linha de pensamento, os seguintes autores abaixo, vem advogar que:

Conhecer o modo como os alunos constroem, elaboram e dão significado aos seus conhecimentos ajuda o professor a orientar sua prática pedagógica, respeitando as subjetividades dos alunos com seus níveis, ritmos e suas singularidades. Até, porque as estratégias utilizadas por eles para aprender estão relacionadas com a qualidade e a autonomia no aprendizado. (NUNES; SILVEIRA, 2015, p.11).

BNCC E PROJETO DE VIDA: PROPOSTAS, CONEXÕES E POSSÍVEIS EVIDÊNCIAS DE ALGUMAS TEORIAS DE APRENDIZAGEM

Sabe-se que, como já havia mencionado anteriormente neste trabalho, em 2014 foi sancionado o Plano Nacional da Educação (PNE), trazendo consigo, vinte metas que devem ser alcançadas até 2024, englobando todo o sistema básico da educação brasileira, e que para isto, estratégias foram traçadas onde, uma delas a criação da Base Nacional Comum Curricular, cuja versão final entregue em 2018, como sendo um documento normativo contendo um descritivo das competências e habilidades que os educandos desenvolverão ao longo de sua trajetória escolar.

Assim, como o próprio documento afirma, “todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE)”, (BNCC, 2018, p.7). Em outras palavras, o documento explicita com objetividade que os educandos devem desenvolver competências essenciais que servirão de base para a consolidação da formação de um sujeito capaz de atuar e exercer sua cidadania baseada em valores e atitudes dignas e preparação para o mundo do trabalho.

Para tanto, com base em suas orientações integradoras, é importante ressaltar que a BNCC, não é um currículo, mas uma ferramenta que vem para nortear e assegurar as aprendizagens essenciais, definidas para cada nível da educação básica, firmando assim o compromisso com a formação e desenvolvimento humano integral, alcançando desse modo, as dimensões socioafetivas dos indivíduos, (BNCC, 2018).

Por outro lado, diversas críticas remetidas ao seu pressuposto de promover equidade a todos os estudantes, apresentando-lhes um currículo homogêneo, vêm sendo tecidas, onde estudiosos da área defendem uma posição de que não é necessário que todas as escolas tenham o mesmo currículo, uma vez que os contextos são diferentes e, para uma aprendizagem significativa, estes devem fazer sentido, devem ser construídos para atender demandas específicas de cada lugar, segundo (LOPES, 2018). Entretanto, é necessário exaltar que o presente trabalho não tem o objetivo de aprofundar nos consensos e dissensos da BNCC, mas trazer um olhar voltado para suas competências e conexões possíveis com algumas teorias de aprendizagem.

Por conseguinte, a definição de competência atribuída pela base, como sendo um conjunto de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores, nos revela importantes elementos para a formação integral dos educandos, onde as dez competências gerais estabelecidas pela BNCC, abrem caminhos rumo a uma educação para o século XXI, dentre elas a competência 6 que visa:

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. (BNCC, 2018, p.09).

No que se refere ao Projeto de vida, tal competência torna-se o ponto central e bastante evidenciado na etapa do ensino médio, onde o documento nos apresenta uma perspectiva de uma escola acolhedora de juventudes, partindo do pressuposto que considerar as diversidades juvenis é “reconhecer os jovens como participantes ativos das sociedades nas quais estão inseridos, sociedades essas também tão dinâmicas e diversas” (BNCC, 2018, p.463).

Assim, o componente Projeto de Vida, implementado recentemente na estrutura curricular das escolas de ensino médio integral, segue seu eixo central em assegurar aos educandos uma formação que lhes proporcione definir o caminho que irá percorrer tanto nos estudos, trabalho como também direcioná-los a tomadas de decisões, escolhas, valores éticos e atitudes pautadas no respeito. Dessa maneira, estimular os alunos a projetar sua vida durante seu caminho escolar é fazer com que esses jovens acreditem que podem e devem fazer a diferença perante a sociedade, articulando seus desejos, habilidades, atitudes e valores éticos, afirmam (ZANELLA E TREVISOL, 2018).

Partindo dessas proposições evidenciadas sobre a BNCC e Projeto de Vida neste trabalho, fica claro que prováveis conexões com certas das teorias de aprendizagem se fazem implícitas, principalmente no que diz respeito à algumas competências estabelecidas pelo presente documento normativo, visando desempenhar práticas pedagógicas que contemplem uma aprendizagem possivelmente inserida nas dimensões comportamentalista, cognitiva e humanista, em cada nível de ensino, sem deixar de considerar também as diversas formas de aprender que cada educando necessita.

Nesse sentido, quando a competência geral 10 estabelece que é preciso o aluno agir de forma pessoal e coletiva com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência para tomada decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários, (BNCC, 2018), reflete uma conexão com a abordagem behaviorista skinneriana, pautada no que os alunos devem aprender, expressando suas aprendizagens através da aquisição de comportamentos observáveis, neste caso, agir de forma autônoma com base em ações desejáveis.

Contudo, a BNCC, numa ótica geral, traz também correlações com a teoria de Piaget, uma vez que esta considera a construção da cognição um processo decorrente do desenvolvimento do indivíduo, ou seja, Moreira (1999), reforça que indivíduos em sua faixa etária correspondente, apresentam comportamentos que condizem com essas características e que o ensino deve ser de forma compatível com o nível de desenvolvimento. Nessa perspectiva, nota-se que a estrutura da BNCC se funda em competências subdivididas para cada etapa de ensino, respeitando o processo de maturação para que se possa fundamentar a aprendizagem.

Outro teórico implicitamente presente no devido documento analisado é Vygotsky, com sua teoria sociointeracionista, parte da premissa que o conhecimento cognitivo não ocorre de forma independente dos contextos social, histórico e cultural, como reforça (MOREIRA, 1999), ou seja o processo de aprendizagem requer conversão das relações sociais em estruturas mentais superiores, utilizando ferramentas construídas pelas sociedades ao longo tempo, como signos e linguagem.

Nesse contexto as competências gerais 3, 4 e 5 da BNCC, evidenciam para o processo de aprendizagem, a valorização e participação das manifestações culturais, utilização de diferentes linguagens como meio de expressão e compreensão das tecnologias digitais para comunicação, notoriamente interconectados com a construção do conhecimento no educando dentro do seu contexto social, cultural e histórico, como visa a teoria de Vygotsky.

A valorização da diversidade de saberes e experiências culturais, inicialmente expostas na competência 6 do documento em questão, vem nos trazer uma correlação com a aprendizagem significativa proposta por Ausubel, onde sua teoria leva em consideração os diversos conhecimentos prévios já presentes em suas estruturas cognitivas. Logicamente, para o aluno desenvolver tal competência, é preciso inserir práticas pedagógicas que considerem seus saberes e suas experiências, meios de consolidação de uma aprendizagem significativa.

Por fim, o compromisso selado pela BNCC, por uma educação integral, demonstra pretensões voltadas para um desenvolvimento do ser como um todo, considerando os quatro pilares de educação propostos por Delors em 2010. Nesta perspectiva, a BNCC vem reforçar que:

[...] a Educação Básica deve visar à formação e ao desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva. Significa, ainda, assumir uma visão plural, singular e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades. (BNCC, 2018, p.14).

Desse modo, o referido documento, traz conexões em sua estrutura com a corrente humanista, representada por Rogers, onde “a aprendizagem centrada na pessoa é concebida como um meio de auto crescimento, de desenvolvimento da autonomia e da capacidade de criação e expressão” (NUNES; SILVEIRA, 2015, p.26). Neste caso, a educação integral proposta pelo referido documento leva em consideração a criança, o adolescente, o jovem e o adulto como sujeitos de aprendizagem que devem desenvolver competências para aprender a aprender, ter autonomia, conviver com as diferenças e diversidades com práticas de não discriminação e violência, previstas nas competências gerais 6,7,8, 9 e 10.

É importante evidenciar que o Projeto de Vida, implementado nas escolas de ensino médio integral, se torna o fio condutor para o desenvolvimento de práticas pedagógicas à luz das abordagens teóricas de aprendizagem, que visam criar condições para os estudantes ampliarem: seu autoconhecimento, potencializando suas habilidades; suas responsabilidades, vinculando-as aos comportamentos pautados em valores morais e éticos; sua cidadania, apresentando senso crítico e atitudes conscientes dentro de seu contexto social e seu preparo para o mundo do trabalho, almejando suas realizações profissionais, segundo as orientações estabelecidas pelo guia (PNLD, 2021).

A seguir, o quadro 1 abaixo, nos dá um apanhado geral sobre a BNCC, projeto de vida, suas propostas e possíveis conexões com algumas das teorias de aprendizagem expostas neste trabalho:

Quadro 1 - Panorama geral sobre BNCC, Projeto de Vida e possíveis teorias de aprendizagem.

Abordagens Teóricas de Aprendizagem	Principais Representantes	Competências Gerais da BNCC, (2018)	Componente Projeto de Vida
Comportamentalista	Skinner	10	Atitudes para escolhas conscientes e comportamentos desejáveis alinhadas aos valores morais e éticos.
Cognitivista/Construtivista	Piaget Vygotsky Auzubel	1; 3; 4 e 5	Desenvolvimento subjetivo e gradual dos educandos no contexto sociointerativo, socioemocional e significativo.
Humanista	Rogers	6; 7; 8; 9 e 10	Educação integral, pautada nos direitos humanos.

Fonte: Félix (2021)

Em suma, constituindo-se como uma ferramenta norteadora e servindo de base para o desenvolvimento de competências para o século XXI, a BNCC vem propor uma educação compromissada não só com a construção cognitiva, seguindo as áreas específicas do

conhecimento, mas também com um processo de ensino e aprendizagem que considerem o educando como um ser em sua totalidade, contemplando seu socioemocional e suas perspectivas para uma melhor qualidade de vida, através de metodologias que possivelmente possam estar conectadas com teorias de aprendizagem presentes na Psicologia, servindo de alicerce ao longo de todo o ensino básico.

Em seguida, será analisado um tema presente no livro didático do Projeto de Vida, aprovado pelo PNLD em 2021, no tocante as suas aproximações e distanciamentos com as possíveis teorias de aprendizagens evidentes nas competências gerais da BNCC que se deseja contemplar.

MEU CORPO E MINHA MENTE - MEUS CUIDADOS: BREVE ANÁLISE DESTE TEMA, CONTIDO NO LIVRO DIDÁTICO DE PROJETO DE VIDA SOB A ÓTICA DAS EVENTUAIS TEORIAS DE APRENDIZAGEM IMPLÍCITAS NA BNCC

A partir do que já foi discutido até aqui, torna-se importante resgatarmos o pressuposto fundamental da BNCC referente ao ensino médio, onde, além de firmar compromisso com um ensino integral de qualidade, faz um pacto em detrimento a uma escola, cujo papel é de acolhimento aos jovens do país. Assim, “considerar que há muitas juventudes implica organizar uma escola que acolha as diversidades, promovendo, de modo intencional e permanente, o respeito à pessoa humana e aos seus direitos” (BNCC, 2018, p.463).

Seguindo esta linha de pensamento, é válido afirmar que nesta perspectiva, os educandos são considerados protagonistas de seu próprio processo de escolarização, permitindo-lhes, segundo a BNCC, a construção de seus projetos de vida oferecendo-lhes nesse contexto, orientações para o desenvolvimento de competências e habilidades que permitirão não só sua preparação para o mundo do trabalho e cidadania, como também o seu aprimoramento como pessoa humana, dentro dos fundamentos da ética, autonomia e pensamento crítico.

Vale ressaltar que, ao considerar seu desenvolvimento humano pleno, espera-se que educando conheça, saiba lidar com seu corpo, seus sentimentos e emoções, para estabelecer relações intra e interpessoais baseadas no respeito a si próprio e nas diversidades de juventudes que se fazem presentes no espaço escolar, ferramentas indispensáveis para um bom convívio, sem o surgimento de diversas violências, preconceitos e discriminações.

Assim, através do decreto nº 30.505/2017, lançado pelo Governo do Estado de Sergipe, onde instituiu o ensino médio integral, estabelece o Projeto de vida como um dos componentes da parte diversificada da estrutura curricular escolar proposta pela BNCC e que vem, segundo

Oliveira (2021), com destaque central na escola, almejando a formação para a vida e para as competências do século XXI. Consequentemente, como componente curricular, tornou-se necessário a elaboração de seu livro didático, em que, segundo o guia do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), sua estrutura foi elaborada:

[...] com base nas diretrizes da reforma do Ensino Médio, cujo objetivo é promover uma trajetória escolar que faça sentido para os jovens, que seja capaz de engajá-los em ações transformadoras, estabelecendo diálogo efetivo com seus planos e realizações, ao mesmo tempo que desenvolva conhecimentos, habilidades, atitudes e valores com potencial de os capacitar para lidar com os desafios da sociedade contemporânea. (GUIA PNLD, 2021, p. 5).

Dessa forma, ainda de acordo com o guia, as obras didáticas destinadas ao Projeto de Vida, para serem aprovadas devem estar isentas de estereótipos, preconceitos e livres de quaisquer formas de discriminação, violência ou violação dos direitos humanos, com enfoque na argumentação e no desenvolvimento da competência geral 6, em que seus conteúdos estão divididos em três dimensões que objetivam criar oportunidades dos jovens a se conhecerem e a se fortalecerem, sendo elas: a dimensão pessoal, a cidadã e a profissional, PNLD (2021).

Convém evidenciar que o material didático que compõe o Projeto de Vida, estabelecido pelo guia PNLD, também deve estar pautado no protagonismo dos estudantes, incentivando vivências ligadas à sua identidade, questões sociais e culturais, além do cuidado com o corpo, meio ambiente, boas relações interpessoais e claro, aspirações e oportunidades para o mundo do trabalho. Como observado, é importante explanar que ao longo da construção de seus projetos de vida, toda a comunidade escolar deve estar engajada no pressuposto estabelecido pela BNCC, ou seja, transformar a escola em um espaço de acolhimento das juventudes, guia (PNLD, 2021).

Desse modo, foi escolhido um determinado conteúdo trabalhado em Projeto de Vida e presente no livro didático aprovado pela PNLD em 2021, para uma análise no que diz respeito as possíveis aproximações e distanciamentos com as teorias de aprendizagens aqui brevemente abordadas e supostamente correlacionadas com as competências gerais da BNCC.

O tema em questão foi escolhido por abordar a dimensão pessoal, pois torna-se importante a escola promover nos educandos um autoconhecimento, cuidando do corpo, se descobrindo como parte integrante e importante do meio em que estão inseridos, bem como identificando suas aspirações pessoais e profissionais, refletindo sobre suas atitudes, lidando com suas emoções, reforçam (CONDEIXA et al, 2020), ou seja, criando estratégias para superar as adversidades da vida, além de analisar sobre as maneiras como estão sendo estabelecidas suas relações com o próximo, evitando formas de violências e preconceitos.

A seguir, o quadro 2 vem nos trazer informações importantes sobre o tema: Meu corpo e minha mente: meus cuidados, numa perspectiva de observar nessa proposta, as competências sugeridas pela BNCC e explícitas no material didático adotado.

Quadro 2 - Informações sobre o tema escolhido

Componente: Projeto de Vida Nível de ensino: 1º ano – Ensino Médio Integral Livro didático (PNLD/2021) - Projeto de Vida: vivências e possibilidades (2020) Módulo/ Dimensão: Quem sou eu? Noção do conhecimento: Meu corpo e minha mente: meus cuidados Competências específicas: Linguagens e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias	
TEMAS DISCUTIDOS	COMPETÊNCIAS GERAIS A SEREM DESENVOLVIDAS
- O cuidado e respeito com o corpo; - As influências em rede; - O Cyberbullying e os impactos na vida social dos jovens; - Relações afetivas saudáveis; - Valores humanos; - Arte de tomar decisões	- Competência 6: trabalho e projeto de vida; - Competência 7: argumentação; - Competência 8: autoconhecimento e autocuidado; - Competência 9: empatia e cooperação - Competência 10: responsabilidade e cidadania.

Fonte: Condeixa et al (2020)

Levando em consideração as informações acima, no quadro a seguir foi possível observar no referido tema escolhido, dentro do componente Projeto de Vida, eventuais aproximações e/ou distanciamentos com algumas das teorias de aprendizagens discutidas neste trabalho e correlacionadas com a BNCC.

Quadro 3 - Panorama geral das aproximações/distanciamentos,
do tema escolhido do componente Projeto de Vida.

ABORDAGENS DE APRENDIZAGEM POSSIVELMENTE SUGERIDAS PELA BNCC	
- Abordagem Comportamentalista - Abordagem Cognitivista/Construtivista - Abordagem Humanista	
TEORIAS DE APRENDIZAGEM PRESENTES	NÍVEL DE APROXIMAÇÃO/DISTANCIAMENTO
- Teoria Behaviorista (Skinner)	Aproximado
- Teoria cognitivista/interacionista (Vygotsky)	Parcialmente aproximado
- Teoria cognitivista (Ausubel)	Parcialmente aproximado
- Teoria humanista (Rogers)	Muito aproximado

Fonte: Félix (2021).

Seguindo esse panorama, é notório observar que a base comportamentalista se sobressai de forma aproximada, no contexto do comportamento operante proposto por Skinner, em que tais competências a serem desenvolvidas requerem práticas intencionais e programadas, pois Nunes e Silveira (2015), reforçam que a eficácia na estruturação dos recursos externos, são os principais fatores da aprendizagem, neste caso, obtenção de comportamentos desejáveis como a responsabilidade, cidadania, empatia e cooperação.

Por outro lado, tanto a teoria de Vygotsky quanto a de Ausubel, se evidenciam numa visão parcialmente aproximada, porém importantes pois ambos estão entrelaçados com a construção cognitiva do educando, suas interações sociais e significativas, desenvolvidas no processo desta aprendizagem. Contudo, é notório que grande parte das competências a serem desenvolvidas no referido tema, já levam em consideração a sua interação social e os conhecimentos prévios dos educandos.

No tocante a teoria humanista de Rogers, é percebida uma forte aproximação no que se refere ao desenvolvimento integral do aluno, evidenciando as bases orientadoras para

a construção ao longo do ensino médio, dos seus projetos de vida, onde para tal, todas as competências elencadas para este tema se relacionam fortemente nos fundamentos da abordagem humanística proposta por Rogers. Nesse caso, desenvolver autoconhecimento, autocuidado, empatia e cooperação garantem aos educandos, segundo Nunes e Silveira (2015), no contexto humanístico, o desenvolvimento da autonomia, da capacidade de criação e expressão.

Assim, é notório que a proposta do Projeto de Vida tem o intuito de concretizar ao longo de todo o ensino médio, uma educação geradora de protagonistas, em que o estudante é o centro da aprendizagem, criando condições para o seu pleno desenvolvimento, deixando-o livre para manifestar seus sentimentos, escolher suas direções e tornar-se responsável por suas ações, afirma (MOREIRA, 1999).

Convém ressaltar que a dimensão pessoal escolhida para análise, se torna um fator primordial para trabalhar competências que exigem tanto do professor qualidades atitudinais para o estabelecimento de uma boa relação com seus alunos, reforça Moreira (1999), como também desses para com o professor e colegas ao redor, consequentemente promovendo um ambiente escolar mais seguro, harmonioso, respeitando as diversidades e desenvolvendo uma cultura de paz.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi exposto no presente trabalho, foi percebido que a BNCC, como sendo um documento normativo, vem para garantir os direitos de aprendizagem comum a todos os cidadãos inseridos no ambiente escolar do país, buscando desta forma traçar caminhos para uma educação igualitária e humana. Suas competências e habilidades estabelecidas, apresentam implicitamente, conexões com as abordagens teóricas de aprendizagem, no tocante a desenvolver práticas que facilitem o processo de escolarização dos educandos e o alcance de suas metas em questão.

De forma geral, observa-se que todo o contexto da BNCC se baseia na construção dos pilares da educação para o século XXI, proposta por Delors em 2010, onde a formação integral é o seu ponto central, salientando fortemente uma perspectiva de ensino com base nos direitos humanos, revelando uma conexão bem aproximada com a teoria de aprendizagem significativa no contexto humanístico, elaborada por Rogers.

Contudo, no decorrer de suas competências gerais, conexões com as abordagens comportamentalista, cognitivista/interacionista também foram evidenciadas, principalmente no que diz respeito as expectativas de desenvolvimento racional crítico e atitudes forjadas nos valores éticos e morais, direcionando os educandos a traçar seus projetos de vida para o desempenho não só da cidadania, mas como oportunidade de acesso ao mundo do trabalho.

Por fim, o componente curricular Projeto de Vida apresenta uma estrutura não conteudista, representada em seu livro didático elaborado pelo PNLD, com práticas que contemplam segundo o guia PNLD (2021), as três dimensões essenciais, para que os jovens inseridos no ambiente escolar sejam protagonistas de seu processo de aprendizagem, atingindo sua autonomia, desenvolvendo um socioemocional capaz de lhes assegurar boas relações interpessoais e oportunizando uma cidadania pautada em sua criticidade, apresentando assim, conexões evidentes das abordagens teóricas de aprendizagem explanadas no presente trabalho.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 15/04/2021.

BRASIL. **Decreto nº 30.505, 07 de fevereiro de 2017**. Disponível em: <https://segrase.se.gov.br/portal/visualizacoes/jornal/1397/#e:1397> Acesso em: 19/04/2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Plano Nacional de Educação PNE 2014-2024: Linha de Base**. Brasília, DF: Inep, 2015. 404 p. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/informacao-da-publicacao/-/asset_publisher/6JYIsGMAMkWL1/document/id/493812 Acessado em: 20/04/2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia Digital PNLD 2021: projetos integradores e projeto de vida**. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/escolha-pnld-2021-projetos> Acessado em: 18/04/2021.

CONDEIXA, D. G. OLIVEIRA, C. C. X. OLIVEIRA, R. C. X. CONDEIXA, M. C. G. **Projeto de Vida: Vivências e Possibilidades**. São Paulo: Joanninha, 2020. 208 p.

DELORS, J. **Educação um tesouro a descobrir**. Relatório para UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século NXXI. Brasília, 2010. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0010/001095/109590por.pdf>. Acesso em 20/04/2021.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da Aprendizagem: O que a velha senhora disse**. Tradução: Vera M. 5ª ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008. 479 p.

LOPES, A. C. Apostando na Produção Contextual do Currículo. In: AGUIAR, M. A. S. DOURADO, L. F. **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: Avaliação e Perspectivas**. Recife: ANPAE, 2018. 59 p. disponível em: <https://anpae.org.br/BibliotecaVirtual/4-Publicacoes/BNCC-VERSAO-FINAL.pdf> Acessado em: 24/04/2021.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: E.P.U, 1999. 201 p.

NUNES, A. I. B. L. SILVEIRA, R. N. **Psicologia da Aprendizagem**. 3ª ed. Ceará/Fortaleza: UECE, 2015.

OLIVEIRA, N. D. **Tempo integral e novo ensino médio**: aproximações e distanciamentos em Sergipe. Campina Grande: Realize Editora, 2021. p. 1775-1789. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/74309> Acesso em: 24/05/2021.

TEIXEIRA, M. L. T. FURTADO, O. BOCK, A. M. B. **Psicologias**: Uma introdução ao estudo de psicologia. 13ª ed. São Paulo: Saraiva, 2001. 368 p.

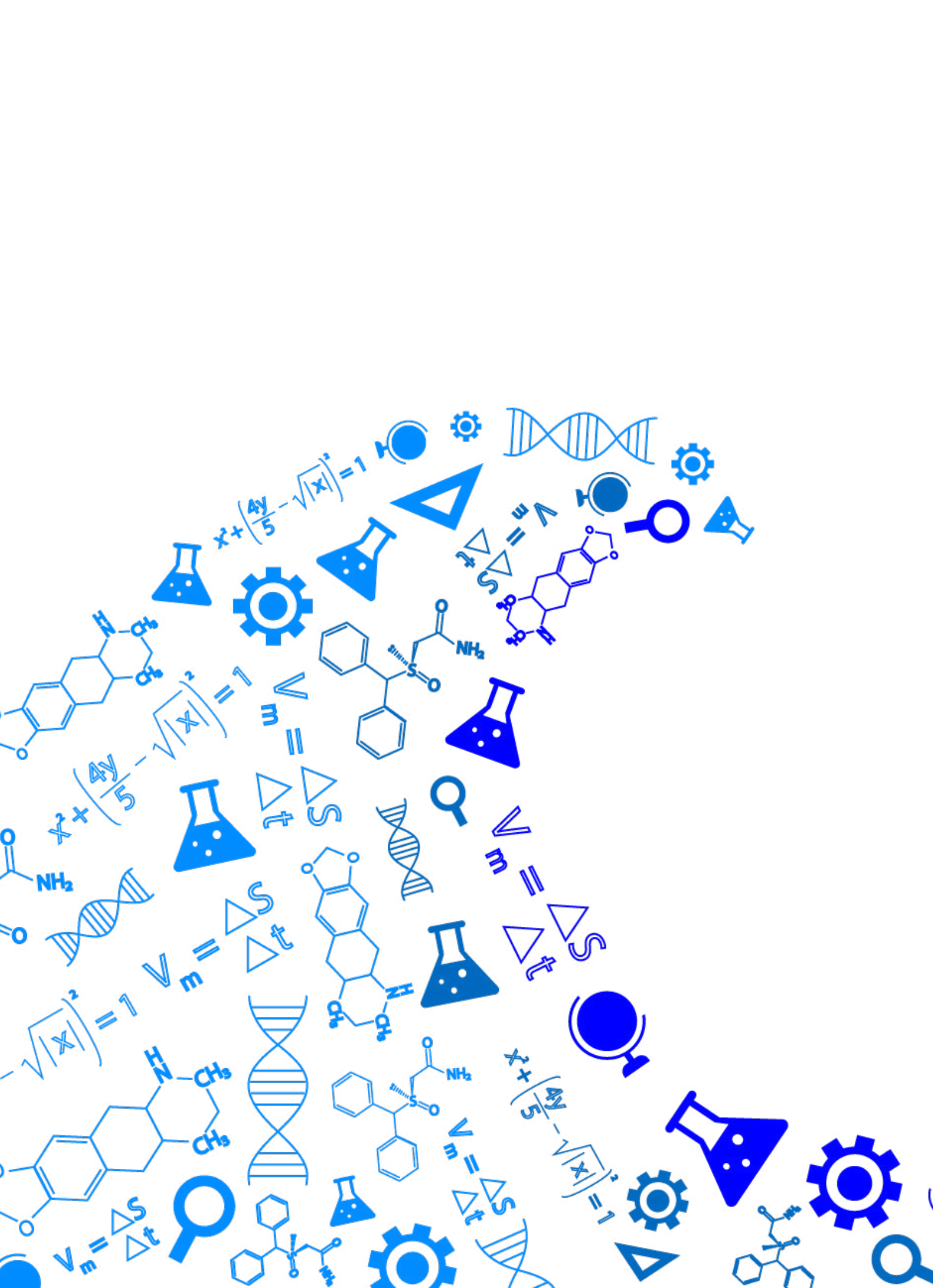
ZANELLA, T. TREVISOL, M. T. C. Projetos de Vida e Processos de Ensino-Aprendizagem: Compreensão dos alunos do ensino médio. **Cadernos de Educação**, v.17, n. 34, jan.-jun. 2018. Disponível em: <https://www.metodista.br/revistas/revistasmetodista/index.php/cadernosdeeducacao/article/view/8928> Acessado em: 28/04/2021.



CAPÍTULO 4

ANÁLISE DO CONTEÚDO ELETROQUÍMICA EM LIVROS DIDÁTICOS SOBRE O OLHAR DA PERSPECTIVA TEÓRICA DE VYGOTSKI





Thiago de Carvalho Menezes

*Mestrando no Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe
E-mail: thiago02@academico.ufs.br*

Laerte Silva da Fonseca

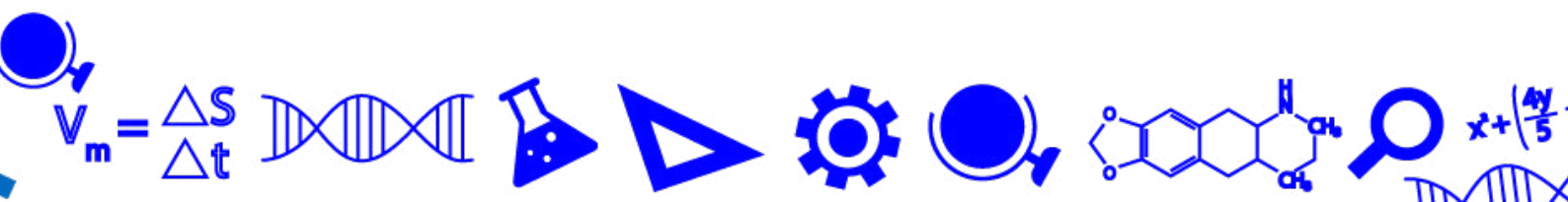
*Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS
Livre Docente pela Emil Brunner World University®
(EBWU, Miami, Flórida/EUA)
Docente no Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe
E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Pesquisas científicas apontam que as noções de eletroquímica são percebidas pelos estudantes como um desafio muito complexo. Entretanto, na contramão dessa observação, o fenômeno da eletroquímica encontra-se inserido no cotidiano desses alunos, mesmo que estes não percebam e passem a ignorar a sua compreensão no contexto educacional, representando desta maneira, uma decadência cognitiva na compreensão da realidade. Desse modo, partindo da perspectiva que a educação perpassa pelo desenvolvimento de informações e comportamentos, pode-se destacar que a aprendizagem passa por modificações ao longo dos anos, à medida que acompanha os avanços tecnológicos. Tomando como base as considerações supracitadas, neste capítulo, serão discutidos os principais aspectos da teoria vygotskyana. Além disso, buscou-se também verificar como seu entendimento corrobora para compreensão das dificuldades de aprendizagem da noção de eletroquímica. Por fim, foi realizada uma análise do conteúdo em tela nos livros didáticos selecionados no último PNLD, tendo em vista a teoria supracitada.

INTRODUÇÃO

A aprendizagem está inserida diariamente na vida dos indivíduos, seja no contexto escolar ou nas atividades inerentes ao seu cotidiano. Dessa maneira, Netto e Costa (2017), destacam que a aprendizagem pode ser conceituada, como um processo de aquisição de novas informações, obtidas a partir das experiências vivenciadas pelas pessoas, resultando em mudanças comportamentais que dependem de fatores imprescindíveis como: condições físicas, mentais, sociais e sensoriais para o seu desenvolvimento.



Diante dessa concepção, cabe salientar que a literatura apresenta diversas teorias sobre este “fenômeno”. Dentre as mais difundidas, pode-se destacar as ideias propostas por Lev Vygotsky, em sua teoria sócio-histórica. Entretanto, nota-se durante a apreciação de sua obra, que alguns aspectos importantes da sua teoria são pouco disseminados, talvez pela sua complexidade ou até mesmo por suas controvérsias. Pois, no acervo científico é possível encontrar divergências sobre a demarcação teórica do pensamento vygotskyano.

A teoria sócio-histórica de Vygotsky implica que o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos deve ser compreendido referenciando seu contexto social e cultural. Nesse sentido, infere-se que a capacidade cognitiva dos indivíduos se desenvolve em virtude da interação destes com o meio social. Para Moreira (2011), esse desenvolvimento é originado, exclusivamente a partir dos processos sociais.

Outra concepção sobre a teoria Vygotskyana é ressaltada por Marques (2015). Para o autor, essa teoria abrange o processo de desenvolvimento do indivíduo desde o seu nascimento. Isso ocorre devido aos princípios de apropriação dos significados culturais (interações socioculturais) que se encontram em seu contexto. Dessa forma, o sujeito biológico é convertido em sujeito humano por meio dessas interações. Com efeito, o autor destaca ainda que o desenvolvimento cognitivo, não é compreendido de forma unitária, deve-se considerar fatores do contexto social, cultural e histórico que o sujeito está inserido.

Em um contexto educacional as considerações teóricas de Vygotsky são exploradas, na maioria das vezes, de forma trivial, considerando apenas que o desenvolvimento intelectual do sujeito se concretiza à medida que ele interage com o meio social. Nessa perspectiva, grande parte dos docentes não conhecem com profundidade as ideias elencadas por este estudioso, principalmente, as que abrangem a definição dos termos “signo” e significado, bem como o processo de formação de conceitos.

Com efeito, a falta de compreensão acerca dos principais pontos da teoria de Vygotsky pode ocasionar barreiras quanto a sua aplicação. Sobre essa concepção Oliveira (1992), ressalta que é fundamental ultrapassar os impactos iniciais sobre a reflexão da educação no Brasil, decorrentes dessa teoria e buscar compreender de forma mais aprofundada seus posicionamentos.

Tendo em vista a concepção supracitada, torna-se necessário, no âmbito educacional, refletir em quais contribuições teóricas sustentam-se os processos de ensino. Segundo Coimbra (2007), existe necessidade de buscar articular as teorias com a prática educativa, denominando-a de relação dialética. Já para Pimenta e Lima (2004), as teorias exercem a função de luz, ou seja, oferece subsídios, caminhos (instrumentos e esquemas de investigação e análise) capazes de questionar as práticas institucionais, bem como as ações dos indivíduos. Além de possibilitar um

autoquestionamento acerca de sua estruturação, visto que, estas são consideradas explicações provisórias da realidade.

Para tanto, o objetivo deste estudo consiste em discutir os principais aspectos da teoria sócio-histórica de Vygotsky, bem como verificar de que maneira o seu entendimento corrobora para compreensão das dificuldades de aprendizagem da noção de eletroquímica. Também é objetivo deste trabalho analisar o conteúdo em destaque, presente em livros didáticos selecionados no último PNLD, sob o olhar da teoria supracitada.

Considerando os objetivos supracitados, busca-se tecer relações a respeito da seguinte problemática: qual a situação do ensino de ciências e matemática na Educação Básica, nos livros didáticos aprovados no último PNLD, considerando as aproximações e distanciamentos a partir da teoria sócio-histórica?

A TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA DE LEV VYGOTSKY

Esta seção, destina-se a discussão das contribuições teóricas proposta apresentadas por Vygotsky em seu modelo desenvolvimentista. Para tanto, ao longo do texto serão destacados os princípios (P) que norteiam esta teoria e consequentemente servirão de lentes para identificar se há aproximações ou distanciamentos nos capítulos dos LDs selecionados.

Baseando-se na concepção construtivista, o modelo teórico proposto por Vygotsky, tinha como objetivo investigar o desenvolvimento humano a partir do estudo da gênese (origem), da psicologia genética (consiste em estudar a infância para tentar compreender a formação de processos psíquicos mais complexos) ou seja, a evolução e formação dos processos psíquicos superiores da humanidade (NUNES & SILVEIRA, 2011).

Nesse sentido, de acordo com Moreira (2011), Vygotsky considerava impossível explicar como ocorre o processo de desenvolvimento cognitivo do indivíduo, sem fazer inferências ao seu contexto cultural e social, ou seja, sem a mediação social (P1). Para ele, o progresso das funções superiores¹³ do pensamento acontece por meio da assimilação dos “artefatos culturais” inseridos no âmbito social. Diante disso, Vygotsky propõe uma explicação para o desenvolvimento cognitivo baseando-se na perspectiva sócio-histórica, propondo uma relação dialética entre o sujeito e o meio. Dessa maneira, a medida que o meio influenciava o indivíduo, os sujeitos eram capazes de manipular o meio. Impulsionado por essa relação,

¹³ As funções superiores de acordo com Vygotsky estão relacionadas a vontade consciente do indivíduo, como expressar uma opinião.

Vygotsky insere em sua obra o entendimento sobre Instrumento Psicológico (IP). Para ele, o IP é responsável por intermediar o comportamento manifestado pelo indivíduo, criando uma ponte entre o estímulo-resposta (MOYSÉS, 1997).

De acordo com Vygotsky, a linguagem (P2) é o artefato cultural determinante para o desenvolvimento dos processos mentais. O autor ainda enfatiza que esse progresso ocorre por meio de três estágios: a fala social, que consiste em controlar o comportamento dos outros, a egocêntrica, que surge entre 3 e 7 anos e correlaciona-se com a fala social, ou seja com o comportamento de outros indivíduos e se esforça para obter uma orientação do seu próprio comportamento e a interior que consiste na indicação de consciência, organizar e dirigir nossos próprios pensamentos (NUNES & SILVEIRA, 2009). Além disso, é importante salientar que a linguagem perpassa por diversos aspectos de sua obra, representando o alicerce para o desenvolvimento das definições de signos, significado, instrumento e formação de conceitos.

O instrumento, enquanto elemento interposto da relação dialética entre o sujeito e o objeto, desenvolve-se a partir de operações cognitivas, ou seja, neste processo, o indivíduo cria cópias mentais de objetos físicos, que são constituídas por significados pessoais, possibilitando a atuação deste sobre a natureza. Contudo, de acordo com Vygotsky (1984), o instrumento tem a função de “servir como condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente, constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza.” (p.62). Ainda segundo o autor, os homens diferentemente dos animais, produzem instrumentos com objetivos específicos e armazenam-nos para serem utilizados futuramente.

Os signos ou instrumentos psicológicos por sua vez, “são constructos sociais que são interiorizados pelos indivíduos na íntegra” (SILVA & SILVA, 2019, p. 63). Desse modo, dirigem-se ao controle de ações psicológicas, seja de maneira individual ou coletiva. Sobre os signos e instrumentos Vygotsky (1984), destaca que:

A invenção e o uso dos signos como meio auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.) é análoga à invenção e uso dos instrumentos, só que agora no campo psicológico. O signo age como instrumento de atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho (p.59-60).

Por fim, a formação de conceitos perpassa pela compreensão da manipulação mental, ou seja, a construção de significados a partir dos processos cognitivos. De acordo com Vygotsky, a formação de conceitos ocorre em três fases, a saber: o pensamento por complexos, a agregação desorganizada e os conceitos potenciais (MOREIRA, 2011).

Com relação a essas etapas, pode-se distingui-las a partir do uso crescente do pensamento abstrato. Por exemplo, na fase de agregação desorganizada o signo não é compreendido fora das características do objeto, ou seja, não há como imaginar funções para o objeto. Diferentemente do pensamento por complexos, ao qual pode-se relacionar a função de objetos distintos entre si. Por fim, na última fase há a possibilidade de manipulação de cópias mentais de objetos recorrendo-se ao uso do pensamento abstrato. Entretanto, cabe salientar que a formação do conceito somente é concretizada quando a principal fonte de pensamento for a abstração (MOREIRA, 2011).

Além dos conceitos apresentados até aqui, Vygotsky destaca também uma das principais contribuições de sua teoria, os conceitos das zonas de desenvolvimento da aprendizagem dos indivíduos. Dentre eles pode-se ressaltar a Zona de Desenvolvimento Real (ZDR), que representa a capacidade que a criança tem em desenvolver alguma atividade sem precisar de ajuda. Após a assimilação do novo conteúdo, o indivíduo passa da ZDR para a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Este processo refere-se à aquisição dos novos conhecimentos aprendidos. Entretanto, antes de atingir a ZDP o sujeito perpassa pela Zona de Desenvolvimento Potencial (ZDPt) de aprendizagem, que consiste no intervalo entre ZDR e ZDP, ou seja, trata-se do tempo que a criança precisa para assimilar o novo conteúdo. Contudo, torna-se válido salientar que o processo de progressão da ZDPt para a ZDP necessita de uma situação de aprendizagem.

Sobre essas zonas de desenvolvimento Cascone (2009), explicita que:

O primeiro, chamado “nível de desenvolvimento real”, compreende as capacidades de a criança realizar suas tarefas no cotidiano, de forma autônoma. É a capacidade da criança em realizar atividades ou solucionar problemas sem a ajuda de outra pessoa. [...] nível de desenvolvimento proximal ou potencial, demarca aquilo que a criança consegue realizar com a ajuda de outras pessoas mais experientes. Neste nível a criança é capaz de realizar uma ação que não dominava (p. 21).

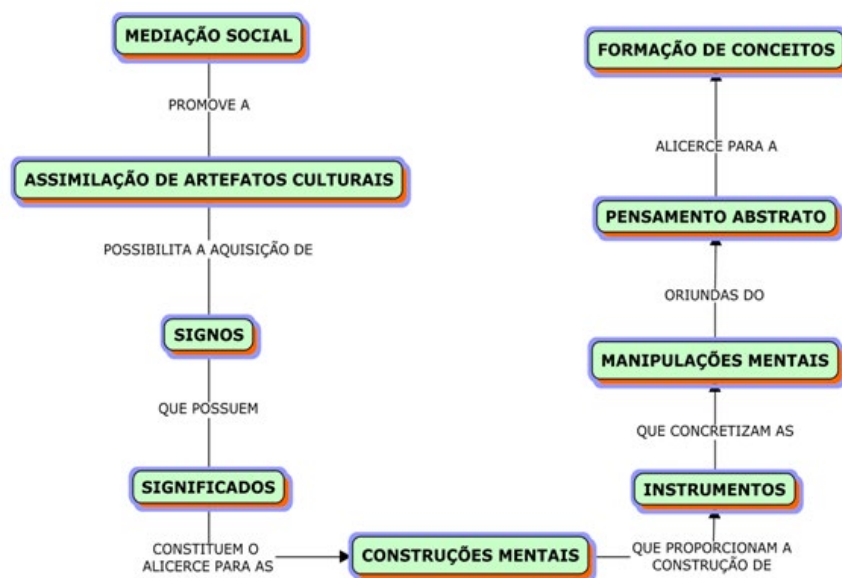
A análise dos conceitos em tela nos permite compreender que o trabalho pedagógico no âmbito escolar deve prever situações de aprendizagem que possibilitem os sujeitos irem além, ou seja, que possam realizar atividades além daquelas que executam de forma individual. É neste espaço de atuação que o professor assume o papel de mediador da aprendizagem, tendo como ponto de partida o contexto sócio cultural do estudante. Além disso, neste mesmo cenário reside também o potencial formativo da escola. Acerca das situações de aprendizagem Alves e Sforzi (2010), comentam que:

As passagens que os alunos vão fazendo ao se apropriarem dos conteúdos, antes desconhecidos, é que permitem o desenvolvimento das funções psicológicas superiores (memória, raciocínio, atenção, emoção, pensamento e imaginação) e estas por sua vez, potencializam a capacidade de generalização (p. 23).

Com efeito, a teoria Vygotskyana, determina que quanto mais signos e instrumentos o indivíduo aprende, maior é a sua capacidade de aprendizagem. Entretanto deve-se respeitar a zona de desenvolvimento proximal do sujeito (consiste na diferença entre o nível do que a pessoa pode fazer com a ajuda de outros e o nível das tarefas que pode fazer de forma individual) (NUNES & SILVEIRA, 2009).

Nesse sentido, a aprendizagem é caracterizada, pelo autor como processo relacionado aos conceitos espontâneos e científicos, ou seja, o aluno aprende a partir dos conceitos que já sabe, devolvendo ao professor, o que conseguiu captar. Já o docente, deve reagir ao aprendizado do estudante, incentivando e corrigindo, elaborando novos questionamentos e exigindo, tomando como base as limitações dos seus discentes. Nessa perspectiva, pode-se salientar que o ensino se torna concreto quando professor e aluno dividem significados aceitáveis para a sociedade (MOREIRA, 1999). Com efeito, a relação dos principais conceitos presentes na obra Vygotskyana são ilustrados na Figura 1.

Figura 1 - Relação das principais definições proposta por Vygotsky



Fonte: Os autores

OS OBSTÁCULOS DE APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE ELETROQUÍMICA

A área da ciência denominada Química é imprescindível para a compreensão dos fenômenos naturais, visto que ela está fundamentada no estudo das reações químicas e diversas transformações que ocorrem no meio ambiente (SILVA *et al.* 2019).

Dentre as reações químicas existentes pode-se destacar a reação de oxirredução (redox), que faz parte de diversos processos em nosso cotidiano, a saber em reações metabólicas do corpo ou ainda o processo de oxidação (enferrujamento) de qualquer material metálico, entre outras. A reação redox pode ser definida como processo de transferência de elétrons entre espécies químicas, de maneira que uma sofrerá redução (ganho de elétrons) e a outra oxidação (perca de elétrons) (BROWN, LEWAY & BURSTEN, 2005).

As reações redox, além de fazerem parte do cotidiano são importantes também para o setor econômico. Pois, de acordo com Silva *et al.*, (2019, p. 9), elas são “responsáveis pelo processo de transformação e obtenção de diversos produtos de valor comercial, como, por exemplo, a produção de soda cáustica e cloro, ambos produzidos a partir da eletrólise de uma solução aquosa de NaCl”. Outra aplicabilidade desses processos no dia a dia, consiste na confecção de pilhas e baterias. Dispositivos que se encarregam de converter a energia química, proveniente da reação redox, em energia elétrica (BROWN, LEWAY & BURSTEN, 2005).

Nesta ótica, as reações redox estão inseridas no conteúdo eletroquímica, área da química que segundo Zanoni *et al.* (2017, p. 663), “lida com reações químicas que envolvem corrente elétrica e potencial”. Entretanto, apesar de ser uma temática relevante para a formação dos indivíduos, este conhecimento científico é motivo de desinteresse devido a sua complexidade (SILVA & CINTRA, 2013). De acordo com Silva *et al.*, (2019), essa complexidade deve-se a utilização de termos técnicos no momento da abordagem deste conteúdo, ainda segundo o autor, é exigido do estudante um nível de abstração e imaginação elevado para a compreensão deste.

Nessa mesma linha de pensamento, Cunha (2012), destaca que a aprendizagem deste conteúdo, quando trabalhada pelo professor de forma mecânica e repetitiva, pode contribuir para o olhar negativo, para a falta de interesse e ainda desmotivar os discentes. Por fim, Diniz (2019), comenta que a memorização de definições e conceitos também contribui para as dificuldades, pois os alunos sentem dificuldade ao relacionar tais conhecimentos com a prática.

Com efeito, faz-se necessário a inserção de diferentes ferramentas de aprendizagem no âmbito educacional. Nesse sentido, o desenvolvimento de propostas de ensino, bem como a elaboração de recursos didáticos que possam auxiliar o processo de ensino aprendizagem, podem contribuir para minimizar as dificuldades de aprendizagem elencadas pelos discentes no que se refere a aquisição do conhecimento de eletroquímica. Dessa forma, repensando sua prática, o docente estará contribuindo para que o sujeito se aproprie do conhecimento científico de maneira crítica e reflexiva, corroborando também para suas ações futuras enquanto cidadão.

PARALELISMO ENTRE A TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA E AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE ELETROQUÍMICA: CONCEPÇÃO DE UMA MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA IDENTIFICAÇÃO DE TAREFAS RELACIONADAS AO CONTEÚDO EM TELA.

No tópico anterior, foram apresentadas, com base na literatura, as principais dificuldades de aprendizagem dos estudantes no que concerne ao conhecimento científico denominado eletroquímica. Nessa perspectiva, a teoria proposta por Vygotsky abrange o processo de desenvolvimento do indivíduo, desde o seu nascimento. Isso ocorre, devido aos princípios de apropriação dos significados culturais (interações socioculturais) que se encontram em seu contexto. Dessa forma, o sujeito biológico é convertido em sujeito humano por meio dessas interações. Com efeito, o autor destaca ainda que o desenvolvimento cognitivo, não é compreendido de forma unitária, deve-se considerar fatores do contexto social, cultural e histórico que o sujeito está inserido (MARQUES, 2015).

Nesse entendimento, considerando a teoria Vygotskyana, chama-se atenção para os seguintes princípios “Influência do social” (P1) e “Linguagem” (P2), pois possuem fundamental representatividade nas contribuições teóricas de Vygotsky e na caracterização da dificuldade de aprendizagem.

Considerando o escopo teórico desse campo do saber (teoria sócio-histórica) e as dificuldades de aprendizagem dos estudantes acerca da noção do conteúdo eletroquímica apresentadas pela literatura, buscou-se estabelecer relações para analisar de forma qualitativa as tarefas de química em livros didáticos aprovado no último PNLD.

Para tanto, foi elaborada uma matriz de referência, ilustrada no Quadro 1, com o intuito de apresentar um paralelismo entre o constructo teórico supracitado e as dificuldades de aprendizagem da noção de eletroquímica, bem como auxiliar na elaboração de uma escala para analisar tarefas escolares.

Quadro 1 - Matriz de referência para o rastreo de tarefas sobre a noção de eletroquímica.

Princípios de aprendizagem consideradas para análise	Quantidade de questões relacionadas as propriedades	Distribuição dos princípios de aprendizagem quanto ao nível de satisfação das tarefas	Classificação quanto ao nível de satisfação das tarefas
--	---	---	---

P_1, P_2		$P_1 \text{ e } P_2$	<i>Satisfatório</i> (maior probabilidade de aprendizagem)
		$P_1 \text{ ou } P_2$	<i>Pouco Satisfatório</i> (possibilidade de aprendizagem)
		Nem P_1 , nem P_2	<i>Não satisfatório</i>

Fonte: Os autores.

Essa matriz norteará as discussões e reflexões propostas nas seções seguintes, a fim de promover um diálogo acerca das características encontradas em cada um dos livros didáticos propostos pelo PNLD (2018) voltados para a área da ciência química. Nessa conversação, buscaremos identificar de maneira quantitativa, tarefas escolares que integram o LD da área supracitada e que contemplam as propriedades indicadas no Quadro 1.

Na seção a seguir serão apresentadas as tarefas que recrutam as propriedades de aprendizagem baseando-se na teoria sócio-histórica, proposta por Lev Vygotsky, aplicando-se assim a matriz de referência proposta para analisar cada um dos livros didáticos selecionados para este estudo.

ANÁLISE DO CONTEÚDO ELETROQUÍMICA EM LIVROS DIDÁTICOS A LUZ DA TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA

Tendo em vista a melhoria no processo de ensino aprendizagem, os docentes devem repensar sua prática de maneira constante. Desse modo, se faz necessário desenvolver recursos didáticos que possam favorecer este processo. Nesse sentido, o livro didático (LD), pode ser considerado recurso didático que, de acordo com Nicola e Paniz (2016), é utilizado com frequência na prática docente. Ainda segundo o autor, este dispositivo pode servir de guia para o professor, podendo este determinar qual o conhecimento científico deve ser trabalhado ou ainda salientar qual metodologia será utilizada.

Nesse contexto, para a seleção do material a ser analisado, considerou-se inicialmente os LDs aprovados pelo PNLD 2018. Posteriormente, foi selecionado o seguinte critério de escolha: o LD mais utilizado pelas instituições de ensino da Educação Básica do Estado de Sergipe e pôr fim a relevância e a quantidade de publicações acerca dos recursos didáticos (artigos, resumos, livros didáticos, E-books, entre outros), dos autores na área de conhecimento em destaque.

Com efeito, apoiados nos critérios de escolha elencados anteriormente, para a análise, foram selecionados dois LDs voltado para o ensino de química. O primeiro, intitulado: “Química cidadã vol. 3”, de autoria de Wildson Luiz Pereira dos Santos e Gerson de Souza Mól (essa escolha considerou a relevância e contribuições dos autores na área de química), já o segundo, apresenta como título: “Química: ensino médio vol. 2”, de autoria de Carlos Alberto Mattoso Ciscato, Luis Fernando Pereira, Emiliano Chemello e Patrícia Barrientos Proti. Nessa perspectiva, com relação ao primeiro LD, foram analisadas as tarefas referentes ao quinto capítulo intitulado: *Oxirredução e eletroquímica*. Já no segundo, a seção selecionada foi a 3, denominada: *As transformações químicas e a energia elétrica*. Em ambos os tópicos, buscou-se identificar a predominância dos princípios P1 e P2, presentes na teoria sócio-histórica, a fim de verificar como estes podem influenciar na aprendizagem dos discentes, acerca da noção do conteúdo em tela.

Nestes moldes, com relação a obra química cidadã vol. 3, pode-se observar que o capítulo cinco é dividido em 13 subseções. Entretanto, deste quantitativo, apenas 07 referem-se especificamente ao conteúdo eletroquímica. Nessas subseções, foi constatado um total de 66 tarefas, porém somente 18, 15% abrangem os princípios presentes na teoria sócio-histórica, conforme ilustrado no Quadro 2.

Quadro 2 - Matriz de referência após o rastreo das tarefas sobre a noção de eletroquímica, no livro Química cidadã, vol. 3.

Princípios de aprendizagem consideradas para análise	Quantidade de questões relacionadas as propriedades	Distribuição dos princípios de aprendizagem quanto ao nível de satisfação das tarefas	Classificação quanto ao nível de satisfação das tarefas
P ₁ , P ₂	12	P ₁ e P ₂	<i>Satisfatório</i> (maior probabilidade de aprendizagem)
	51	P ₁ ou P ₂	<i>Pouco Satisfatório</i> (menor possibilidade de aprendizagem)
	03	Nem P1, nem P2	<i>Não satisfatório</i>

Fonte: Os autores.

Com base no quadro anterior, pode-se destacar que dentre as questões citadas predomina a presença do P1 ou P2. Além disso, somente 12 dessas tarefas apresentam classificações satisfatórias para uma maior probabilidade de aprendizagem. Por fim, 03 delas não apontam como predominante nenhum dos princípios supracitados.

Nessa mesma linha de pensamento, no que se refere ao LD, Química: ensino médio vol. 2, pode-se salientar que o capítulo três é distribuído em 04 temas. Sendo todos relevantes ao conteúdo eletroquímica. Nesses tópicos, foi constatado um total de 49 tarefas, entretanto, somente 16, 32% abrangem os princípios presentes na teoria sócio-histórica, conforme destacado no Quadro 3.

Quadro 3 - Matriz de referência após o rastreio das tarefas sobre a noção de eletroquímica, no livro Química: ensino médio, vol. 2.

Princípios de aprendizagem consideradas para análise	Quantidade de questões relacionadas as propriedades	Distribuição dos princípios de aprendizagem quanto ao nível de satisfação das tarefas	Classificação quanto ao nível de satisfação das tarefas
P_1 , P_2	08	P_1 e P_2	<i>Satisfatório</i> (maior probabilidade de aprendizagem)
	41	P_1 ou P_2	<i>Pouco Satisfatório</i> (menor possibilidade de aprendizagem)
	0	Nem P_1 , nem P_2	<i>Não satisfatório</i>

Fonte: Os autores.

Tendo em vista os dados apresentados no quadro anterior, pode-se observar que dentre as tarefas citadas existe uma predominância pouco satisfatória, no que concerne a estruturação das questões, ou seja, apenas P_1 ou P_2 , encontram-se elencadas as mesmas. Outro fator a se destacar é que do total de exercícios, somente 08 apresentaram classificações satisfatórias, que possibilitam maior engajamento dos discentes, que podem corroborar para a promoção da aprendizagem da temática em tela.

Contudo, considerando o quantitativo de exercícios expostos nos respectivos capítulos dos LDs, pôde-se notar, a necessidade de uma maior exploração sobre um aporte teórico, especificamente nos princípios que regem a teoria sócio-histórica, na elaboração das tarefas sobre a noção do conteúdo eletroquímica presentes no LD.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria sócio-histórica salienta que a partir da mediação ocorre o que Vygotsky denomina de internalização de atividades, bem como os comportamentos de características socioculturais e históricas. Nesse sentido, são utilizados instrumentos e/ou signos para auxiliar o processo de conversão das relações sociais em funções mentais do indivíduo. Outra característica predominante baseia-se na linguagem que auxilia na evolução intelectual da humanidade e por sua vez pode ser explorada considerando três estágios, denominados por Vygotsky de: fala social, egocêntrica e a interior.

Com base nas principais características apontadas na teoria Vygotskyana e nas análises das tarefas sobre a noção do conteúdo eletroquímica presentes nos LDs selecionados, pode-se ressaltar que 80% das tarefas analisadas consideram apenas os princípios P1 ou P2 em sua estrutura. Nesse sentido, há uma possibilidade de menor engajamento entre os discentes, visto que, tais características favorecem o processo de formação de conceitos. Partindo desse entendimento, a ausência de um dos princípios na elaboração das tarefas poderá comprometer a aprendizagem dos estudantes, pois de acordo com Vygotsky, sem a influência social (P1) e a exploração linguagem (P2), o indivíduo não desenvolve seu cognitivo.

Nessa ótica, observa-se que a teoria sócio-histórica possui potencial para superar as dificuldades de compreensão da noção de eletroquímica, principalmente no que se refere a capacidade de abstração dos discentes. Além disso, nota-se também que as definições utilizadas por Vygotsky para signo, significado, bem como as etapas da formação de conceitos podem servir como base para os docentes, no que tange o processo de estruturação de planos de ensino, visando superar a dificuldade de conceber entidades abstratas, atribuindo a elas uma conduta distinta do mundo físico observável.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. E.; SFORNI, M. S. F. **Possibilidades de uso do livro didático com base na teoria histórico-cultural e nas diretrizes curriculares do estado do paraná**. Professores PDE e os desafios da escola pública Paranaense, vol. 1, p. 1-31, 2010.

BROWN, T. L.; LEMAY, H. E.; BURSTEN, B.E.; BURDGE, J. R. **Química: A ciência central**. 9. ed. São Paulo: Ed Pearson, 2005. 721p.

CASCONE, O. B. Organização do ensino e aprendizagem conceitual: possibilidades formativas no livro didático. 113 folhas. **Dissertação** (Mestrado em Educação) – Universidade de Maringá. Orientadora: Marta Sueli de Faria Sforni. Maringá, 2009.

CISCATO, C. A. M; PEREIRA, L. F; CHEMELLO, E. e PROTI, P. B. **Química**: ensino médio vol. 2. Editora Moderna, 1ª ed. São Paulo, 2016.

COIMBRA, C. L. A pesquisa e a prática pedagógica como um componente curricular do curso de pedagogia: uma possibilidade de articulação entre a teoria e a prática. **Tese de doutorado**, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

CUNHA, M. B. Jogos no ensino de química: considerações teóricas para sua utilização em sala de aula. **Revista Química Nova na Escola**, v. 34, n. 2, p. 92-98, 2012.

DINIZ, B. P. Experimentação no ensino de células galvânicas utilizando método JIGSAW. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Química em Rede Nacional) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2019.

MARQUES, N. L. R. **Teorias da aprendizagem**. 2015 Disponível em: <http://nelsonreyes.com.br/Esp_T_%20APRENDIZAGEM_2015_2.pdf> Acessado em: Jun. 2021.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2ª ed, 2011.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

NETTO, A. P. & COSTA, O. S. A importância da psicologia da aprendizagem e suas teorias para o campo do ensino-aprendizagem. **Fragments de Cultura**, Goiânia, v. 27, n. 2, p. 216-224, abr./jun. 2017.

NICOLA, Jéssica Anese; PANIZ, Catiane Mazocco. A importância da utilização de diferentes recursos didáticos no ensino de biologia. Infor, Inov. Form., Rev. NEaD-Unesp, São Paulo, v. 2, n. 1, p.350-375, 2016.

NUNES, A. I. B. L., SILVEIRA, R. N. **Psicologia da Aprendizagem**: processos, teorias e contextos. Brasília: Liber, 2009.

NUNES, A. I. B. L., SILVEIRA, R. N. **Psicologia da Aprendizagem** 2. ed. rev. – Fortaleza : EdUECE, 2011.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky: Alguns Equívocos na Interpretação de seu Pensamento. **Caderno de Pesquisa de São Paulo**. n. 81, p. 67-74, 1992.

PIMENTA, Selma Garrido & LIMA, Lucena Maria Socorro. **Estágio e Docência**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2004.

SANTOS, W. L. P. e MÓL, G. S. **Química cidadã**: volume 3: química: ensino médio, 3ª série 3. ed. São Paulo: Editora AJS, 2016.

SILVA, M. R. E.; CINTRA, E. P. Experimentação e simulações: contribuições para o ensino e aprendizagem das reações redox. **IX Congresso Internacional Sobre Investigación Em Didáctica De Las Ciencias**, Girona, 2013.

SILVA, A. C. C. Q. et al. A experimentação no foco da aprendizagem: ensinando eletroquímica de forma fácil e barata. **Conexões Ciência e Tecnologia Fortaleza/CE**, v. 13, n. 1, p. 8 - 14, mai. 2019.

SILVA, L. H. B. & SILVA, K. S. Um estudo sobre a teoria Vygotskyana e sua potencialidade de aplicação no ensino do modelo quântico da matéria. In. **Teorias da aprendizagem**: perfis de práticas no ensino de ciências e matemática. 1ª ed. Aracaju: Editora IFS, 2019. v. 1, 147p, p. 60-69, 2019.

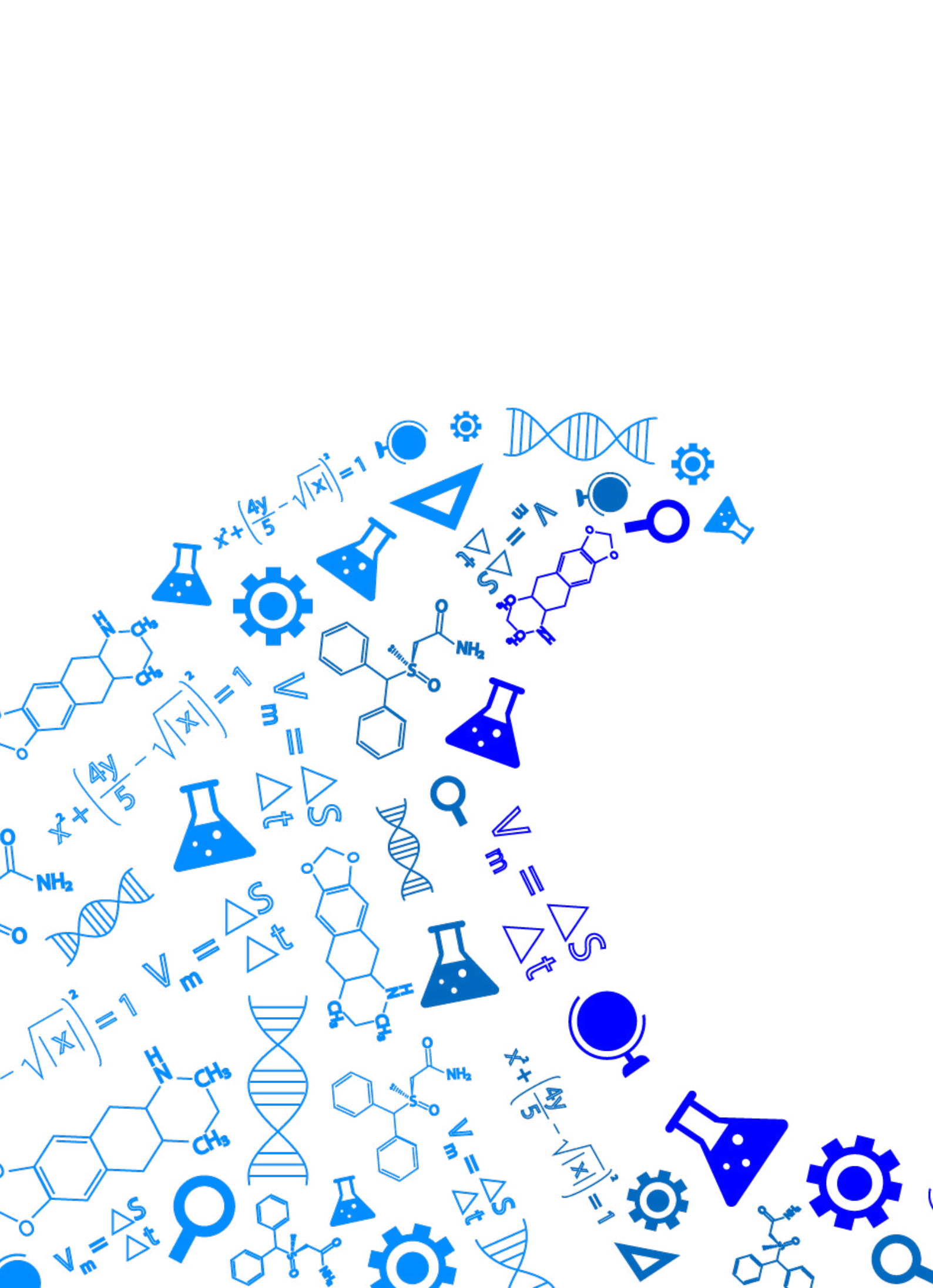
VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

ZANONI, M. V. B. et al. Panorama da eletroquímica e eletroanalítica no Brasil. **Quim. Nova**, Vol. 40, No. 6, 663-669, 2017.



[illegible]

A decorative background featuring a variety of mathematical and scientific icons. These include DNA double helix structures, chemical formulas such as $\frac{4y}{5} - \sqrt{|x|} = 1$ and $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, geometric shapes like triangles and circles, and symbols representing science and technology like flasks, gears, and a magnifying glass. The icons are rendered in a light blue, sketchy style.



Alessandra Auxiliadora de Souza Conceição

*Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências,
Escola de Engenharia de Lorena – Universidade de São Paulo
E-mail: alessandra11742270@usp.br*

Cinara Monteiro Calderaro

*Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências,
Escola de Engenharia de Lorena – Universidade de São Paulo
E-mail: cinaracalderaro@usp.br*

Luísa Miranda Nunes da Costa Ignácio

*Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências,
Escola de Engenharia de Lorena – Universidade de São Paulo
E-mail: luisaignacio.c@usp.br*

Roberta Veloso Garcia

*Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências,
Escola de Engenharia de Lorena – Universidade de São Paulo
E-mail: robertagarcia@usp.br*

Estaner Claro Romão

*Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências,
Escola de Engenharia de Lorena – Universidade de São Paulo
E-mail: estaner23@usp.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este texto apresenta resultados e análises da aplicação de um projeto que utilizou os jogos matemáticos como facilitadores do processo de aprendizagem de números racionais em uma turma de 6º ano de uma escola privada no município de Porto Real, no interior do estado do Rio de Janeiro. O intuito do projeto foi facilitar a percepção dos números racionais, proporcionar vivência dos conteúdos matemáticos na prática, apresentar o conteúdo de forma lúdica e instigar o interesse e curiosidade dos estudantes, assim como tornar o momento de aprendizagem dinâmico. Ademais, buscou-se facilitar o processo da aprendizagem durante o período de distanciamento social devido a pandemia do coronavírus (SARS-CoV-2). A aplicação dos jogos virtuais se deu por meio do site escola.britannica.com.br que contemplavam habilidades matemáticas exigidas pela Base Nacional Comum Curricular, as quais os estudantes apresentaram maior dificuldade de aprendizado. Ocorreram dois encontros na plataforma de reuniões Microsoft Teams de forma síncrona, com a participação de 12 estudantes voluntários, de uma turma de 25 alunos, efetivando um grupo de controle. O desempenho dos alunos foi avaliado inicialmente pela prova trimestral e, posteriormente, pela avaliação final, com questões similares. Os resultados analisados mostraram uma melhora significativa no aproveitamento dos estudantes, sendo que os participantes do projeto



atingiram um percentual maior de acertos. Observou-se que a utilização de jogos, como estratégia de ensino, facilitou o entendimento de conceitos matemáticos e auxiliou na consolidação dos conteúdos. O que corrobora a premissa que os jogos aproximam os estudantes, promovendo aprendizagem colaborativa dos assuntos abordados. Pode-se dizer que os jogos são ferramentas eficientes para auxiliarem no processo de aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Desde muito cedo conhecimentos matemáticos são introduzidos no cotidiano de nossos estudantes. No início da vida acadêmica, durante a pré-escola, atividades que auxiliem o desenvolvimento de habilidades como “identificar e registrar quantidades por meio de diferentes formas de representação” (BRASIL, 2017, p. 55) já são conduzidas pelo professor.

O fazer matemática vai muito além de o simples reproduzir algo já formulado, refere-se ao ato de investigar, formular e resolver. Neste sentido, Almeida Junior descreve que

fazer Matemática está ligado intrinsecamente com a sua investigação. Não se consegue fazer Matemática sem praticá-la, [...] a valorização da formulação de perguntas e conjecturas, dos testes para validação, além da capacidade de argumentação sobre as conjecturas validadas (ALMEIDA JUNIOR, 2015, p. 3).

Atualmente, é percebida uma frequente dificuldade de compreensão e formulação de conceitos pelos estudantes. O papel do professor nesse contexto vai muito além de somente transmissão de conceitos teóricos matemáticos, ele passa a ser incentivador do pensamento crítico, da capacidade de contextualização de problemas reais, da colaboração e da tomada de decisão, habilidades essas fundamentais para a formação acadêmica (ACOSTA, 2016).

A forma como se ensina e aprende esses conteúdos e conceitos têm se modificado com o passar dos anos, no qual novas formas de ensinar estão sendo introduzidas no ambiente escolar buscando facilitar esse processo. Segundo Paiva (2016), é simples e cômodo que continuemos a seguir as diretrizes já estabelecidas de como ensinar, visto que mudar é sempre difícil, logo é mais fácil continuarmos a seguir o que já sabemos.

A pandemia do coronavírus (SARS-CoV2) exigiu que as escolas, professores e estudantes se adaptassem ao contexto de distanciamento social imposto ao momento. Discussões sobre como continuar a rotina escolar foram abordadas e estabeleceu-se a continuidade das aulas de forma remota, com atividades síncronas e assíncronas. Mas, como abordar conceitos matemáticos de forma remota, que motivem os alunos e que torne o processo de ensino-aprendizagem ainda eficiente?

Conteúdos estabelecidos para serem trabalhados no 6º ano, como números racionais, suas características e operações, são facilitados com a utilização de demonstrações e apresentações lúdicas. Porém, no contexto de distanciamento social, novas alternativas foram propostas a fim de facilitar o processo de ensino de tais conceitos. A utilização de jogos em sala de aula é uma das estratégias usadas para facilitar este processo e dar ao professor um papel de mediador das atividades (GRANDO, 2004) beneficiando assim o processo de investigação, formulação e resolução de problemas.

Assim, este trabalho visa apresentar aspectos facilitadores para a percepção dos números racionais e proporcionar vivência dos conteúdos matemáticos na prática, além de apresentar o conteúdo de forma lúdica e instigar o interesse e a curiosidade dos estudantes, assim como tornar o momento de aprendizagem mais dinâmico.

MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho possui uma abordagem quantitativa, qualitativa e de natureza aplicada, pois envolve um problema que considera uma situação real e a busca por solucioná-lo. Quanto aos objetivos, podemos caracterizá-lo como explicativo, visto que se busca aprofundar conceitos e determinar os fatores envolvidos no processo. Do ponto de vista dos procedimentos denomina-se pesquisa experimental, uma vez que as variáveis podem ser manipuladas e se pode demonstrar como se alcançou o objetivo (PRODANOV; FREITAS, 2013).

A aplicação do projeto ocorreu no terceiro trimestre do ano de 2020, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental (anos finais), composta por 25 estudantes, mas com participação voluntária e no contraturno às aulas regulares, que devido ao distanciamento social foram realizadas por meio da plataforma *Microsoft Teams*.

Tabela 1 - Habilidades da BNCC e conteúdos considerados no projeto para disciplina de matemática.

Habilidades BNCC	Conteúdo Específico
(EF06MA07)	Identificar frações equivalentes.
	Identificar frações e encontrar a forma irredutível.
(EF06MA10)	Adição e subtração de frações.

(EF06MA02)	Comparação entre números decimais.
	Arredondamento de números decimais.
(EF06MA11)	Adição e subtração de números decimais.
	Multiplicação de números decimais.

Fonte: Análise dos autores com base nas habilidades da BNCC (BRASIL, 2017).

É importante destacar o envolvimento da equipe diretiva e da coordenação da escola no projeto, pois o envolvimento de todos os interessados em um ensino de qualidade e que envolva novas metodologias de ensino é fundamental para o aprimoramento das técnicas utilizadas. Neste sentido, foram analisados os conteúdos que seriam trabalhos no período em conjunto com as habilidades apontadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Após a análise dos resultados da prova trimestral da turma, foi possível listar os conteúdos que os estudantes apresentavam maior dificuldade de compreensão. Assim, os conteúdos selecionados para a aplicação do projeto foram trabalhados previamente em aula expositiva e com auxílio da apostila utilizada pela escola. Os conteúdos e habilidades que foram trabalhos no projeto estão apresentados na Tabela 1.

Uma vez conhecidos os conteúdos que os estudantes apresentavam mais dificuldades, foi realizada uma pesquisa sobre os jogos online que contemplassem as habilidades listadas, com o objetivo de facilitar a compreensão e aprendizagem. Foram encontrados seis jogos no *site escola.britannica.com.br* que poderiam ser aplicados ao grupo de controle, composto pelos estudantes voluntários.

A equipe de coordenação da escola enviou aos responsáveis, por meio de um grupo no aplicativo de mensagens instantâneas *WhatsApp*, um comunicado com a data e horário de realização do primeiro encontro com os estudantes para a apresentação do projeto, assim como a aplicação dos jogos.

Nesse primeiro encontro, realizado em outubro de 2020 por meio do aplicativo *Microsoft Teams*, com a equipe habitual da turma, 10 estudantes participaram. Todos os jogos foram realizados em conjunto, por meio da “apresentação de tela” de cada participante.

A Tabela 2 mostra quais habilidades foram trabalhadas em cada um dos jogos realizados durante o encontro e a Figura 1 ilustra o perfil dos seis jogos adotados no projeto. Os links para os jogos podem ser encontrados no Anexo A.

Tabela 2 - Jogos aplicados com os estudantes.

Descrição do jogo	Habilidade trabalhada (BNCC)
1 - Atravessar o avatar por um riacho pisando somente em troncos com frações que fossem equivalentes/reduções da fração mostrada no cartaz inicial.	Identificar frações equivalentes (EF06MA07)
	Identificar frações e encontrar forma irredutível (EF06MA07)
2 - Colocar os contêineres contendo adições e subtrações de fração na embarcação correta, embarcações essas que têm opções de resultados fracionários.	Adição e subtração de frações (EF06MA10)
3 - Comparar os números decimais que estavam estampados nos containers para que então estes fossem colocados nas embarcações contendo o sinal correspondente ($=$, $>$, $<$).	Comparação entre números decimais (EF06MA02)
4 - Blocos com números decimais eram disponibilizados em uma esteira rolante, em que era preciso selecionar o bloco cujo arredondamento fosse correspondente ao número apresentado.	Arredondamento de números decimais (EF06MA02)
5 - Uma locomotiva apresentava alguns vagões com respostas de adições e subtrações de números decimais. O objetivo era selecionar o vagão que continha a resposta correta ao cálculo apresentado na placa da estação.	Adição e subtração de números decimais (EF06MA11)
6 - O jogo sobre multiplicação de decimais tinha como objetivo selecionar o vagão que continha o produto da multiplicação apresentada na placa da estação.	Multiplicação de números decimais (EF06MA11)

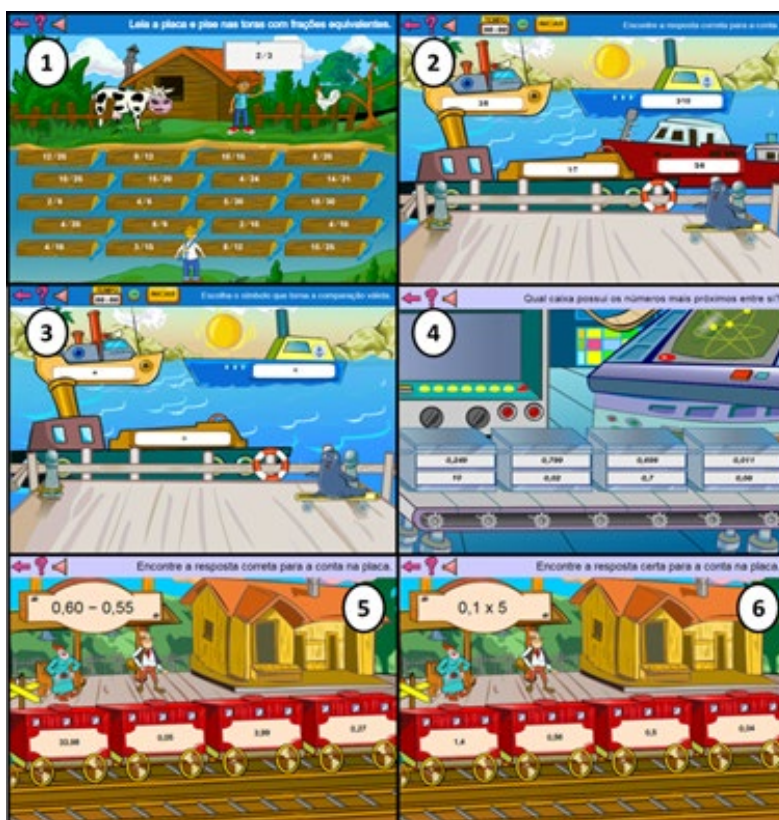
Fonte: Análise dos autores baseado nos jogos do site escola.britannica.com.br.

O segundo encontro também foi marcado no contraturno das aulas, em novembro de 2020, também por meio do aplicativo *Microsoft Teams*, com a mesma equipe, no entanto, desta vez com participação de mais 2 estudantes voluntários, além dos 10 que já haviam participado do encontro anterior. Os jogos foram aplicados novamente com objetivo de reforçar as habilidades contempladas.

Após a aplicação dos jogos em aulas complementares foi elaborado um questionário final, similar à prova trimestral utilizada como avaliação inicial do projeto (vide Anexo B).

As questões foram disponibilizadas em quatro dias diferentes devido ao calendário escolar que impossibilitava a aplicação em um único dia. Este questionário foi respondido por todos os estudantes da turma, sendo possível uma comparação entre os alunos que participaram do projeto e os demais, considerado grupo de controle.

Figura 1 - Telas dos jogos aplicados durante o projeto.



Fonte: *escola.britannica.com.br*

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considerou-se como ponto principal deste trabalho facilitar a aprendizagem dos números racionais, com o propósito de aproximar os estudantes da vivência matemática de forma lúdica e dinâmica.

Salienta-se que devido ao distanciamento social imposto pela pandemia do coronavírus (Sars-CoV-2) as aulas foram realizadas de forma remota, o que interfere diretamente na participação dos estudantes em todas as atividades escolares, e por consequência, na realização deste projeto.

Os jogos foram aplicados em dias e horários alternativos, para além do calendário escolar, no contraturno das aulas regulares, o que influenciou na participação dos estudantes nos dois encontros realizados, com média de participação de 44% da turma.

Para a análise considerada neste projeto foi importante ter acesso as avaliações realizadas pelos alunos antes da aplicação do mesmo e, neste caso, tais provas são denominadas “provas de referência”. A prova que continha o assunto em questão, “Números Racionais”, havia sido aplicada no segundo trimestre pela professora da turma. É importante destacar que, nesta ocasião, os alunos ainda não tinham tido acesso ao projeto. A análise do rendimento dos alunos e eficiência do projeto foi realizada por meio da comparação da prova de referência e do questionário aplicado após o projeto.

Antes de discutirmos o projeto, é importante destacar que dos estudantes que participaram da aplicação do projeto, seis ficaram com rendimento abaixo de 70% na prova de referência, sendo que 70% é a média mínima esperada nas avaliações da escola. A média da turma, com todos os estudantes, ficou em um percentual de 74% de rendimento.

Durante a aplicação dos jogos foram observadas dificuldades dos estudantes nos momentos iniciais, fazendo-se necessária a retomada de alguns conceitos como adição e subtração de frações, frações irredutíveis e equivalentes, e multiplicação de decimais, para que fosse possível a continuidade da atividade.

Foi realizada inicialmente uma roda de conversa com partilha de conhecimentos entre os estudantes, em que eles explicaram os conteúdos que estavam sendo tratados, bem como o objetivo do jogo. Neste momento os jogos foram projetados na tela da reunião e jogados de forma colaborativa para que todos pudessem entender a proposta. Durante a aplicação dos jogos alguns estudantes apresentavam dúvidas sobre como realizar as operações e, prontamente, os colegas se dispuseram a ajudar, além de compartilhar seus resultados. A atividade seguiu de forma dinâmica e participativa, aproximando os estudantes e favorecendo a troca de saberes.

Na segunda aplicação o grupo contou com o apoio de mais dois estudantes que relataram interesse ao ver a empolgação dos colegas com a atividade. Os mesmos jogos foram aplicados e todos demonstraram facilidade em realizá-los, sem a necessidade de explicações iniciais.

Após o segundo dia de realização dos jogos buscou-se uma forma de aplicação das questões que serviriam como avaliação final. Foram atribuídos valores às questões para incentivar a devolutiva dos estudantes e, então, enviadas em blocos de três questões a todos os alunos da turma por meio do aplicativo da agenda eletrônica da escola.

Mesmo com o valor atribuído às questões na média trimestral, não houve a devolutiva esperada, somente 14 estudantes devolveram todas as questões, equivalente a 56% da turma, dos quais 8 participaram do projeto.

A Tabela 3 apresenta uma comparação entre a prova de referência e a avaliação após a aplicação do projeto em percentual do aproveitamento dos estudantes em cada uma das questões. Todas as questões aplicadas na avaliação final contemplam as mesmas habilidades da prova de referência. A proporção de acertos é dada pela razão entre a quantidade de acertos e a quantidade de respostas dadas.

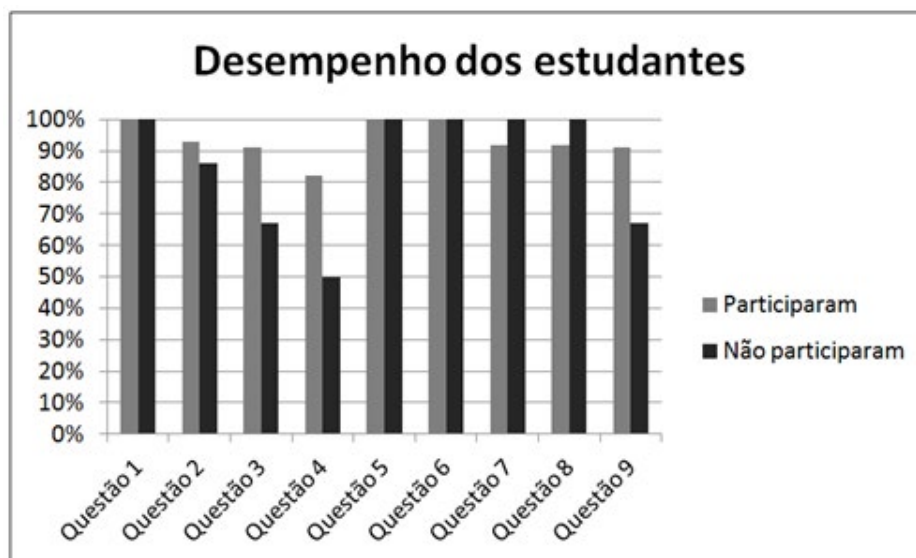
Tabela 3 - Comparação entre o percentual de aproveitamento na prova de referência e na avaliação final.

Número da Questão	Prova de Referência	Avaliação Final
01	80%	100%
02	82%	90%
03	65%	82%
04	67%	71%
05	85%	100%
06	75%	100%
07	65%	94%
08	70%	94%
09	75%	82%

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se, portanto que houve uma melhora no aproveitamento dos estudantes, corroborando a ideia inicial de que a utilização de jogos pode ser um facilitador no processo de ensino e aprendizagem. Destaca-se que, ao avaliarmos questão a questão da avaliação final (no caso em 7 das 9 questões), o rendimento dos alunos que participaram do projeto foi mais satisfatório que os que não participaram (Vide Figura 2).

Figura 2 - Comparação de desempenho entre os estudantes que participaram e que não participaram da aplicação do projeto.



Fonte: Dados da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Novas metodologias de ensino vêm sendo estudadas a décadas, fato este que não se deve somente às necessidades dos alunos da atualidade, mas também da importância da escola em estar cada vez mais atualizada e próxima às necessidades da sociedade. Mas como tornar o ensino de determinados conceitos matemáticos mais dinâmico e interessante para os alunos? Para responder a esta pergunta, foi levado em consideração o fascínio por jogos que a humanidade sempre demonstrou durante toda a história. Os jogos têm a capacidade de promover a interação entre pessoas e trazer à tona o sentido de superação de desafios.

A proposta deste trabalho foi utilizar jogos como facilitador ao processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática “Números Racionais”. Os jogos, como dinâmica auxiliar nas aulas, facilitaram o entendimento de conceitos matemáticos, além de apresentá-los de forma lúdica e dinâmica aos estudantes e auxiliou na consolidação de conteúdos anteriormente estudados em aulas expositivas. A participação ativa dos estudantes durante a atividade corrobora a premissa que os jogos aproximam os estudantes, uns dos outros e dos assuntos que abordam.

Durante as aplicações do projeto observou-se como os jogos podem trazer os estudantes para o centro do processo de aprendizagem, apropriando-os do seu próprio desenvolvimento. Destaca-se, portanto, que os jogos são ferramentas eficientes para auxiliar o processo de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ACOSTA, Otavio Costa. **Recomendação de conteúdo em um ambiente colaborativo de aprendizagem baseada em projetos**. 2016. 115 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Cap. 7, 2016. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/148295>. Acesso em: 29 nov. 2020.
- ALMEIDA JUNIOR, C. A. A. **A investigação matemática como uma prática didático-pedagógica: um estudo de caso com dois professores do Ensino Médio**. Espírito Santo, 2015.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília: MEC/ CONSED/UNDIME, 2017.
- BRITANNICA DIGITAL LEARNING. Jogos. **Britannica Escola**. Disponível em: <https://escola.britannica.com.br/se%C3%A7%C3%A3o/jogos/2100/2110>. Acesso em: 29 nov. 2020.
- GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. Coleção Pedagogia e Educação. São Paulo: Paulus, 2004.
- PAIVA, Thiago Yamashita. **Aprendizagem Ativa e Colaborativa: uma proposta de uso de metodologias ativas no ensino da matemática**. 2016. 53 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Curso de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, Cap. 6, 2016. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/21707>. Acesso em: 29 nov. 2020.
- PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: método e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2ª Ed. Rio Grande do Sul: Ed. Feevale, p. 275, 2013.

ANEXO A - LINKS DOS JOGOS E QUESTÕES RELATIVAS

Links	Questões Relativas (Anexo B)
Redução de Frações https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_4_18/index.html	1 e 2
Adição e Subtração de Frações https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_4_21/index.html	3 e 4
Comparação de Decimais https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_4_22/index.html	5
Comparação de Decimais https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_6_21/index.html	6
Adição e Subtração de Decimais https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_3_10/index.html	7 e 8
Multiplicando Decimais https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_6_16/index.html	9

ANEXO A - LINKS DOS JOGOS E QUESTÕES RELATIVAS

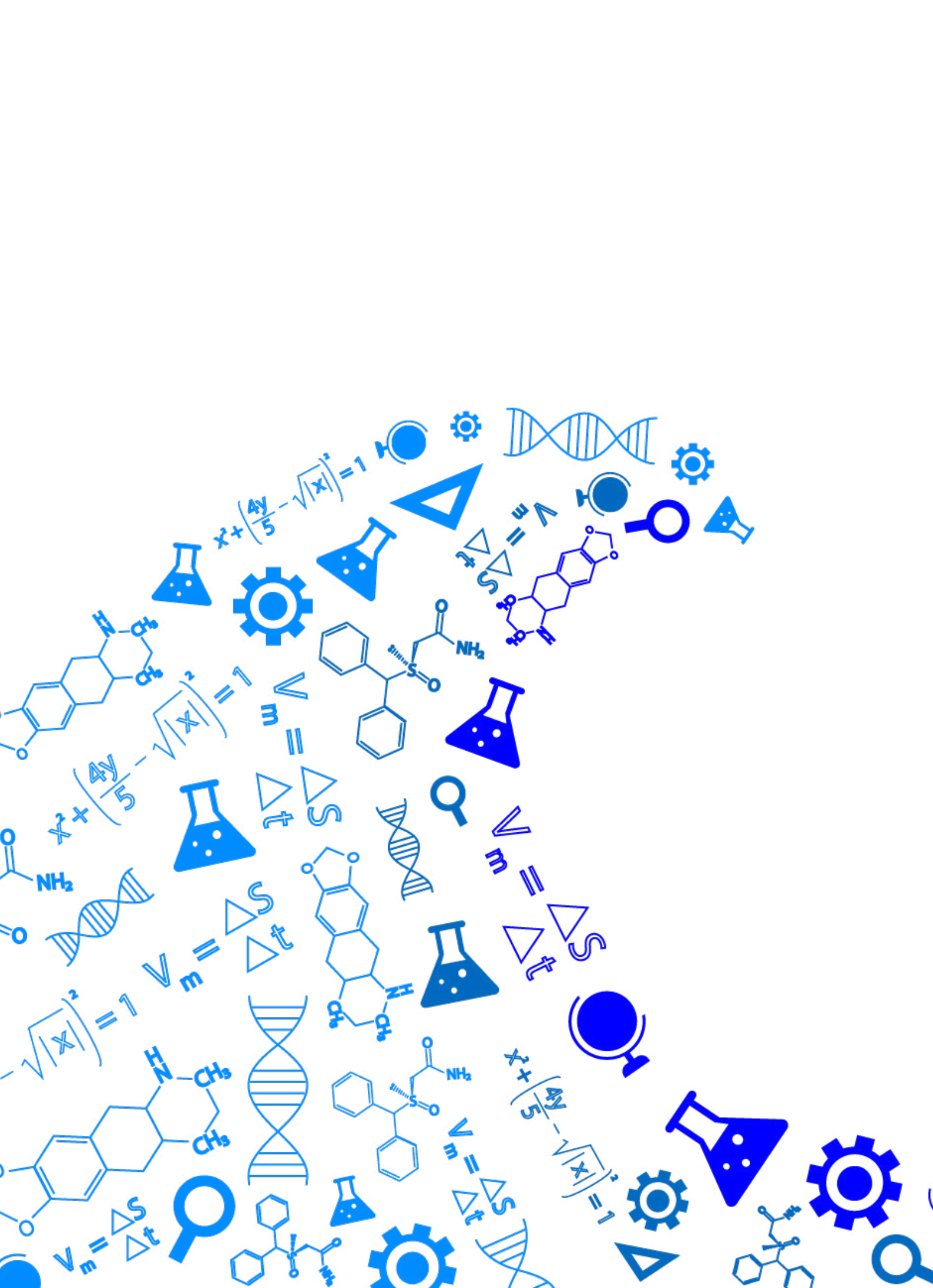
	Questão Pré-Teste	Questão Pós-Teste	Habilidade	Conteúdo Específico
1	Uma pessoa está aprendendo frações equivalentes, sua professora pediu para encontrar o valor do numerador de uma fração. Sabe-se que seu denominador vale 13 e que essa fração é equivalente a $\frac{84}{91}$. Qual é o valor deste numerador?	Que fração é equivalente a $\frac{25}{30}$ e tem denominador igual a 120?	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	Identificar frações equivalentes
2	Em uma prova de concurso, João acertou 45 de 100 questões. Qual a fração irredutível que representa as questões que João errou?	Uma corredora já percorreu 12 km de uma prova. Para concluí-la, restam 4 km. Que fração da prova ela já percorreu? Represente na forma irredutível.		Identificar frações e encontrar forma irredutível
3	Adriana plantou $\frac{1}{5}$ de sua horta com alface, $\frac{1}{6}$ com repolhos e $\frac{1}{4}$ com brócolis. Qual a fração que representa a parte plantada em relação ao total?	Jorge é entregador de pizzas. Pela manhã ele entregou $\frac{1}{5}$ das pizzas. À tarde entregou mais $\frac{1}{3}$ do total. À noite entregou mais $\frac{4}{6}$. Que fração das pizzas Jorge entregou neste dia?	(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.	Adição e subtração de frações
4	Alberto preparou uma torta para seus três filhos. Augusto comeu $\frac{1}{7}$ da torta, Anderson comeu $\frac{1}{6}$, e Antônio $\frac{1}{5}$. Sendo assim, qual fração da torta restou?	Todos os meses, Priscila guarda $\frac{1}{5}$ de seu salário. Além disso, separa $\frac{1}{4}$ dele para pagar as contas da casa e $\frac{1}{6}$ para passeios. O restante é utilizado para comida e transporte. Qual é a fração do salário que Priscila gasta com comida e transporte?		Adição e subtração de frações
5	(Obmep) Qual dos números a seguir é maior que 0,12 e menor que 0,3? a) 0,013 b) 0,7 c) 0,29 d) 0,119	Um professor muito criterioso corrigiu a prova de seus alunos. As 3 melhores notas foram: Sofia com 9,803, Thiago 9,365 e Carol 9,21. Qual aluno obteve a maior nota?	(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.	Comparação entre números decimais
6	Guilherme foi a uma loja de brinquedos a fim de comprar presentes para suas netas. Uma boneca de pano custa R\$ 9,85, ele pretende comprar 4 bonecas desse tipo. O valor que ele irá pagar é maior ou menor que R\$ 40,00. Utilize arredondamento para justificar sua resposta	Ana foi a uma loja de materiais de construção para comprar parafusos e tintas. Ela pagou R\$ 26,97 pelos pregos e R\$ 37,15 pelas tintas. Arredonde os valores para os inteiros mais próximos e determine o valor total aproximado pago por Ana		Arredondamento de números decimais

7	Um neném nasceu com uma massa igual a 3,27 kg, após um ano esse neném engordou mais 6,54 kg. Qual é a massa desse bebê após um ano?	Um triângulo possui lados que medem 7,2cm, 12,5cm e 6,8cm. Qual é a soma das medidas de todos os lados desse triângulo?	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.	Adição e subtração de números decimais
8	Arthur deu duas notas de 100 reais para pagar uma conta de R\$ 126,80. Qual valor ele deve receber de troco?	Uma pessoa foi a uma loja de roupas e fez uma compra no valor de R\$ 287,73. Ao pagar, essa pessoa deu duas notas de R\$ 100,00 e duas notas de R\$ 50,00. Qual foi o troco que essa pessoa recebeu?		Adição e subtração de números decimais
9	Em uma loja, um fogão pode ser vendido de duas formas diferentes: à vista por R\$ 499,00 ou em 12 parcelas de R\$ 44,30. Um cliente ao pesquisar os dois preços queria saber a diferença que iria pagar caso ele escolhesse o valor a prazo. Qual será a diferença dos valores pagos à vista e a prazo?	Rose está programando sua viagem para os Estados Unidos. Para isso, ela guardou uma quantia de US\$ 285,32 por mês, durante 12 meses. Ao final do período, quantos dólares Rose conseguiu guardar?		Multiplicação de números decimais



CAPÍTULO 6

**APROXIMANDO A LINGUAGEM
E O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO ALGÉBRICO: UMA
EXPERIMENTAÇÃO DIDÁTICA PARA
O ENSINO DA MATEMÁTICA NO 6º.
ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**



Márcia Azevedo Campos

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
 azevedoxu@gmail.com

Anderson Souza Neves

Secretaria de Educação da Bahia – SEC/BA
 andersonsneves@gmail.com

Eliane Santana de Souza Oliveira

Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS
 essoliveira@uefs.br

Luiz Márcio Santos Farias

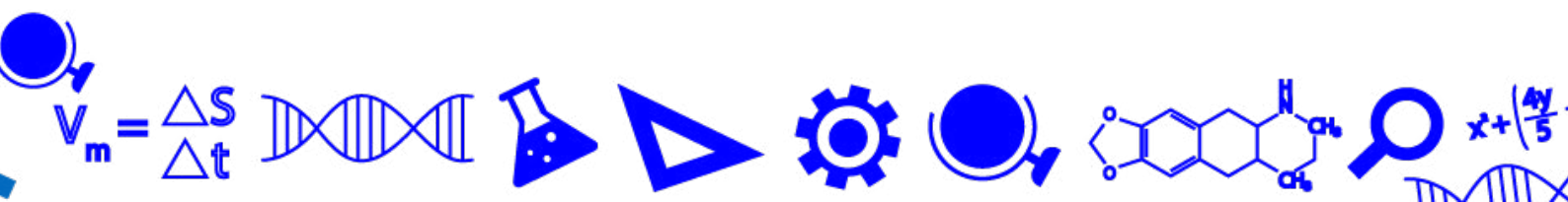
Professor Adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências Prof. Milton Santos (IHAC) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.
 E-mail: lmsfarias@ufba.br

Laerte Silva da Fonseca

Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS
Livre Docente pela Emil Brunner World University® (EBWU, Miami, Flórida/EUA)
Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe
 E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Discute-se neste texto a linguagem matemática e suas implicações no desenvolvimento do pensamento algébrico. A partir de uma revisão bibliográfica nos estudos sobre pensamento e linguagem amparados teoricamente em Vygotsky e em livros didáticos sobre a educação algébrica no Ensino Fundamental discute-se condições para o ensino a partir de problemas matemáticos que prezam pelo desenvolvimento do pensamento algébrico. Analisou-se uma atividade de experimentação numa turma do 6º. ano, recorte de uma Sequência Didática, elaborada e aplicada por Campos (2019) em sua pesquisa de doutorado, de natureza qualitativa e numa perspectiva interpretativista. Discute-se problemas que (re)apresentamos do livro didático e que elaboramos a partir dos estudos realizados, enquanto atividades matemáticas que prezam pelo uso da linguagem desprendendo-se do aritmetismo e que levam à significação. Analisando as produções dos alunos na experimentação verificou-se que problemas em linguagem natural são propícios ao desenvolvimento do pensamento algébrico, desde que possibilitem o estabelecimento de relações e conexões entre os dados dos problemas, ou seja, que haja significação. Despertou-nos que um ensino que valorize os saberes existentes, o contexto em que se insere, as relações sociais e interações que estabelecem os sujeitos em aprendizagem, a significação e o caminho percorrido possibilitam o desenvolvimento não só do pensamento algébrico, como também de muitos outros objetos de estudo da matemática.



INTRODUÇÃO

Discute-se, neste texto, a linguagem dos problemas matemáticos, tal como se apresentam nos livros didáticos e manuais de ensino, e suas implicações no desenvolvimento do pensamento algébrico e assim para a aprendizagem matemática. O campo de conhecimento denominado Educação Matemática vive em expansão de suas bases epistemológicas e ontológicas, e as discussões metodológicas constituem-se fundamentais nesse processo. A escolha de uma metodologia adequada, que privilegie aspectos da linguagem e sua significação, pode contribuir para a aprendizagem.

Em nossa experiência docente, principalmente no Ensino Fundamental, e pelas leituras das pesquisas no campo da Didática da Matemática, pudemos verificar que são recorrentes as dificuldades com a resolução de problemas que envolvem uma tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem algébrica. Na seleção dos problemas recorremo-nos ao livro didático em uso aprovado pelo PNLD¹⁴, pelo seu domínio legal e influência no ensino que é ministrado e sobre os saberes que são institucionalizados (CHEVALLARD, 1992) em sala de aula a partir dele na produção do conhecimento escolar.

Diante desse quadro, deparamo-nos também com nossas dificuldades enquanto docentes: como deve ser o ensino da álgebra elementar¹⁵, de modo que os alunos compreendam os conceitos envolvidos e construam significados para esses conceitos? Recorrendo à literatura encontramos estudos, como os de André e Câmara dos Santos (2008), André (2011), Almeida (2016) e Campos (2015; 2019) que destacam as dificuldades dos alunos em resolver problemas que envolvem a tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica, em significá-las e no estabelecimento de relações entre diferentes tipos de representações do conhecimento matemático.

Arguidos dessas constatações e estudos, levantamos a hipótese de que uma das possíveis causas dessas dificuldades pode repousar no fato do ensino da álgebra centrar na linguagem simbólica e sua manipulação.

Privilegiar a sintaxe da linguagem aritmética ao desenvolvimento do pensamento algébrico e seu processo de significação, pode levar ao que Da Rocha Falcão (2008) definiu como fenômeno de aritmeticismo, ou seja, um ensino pautado nas manipulações aritméticas de

¹⁴ BRASIL. Ministério da Educação. Guia digital do PNLD 2018. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em: 25 jun. 2021.

¹⁵ A que é estudada na escola e caracterizada por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) como uma linguagem simbólica, própria e concisa, criada com o objetivo de expressar procedimentos específicos, com alto grau de abstração e generalidade, comum a todos os campos da matemática.

símbolos e uso de algoritmos e ferramentas de cálculo. Discutiremos o pensamento algébrico como possível solução a esse aritmeticismo.

Este estudo situa-se no campo da Educação Matemática, num duplo movimento de teorização e de experimentação. As discussões teóricas perpassam pelos estudos de Vygotsky sobre o desenvolvimento humano e a formação do conhecimento e pela Didática da Matemática, que é definida por Almouloud (2017) como sendo,

[...] a ciência da educação cujo propósito é o estudo de fenômenos de ensino e de aprendizagem, mais especificamente, é o estudo de situações que visam à aquisição de conhecimentos/saberes matemáticos pelos alunos ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações, bem como do tipo de aprendizagem que elas possibilitam (p. 14).

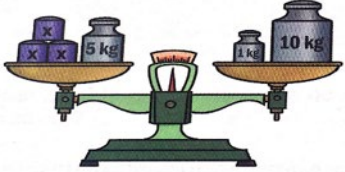
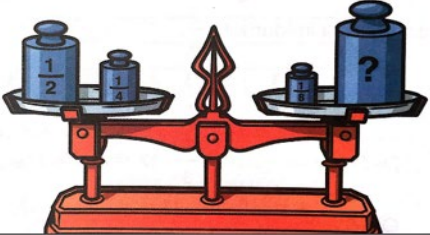
Quanto a distinção que o autor faz entre ensinar e aprender nos permite refletir sobre a diferença entre os objetos de um ensino, as intenções do professor e a realidade dos conhecimentos adquiridos pelos alunos, numa inseparabilidade entre ensino e aprendizagem, pois entendemos ser a aprendizagem o objetivo do ensino. Assim discutiremos o ensino de conceitos algébricos na perspectiva da formação do pensamento algébrico¹⁶ como requisito fundamental à aprendizagem matemática algébrica.

Pelas orientações constantes dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), a álgebra formal passa a fazer parte do currículo do Ensino Fundamental a partir do 7º. Ano. Nesse momento, o seu ensino passa a adotar uma postura mais semiótica de uso de símbolos e signos¹⁷ linguísticos, quando a aritmética pura, unicamente, não dá conta de solucionar os problemas. A Figura 1 ilustra essas situações, num paralelo entre problemas apresentados nos livros didáticos do 6º e do 7º. Ano.

¹⁶ Assim como Campos (2019) assumimos o pensamento algébrico como uma ação exclusivamente humana, cognitiva e revelada na atividade matemática através do estabelecimento de relações, nos processos de generalizar, modelar, operar com o desconhecido como se fosse conhecido (RADFORD, 2009; SQUALLI, 2003) e construir significado para os objetos e a linguagem simbólica algébrica.

¹⁷ Charles Sanders Peirce (1839-1914) matemático e filósofo americano, precursor da Semiótica definiu “signo, ou *representâmen*, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém”. (PIERCE, 2005, p. 46).

Figura 1 - Problemas extraídos do livro didático *Praticando Matemática*

6º. Ano	7º. ano
28. Pensei num número. Dividi esse número por 2. Em seguida, multipliquei o resultado por 6 e obtive 54. Em que número pensei? 	2. A professora propôs um problema para os alunos do 7º ano. Vamos resolvê-lo?  Pensei em um número x, somei 7 a ele, dividi o resultado por 3 e somei a metade do número pensado. Obtive como resultado o sucessor de x. Em que número pensei? Primeiro representamos o problema por meio de uma equação: $\frac{x+7}{3} + \frac{x}{2} = x+1$ ► Número pensado: x ♦ Metade de x: $\frac{x}{2}$ ♦ Sucessor de x: $x+1$
36. Quais números devem ocupar o lugar dos  a) $250 : 5 = 18 + \text{box}$ b) $480 : 8 = \text{box} \times 15$ c) $300 : 10 = 70 - \text{box}$	11. A balança está em equilíbrio.  a) Qual equação representa essa situação? b) Quanto pesa cada pacote?
51. Qual fração deixa a balança equilibrada? 	

Fonte: Campos (2019) a partir de Aldrini e Vasconcelos (2015, 6º. Ano (p. 55, 57, 1930; 7º. Ano (p. 207, 216))

O livro didático é um mediador do ensino, de fácil acesso e, se bem utilizado, pode acrescentar ao trabalho didático do professor. Discutiremos aqui uma proposta didática elaborada para o 6º. Ano, a partir dos problemas propostos no livro didático, admitindo como premissa que a introdução algébrica e a formação do pensamento algébrico devam se dar o quanto antes.

A Base Nacional Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) trouxe um avanço ao indicar que a álgebra deve fazer parte do ensino da matemática desde os anos iniciais, nas noções do desconhecido, significando-o e preparando o aluno para pensar a Matemática e significá-la em outros contextos. Preconiza a Base que a aprendizagem matemática deve estar ligada à compreensão e à apreensão de significados aos objetos matemáticos (*condição*), mas para tanto as atividades devem ser contextualizadas, numa linguagem clara que permita uma leitura e significação dos objetos matemáticos (letras, símbolos, sinais, gráficos, ...) (*restrição*)¹⁸.

O estudo de Campos (2015) sobre a aprendizagem da álgebra elementar, identificou dificuldades cognitivas detectadas nas ações dos alunos em interpretar problemas algébricos

¹⁸ A relação institucional com o objeto do conhecimento que vive em determinada instituição, como a escola, o livro didático, constitui o sistema essencial de *condições e restrições* de um estudo, assim definido por Chevallard (1999; 2002) em seus pressupostos teóricos sistematizados na Teoria Antropológica do Didático (TAD).

que exigiam uma tradução da linguagem natural para a linguagem simbólica por alunos do 7º. Ano do Ensino Fundamental. Essas dificuldades residiam principalmente em significar os elementos algébricos necessários à codificação da linguagem algébrica simbólica. O estudo apontou a linguagem, enquanto forma de comunicação do pensamento e porta de entrada aos problemas matemáticos, como tema significativo e central na questão da interpretação dos símbolos matemáticos e seus significados, e assim gerador de dificuldades.

Pesquisas realizadas (PONTE; VELEZ, 2011; SILVA; SAVIOLI, 2012; BORRALHO; BARBOSA, 2011; ALMEIDA, 2016; CAMPOS, 2019, dentre outras) com o objetivo de investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes da Educação Básica vêm mostrando a necessidade de diversificar o ensino e as atividades que são propostas, sejam nos livros didáticos, sejam em outras atividades aplicadas em sala de aula. Essas partem da premissa de que, para o desenvolvimento do pensamento algébrico, no sentido de construir significados para os objetos algébricos e suas representações, o trabalho com atividade algébrica de resolução de problemas, em detrimento ao transformismo algébrico, é importante. Concordam os pesquisadores que a resolução de problemas propicia a significação dos objetos algébricos pois há um esforço cognitivo maior do aluno, especialmente na *conversão* (DUVAL, 2003) da linguagem natural dos problemas para a linguagem algébrica.

Por significação entendemos a ação de falar a respeito e fazer bom uso de um determinado conceito. No processo de aprendizagem entendemos a produção de significados como a capacidade de argumentação do aluno sobre um determinado conteúdo, a partir do momento que é capaz de produzir justificações, argumentar, ir além do que é ensinado, produzir crenças sobre o que está sendo visto e justificá-las no contexto vivido ou que possa ser vivido. É pensar sobre. Nesse sentido adotamos a prerrogativa de Lins (2012) de que a produção de significados é necessária para a produção de conhecimentos, ao afirmar que “sempre que há produção de significado há produção de conhecimento e vice-versa” (p. 28).

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) analisaram uma série de situações matemáticas quanto às suas potencialidades em desenvolver o pensamento algébrico e concluíram que este se dá principalmente por meio de expressão de signos linguísticos variados, como a linguagem geométrica, aritmética ou algébrica. Confirma-se assim que não há necessidade de uma linguagem estritamente simbólico-formal para se trabalhar a educação algébrica e desenvolver o pensamento algébrico.

Entendemos que o desenvolvimento do pensamento algébrico, ou de qualquer outra forma de pensar, na Matemática ou em qualquer área do conhecimento, possa ser promovido independente do conteúdo ou do aspecto teórico cognitivo focado na situação. Assim buscamos premissas teóricas sobre o conhecimento e a didática que sustentem as nossas indagações e aportem as nossas discussões.

O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: INSPIRAÇÕES FILOSÓFICAS

Significar, pensar, conceber, são ações humanas, que vivem no subjetivo das experiências perceptivas e não são suficientes para descrever todas as realidades e sensações captadas pelo corpo do homem com e no mundo. A Filosofia por si só também não dá conta de descrever todas as experiências humanas e sistematizá-las na forma de conhecimento. Dessa forma ramifica-se em diversas áreas, como as Teorias do Conhecimento, que se encarregam de estudar os aspectos cognitivos e os tipos de conhecimento, dentre eles o conhecimento científico (MEZZAROBBA; MONTEIRO, 2008, p. 6-7).

É importante que o objetivo do ensino das Ciências e da Matemática, e demais áreas de conhecimento, seja a demarcação dos limites, e não a anulação de saberes que os alunos já trazem consigo (BAPTISTA, 2010). E no ensino torna-se necessário valorizar, e oportunizar, situações em que o aluno tenha o discernimento de escolher qual conhecimento melhor se aplica a uma dada situação e a sabedoria de trocar os conhecimentos aplicados quando a situação mudar.

Dessa forma, espera-se que o conhecimento produzido seja útil aos alunos, como também lhes permitam compreender o mundo e agir criticamente sobre ele. E nesse contexto é que se insere esta discussão sobre a formação do pensamento algébrico, enquanto meio à aprendizagem matemática, tornando-a mais próxima, útil e, por conseguinte, capaz de torná-los cidadãos críticos em suas realidades.

O pensar, enquanto uma característica humana e visão filosófica, é procurar verdades, lógicas que antecedam o ato de estabelecer conexões e relações entre coisas, no processo de construção do conhecimento. Cabe-nos então discutir aqui o conhecimento no ambiente escolar, em que atrelamos à aprendizagem algébrica um sistema de significação, especificamente a linguagem presente e necessária à resolução dos problemas matemáticos, para que as experiências vivenciadas nesse ambiente sejam analisadas, testadas e validadas como conhecimento.

VYGOTSKY E A LINGUAGEM NA COMUNICAÇÃO DO PENSAMENTO

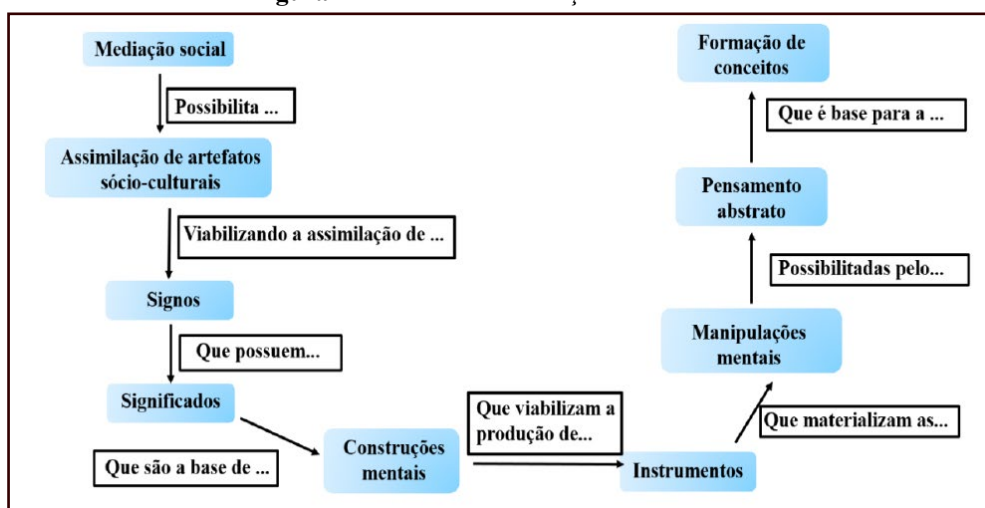
Os (pré)conceitos construídos na esfera social deram à Matemática, ao longo do tempo, rótulos de inacessível, difícil, fora do contexto e de utilidade questionável. A aprendizagem algébrica requer que a linguagem de signos e símbolos seja compreendida, assim como a própria Matemática. Compreender e usar adequadamente a linguagem, enquanto forma semiótica de comunicação do pensamento, pode ser um caminho à aprendizagem e formação do conhecimento.

O sociointeracionismo de Vygotsky considera a linguagem como um processo dinâmico construído pelo sujeito por meio das interações que realiza em seu ambiente, essencial na produção de sentidos e para os seus posicionamentos. As habilidades cognitivas individuais não só se desenvolvem em virtude da interação com o meio social e seus produtos, como possuem origem em processos sociais (MOREIRA, 2011).

E a concepção interacionista da linguagem permeia as orientações curriculares, como nos PCN (BRASIL, 1998) e, mais recentemente na BNCC (BRASIL, 2017), em que há uma indicação de um ensino pautado na significação, na construção do conhecimento, levando em consideração os saberes que o indivíduo traz consigo e as interações que estabelece na sua trajetória pela educação.

Silva e Silva (2019) pontuam, pelos pressupostos de Vygotsky, que o contexto histórico e cultural corrobora positivamente como o desenvolvimento cognitivo através de uma relação dialética entre sujeito e meio social. Além disso, Vygotsky (1988) afirma que todas as funções psicológicas do homem são produtos de interiorização e, conseqüentemente das relações interacionais que estabelece com o outro, com os artefatos culturais, com os instrumentos de aprendizagem e com os signos, enquanto meios da atividade interna, e seus significados. A formação de conceitos, como os matemáticos, envolve a manipulação mental dos signos na formação de significados (MOREIRA, 2011) e “os instrumentos quando internalizados se transformam em signos, e estes externalizam-se através do pensamento” (NOGUEIRA; SOUZA, 2018, pág. 76). Um esquema dessa representação em cadeia em que a linguagem faz elo de ligação é apresentado na Figura 2.

Figura 2 - Processo de formação dos conceitos



Fonte: Adaptado de Silva e Silva (2019)

E no centro desse processo de internalização de conceitos e das informações externas está a linguagem, enquanto signo linguístico com função de mediação na organização do

pensamento e na seleção das informações que o indivíduo armazenará em sua memória, no seu desenvolvimento cognitivo.

Vygotsky (2001) defende que o pensamento se forma a partir do aporte simbólico que é oferecido à criança no seu contexto sociocultural, onde se inclui a escola enquanto instituição social. Para o autor, trata-se de uma função psicológica superior que envolve análise, síntese, abstração e generalização e promove o desenvolvimento dos sujeitos. A aprendizagem algébrica necessita dessas habilidades, principalmente a capacidade de abstração e generalização, para se efetivar na memória de quem aprende. (RADFORD, 2009; FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993) A generalização e a formação de conceitos são atos específicos, autênticos e indiscutíveis do pensamento. (VYGOTSKY, 2001).

Considerando pensamento e linguagem como funções psicológicas superiores na atividade humana, que se desenvolvem segundo trajetórias diferentes e independentes (VYGOTSKY, 2001) e as diferentes conexões e inter-relações entre os saberes, transparece-nos que as experiências que o aluno vivencia em sala de aula, e fora dela, contribuem para a constituição do pensamento algébrico. É através da significação das palavras, termos e conceitos da álgebra que se constitui a aprendizagem algébrica (DA ROCHA FALCÃO, 1993), e, acrescentamos, pela capacidade de generalização que lhe é sinônimo, constitui a própria aprendizagem matemática. E pela linguagem e significação construímos as premissas sobre a aprendizagem algébrica matemática que aqui discutiremos a partir de uma experimentação didática.

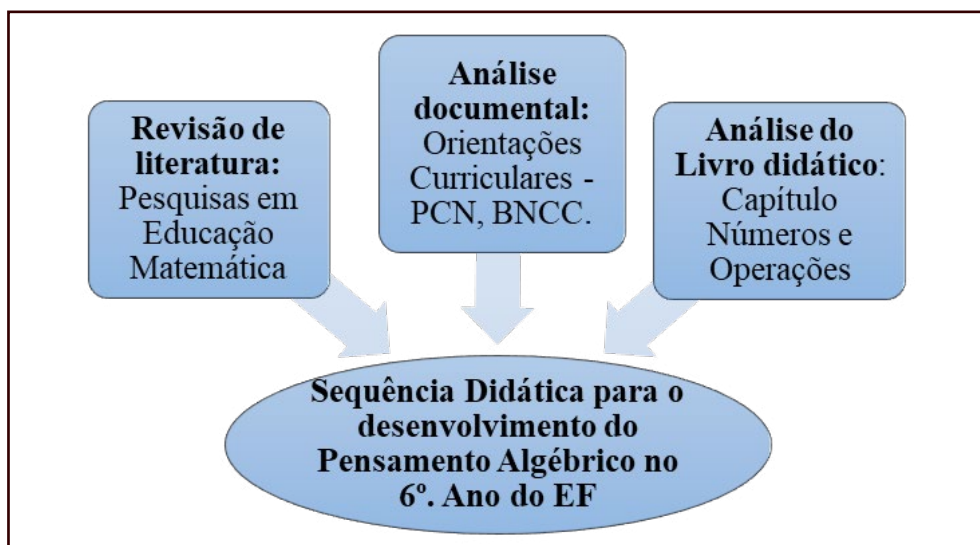
A LINGUAGEM E SUA SIGNIFICAÇÃO NA ATIVIDADE ALGÉBRICA: UMA EXPERIMENTAÇÃO DIDÁTICA

Para compreender o papel da linguagem na aprendizagem matemática trazemos um recorte de um estudo de tese de Campos (2019) que elaborou uma sequência didática, segundo os princípios da Engenharia Didática clássica (ARTIGUE, 1996), com o objetivo de conhecer, interpretar e analisar as estratégias e o nível de pensamento algébrico que alunos do 6º. Ano mobilizaram ao se depararem com problemas matemáticos.

O estudo de Campos (2019), de natureza qualitativa em que centra o processo cognitivo no sujeito e numa perspectiva interpretativista (SCHWANDT, 2006; CRESWELL, 2013) dos fenômenos, compreendeu *análises*, *experimentações* e *validações* das ações didáticas. A experimentação, segundo Artigue (1996), é o momento de se colocar em funcionamento a sequência construída e pressupõe: explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa; a determinação da população de alunos que participarão da experimentação; o estabelecimento do contrato didático; a aplicação dos instrumentos de pesquisa; o registro

das observações. Buscou-se assim a articulação entre conhecimento didático e conhecimento matemático, fazendo da prática docente uma prática de investigação, permitindo que as experiências vivenciadas em sala de aula fossem difundidas. O desenho desse estudo está esquematizado na Figura 3.

Figura 3 - Desenho do estudo



Fonte: Campos (2019, pág.110)

A pesquisa teve como participantes, além da pesquisadora, os alunos e a professora de Matemática de três turmas do 6º. Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública baiana. A sequência didática constou de oito momentos didáticos distintos distribuídos em onze encontros, sendo três sessões de experimentação das atividades elaboradas a partir do livro didático, selecionadas nas análises *preliminares*.

Buscando aproximar a linguagem e pensamento nas atividades matemáticas, como pressuposto à aprendizagem pela significação dos conteúdos algébricos, trouxemos à discussão um dos objetivos traçados para a pesquisa de Campos (2019). A saber, **analisar as produções dos alunos nas respostas dadas aos problemas propostos quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico e suas implicações para a aprendizagem matemática**, que se deu a partir do uso da linguagem escrita (natural e simbólica algébrica) e sua significação.

Apresentamos as atividades da terceira etapa de experimentação, dada a diversidade dos problemas em relação às formas de linguagem, que se apresentam na Figura 4.

Figura 4 - Teste aplicado na 3ª. Etapa de Experimentação

Nome: _____ Ano/Turma: _____

ATIVIDADES DE MATEMÁTICA

1) Os números da tabela abaixo obedecem a uma sequência. Descubra os números que estão faltando nos quadrinhos em branco:

a)

9	15	21			39	
---	----	----	--	--	----	--

b) Qual o décimo número dessa sequência?

2) Resolva os problemas:

a) Gabriel, Rodrigo e Henrique têm juntos 36 revistas em quadrinhos. Rodrigo tem o dobro de revistas de Gabriel e Henrique tem 12 revistas a mais que Gabriel. Quantas revistas têm cada um?

b) Clara, Guilherme e Antônio vão repartir 27 bombons de modo que Guilherme receba o dobro de bombons de Clara e Antônio receba três vezes mais bombons que Clara. Quantos bombons receberá cada uma das crianças?

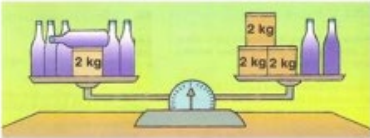
3) Um estacionamento cobra R\$ 3,00 pela primeira hora. A partir da segunda hora, o valor é de R\$ 2,00 por hora adicional.

a) Preencha a tabela abaixo com os valores para cada tempo de permanência:

Tempo (Horas)	1	2	3	7
Preço (R\$)	3,00			

b) Quanto pagará o proprietário de um carro que esteve estacionado durante 7 horas?

4) A balança ilustrada abaixo está com os pratos em equilíbrio. Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada lata tem 2kg. Quanto pesa cada garrafa?



Fonte: Campos (2019, pág. 136)

Em relação às questões formuladas em linguagem simbólica, o objetivo foi analisar a significação dada pelos alunos aos objetos matemáticos algébricos. Como argumenta Vygotsky (2001), o pensamento se forma a partir do aporte simbólico que é oferecido, e pretendia a partir dos problemas em linguagem natural e simbólica verificar se os alunos já apresentam algum indício de pensamento algébrico.

Campos (2019) assumiu como premissa de pesquisa que o desenvolvimento do pensamento algébrico não necessariamente está associado ao uso de símbolos, equações, incógnitas, variáveis, e sim pela linguagem de generalização, no estabelecimento de relações e conexões ao tratar o desconhecido e a partir de então generalizar situações e pensamentos independente de trabalhar com a linguagem algébrica formal em problemas algébricos, tal como argumenta Radford (2009).

Os objetivos traçados para os momentos de experimentação foram no sentido de diagnosticar as capacidades já adquiridas pelos alunos em relação à resolução de problemas numéricos e possíveis indícios de pensamento algébrico nessas resoluções, especificamente aquelas que privilegiavam a linguagem natural em sua resolução, pela importância identificada nas análises *preliminares*.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Traremos aqui os resultados colhidos por Campos (2019) como base para nossa discussão sobre a linguagem e significação dos problemas algébricos, apontando que as formas de linguagens se mostraram essenciais à resolução dos problemas. Não se trata da linguagem algébrica, que não lhe é familiar, dada a própria *restrição* curricular imposta pelos PCN que indicam para o 7º. Ano e não para o 6º. Ano, mas de uma gama de registros semióticos, dotados de significado e sentido, que permitiram a realização de tarefas e a comunicação de seus resultados. Por se tratar de um recorte não analisaremos pontualmente cada atividade da experimentação recortada. Discutiremos o contexto e as reflexões causadas a partir desta, como proposta de ensino.

Argumentamos, a partir dos pressupostos vygotskyano, que linguagens gestuais, oral e escrita desempenharam bem o papel de comunicação do pensamento. E esse é um momento didático de extrema importância, onde só o contato direto com o aluno permite recolher dados tão significativos. Evidencia-se assim o papel do professor na aprendizagem, e aqui, na percepção do pensamento algébrico, que não consideramos como algo totalmente abstrato, mas que carece de nuances de percepção que nem sempre pode ser registrado por uma linguagem qualquer.

A linguagem, como a linguagem natural e contextualizada dos problemas da experimentação, é a porta de entrada a qualquer raciocínio matemático. Observou-se no livro didático uma ênfase maior nos problemas aritméticos, o que pode indicar uma *restrição* imposta pelo currículo do 6º. Ano. Prezar por uma linguagem clara e contextualizada é fundamental não só na resolução de problemas, como em toda atividade humana que envolva o pensar. Concordamos com Bosch e Chevallard (1999) que “a fala é a expressão mais ‘próxima’ da ‘consciência’ - mesmo quando a voz não é projetada” (p. 18, tradução nossa) e se fala por meios de objetos *ostensivos*¹⁹ visuais, gestuais e outros.

Problemas em linguagem natural, como problemas 2a e 2b, ressaltam a importância dos *ostensivos* na atividade matemática. Só a partir deles, no caso a língua natural e sua interpretação, é possível acessar os *não-ostensivos* (conceitos e definições matemáticas) associados (BOSCH; CHEVALLARD, 1999) que permitem resolver o problema e só são externados a partir de um registro semiótico, como a língua oral, escrita, icônica ou gestual. E essa engrenagem torna a atividade matemática mais acessível, possível e desmistificada. E assim, o ensino de matemática pautado em atividades de resolução de problemas em linguagem natural torna-se um oportuno momento didático de desenvolvimento do pensamento algébrico.

¹⁹ O termo *ostensivo* é usado por Bosch e Chevallard (1999) para indicar aquilo que se apresenta visível, manipulável e estabelecem uma dialética do *ostensivo* e do *não-ostensivo* onde buscam responder a origem dos conceitos matemáticos, enquanto objetos *não-ostensivos* e sua relação com os objetos *ostensivos* que os representam.

Problemas de operações em linguagem numérica, ou mista, como os problemas 1 e 3, tiveram maior índice de acertos, porém pelo uso de estratégias aritméticas que não necessariamente levam à generalização (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007). São soluções pontuais, favorecidas pelo domínio de operações aritméticas disponíveis nos repertórios conceituais dos alunos, a exemplo da sequência numérica do problema 1, facilmente perceptível.

Saberes já construídos poderiam ser evocados pelos alunos, rebuscados em sua memória de longo prazo nessa resolução dos problemas. No entanto, leem o problema, mas não conseguem identificar na linguagem natural os relacionamentos que levariam a uma escrita na linguagem matemática. Há um vácuo desde a leitura até a formalização dessas relações, não as mantém na memória ou não conectam umas às outras, formando o que entendemos por pensamento algébrico de resolução.

Os resultados da experimentação mostraram que problemas em linguagem natural são propícios ao desenvolvimento do pensamento algébrico, desde que possibilitem o estabelecimento de relações e conexões entre os dados dos problemas, ou seja, que haja significação (CAMPOS, 2019). Nesse ponto, respeitadas as *restrições* ao nível de ensino e as *condições* que são impostas a cada objeto matemático, defendemos o trabalho de sala de aula com problemas em linguagem natural com vistas ao desenvolvimento do pensamento algébrico, e como já argumentamos, da própria aprendizagem matemática.

O uso da linguagem natural e de situações contextualizadas nos problemas matemáticos aproxima o aluno de sua realidade, do que lhe é próximo, útil e prazeroso, além de desmistificar a ideia de uma disciplina de difícil aprendizagem. Os resultados de Campos (2019) apontam que propor atividades aritméticas e algébricas na forma de resolução de problemas é um caminho para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pelas relações e conexões que necessita estabelecer para a solucioná-los, como argumenta Radford (2009; 2011) e Almeida (2016) em seus estudos sobre a aprendizagem algébrica e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A capacidade de manipular a linguagem é o ápice do desenvolvimento do pensamento algébrico, como de qualquer conhecimento. A linguagem, por ser um recurso semiótico que permite a inter-relação com os demais saberes e está diretamente ligada à proposição de atividades contextualizadas, permite a comunicação dos resultados. É, assim, fundamental na construção do saber matemático, podendo contribuir de forma efetiva na passagem do raciocínio de relações aritméticas ao pensamento algébrico.

E o domínio da linguagem pode levar (o aluno) a aprender o que aparentemente não sabe (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007), como tratar o desconhecido como se fosse conhecido, um dos pilares do desenvolvimento do pensamento algébrico, construindo assim uma aprendizagem significativa e duradoura.

Não estamos falando de transferir responsabilidades ao professor, às instituições ou aos órgãos regulamentadores, nem de propor modelos a se seguir. Eles são falíveis, não se encaixam em todos os contextos, não preveem as especificidades dos alunos, generalizam ou uniformizam pessoas. Falamos de estratégias didáticas e de resolução que amenizem as rupturas dessa passagem aritmética/álgebra e os impactos da chegada de um novo conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados das pesquisas e da experimentação que analisamos nos mostram que a manifestação do pensamento através da linguagem algébrica é muito mais complexa do que uma simples tradução, visto que tal linguagem não é naturalmente construída pelo aluno em seu cotidiano. E então discutimos a linguagem e o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos pressupostos semióticos e vygotskyanos, buscando o conhecimento mediado pelos signos.

Vygotsky não desenvolveu um modelo específico para a sala de aula, no entanto, como argumentam Nogueira e Souza (2018), o seu modelo interacionista discute a linguagem e o pensamento como funções psicológicas superiores imprescindíveis ao desenvolvimento cognitivo do sujeito, considerando todo o processo de aprendizagem, não apenas o seu resultado. Seu modelo interacionista aproxima-se de modelos didáticos, como a sequência didática que analisamos, por exigir um planejamento prévio; requisitar interações e a participação ativa do sujeito; promover a aceitação das diferenças individuais, como deve ser o ambiente escolar; possibilitar uma descoberta assistida como as ações didáticas; entender que o conhecimento é mediado pelas interações sociais, como acontece na escola; além de promover avanços nas pesquisas sobre o desenvolvimento, que refletirão sobre o ensino e a aprendizagem.

Argumentamos a partir de Vygotsky (1988; 2001) e pelos estudos de Campos (2019) e Campos *et al.* (2021) que a relação dialética entre o pensamento e a linguagem pode propiciar o desenvolvimento do pensamento de forma a possibilitar ao aluno o uso de elementos mediadores, instrumentos e signos, para intermediar as suas relações com o outro e com o meio e assim experimentar a significação que leva à aprendizagem. Prezamos por uma educação algébrica que promova essa internalização dos símbolos, significando signos linguísticos e matemáticos, permitindo ao aluno um pensamento generalizante (RADFORD, 2009; 2011) que o faça desprender-se do tempo e do espaço, dando um salto qualitativo na aprendizagem matemática.

Nas atividades analisadas, e também diagnosticado por Almeida (2016), observamos que a não utilização da linguagem algébrica padrão na fórmula apresentada pelos alunos confirma a ideia apresentada por Radford (2009) de que tal linguagem é algo artificial, ou seja, não surge

naturalmente nas respostas dos alunos. Assim como ocorreu na história da Álgebra, os alunos primeiramente recorreram à linguagem escrita corrente (linguagem retórica) para expressar suas descobertas e somente após muito trabalho e incentivo é que fizeram as primeiras tentativas de escrita em uma linguagem simbólica matemática. (FIORENTINI, MIORIM; MIGUEL, 1993)

Este texto teve a aspiração de contribuir para a discussão sobre o ensino de matemática na educação básica, por meio da discussão de uma experimentação. Ao apresentarmos o experimento didático como um caminho possível para a pesquisa na sala de aula de matemática, destacamos que seu desenvolvimento permite a apreensão do sentido da atuação do professor e do aluno frente a uma sociedade que exige novas ações dos sujeitos; permite uma análise estrutural da atividade central dos sujeitos por meio da compreensão da sua composição, das suas conexões e do seu contexto; e permite, ainda, a reflexão, a compreensão, a disseminação e a reestruturação das atividades. Não temos objetivo de propor um modelo de ensino, mas de discutir o que é institucionalmente posto e acessível em sala de aula, nos manuais de ensino e livro didático, ao ensino e aos alunos.

Tal discussão é uma contribuição para com a comunidade de Educação Matemática sob dois aspectos: o primeiro diz respeito ao campo científico, pelo entrelaçamento que se deu entre as atividades didáticas e as definições teóricas que a subsidiaram; o segundo aspecto diz respeito a conceber o pensamento algébrico como um objeto matemático capaz de contribuir com a aprendizagem, não se limitando à aprendizagem algébrica, dado a riqueza de conexões e relações que esse tipo de pensar estabelece com outros conhecimentos, seja se apropriando dele, seja problematizando a partir dele. Ademais, considerar o modelo interacionista vygotskyano que preza pela linguagem enquanto principal forma de comunicação do pensamento, pode auxiliar no processo de detecção das dificuldades com a significação da linguagem algébrica e com a aprendizagem, e assim propor soluções.

Considerando a experimentação, que configura uma intervenção didática pelos momentos de troca com os alunos pesquisados, verifica-se que houve ganho de entendimento, o que, para a perspectiva qualitativa adotada na pesquisa, configura-se em aprendizagem. Estes resultados estão de acordo com diversos pesquisadores (ALMEIDA, 2016; CAMPOS, 2015; 2019) que apontam o potencial de aprendizagem dos estudantes a partir de intervenções intencionalmente planejadas para esse fim com foco na linguagem.

Despertou-nos a pensar que um ensino que valorize os saberes existentes, o contexto onde se insere, as relações sociais e interações que estabelecem os sujeitos em aprendizagem, a significação e o caminho percorrido possibilitam o desenvolvimento não só do pensamento algébrico, como também de muitos outros objetos de estudo da matemática. É fato que “o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas” (BRASIL, 1998, p. 37), no

entanto a condução didática é parte relevante. Nesse contexto o livro didático é um instrumento de fácil acesso e que pode ser bem explorado pelo professor na construção do conhecimento. Não como único e dadas suas limitações há de se considerar a inserção de discussões teóricas sobre a aprendizagem no contexto desses instrumentos que são organizados e disponibilizados para o ensino regular.

As abordagens experimentais, enquanto proposta metodológica, têm trabalhado com os diversos temas inscritos no rol de interesses das pesquisas em Educação Matemática que visam amenizar os problemas com a aprendizagem matemática e se mostram eficientes, como neste estudo, que focou na aprendizagem algébrica a partir do desenvolvimento do pensamento algébrico, com atividades pautadas na linguagem e sua significação.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMOULOUD, S. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Pará, v.13, n. 27, p. 05-35, 2017.

ANDRÉ, R. C. M.; CÂMARA DOS SANTOS, M. A transição da linguagem natural para a linguagem algébrica à luz da teoria de Duval. In: **Anais do 2º SIPEMAT**, 2008.

ANDRÉ, R. C. M. Dificuldades na conversão de problemas envolvendo equação e a relação com o contrato didático. In: **Anais do XIII CIAEM**, 2011.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: Brun, J. (org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 193-217.

BAPTISTA, G. C.S. Importância da demarcação de saberes no ensino de ciências para sociedades tradicionais. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 16, n. 3, p. 679-694, 2010.

BRASIL. **BNCC – Base Nacional Curricular – Ensino Fundamental**. Brasília, DF, 2017. Recuperado de <http://basenacionalcomum.mec.gov.br> .

BRASIL. **PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF, 1998. Recuperado de <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife. **Anais...** UFPE: Recife, 2011.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs objet d'étude et problématique. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. v. 19, n. 1, 1999, p. 77-124. Recuperado de <https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/>

CAMPOS, M. A. **Construindo significados para o x do problema**. 2015. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

CAMPOS, M. A. **Uma sequência Didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia – UFBA, 2019.

CAMPOS, M. A.; CARVALHO, E. F.; OLIVEIRA, E. S. S.; FONSECA, L. S. O psicocognitivismo de Piaget, o sociocognitivismo de Vygotsky e os registros de representação semiótica na aprendizagem matemática. In: FONSECA, L. S. (org). **Fenômenos da Aprendizagem: princípios ativos para o ensino de ciências e matemática**. (recurso eletrônico). São Cristóvão: Editora UFS, 2021. 175 p.25-39

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Early algebra and algebraic reasoning. In: LESTER, F. (Ed.). **Second handbook of mathematics teaching and learning**. Greenwich: Information Age Publishing, 2007, p. 669-705.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

CRESWELL, J. W. **Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches**. 2. ed. Thousand Oaks, Canadá: Sage, 2013.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. **Psicologia da Educação Matemática: uma introdução**. 1ª. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar**. Pro-Posições, Campinas, v. 4, n. 1, 1993, p. 78-91.

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et. al. (Orgs.) **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**. São Paulo: Midiograf, 2012.

MEZZAROBBA, O.; MONTEIRO, C. S. **Manual de Metodologia da Pesquisa no Direito**. 4ª ed. São Paulo: Saraiva, 2008.

MOREIRA, M. A. **Teorias da aprendizagem**. 2. ed. ampl. São Paulo: EPU, 2011.

NOGUEIRA, F. B.; SOUZA, D. N. O ensino das interações intermoleculares na perspectiva do modelo vygotskyano de aprendizagem. In: FONSECA, L.S; SILVA, K. S. (Orgs.). **Modelos teóricos de aprendizagem: bases para sequências de ensino em ciências e matemática** (recurso eletrônico) – São Cristovão: Editora UFS, 2018. p.76-85.

PONTE, J. P.; VELEZ, I. Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade. In: **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro-RJ, n. 59, 2011, p. 53-68.

RADFORD, L. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: SIXTH CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION. **Anais...** Lyon – França, 2009.

RADFORD, L. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. Livraria da Física: São Paulo, 2011.

SCHWANDT, T. A. Três posturas epistemológicas para a investigação qualitativa: interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006, p. 193-217.

SILVA, L. H. B; SILVA, K. S. Um estudo sobre a teoria vygotskyana e sua potencialidade de aplicação no ensino do modelo quântico da matéria. In: SILVA, K. S.; FONSECA, L. S. (Orgs.). **Teorias da Aprendizagem: perfis de práticas no ensino de Ciências e Matemática**. Aracaju: IFS, 2019, pág. 60-69.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. In: **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, UFSCar, v. 6, n.1, 2012.

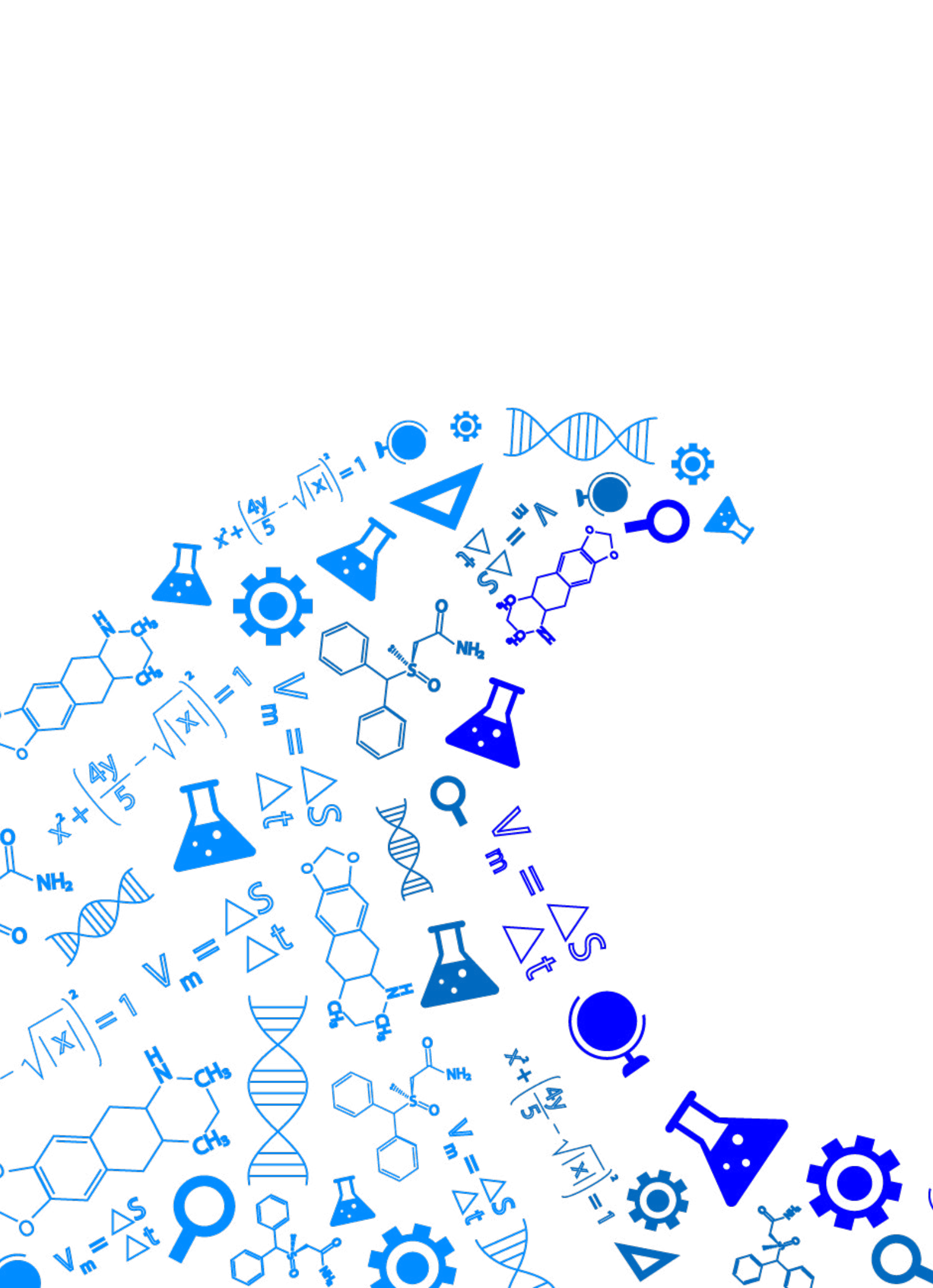
VYGOTSKY, L. S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes: 2001.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. 2. Ed. Brasileira. São Paulo: Martins Fontes, 1988. 168p.



CAPÍTULO 7

**SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUAS
APROXIMAÇÕES COM O MODELO
PIAGETIANO: análise de uma
proposta de estudo de potenciação
por meio de situações adidáticas
no 6º ano do Ensino Fundamental**



Eliane Santana de Souza Oliveira

*Professora Adjunta da área de Educação Matemática do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana.
Pós-doutoranda pelo PPGEICIMA - UFS/SE.
E-mail: essoliveira@uefs.br*

Anderson Souza Neves

*Professor da Licenciatura em Matemática à distância pela UFBA, das redes de ensino do estado da Bahia e do município de Salvador.
E-mail: andersonsneves@gmail.com*

Edmo Fernandes Carvalho

*Professor Adjunto da Universidade Federal do Oeste da Bahia – UFOB.
E-mail: edmo.carvalho@ufob.edu.br*

Luiz Márcio Santos Farias

*Professor Adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências Prof. Milton Santos (IHAC) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.
E-mail: lmsfarias@ufba.br*

Laerte Silva da Fonseca

*Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS
Livre Docente pela Emil Brunner World University®
(EBWU, Miami, Flórida/EUA)
Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe
E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O objetivo desse artigo é analisar uma proposta de estudo do conceito de potenciação por meio de situações didáticas, destacando as aproximações e distanciamentos com o modelo piagetiano. Para isso, vamos compreender as aproximações distanciamento da Teoria das Situações Didáticas com o modelo piagetiano, pontuando algumas relações entre ambas; discutir sobre as Teoria das Situações Didáticas enquanto quadro teórico; e apresentar uma proposta de estudo sobre potenciação por meio de situações adidáticas. A TSD almeja criar um modelo de interação entre o aluno (aprendiz), o saber e o *milieu*/meio, ou seja, busca modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Além disso, temos que a TSD se apoia na Epistemologia Genética de Piaget, ao trabalhar como uma das hipóteses que o aluno aprende adaptando-se ao meio que proporciona contradições, dificuldades e desequilíbrios. Nesse sentido, por meio de um recorte de uma pesquisa maior de Souza (2015) analisamos duas situações adidáticas no contexto da TSD para o estudo de potenciação, a fim de minimizar as possíveis dificuldades para compreensão do conceito de potência. Considerando



os estudos apresentados, observou-se que as situações adidáticas apresentadas buscaram explorar a construção do conceito de potenciação, intuitivamente, antes da institucionalização do professor. E por meio de assimilações, desequilíbrios e acomodações, durante as dialéticas de ação, formulação e validação, a aprendizagem fosse sendo desenvolvida, tendo o aluno o papel principal na construção do conceito de potenciação, e o professor o papel de mediador. Vale destacar, as aproximações da Didática da Matemática com as teorias de aprendizagem de base cognitiva, para a compreensão dos processos de desenvolvimento da aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A matemática ainda é vista, na concepção dos alunos, como uma das disciplinas mais difíceis. Além disso, em avaliações de larga escala, como a avaliação do PISA, o desempenho dos estudantes do Brasil em relação a matemática é insatisfatório, uma vez que dos 77 países participantes em 2018, o Brasil ocupou a 70ª posição em matemática (OECD, 2018).

Esse resultado nos faz refletir a respeito do processo de ensino e aprendizagem de objetos do saber matemático no país, em especial em conteúdos da Educação Básica como potenciação, o qual é um conteúdo trabalhado desde o sexto ano do Ensino Fundamental, até o Ensino Médio, porém apresenta dificuldades desde a sua inserção. Feltes (2007), Paias (2009) e Silva (2013), ratificam essa afirmação ao apontarem em suas pesquisas dificuldades e erros relacionados à definição do procedimento de potência, às propriedades de potências, ao expoente negativo, entre outras. Um exemplo disso é a interpretação de potência como uma multiplicação de base por expoente.

Destarte, temos um problema didático vinculado a um saber matemático: temos como problema didático de investigação “como proporcionar um estudo de potenciação na Educação Básica de forma efetiva?” Assim, temos como hipóteses de pesquisa: “promover o estudo de potenciação por meio de situações didáticas baseadas em aporte piagetianos, pode promover uma aprendizagem efetiva.

Nesse sentido, o objetivo desse trabalho é analisar uma proposta de estudo do conceito de potenciação por meio de situações didáticas, destacando as aproximações e distanciamentos com o modelo piagetiano. Para isso, vamos compreender as dificuldades de potenciação; analisar as aproximações distanciamento da Teoria das Situações Didáticas com o modelo piagetiano; analisar uma proposta de estudo sobre potenciação por meio de situações didáticas.

Fundamentamos nosso trabalho na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1986), uma vez que a TSD objetiva criar um modelo da interação entre o aprendiz, o saber e o meio, no qual a aprendizagem deve se desenvolver (ALMOULOU, 2007). Essa teoria

busca modelar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Devido a isso buscaremos apresentar as aproximações e distanciamentos da TSD e dos aportes piagetianos para o estudo de potenciação no 6º ano do ensino fundamental, uma vez que a TSD é uma teoria da didática da matemática, as quais as primeiras pesquisas se apoiaram no construtivismo didático que derivaram consequentemente do piagetiano.

Vale salientar que documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de matemática Ensino Fundamental ratificam o estudo de potenciação por meio de situações e problemas que proporcione um maior significado e investigação para os estudantes. De acordo com o PCN, o ensino de potenciação com números naturais pode ser abordado por intermédio de situações que envolvam multiplicação sucessiva de fatores iguais, que são frequentes em problemas de contagem (BRASIL, 1998). Já a BNCC (BRASIL, 2018) destaca a importância de resolver problemas envolvendo a potenciação com números naturais e racionais por meio de diferentes estratégias com e sem uso de calculadora.

Desse modo, explicitaremos nesse trabalho as aproximações e distanciamentos do modelo piagetiano com a TSD; em seguida realizaremos uma breve discussão teórica sobre a TSD; e por fim explanaremos sobre uma proposta baseada em situações didáticas para o estudo de potenciação, analisando no viés do nosso referencial teórico e dos elementos piagetianos que se aproximam da TSD.

O MODELO COGNITIVISTA PIAGETIANO NA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A cognição envolve elementos variados e, obviamente, apresenta teorias diversas que visam explicar os mecanismos de seu desenvolvimento e, consequentemente, atrelam-se à aprendizagem. Nesse contexto, a teoria cognitivista de Jean Piaget configura uma das mais sólidas contribuições para a compreensão dos processos aos quais nos referimos.

Ao falar em cognição humana e construtivismo, temos Jean Piaget como uma das principais referências. O trabalho de Piaget busca “definir como o sujeito passa de um conhecimento menor para um nível maior de conhecimento a partir da perspectiva da biologia. Sua teoria, denominada *Epistemologia Genética*, está centrada no desenvolvimento natural da criança” (MOTA, *et al*, 2018, p.66)

No modelo piagetiano temos a continuidade como marco do desenvolvimento cognitivo, e os estágios de desenvolvimento são definidos por Piaget como um processo de alterações e mudanças em diferentes níveis nas estruturas cognitivas de forma qualitativa. São os quatro estágios que conhecemos como período sensório-motor, pré-operacional, operacional-concreto,

operacional-formal. Vale salientar que os estágios são contínuos, e não algo fragmentado, mesmo tendo tempo e uma gênese de realização, não se pode enxergá-los de forma rígida.

Vale destacar que a abordagem construtivista foi desenvolvida para estudar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos e noções matemáticas como destaca Almouloud (2007), e essa abordagem foi desenvolvida a partir do “modelo piagetiano de desenvolvimento da inteligência em relação a representação do mundo, explorando a ideia de que esse desenvolvimento se faz por adaptação a situações novas para o sujeito”. (ALMOULOU, 2007, p. 23)

Temos outras relevantes colaborações do modelo piagetiano, que é a noção de equilíbrio, assimilação e acomodação, termos esse do construtivismo de Piaget. A assimilação é o processo de entrada e processamento estímulos de dados ao esquema. O sujeito constrói esquemas de assimilação mentais para abordar a realidade. (MOREIRA, 1999). É como se fosse o momento em que uma criança e/ou um sujeito aprendiz adquirir uma informação que não possuía. Porém quando não ocorre a assimilação de um estímulo, ou de uma situação, poderá desistir ou realizar um processo de modificação o que é a acomodação. Segundo Piaget, a acomodação é construção de novos processos de assimilação. E além da acomodação, temos o processo de equilíbrio, esse processo ocorre por meio da desestabilização de esquemas anteriores e reconstrução de outros esquemas. A partir do equilíbrio da acomodação e assimilação temos a adaptação.

No construtivismo piagetiano, temos dois conceitos bastante importantes, a ação e o esquema. Tudo no comportamento parte da ação, Moreira (1999, p.101) destaca que para Piaget “as ações humanas é a base do comportamento humano”. Já o esquema vem no intuito de organizar as habilidades tanto sensório-motoras quanto intelectuais. E para isso temos que um “esquema gera ações e deve conter regras, mas não é um estereótipo” (VERGNAUD, 1994 *apud* MOREIRA, 2002, p. 120).

Por meio desses conceitos principais do modelo piagetiano, vamos traçar algumas aproximações com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau. Sendo umas das principais teorias da Didática da Matemática, a TSD objetiva criar um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o meio, no qual a aprendizagem se desenvolve (ALMOULOU, 2007), ou seja, busca modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos.

A TSD inicia sua aproximação com o modelo piagetiano, já relacionada como o construtivismo didático. Uma vez que a Didática da Matemática inicialmente, se apoiou no construtivismo piagetiano e em seguida no construtivismo didático, a TSD não foi diferente. Vale destacar conforme apresenta Almouloud (2007), que:

“O construtivismo didático introduz uma mudança de perspectiva em relação ao construtivismo piagetiano centralizado no desenvolvimento do sujeito epistêmico.

O sujeito é analisado como aluno em uma classe e a aquisição dos conhecimentos é estudada considerando a organização do ensino, proposta pelo professor.” (2007, p. 24 - 25)

Nesse sentido, temos que na TSD a um embasamento na epistemologia genética de Piaget, pois conforme Freitas destaca, existe “[...] um trabalho científico do trabalho didático, tendo como base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um *meio* que produz contradições e desequilíbrios” (FREITAS, 2008, p. 78).

Quando falamos na TSD temos três hipóteses que fundamentam essa teoria, como apresenta Almouloud (2007):

1. O aluno aprende adaptando-se ao um *milieu* que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem (BROUSSEAU, 1986, p. 49). Esta hipótese é uma referência à epistemologia construtivista de Piaget, segundo a qual a aprendizagem decorre de processos de adaptação, no sentido biológico do termo, desenvolvidos pelo sujeito diante de situações problemáticas.
2. O *milieu* não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Para que haja essa intencionalidade didática, o professor deve criar e organizar um *milieu* no qual serão desenvolvidas situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens.
3. A terceira hipótese postula que esse *milieu* e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Podemos observar que as hipóteses da TSD possuem aproximações bem evidentes com o modelo piagetiano, em especial a epistemologia construtivista de Piaget. E como destaca Nogueira *et al.* (2018, p.13) observamos nessas hipóteses a adaptação ao meio como parte fundamental, uma vez que “o saber do aluno é fruto de sua adaptação ao meio. Este meio é constituído com intenções didáticas, de maneira a orientar a ação do aluno e ainda mais, as intenções didáticas do professor devem estar fortemente engajadas aos saberes matemáticos.” (2018, p.13)

Além disso, temos na TSD as dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização, as quais são conceitos chaves da TSD, que também apresentam aproximações com o modelo piagetiano. Uma vez que na fase de ação, formulação e validação já observamos uma evolução no processo de aprendizagem que comunga com o modelo piagetiano e evoluído por Vergnaud como apresenta Nogueira *et al* (2018, p. 14) que destacam que essas dialéticas:

[...]reproduzem a evolução da aprendizagem que se fundamenta no processo descrito por Piaget para o desenvolvimento da inteligência e reelaborado por Vergnaud: ação, desencadeada pela situação proposta e, mediante os aportes da função simbólica, explicitar a ação, identificação a validade da solução apresentada em relação à situação proposta. Esse diálogo do aluno com o saber a partir das tentativas da ação, alcança o saber fazer e a explicitação deste saber que culmina na construção do seu conhecimento, em sua aprendizagem efetiva foi proporcionado pelo professor, ao organizar um meio, com tarefas engajadas no saber matemático e que reconstituem o processo de desenvolvimento da inteligência.

Uma vez que já destacamos algumas aproximações em relação ao modelo piagetiano e a TSD, a seguir vamos discutir um pouco mais sobre a TSD afim de situar o quadro teórico que utilizaremos para nossa análise da proposta de estudo de potenciação.

A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) desenvolvida por Brousseau (1986), possui um lugar de destaque neste trabalho devido à sua importância voltada ao ensino e a aprendizagem. Vale salientar, que a situação didática é a interação dos momentos entre professor, aluno e saber.

Antes de nos aprofundarmos na TSD, convém entendermos o que é uma situação. Conforme traz Brousseau (2011, p. 21), “situação é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado”, no qual, para se conseguir um estado favorável, é necessário ter como recurso decisões dependentes do emprego de um conhecimento específico. A teoria das situações didáticas, conforme apresenta Almouloud (2007), “busca criar um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o *milieu* (meio) no qual a aprendizagem deve se desenrolar” (2007, p. 31).

De acordo com Brousseau, as situações didáticas são classificadas em didáticas e adidáticas. Ele define situações didáticas como:

o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1978 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 33).

Já as situações adidáticas, Brousseau (1986) apresenta como situações planejadas pelo professor para que o aluno aja por iniciativa própria, refletindo, resolvendo, evoluindo, de modo

que a intenção de ensinar não é revelada ao aluno e o professor não intervém na interação do aluno com a situação na construção do conhecimento matemático.

Salientamos que a TSD é de extrema relevância para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Pois a mesma valoriza o trabalho do aluno de aceitar o desafio da situação e se propor a resolver a situação de forma autônoma, construindo, assim, o conhecimento matemático. De forma análoga, essa teoria valoriza o trabalho do professor na elaboração de situações no meio adequado, que proporcione a aprendizagem do aluno.

Nessa direção, Brousseau (1986) apresenta quatro dialéticas diferentes para análise o processo de aprendizagem. As quais denomina de dialética de ação, formulação, validação e institucionalização.

A dialética de ação consiste no intuito de permitir ao aprendiz uma situação de ação. Conforme traz Almouloud (2007, p. 37), temos que a mesma: “coloca um problema para o aluno cuja melhor solução nas condições propostas, é o conhecimento a ensinar; o aluno possa agir sobre essa situação e que ela lhe retorne informações sobre sua ação”.

Assim como apresenta Almouloud (2007), a dialética da formulação tem como objetivo a troca de informações. Nessa dialética, os alunos discutem e pensam para resolução da situação, explicitando oralmente ou por escrito como encontrou o resultado.

Já na fase de validação, o aluno fundamenta matematicamente seus passos na resolução, ou seja, justifica o modelo adotado, mostrando a validade dele.

Por fim, temos a dialética da institucionalização. Esta fase, conforme apresentada por Brousseau (2011), só foi desenvolvida posteriormente, após primeira formulação da teoria que tinha antes apenas as três primeiras fases. Essa fase é a formalização feita pelo professor das ideias formuladas e validadas pelos estudantes nas fases anteriores. Almouloud (2007) destaca que, ao realizar a institucionalização, o professor deve ser cauteloso, pois, caso a mesma seja feita antecipadamente, ocorre a ruptura da construção do conhecimento pelo aluno, o que impede uma aprendizagem adequada. Contudo, ele também ressalta que, quando feita tardiamente, ela acaba reforçando interpretações errôneas, atrasando a aprendizagem e dificultando a mesma. De acordo com Almouloud (2007, p. 40) “depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais”.

Vale ressaltar que, nesse trabalho, ao adotarmos a teoria das situações didáticas para criações das situações que permitam a integração entre o ensino de potência e o uso da calculadora, levamos em consideração a noção do contrato didático. De acordo com Brousseau (1980 *apud* ALMOULOU, 2007), o contrato didático pode ser definido “como um conjunto de

comportamentos específicos do professor esperado pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos esperado pelo professor”. O contrato didático nos permite analisar as relações entre o professor e seus alunos e sua influência sobre o ensino e aprendizagem da matemática, em especial de potência.

Assim, após apresentação de nosso quadro teórico, explicitaremos, a seguir, a metodologia utilizada nesta proposta, a fim de proporcionar uma melhor compreensão da estrutura do trabalho.

SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ESTUDO DE POTENCIAÇÃO: ANÁLISE UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DE POTÊNCIA POR DIFERENTES MEIOS

Em busca de minimizar as lacunas referentes a aprendizagem de potenciação, trazemos um recorte do estudo de dissertação e Souza (2015) a fim de compreender como as aproximações entre a TSD e o modelo piagetiano pode contribuir para o estudo de potenciação. O estudo buscou analisar de que maneira os professores integram a calculadora em sala de aula a partir de uma proposta de estudo efetivo dela para a construção do procedimento de potência, por meio de situações didáticas.

A pesquisa foi de cunho experimental, apresentando como metodologia a Engenharia Didática e como método de pesquisa a abordagem qualitativa. Apoiamo-nos, enquanto quadro teórico, na Teoria da Instrumentação, de Pierre Rabardel; na Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau; além dos elementos da Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard, sobre a qual questionamos o Modelo Epistemológico Dominante sobre potenciação na instituição 6º ano – considerando as instituições de referência, o livro didático e os PCNs –, bem como o processo de evolução de potenciação, por intermédio de uma análise histórico-epistemológica sobre a construção do objeto potência e sua relação com o uso da calculadora. Em seguida, apresentamos o nosso Modelo Epistemológico de Referência, sobre o qual nos embasamos para construção do nosso Percurso de Estudo e Pesquisa. O contexto da pesquisa que explicitaremos nesse recorte, foram 5 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental e o professor de matemática dessa turma.

A escolha de potenciação, é devido ser um conceito que, aparentemente, não apresenta muitas dificuldades, mas há um erro recorrente cometido pelos alunos, o qual diz respeito a interpretação do conceito de potência como a soma da base com o expoente ou como uma multiplicação da base com o expoente. Pesquisas (FELTES, 2007; PAIAS, 2009; SILVA 2013; SOUZA, 2015) apontam que muitas dificuldades estão relacionadas a interpretação do conceito de potenciação. Nesse sentido, buscamos explorar uma proposta que Souza (2015) construiu por meio de situações adidáticas, para iniciar o trabalho com o conceito de potência a fim de amenizar suas possíveis dificuldades.

O recorte que apresentamos nesse artigo, é análise de uma das propostas do estudo do conceito de potência por meio de situações didáticas com meio material da calculadora e materiais manipuláveis. A seguir apresentamos a proposta de estudo de potenciação, de duas situações adidáticas.

Figura 01 - Proposta de estudo de potenciação por meio de situações adidáticas

PROPOSTA DE DUAS SITUAÇÕES ADIDÁTICAS PARA O ESTUDO DE POTÊNCIA

Situação 01: Dado uma caixa no formato de cubo que possui 5 cm de largura, 5 cm de comprimento e 5 cm de altura, determinar quantos cubinhos de 1cm de largura, 1cm de comprimento e 1 cm de altura cabem dentro dessa caixa.

1º) Utilizando a calculadora encontre o resultado do problema.

2º) Explique qual a estratégia utilizada para resolver o problema.

3º) Qual a operação matemática utilizada para resolver o problema?

4º) Agora, com auxílio de outros cubinhos, preencha todo o cubo para confirmar o resultado encontrado.

(Quantidade de cubos de 1cm x 1cm inicial 15 unidades)



Situação 02: Sabendo-se que um tabuleiro de xadrez tem o formato de um quadrado (figura geométrica que possui os quatro lados iguais e quatro ângulos iguais), e que suas casas estão distribuídas em linhas e colunas, no qual cada linha e cada coluna possui 8 casas, diga quantas casas possui o tabuleiro de xadrez.



1º) Descubra o resultado utilizando a calculadora.

2º) Explique a estratégia utilizada para resolver o problema.

3º) Manipulando o tabuleiro de xadrez, compare a quantidade de casas do tabuleiro com o resultado encontrado.

Fonte: Adaptado de Souza (2015)

Essa proposta foi elaborada no intuito dos alunos trabalharem de forma adidática, ou seja, sem a interferência direta do professor. As variáveis didáticas foram a quantidade de cubos e o tamanho da caixa, e na outra situação o tamanho do tabuleiro de xadrez, pois poderiam fazer adaptações em diferentes tabuleiros. Essa atividade foi aplicada em uma turma com 5 alunos. A seguir vamos explicar cada dialética das situações adidáticas 01 e 02 composta na figura acima, em quadros, comparando o que esperávamos e o que aconteceu de fato na experimentação.

Quadro 01 - Análise comparativa da proposta de situação 01 adidática

PROPOSTA 01	
<i>Análise a priori (o que esperávamos)</i>	<i>Análise a posteriori (o que ocorreu)</i>
Situação 1: determinar a quantidade de cubinhos necessários de 1cm^3 para preencher uma caixa de madeira em formato de um cubo com dimensões de 5 cm de largura, 5 cm de altura e 5 cm de comprimento. Presumíamos que os alunos teriam dificuldades em compreender as medidas associando os cubinhos menores.	Situação 1 Professor Pedro: os alunos compreenderam a situação e iniciaram o momento de ação buscando o melhor posicionamento dos cubinhos na caixa de formato cúbico comparando as medidas. Realizaram vários testes assimilando e adaptando novas formas para chegar ao resultado esperado.
Situação 1 Professor Pedro: pensávamos que os estudantes iriam tentar colocar os quinze cubinhos menores na base do cubo maior e vendo que não completavam toda a base iriam traçar a estratégia para resolução, utilizando a calculadora.	Situação 1 Professor Pedro: alguns alunos no momento de aplicação da situação partiram logo para a estratégia de arrumar 5 cubinhos em cada dimensão, comprimento, largura e altura e, conseqüentemente, multiplicaram na calculadora $5 \times 5 \times 5$, obtendo como resultado 125. Eles assimilaram ao cálculo de volume, e conseguiram resolver. Observamos que nessa fase de formulação eles utilizaram um conhecimento já aprendido anteriormente para por em prática a estratégia escolhida.
Situação 1 Professor Pedro: quanto à validação, esperávamos que os alunos validassem a estratégia ao realizar as operações fundamentais justificando assim suas escolhas.	Situação 1 Professor Pedro: os alunos apresentaram a multiplicação dos valores $5 \times 5 \times 5 = 125$ como validação da estratégia escolhida, justificando o cálculo de volume como validação matemática.
Situação 1 Professor Pedro: objetivo: fazer com que os alunos construam o procedimento inicial de potência, de forma intuitiva, por intermédio da manipulação da calculadora e dos materiais, sem a formalização previamente.	Situação 1 Professor Pedro: o grupo, composto por 5 alunos, realizou com a calculadora uma multiplicação de fatores iguais, percebendo assim a noção do procedimento de potência, antes do trabalho com o conteúdo.

Fonte: Adaptado de Souza (2015)

Salientamos que ao oportunizar que os cinco alunos ficassem em um único grupo, permitiu uma maior discussão em relação as fases de ação, formulação e validação, as quais eles debateram as estratégias, assimilando com conteúdos anteriores trabalhados e realizando adaptações para chegar ao resultado almejado. Isso possibilitou um crescimento na aprendizagem, pois foram possíveis as interações aluno-aluno e aluno-situação na resolução da situação proposta, visto que construíram juntos estratégias para solucionar a atividade.

Isso foi ratificado quando um dos alunos não compreendeu a estratégia de multiplicação das medidas da altura, comprimento e largura, e outro colega, utilizando a calculadora e o cubo, afirmou que bastava associar que se suas medidas são de 5 cm cada lado, multiplicando

na calculadora as medidas, obter-se-ia a quantidade de cubinhos, pois cada cubinho possuía medidas de 1cm. Abaixo, a estratégia utilizada pelo grupo:

Figura 29 - Resposta do Grupo 1 do Professor Pedro.

3.1 que cada lado do tabuleiro é 5 cm eu utilizei 5 cubinhos em um lado e 5 por cima e fiz o canto 5×5 deu $25 \times 5 = 125$ utilizando a calculadora.

Fonte: Souza (2015).

Salientamos que essa estratégia já apresenta uma noção da ideia inicial de potência, trabalhada na instituição 6º ano do EF. Após resolução da situação 1, o professor pediu que os alunos partissem para a resolução da situação 2, sobre a qual apresentaremos uma análise considerando uma confrontação com a análise *a priori* e a análise *a posteriori* no quadro 2.

Quadro 02 - Análise comparativa da proposta de situação 02 adidática

Situação 02 - OM pontual	
Análise <i>a priori</i>	Análise <i>a posteriori</i>
Situação 2 Professor Pedro: determinar a quantidade de casas que possui um tabuleiro de xadrez, no qual cada linha e cada coluna possui 8 casas. Pensávamos que os estudantes compreenderiam o problema de início sem apresentar dificuldades.	Situação 2 Professor Pedro: os alunos aceitaram o desafio, e na fase de ação compreenderam a situação sem maiores dificuldades.
Situação 2 Professor Pedro: pensávamos que os estudantes poderiam utilizar outras estratégias além da de multiplicação.	Situação 2 Professor Pedro: conforme presumimos, apesar dessa turma ser formada apenas por um grupo, um dos alunos resolveu ir somando na calculadora 8 mais 8, oito vezes e os demais utilizaram a multiplicação como operação principal. Observamos nessa fase a assimilação com a adição e a multiplicação para chegar ao resultado, buscando sempre aproximar aos conteúdos que é mais familiar.
Situação 2 Professor Pedro: quanto à validação, esperávamos que os alunos validassem a estratégia ao realizar as operações fundamentais justificando assim suas escolhas.	Situação 2 Professor Pedro: os alunos apresentaram a multiplicação dos valores $8 \times 8 = 64$ e um aluno apresentou a adição, somando $8+8+8+8+8+8+8+8=64$ como validação da estratégia escolhida. Novamente vemos a questão da assimilação e adaptação presente do modelo piagetiano nessa fase da TSD.
Situação 2 Professor Pedro: objetivo: fazer com que os alunos construam a ideia inicial de potência de forma intuitiva por meio da manipulação da calculadora e dos materiais.	Situação 2 Professor Pedro: apesar de um aluno apresentar a adição como uma das estratégias a ser utilizada, a que prevaleceu foi a multiplicação das fileiras e colunas do tabuleiro na calculadora, apresentando uma multiplicação de um número por ele mesmo.

Fonte: Adaptado de Souza (2015)

Nesse sentido, observamos que as situações acima, são situações adidáticas que permitiram um trabalho com a noção inicial de multiplicação de fatores iguais utilizando a calculadora como um meio de realização, com a finalidade de proporcionar a integração dela em instrumento para o trabalho com o saber potência na instituição 6º ano do Ensino Fundamental. Destacamos que o meio escolhido para as situações, composto de materiais manipuláveis e a calculadora, proporcionaram aos estudantes diferentes relações com o saber em jogo, pois permitiu discussões de estratégias, ações, tomada de decisões para escolher os melhores caminhos, e inclusive adaptar e assimilar com conteúdos prévios já trabalhados. Vale salientar que no momento de aplicação os estudantes não tinham trabalhado ainda com potenciação.

Após essa exploração, o professor foi ao quadro para promover a fase de institucionalização, a qual o professor validou o novo conteúdo trabalhado, explicando a potenciação como uma multiplicação de fatores iguais.

Destacamos a importância do momento de institucionalização durante a aplicação, pois o professor após explicitação das respostas dos alunos vai ao quadro e valida a estratégia da situação 1 com o cálculo de volume de um cubo, mostrando uma multiplicação de três fatores iguais; em seguida, apresenta na situação 2 o cálculo para obter as casas do xadrez como um cálculo de área de um quadrado, expondo que o mesmo é uma multiplicação de dois fatores iguais, e a partir dessa institucionalização exibe a operação potenciação, explorando suas características, relacionando com as situações trabalhadas.

Assim observamos as aproximações referentes ao modelo piagetiano e a TSD nas análises realizadas, justificando assim, a importância dessa articulação para aprendizagem do objeto do saber potenciação na Educação Básica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo buscou analisar uma proposta de estudo do conceito de potenciação por meio de situações didáticas, destacando as aproximações e distanciamentos com o modelo piagetiano.

Destarte, buscamos situar as possíveis aproximações e distanciamentos do modelo piagetiano com a TSD, a fim de demarcar contribuições chaves para análises como as noções de ação, assimilação, acomodação entre outras. E assim, mostrando que a Epistemologia Genética de Piaget, serviu como um apoio para TSD de Brosseau (1986), como destaca Freitas em: “[...] um trabalho científico do trabalho didático, tendo como base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um *meio* que produz contradições e desequilíbrios” (FREITAS, 2008, p. 78).

A noção de meio, também conhecida pela didática por *milieu* é um ponto importantíssimo da TSD, como destacamos, pois, por meio das interações do aprendiz, com o saber e o meio a aprendizagem se desenvolve. Vale ressaltar que é através do meio/*milieu* o aluno se adapta e vai aprendendo, com as dificuldades, contradições e desequilíbrios.

Explicitamos nesse texto sobre a Teoria das Situações Didáticas, a fim de apresentarmos sua importância para aprendizagem, bem como a diferenciação de situações didáticas e adidáticas. As quatro dialéticas da TSD foram explanadas no intuito de explicitar como elas se articulam em situações de aprendizagem, de modo a compreendermos o processo de interação do meio/*milieu* com o aprendiz e o saber que está em jogo, em nosso caso, a potenciação.

Ao ampliarmos nosso olhar para analisar a proposta de situações adidáticas para o estudo de potenciação, objetivamos apresentar contribuições para a discussão sobre o ensino de matemática na Educação Básica. Observou-se que as situações adidáticas apresentadas buscaram explorar a construção do conceito de potenciação, intuitivamente, antes da institucionalização do professor. E por meio de assimilações, desequilíbrios e acomodações, durante as dialéticas de ação, formulação e validação, a aprendizagem fosse sendo desenvolvida.

Portanto, percebemos que os alunos construíram estratégias que proporcionaram chegar ao objetivo de realizar multiplicações sucessivas, buscando compreender o saber potência antes de ser trabalhado. Vale ressaltar, que a estratégia de formação de grupos, proporcionou maior interação, devido ao auxílio dos colegas para a construção do propósito almejado, pois permitiram discutir melhor as estratégias formuladas, assimilando com conteúdos prévios já trabalhados e conseqüentemente desenvolvendo melhor as situações de aprendizagem.

Destacamos que esse trabalho traz como contribuição reflexões a respeito de uma proposta de estudo sobre potenciação para 6º ano do Ensino Fundamental, a fim de promover uma nova configuração a qual o aluno tenha o papel principal para construção do saber matemático. E o professor enquanto mediador desse processo, possa desenvolver situações que permitam o desenrolar da aprendizagem em diferentes meios/*milieu*, por intermédio de confrontações, ações, desequilíbrios, assimilações, que proporcionem a formulação e validação de estratégias matemáticas para construção de um determinado saber. Por fim, destacamos a importância da compreensão das aproximações e distanciamento das teorias da Didática da Matemática com as teorias de aprendizagem de base cognitiva, para a compreensão dos processos de desenvolvimento da aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. v. 1. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BRASIL. **BNCC – Base Nacional Curricular – Ensino Fundamental**. Brasília, DF, 2017. Recuperado de <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>.

BRASIL. **PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF, 1998. Recuperado de <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7(2), p. 33-116, 1986.

_____. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Tradução Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2011.

FELTES, Rejane Z. **Análise de erros em potenciação e radiciação**: um estudo com alunos de Ensino Fundamental e Médio. 2007. 136 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FREITAS, J. L. G. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S.D.A. (Org) **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: Educ, 2008.

MOREIRA, M. A. **Teoria de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOTA, M. R. S.; GUIMARÃES, C. D. P.; SANTOS, T. M.; SOUZA, V. R. M., Modelo teórico de Piaget: contribuições à aprendizagem do corpo humano nas séries iniciais. In: FONSECA, L.S; SILVA, K. S. (Orgs.). **Modelos teóricos de aprendizagem: bases para sequências de ensino em ciências e matemática** (recurso eletrônico) – São Cristovão: Editora UFS, 2018. p.64-75.

OCDE, PISA: The OECD Programme for International Student Assessment (PISA) Results from Pisa 2018. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf>. Acesso em: 20 maio 2021.

PAIAS, A. M. **Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicada a alunos dos ensinos fundamental e médio**. 2009. 219 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, M. C. da. **Educação Matemática** : Conhecimentos Docentes acerca de potenciação. 2013. 114 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Alagoas – UFAL, Maceió.

SOUZA, E. S. de. **Uma proposta de utilização efetiva da calculadora padrão no ensino de potência**. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências – Universidade Federal da Bahia, Salvador – Ba, 2015.

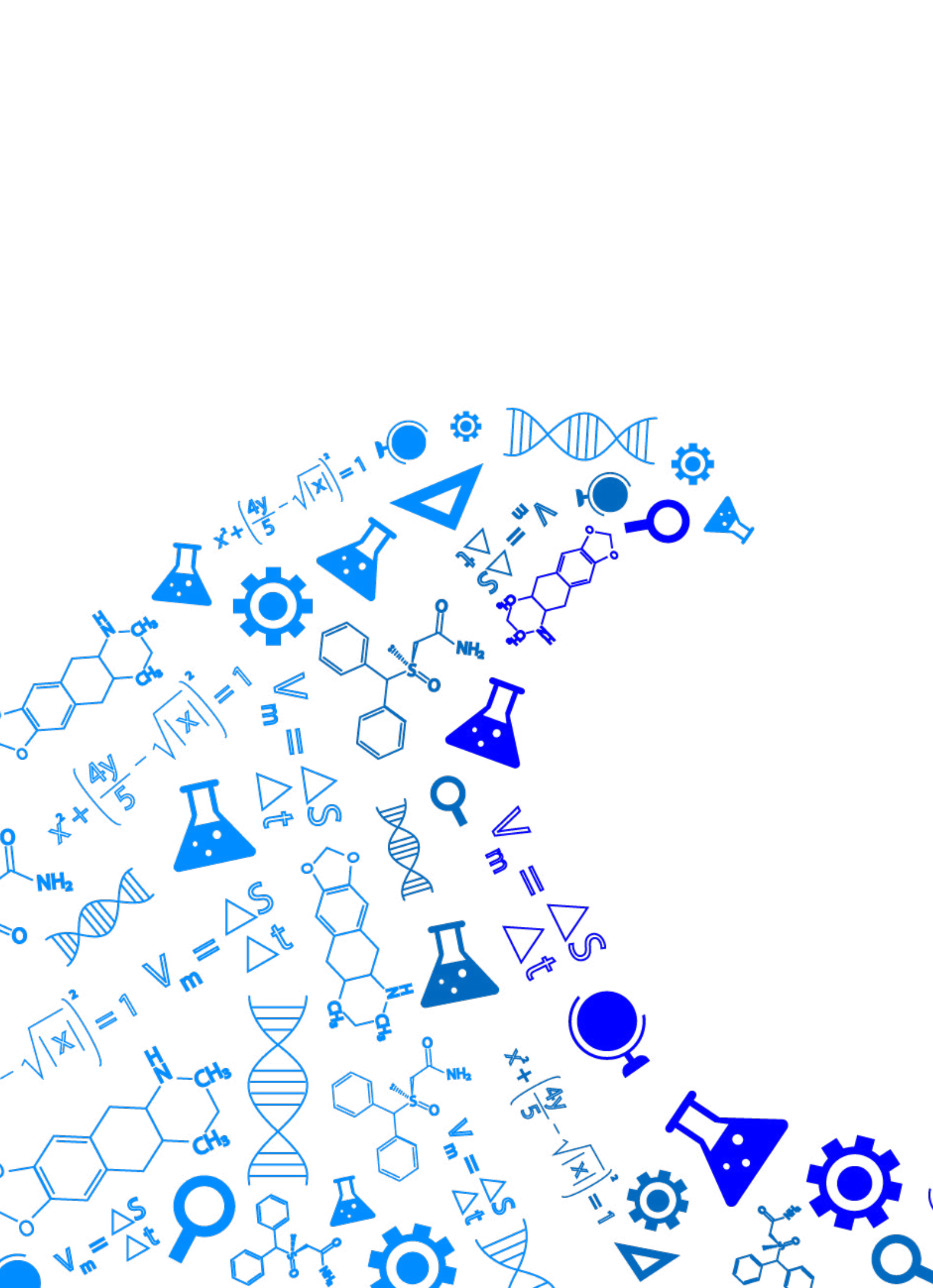
NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V.; DEBASTIANI NETO, J. A gênese piagetiana da didática da matemática francófona. **Anais do V Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Educação Democrática e Novas alternativas**. Marília: Unesp, 2018.



CAPÍTULO 8

UMA PROPOSTA DE SITUAÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES





Anderson Souza Neves

*Professor da Licenciatura em Matemática à distância pela UFBA,
das redes de ensino do estado da Bahia e do município de Lauro de Freitas.
E-mail: andersonsneves@gmail.com*

Márcia Azevedo Campos

*Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
E-mail: azevedoxu@gmail.com*

Edmo Fernandes Carvalho

*Professora da Universidade Federal do Oeste da Bahia – UFOB.
E-mail: edmo.carvalho@ufob.edu.br*

Luiz Márcio Santos Farias

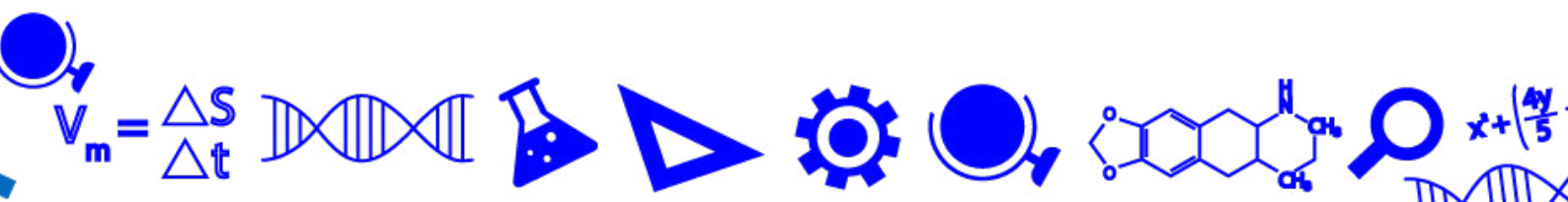
*Professor Adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências Prof. Milton Santos (IHAC) e do
Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.
E-mail: lmsfarias@ufba.br*

Laerte Silva da Fonseca

*Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS
Livre Docente pela Emil Brunner World University®
(EBWU, Miami, Flórida/EUA)
Docente no Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe
E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O ensino de matemática vem passando por diversas modificações a fim de proporcionar aprendizagem. Nesse contexto, perguntamo-nos: de que forma é possível elaborar situações didáticas que proporcione a aprendizagem de um saber matemático? Para responder esta questão, essa investigação utilizou elementos teóricos da Teoria de Piaget acerca da aquisição de novos conhecimentos e dos tipos e avanços da aprendizagem diante de um meio e da Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau, para elaborar situações didáticas e as integrar aos jogos de regras cooperativos, nas propostas de Caillois, Huizinga e Grando. Nesse sentido, elencamos o saber matemático Probabilidade, alicerçado na metodologia da Engenharia Didática, proposta por Artigue, que foi possível desenvolver situações didáticas de jogos para experimentar com os estudantes do sétimo semestre de um curso de formação inicial de professores de matemática. Os resultados analisados demonstraram que os estudantes da formação inicial têm muitas dificuldades em mobilizar os conhecimentos já adquiridos para desenvolver novos saberes.



INTRODUÇÃO

O ensino da matemática tem passado por modificações profundas na contemporaneidade diante dos resultados oriundos das pesquisas científicas e políticas públicas, oportunizando que o saber matemático possa ser acessível a todos (GODOY e SANTOS, 2012; RODRIGUES, 2016 e BARRETO, 2020) que integram a sociedade.

Para Godoy e Santos (2012), as reformulações curriculares, em especial, após 1970, possibilitaram modificações profundas no currículo da matemática, que se iniciou por um currículo centrado no conteúdo matemático, defendido pelo Movimento Matemática Moderna (MMM), e que vem sendo modificado constantemente para atender os anseios sociais e possibilitar a compreensão da matemática, em especial, nas propostas de ensino.

Essa mudança implementou a área da Educação Matemática, que atuou para implementar algumas propostas para o ensino de matemática, as Tendências em Educação Matemática²⁰ como jogos, didática da matemática, formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, dentre outros, conforme aponta Barreto (2020), que atualmente são contempladas nos currículos normativos como a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 1997) e no Documento Curricular Referencial da Bahia para Educação Infantil e Ensino Fundamental - DCRB (BAHIA, 2020).

Diante desses currículos e do trabalho de Rodrigues (2016) que indicam que o ensino deve promover a implementação de propostas a fim de promover o trabalho colaborativo tanto para os professores quanto para os estudantes, direcionamos essa investigação para a utilização de jogos no processo de formação inicial de professores.

Nesse contexto, consideramos, nessa investigação, os jogos, que podem ser considerados atividades lúdicas intrínsecos ao desenvolvimento do ser humano uma vez que muitas pessoas utilizam os jogos como atividades recreativas, atividades competitivas e para a produção de conhecimento (CAILLOIS, 1990; GRANDO, 2000; HUIZINGA, 2012). A partir das ideias desses autores, consideramos o jogo com objetivo de produzir situações didáticas, em aulas de matemática, uma vez que muitos professores têm utilizado o jogo como estratégia didática para abordar saberes matemáticos a fim de validar a apropriação dos saberes já desenvolvidos, em via de desenvolvimento, com os estudantes, favorecendo a aprendizagem.

Para tanto, essa investigação foi estruturada, inicialmente, nas propostas sobre a gênese do conhecimento e a inteligência de Piaget, que posteriormente, após o fracasso do MMM sobre os currículos para o ensino de matemática, auxiliou a fundar o movimento da Educação

²⁰ Atualmente deixaram de ser tendências visto que já são realidade nos currículos normativos.

Matemática, e consequentemente, a Didática da Matemática Francesa (francófona), através dos trabalhos de Gérard Vergnaud, que elaborou a Teoria dos Campos Conceituais, e Guy Brousseau, que elaborou a Teoria das Situações Didáticas (FARIAS e NEVES, 2020). Essa investigação investirá nas interrelações das propostas de Piaget e Brousseau acerca das potencialidades acerca da criação situações didáticas que proporcione aprendizagem dos sujeitos em um determinado meio.

Consideramos, nas propostas de ensino e aprendizagem da matemática, como as relações de ensino entre professor e estudante, estudantes entre si e esses com o saber, são essenciais para que uma proposta de ensino seja conduzida para proporcionar a aprendizagem dos estudantes. Diante desse contexto, surge uma questão: de que forma é possível elaborar situações didáticas que proporcione a aprendizagem de um saber matemático?

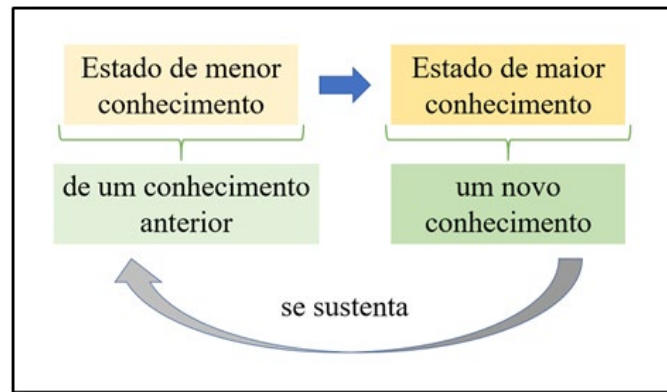
Sendo assim, o saber selecionado para essa investigação foram as noções sobre Probabilidade, que já faz parte do currículo dos anos iniciais do ensino fundamental, e que os estudantes apresentam bastante dificuldades uma vez que os estudantes não conseguem realizar situações de ensino para além da etapa de ação, como indicam os relatórios da Principles and Standards for School Mathematics -APM (2008) e Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE (2012, 2015 e 2016), o que diferem das propostas descritas nos currículos supracitados, que indicam que os estudantes devem utilizar as indicações da situação para manusear o saber em voga.

Nesse contexto, utilizamos a metodologia da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988), de primeira geração (ALMOULOUD e SILVA, 2012), para elaborar e desenvolver essa investigação, uma vez que através desse método de investigação é possível desenvolver situações didáticas que promovam o ensino e a aprendizagem de matemática.

Os resultados dessa experimentação indicam que os estudantes no processo de formação inicial de professores ainda têm muita dificuldade em transpor os saberes matemáticos para as propostas de ensino que possibilitem os estudantes a refletirem sobre os conhecimentos já adquiridos e como podem e devem ser utilizados para compreender os “novos” saberes propostos.

O MODELO DESENVOLVIMENTISTA DE PIAGET: A INTEGRAÇÃO ENTRE A GÊNESE DO CONHECIMENTO E A INTELIGÊNCIA

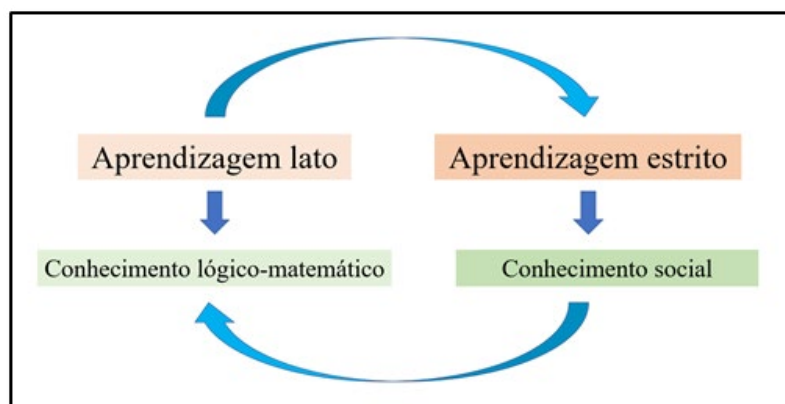
A gênese do conhecimento, proposta por Piaget, pode ser entendida como um conjunto de conhecimentos que é organizado e estruturado para formar um novo conhecimento, que se alicerça nos conhecimentos anteriores, conforme a figura 1.

Figura 1 - Gênese do conhecimento proposta por Piaget.

Fonte: Os autores.

A partir da figura 1 considera-se que a partir da gênese do conhecimento emergem as inteligências sensório-motor e as formas mais elementares de representação, bem como a ideia de que o organismo se adapta ao meio (WELLER, PFAFF, 2012).

Para Nogueira, Rezende e Debastiani Neto (2018), Piaget distinguiu dois tipos de aprendizagem: a aprendizagem no sentido *lato* e *estrito*. A aprendizagem do sentido *lato* é a organização das aquisições que um ser humano constrói gradativamente em interação com o meio, definido por Nogueira, Rezende e Debastiani Neto (2018, *apud.* Henriques, 2002) como “conhecimentos construídos”. Já a aprendizagem no sentido *estrito*, é a organização que propõe interações intencionais e específicas com o meio a fim de proporcionar a aprendizagem de uma criança ou adulto. Este tipo de aprendizagem “demanda longo período para ser realizada e se processa mediante uma seleção, por quem está aprendendo, de toda a informação trazida do exterior” (NOGUEIRA, REZENDE e DEBASTIANI NETO, 2018, p. 4). Essa relação pode ser observada na figura 2.

Figura 2 - Relação entre os tipos de aprendizagem lato e estrito.

Fonte: Os autores.

O tipo de aprendizagem *lato* corresponde ao conhecimento lógico-matemático que é construído por muitos anos enquanto o tipo de aprendizagem *estrito* corresponde ao conhecimento social, ou seja, ao conhecimento lógico-matemático encontrado/observado no cotidiano com as devidas restrições para sua existência na prática. A partir das ideias de Piaget, Nogueira, Rezende e Debastiani Neto (2018) indicam que, conforme as relações da figura 2, a inteligência é uma adaptação do meio, e consequentemente, o conhecimento se constrói a partir da interação do sujeito com o meio.

O seio da proposta dessa investigação repousa nas interações entre essas relações e entre os sujeitos com o saber, em um meio, que é mutável. Nesse sentido, é essencial promover a Teoria das Situações Didáticas que além possibilitar os investigadores a criarem situações de aprendizagem que podem realizar essas interações entre esses elementos, observam os fenômenos que emergem dessas relações, que nessa investigação não serão analisados.

O ENSINO DE MATEMÁTICA DA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL: A CONSTRUÇÃO DE SITUAÇÕES COMO UM CAMINHO PARA O ENSINO DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

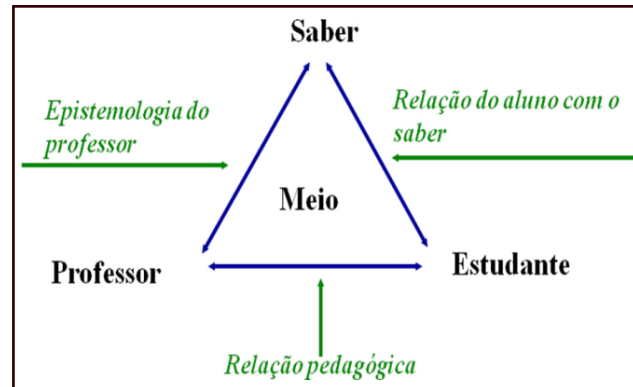
A Didática da Matemática - DDM tem interesse na relação que resulta da construção do conhecimento na sala de aula. As teorias que constituem a didática desenvolvem ferramentas necessárias com o objetivo de fundamentar, compreender e interpretar os fenômenos do ensino e aprendizagem, em um momento que se constata que ensino de conceitos matemáticos tem sido cada vez mais complexo, uma vez que os estudantes têm apresentado diversas dificuldades na resolução de situações em aulas de matemática.

O jogo pode apresentar-se como atividade cultural lúdica, que justifica a imensa variedade de jogos, com diferentes tipos, modelos e momentos históricos. Assim, ao observar esses aspectos inicia-se a reflexão sobre o papel do jogo como um instrumento auxiliar no processo de ensino e da aprendizagem da matemática. Considerando as implicações levantadas por Grando (2000), quando um sujeito se diverte, demonstra prazer em aprender e tem a oportunidade de formar suas estratégias, buscar soluções e levantar hipóteses na busca da satisfação dos seus desejos. A cada dificuldade superada, aprende a agir estrategicamente, em particular, diante de situações de jogos, ganhando confiança e segurança. Nesse contexto, o jogo pode ser um excelente laboratório por proporcionar experiências inteligentes e reflexivas, e muitas vezes, possibilitando a produção de conhecimento²¹.

²¹ Para essa situação de ‘jogo pelo jogo’, deveria então ser criada um momento escolar para os jogos, para a ludicidade.

Sendo assim, Brousseau caracterizou as situações através do processo de modelização dos jogos de regras cooperativos (NEVES e FARIAS, 2015), implementando três elementos essenciais nesse processo: o professor, o estudante, os estados do meio e a definição de regras, descritos na figura 3.

Figura 3 - Triângulo didático proposto por Guy Brousseau.



Fonte: Henriques *et al.* (2007)

Este triângulo evidencia que qualquer atividade proposta por situações didáticas, voltadas para o ensino e a aprendizagem de um saber, deve contemplar os três elementos fundamentais, considerando os demais elementos implícitos: a epistemologia do professor na relação com o saber Probabilidade; da relação de interação entre professor e estudante com alguns *insights* que promovam a reflexão dos estudantes sobre as situações; e a relação do estudante com o saber, que é observado na *devolução*, como a carta de aceite do estudante, que pode ser classificado como uma (pré) etapa da situação didática.

Durante o processo de desenvolvimento e experimentação das situações didáticas Brousseau (1996a), ao analisar as relações existentes entre as atividades de ensino com as diversas possibilidades de uso do saber matemático, classificou as situações didáticas em quatro etapas: *ação, formulação, validação e de institucionalização*.

Durante a aplicação de um jogo de regra, observa-se que há desafios que o próprio estudante deverá solucioná-lo, assim o jogo não pode ser uma atividade imposta, mas uma atividade em que o professor deverá convidar os estudantes. Esse contexto de atrair o estudante a participar do jogo e das manipulações deste é caracterizada pela etapa de ação, como o entendimento das regras e a compreensão do saber em questão proposto na situação.

Nesse contexto, Brousseau (1986) descreve que o estudo de uma situação de ensino deve considerar as condições e restrições para possibilitar o ensino e a aprendizagem da matemática. E o professor tem diversos papéis para promover o ensino por meio de situações didáticas em

busca da aprendizagem. Para tanto, esses papéis são resumidos em: localizar o meio em que o estudante está inserido, pois a construção dessas situações deve aproximar o estudante do saber, integrado a sua realidade educacional e social (BOUSSEAU, 2006) e mediar as interações dos estudantes entre si e com os saberes propostos sem interferência explícita/condução (BROUSSEAU, 1996b), uma vez que os estudantes devem ser sujeitos de seu processo de aprendizagem, essencial a socialização (BRASIL, 2017).

Dessa forma, o estudante tem a possibilidade de agir como um pesquisador (iniciante), visto que ao jogar estará testando suas conjecturas (*ação*) e *formulando* hipóteses, demonstrando-as matematicamente, construindo conceitos e *validando-os*, que, posteriormente, devem ser institucionalizados pelo professor, ou seja, a aquisição de experiência dos estudantes ao serem encaminhados, através da situação didática, pelas etapas da situação didática, que devem ser finalizada pelo professor quando o conhecimento, estruturado pela cultura social, é revelado (BROUSSEAU, 2006).

A METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Nesse contexto, utilizamos a metodologia da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988), de primeira geração (ALMOULOU e SILVA, 2012) para elaborar e desenvolver essa investigação, uma vez que esse método de investigação é de natureza qualitativa (ALMOULOU, 2007), diante da descrição dos dados. O processo de produção de dados foi caracterizado por meio da observação naturalista, pois foi realizado na sala de aula, ambiente natural para o desenvolvimento do ensino.

Essa abordagem é constituída de 4 etapas, a saber: *análises prévias*, que consiste no estudo epistemológico do saber em uso sobre Probabilidade. A segunda etapa é a construção de situações com a finalidade de responder à questão de investigação, de forma que essas situações devem ser construídas para evidenciar os “novos” conhecimentos que estão implícitos para os estudantes. Nesse sentido, elaboramos uma situação adidática para que os estudantes interajam entre si para selecionar a resposta mais completa, ou seja, a mais econômica do ponto de vista matemático, que contemple as solicitações empregadas na situação. Dessa forma, o papel do professor é de apenas fomentar algumas indicações, quando necessário, para que os estudantes não se percam diante da mobilização de conhecimentos adquiridos afim de determinar um novo conhecimento.

Em seguida, há a *experimentação*, quando a situação é desenvolvida com os estudantes, onde é possível estabelecer o contrato didático e as condições para a realização da situação e dos registros das construções das respostas produzidas pelos estudantes. A experimentação,

desenvolvida por Neves (2011), foi realizada com 40 estudantes em processo de formação inicial de professores de matemática que cursavam o sétimo semestre de duas instituições de ensino superior. Estes estudantes foram divididos em 10 grupos de 4 estudantes com o objetivo de promover a interação entre esses estudantes. Essa é a fase de *ação* da TSD.

E a quarta fase contempla a análise *a posteriori* e validação, que se baseia nos dados oriundos da experimentação, das fases de *formulação* e *validação* da TSD. Nessa fase, há a confrontação entre a análise *a priori*, que é a organização didática do professor que deve varrer todas as possibilidades para ensinar um saber, e análise *a posteriori*, ou seja, o que os investigadores esperavam e o que foi encontrado nas respostas dos estudantes. E posteriormente, há a fase de institucionalização, na qual o professor torna público a análise *a priori* e a resposta mais econômica da situação proposta.

O ENSINO DE PROBABILIDADE ALICERÇADO NOS MATERIAIS CONCRETOS: UMA EXPERIMENTAÇÃO DIDÁTICA

O ensino de probabilidade ainda traz muitas dificuldades para os estudantes (ALMEIDA, 2018). Diante dessa constatação, elaboramos uma situação didática, através de um jogo, denominado Palitinho, bastante popular e pode ser utilizado para várias pessoas, mas para essa investigação foi analisado para duas pessoas. Além disso, esta situação de jogo possui uma estratégia matemática bem formalizada relacionada ao cálculo de probabilidades, porém essa atividade permite ao estudante a visitar os conhecimentos anteriores sobre conceito de operações aditivas entre números naturais; Lógica; Probabilidades; Função do primeiro grau; Progressão Aritmética; Funções de variáveis aleatórias (NEVES, 2011).

Este jogo, quando praticado por duas pessoas, cada pessoa recebe uma quantidade de três palitos e deve escolher, sem que o outro estudante (seu oponente) visualize²², a quantidade de palitos selecionados (que poderá ser 0, 1, 2 ou 3), que irá usar em cada partida. Após ambos os jogadores (estudantes) selecionarem a quantidade de palitos, cada um deverá estimar a soma das quantidades de palitos que estão nas mãos de todos os jogadores, incluindo a si próprio. Aquele que fizer a estimativa correta do somatório dos palitos será o vencedor.

Os estudantes foram instruídos a jogar, no mínimo, dez²³ partidas e anotar os resultados no Quadro 1, abaixo, com as seguintes informações.

²² Caso deseje, poderá manter, na mão direita fechada de forma que seu oponente não possa ver.

²³ O ideal é propor um número de partidas superior a dez para evidenciar com mais clareza a estratégia proposta.

A1 – Aposta do jogador 1.

A2 – Aposta do jogador 2.

P1 – Quantos palitos há na mão do jogador 1.

P2 – Quantos palitos há na mão do jogador 2.

S – Somatório dos palitos, resultado da partida.

Quadro 2 - Quadro para o registro das partidas.

Registro das partidas				
A1	A2	P1	P2	S

Fonte: Neves e Farias (2015, *apud*. Oliveira 2011)

Após preencher o Quadro 1, etapa de *ação*, observa-se que o número 3 é o resultado que ocorre mais vezes, conseqüentemente, é o número que tem maior probabilidade de ocorrer (etapa de *formulação*). Esta constatação inicia-se, primeiramente, com o método empírico, ou seja, como as escolhas dos números aleatoriamente para, posteriormente, ocorrência do número 3. Dessa forma, existe uma estratégia para jogar Palitinho, que é apostar sempre 3 aumentando assim suas possibilidades de vitória. Já a etapa de validação é alicerçada quando o estudante estuda as possibilidades de ocorrência de se chegar ao resultado do número 3, ou seja, $P = \frac{E}{A}$, em que E amostra, ou seja, número de eventos possíveis para a ocorrência do número 3 e A é o espaço amostral, ou seja, número de eventos possíveis, conforme as descrições na Figura 4, que corresponde a todas as possibilidades de ocorrência entre dois jogadores.

Figura 4 - Diagrama com os possíveis resultados de uma partida de Palitinho.

Jogador 02 Jogador	Jogador 01				
					
					
					
					
					

Fonte: Neves e Farias (2015, *apud.* Oliveira 2011)

Já na Figura 5, há todas as possibilidades de resultados: ocorrências para cada resultado e as probabilidades de ocorrência desses resultados esperados diante das ocorrências.

Figura 5 - Cálculo das probabilidades de cada um dos possíveis resultados.

Resultados	Ocorrências	Probabilidades
0	1	$\frac{1}{16} = 6,25\%$
1	2	$\frac{2}{16} = 12,5\%$
2	3	$\frac{3}{16} = 18,75\%$
3	4	$\frac{4}{16} = 25\%$
4	3	$\frac{3}{16} = 18,75\%$
5	2	$\frac{2}{16} = 12,5\%$
6	1	$\frac{1}{16} = 6,25\%$

Fonte: Neves e Farias (2015, *apud.* Oliveira 2011)

Após a *formulação*, o professor pode *institucionalizar*, as resoluções propostas no intuito de promover tanto o conhecimento científico quanto os saberes sociais difundidos nessa situação didática, que indicam o estado do maior conhecimento integrando os tipos de aprendizagem *lato e estrito*, ao reorganizar os saberes integrando-os aos saberes “antigos” através de um meio, o material concreto (palitos), para promover um saber científico através de jogo cultural.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Durante a experimentação da situação didática, observamos que (todos) os estudantes já tinham, pelo menos ouvido falar sobre esse jogo. Dessa forma, entendemos que o jogo já estava presente, mesmo que implicitamente, na cultura desses estudantes. Logo, a etapa de *ação* foi, para o conjunto de estudantes, simples de ser superada uma vez que todos compreenderam qual os caminhos deveriam seguir durante o processo de resolução do jogo.

Mas durante o processo de *formulação* vieram as dificuldades. Essas já eram previstas uma vez os estudantes apresentam muitas dificuldades em relacionar os conhecimentos científicos as ações culturais, como o jogo de Palitinho. Portanto, prevaleceram as propostas do senso comum, de selecionar aleatoriamente o número 3, sem qualquer indicação de que haveria um saber matemático implícito, que deveria emergir das interações dos estudantes entre si e com o meio (o jogo) que privilegiava a escolha do número 3.

Nesse contexto, os estudantes não conseguiram mobilizar o estado de menor conhecimento, ou seja, as noções de probabilidades que integram a epistemologia do saber, logo a etapa de *formulação* não foi alcançada.

A etapa de *validação* não foi alcançada por nenhum grupo, o que dificultou bastante a etapa de *institucionalização* pelos pesquisadores.

A dificuldade dos estudantes em avançar nas etapas das situações didáticas ocorreram, devido ao o meio preparado nessa situação não os auxiliou a evocarem os saberes matemáticos propostos no Palitinho, uma vez que todos os grupos encontraram o número 3, através do método empírico, mas não interagiram entre si e com o meio, para formular hipóteses e validá-las.

Para um grupo de estudantes em formação inicial de professores de matemática, espera-se que os saberes matemáticos façam parte de seus repertórios didáticos como futuros professores. Portanto, entendemos que os professores que formam esses estudantes devem repensar suas práticas integrando os saberes científicos aos conhecimentos sociais dos estudantes como indica

a BNCC (BRASIL, 2017), e esses estudantes devem compreender o seu papel transformador de promover um ensino que viabilize a integração dos tipos de aprendizagem *lato e estrito* como defendem Nogueira, Rezende e Debastiani Neto (2018)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração de situações que possibilitem a modelização do saber matemático, como defende Brousseau (1986), é essencial para a mobilização de saberes científicos a fim de viabilizar os avanços esperados no ensino e na aprendizagem da matemática.

A integração dessas situações ao jogos, relacionado as propostas de Brousseau (1996a, 1996b, 2006) com Caillouis (1990) e Huizinga (2012), deve ter por objetivo articular os saberes científicos, que são epistemológicos, e possibilitar que esses saberes vivam nas práticas dos professores, diante de um currículo, que é normativo (BRASIL, 2017), e que possibilite a aprendizagem dos estudantes, independentemente de sua localização geográfica uma vez que a epistemologia do saber da matemática é universal.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C. M. C. Um modelo didático de referência para o ensino de Probabilidade. 2018. 149 f. **Dissertação** (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Universidade Estadual de Feira de Santana. Salvador. Disponível em: < <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/26173/1/Disserta%20Cecilia%20Manoella%20C%20Almeida.pdf> >. Acesso em: 20 jan. 2019.

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba. Ed. UFPR. 2007.

ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática. V.7. n. 2. p. 22-52. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p22/23452>. Acesso em: 10 jul. 2018.

APM. **Principles and Standards for School Mathematics**. The National Council of the Teacher of Mathematics. Tradução Magda Melo. Ed. 1. 2008. 467 p.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3. p. 281-308. 1988.

BAHIA. **Documento curricular referencial da Bahia para educação infantil e ensino fundamental** / Secretaria da Educação do Estado da Bahia. – Rio de Janeiro. FGV Editora. 2020. 484 p. Disponível em:< <http://www.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/private/midiateca/documentos/2020/documentocurricularbahia.pdf>>. Acesso em 20 out. 2020.

BARRETO, M. R. N. O ensino da matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades. **Plurais**. v. 5, n. 2. Salvador. p. 09-21, mai./ago. 2020. Disponível em:< <https://www.revistas.uneb.br/index.php/plurais/article/view/9369/6194>>. Acesso em: 18 mar. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC: Brasília, 2017b. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 02 jul. 2018.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches em Didactique des Mathématiques, Grenoble, vol. 7, no. 2, 1986.

_____. **A etnomatemática e a teoria das situações didáticas**. Educação Matemática em Pesquisa, Volume 8, número 2, pág. 267-281, 2006.

_____. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: Brun, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. Cap.1. p.35-113.

_____. Os diferentes papéis do professor. In. PARRA, C.; SAIZ, I. (org). **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4 p. 48-72

CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem**. Tradução José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.

FARIAS, L.M.S.; NEVES, A. S. Didática, pedagogia, teoria das situações didáticas: elementos para uma compreensão de uma proposta de situações didáticas sobre o sistema de numeração decimal posicional. In: **Elementos da didática das ciências na perseverança e superação escolar**. Ed.1.Salvador: EDUFBA, 2021, p. 109-132.

GODOY, E. V.; SANTOS, V. M. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional**. v. 8, n. 13. Vitória da Conquista. p. 253-280 jul./dez. 2012. Disponível em:< <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/download/716/602/1179>>. Acesso em: 16 mar. 2021.

GRANDO, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. 224p. **Tese** (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251334>>. Acesso em: 12 mai. 2021.

HENRIQUES, A.; ATTIE, J. P.; FARIAS, L. M. S. Referências teóricas da didática francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple. **Educação Matemática Pesquisa**. V. 9. 2007. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/pos/edmat/revista.html>>. Acesso em: 15 de setembro de 2010.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: o Jogo Como Elemento da Cultura. Tradução João Paulo Monteiro. 7. Ed. São Paulo: Perspectiva, 2012.

NEVES, A. S. Situações matemáticas em jogo: Uma análise praxeológica das estratégias dos licenciandos em matemática do 7º semestre face a jogos. 113p. **Trabalho de conclusão de Curso** (Especialização). Especialização em Educação Matemática. Universidade Católica do Salvador. Salvador. 2011.

NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V.; DEBASTIANI NETO, J. A gênese piagetiana da didática da matemática francófona. **V Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Educação Democrática e Novas Alternativas**. UNESP. Faculdade de Filosofia e Ciências - Câmpus de Marília. 2018. 16p.

OECD. PISA 2012 Results: **creative problem solving** – Students’ skills in tackling real-life problems. (Volume V), PISA, OECD Publishing. 2015. 254 p. Disponível em: <>. Acesso em 08 jan. 2019.

OECD. PISA 2015 Results: **excellence and equity in education**. (Volume I), PISA,

OECD Publishing. 2016. 494 p. Disponível em:<<https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/9789264266490-en.s=1604010845&id=id&accname=guest&checksum=198D2CB42996B403646142C0AA4CDBA3>>. Acesso em 08 jan. 2019.

RODRIGUES, G. M. Educação básica e a mudança curricular de matemática. In: **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades**. São Paulo. 2016. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8181_3879_ID.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2021.

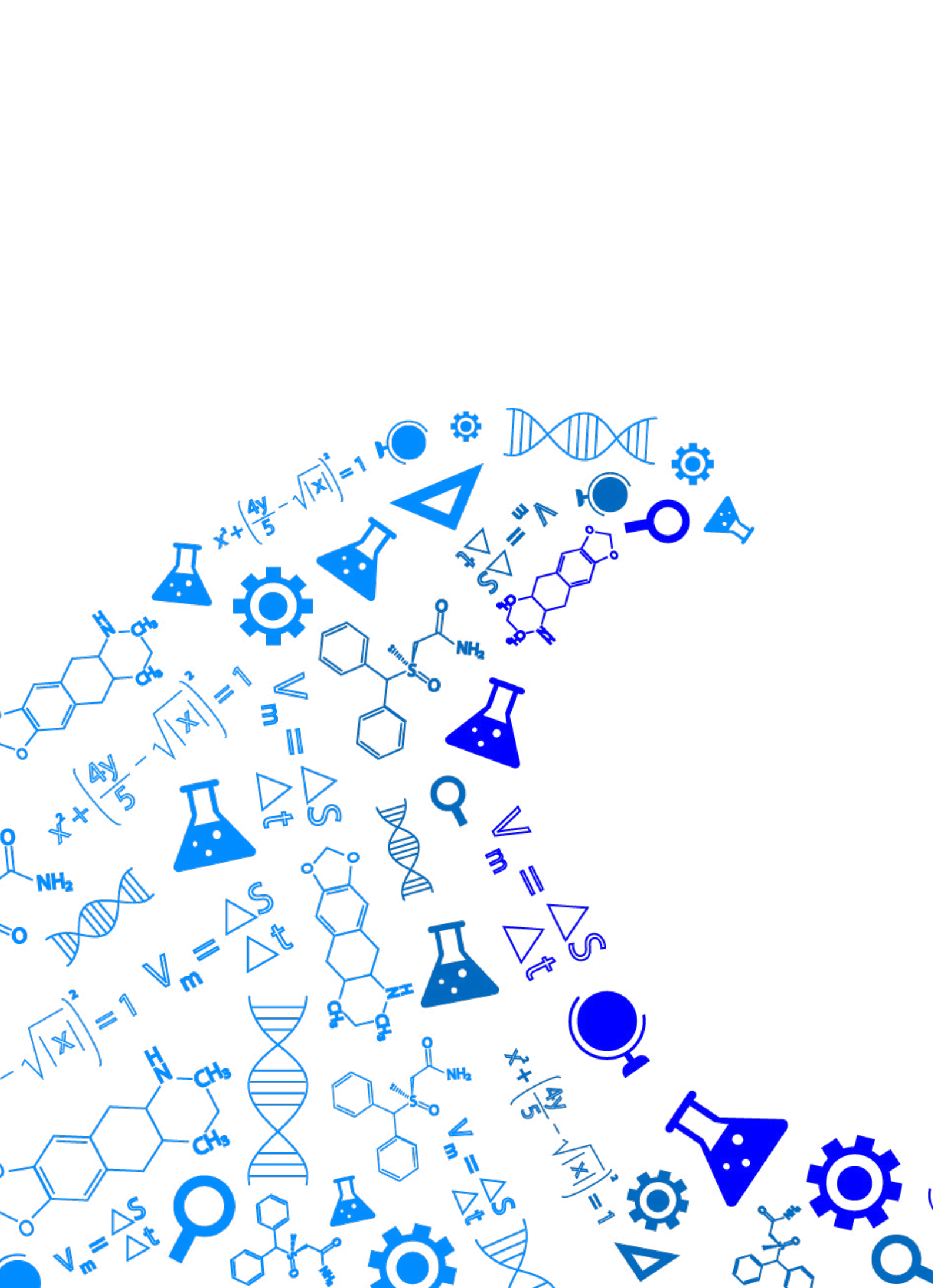
WELLER, W.; PFAFF, N. Transições entre o meio social de origem e o *milieu* acadêmico: discrepâncias no percurso de estudantes oriundas de escolas públicas na universidade de Brasília. **Estudos de Sociologia**. V. 2. N. 18. Recife. 2012. n.p. Disponível em:< <https://periodicos.ufpe.br/revistas/revsocio/article/view/235242/28264>>. Acesso em 30 set. 2020.



CAPÍTULO 9

NOÇÃO DE FUNÇÃO E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: ANALISANDO APROXIMAÇÕES ENTRE A ABORDAGEM DE UM LIVRO DIDÁTICO E PRINCÍPIOS DA TEORIA AUSUBELIANA





Joalisson Bahia Santana

Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS)

E-mail: joalissonbahia@hotmail.com

Laerte Silva da Fonseca

Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS

Livre Docente pela Emil Brunner World University®

(EBWU, Miami, Flórida/EUA)

Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe

E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

Estaner Claro Romão

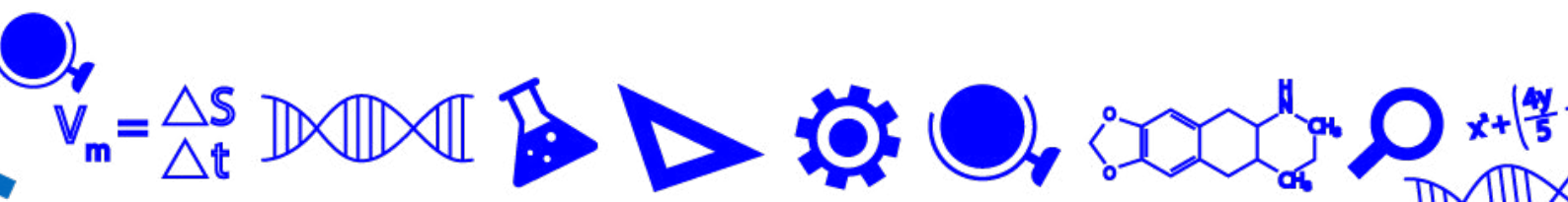
Professor da Universidade de São Paulo (USP)

Livre Docente pela USP

E-mail: estaner23@usp.br

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Tendo em vista a influência das teorias de aprendizagem em evidenciar como se dá o processo de aprendizado humano e os livros didáticos como um dos principais recursos pedagógicos acessíveis à professores e alunos, este capítulo tem como objetivo analisar a relação entre a teoria cognitivista de Ausubel e um livro didático de matemática do 9º ano, especificamente, com a noção de função. Para isso, buscou-se identificar se alguns dos princípios da teoria da aprendizagem significativa ausubeliana poderiam se fazer presente na exposição da noção de função e das respectivas atividades. Foram utilizados como referencial teórico autores como Moreira (1999, 2016), Soares (2009), Menezes e Machado (2018), Ostermann e Cavalcanti (2010), dentre outros. Evidenciou-se que a abordagem da noção de função no livro pesquisado possui aproximações com a teoria supracitada, tendo a apresentação de diferentes situações e atividades com contextos familiares para os alunos, permitindo uma abordagem não-arbitrária e, tendo assim, um material potencialmente significativo. Além disso, pode-se destacar a exploração dos subsunçores que os alunos trazem consigo, com os conceitos que antecedem à noção de função, o processo de assimilação ao ampliar os conhecimentos presentes na estrutura cognitiva e a utilização dos tipos de aprendizagem significativa, a saber: representacional, conceitual e proposicional, possibilitando a construção de novos subsunçores para os estudos futuros com os diferentes tipos de funções.



INTRODUÇÃO

A educação escolar tem o objetivo de promover a formação de cidadãos para a vida em sociedade, que é alcançado por meio da aprendizagem de comportamentos e conhecimentos específicos que são considerados fundamentais, evidenciados pelos diversos componentes curriculares. A aprendizagem escolar, com o passar do tempo, vai sofrendo influências das mais diversas teorias de aprendizagem, na busca por proporcionar melhores práticas pedagógicas. Mas o que vem a ser uma teoria de aprendizagem? Elas influenciam no ambiente escolar?

De acordo com Moreira (1999), uma teoria de aprendizagem é uma sistematização de interpretações humanas acerca da área de conhecimento denominada aprendizagem, sendo composta por percepções de um pesquisador, e autor, sobre as variáveis envolvidas no processo de aprendizagem, na busca por interpretá-la. Dessa forma, ao apresentar percepções acerca do funcionamento do processo de aprendizagem, essas teorias influenciam o ambiente escolar na tentativa de melhorar a aprendizagem dos alunos.

Neste capítulo, focou-se na aprendizagem de noções matemáticas relacionadas ao conteúdo de “função”. Além de dialogar sobre teorias de aprendizagem, destacou-se aqui a relevância do livro didático no ambiente escolar, como um dos principais recursos utilizados pelo professor (PIRES, LOPES e PORTELA, 2020). Tendo em vista a relação do ambiente escolar e das teorias de aprendizagem, e percebendo o livro didático como um recurso presente nas salas de aula, surge a seguinte indagação: Qual a situação do ensino da noção de função no 9º ano do Ensino Fundamental, no livro didático, considerando as aproximações e distanciamentos com a teoria cognitivista de Ausubel?

Visando responder a esse questionamento, o presente trabalho tem como objetivo analisar a relação entre a teoria cognitivista de Ausubel e um livro didático de matemática do 9º ano, especificamente, com a noção de função. Para alcançar esse objetivo, foi buscado: identificar as ideias presentes na teoria cognitivista de Ausubel; relacionar essa teoria com a noção de função; analisar como é apresentada a noção de função em um livro didático do 9º ano; e estabelecer qual relação existe entre a teoria cognitivista de Ausubel e a noção de função apresentada no livro didático.

A escolha pela noção de função, voltada para o 9º ano, se justifica por esse ser o primeiro contato do aluno com essa noção, e que vai ser aprofundado no Ensino Médio com os diferentes tipos de funções, como também pelo seu papel de integrador entre aritmética e álgebra, e por sua relação com outras noções matemáticas. Sendo assim, esse contato inicial com a noção de função pode ser determinante para o surgimento, ou não, de alguma dificuldade de aprendizagem.

TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL

Ausubel, psiquiatra por formação, debruçou-se no estudo da psicologia educacional, com estudos voltados à aprendizagem e como esta ocorre no cotidiano das salas de aulas. Como um representante do cognitivismo, defendia que a aprendizagem corresponde à integração e organização do material na estrutura cognitiva do indivíduo, ou seja, percebeu que a estrutura cognitiva compreendia o conteúdo total de ideias referentes a uma área particular de conhecimentos. Considerando esta organização de conhecimentos na estrutura cognitiva, Ausubel desenvolveu sua teoria centrada numa aprendizagem significativa, sendo essa

[...] definida como a aprendizagem que ocorre quando as idéias novas são ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Ou seja, a aprendizagem significativa só ocorrerá quando uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto da base de formação conceitual do educando (SOARES, 2009, p. 53).

Com isso, a nova informação interage com uma estrutura específica, denominada como subsunção, fazendo com que a nova informação se ancore em conceitos ou proposições preexistentes na estrutura cognitiva.

Os subsunções são conhecimentos prévios referentes a uma determinada área, que se encontram na estrutura cognitiva do indivíduo. Ausubel destaca que os subsunções podem surgir por meio de uma aprendizagem mecânica, que corresponde à aquisição de conhecimentos novos de maneira arbitrária, sendo que o indivíduo não possui nenhuma noção referente a este novo conhecimento. Dessa forma, o conhecimento aprendido de forma mecânica gera um subsunção que, posteriormente, poderá favorecer uma aprendizagem significativa (MOREIRA, 2016).

Essa teoria compreende, também, que para ocorrer uma aprendizagem significativa, é necessário que o conhecimento a ser aprendido seja relacionado com a estrutura cognitiva de maneira não-arbitrária, que o aluno já possua subsunções adequados e que este tenha uma disposição para relacionar o novo conhecimento à sua estrutura cognitiva. Tem-se então uma relação importante para o processo de aprendizagem, levando em consideração a característica potencialmente significativa do novo conhecimento que o professor pode apresentar, como também, os subsunções e a disposição que o aluno deve manifestar.

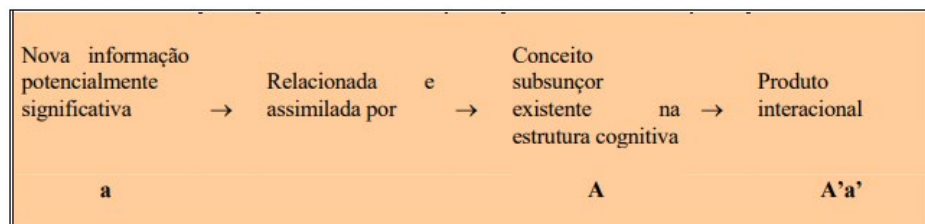
A aprendizagem significativa pode ser distinguida em três tipos: representacional, de conceitos e proposicional. “Na representacional, o sujeito atribui significados a determinados símbolos; na conceitual, se representa abstrações, de forma genérica; e na proposicional, se aprende o significado de ideias, sendo o aprendizado de conceitos um pré-requisito” (MENEZES e MACHADO, 2018, p. 100).

Durante a aprendizagem significativa é possível perceber alguns níveis de aprendizagem que vão desde a aquisição de significados de estruturas simples de símbolos, como por exemplo uma palavra, passando por representações abstratas de atributos, até chegar na organização de proposições formadas por diversos conceitos. Para explicar o processo de aquisição de significados pela estrutura cognitiva, tem-se a teoria da assimilação, proposta por Ausubel. Segundo Moreira (1999),

[...] a assimilação é um processo que ocorre quando um conceito ou proposição **a**, potencialmente significativo, é assimilado sob uma idéia ou conceito mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva, como um exemplo, extensão, elaboração, ou qualificação do mesmo. (MOREIRA, 1999, p. 158)

Ou seja, a assimilação ocorre quando um novo conceito se ancora a um subsunçor, uma estrutura cognitiva já existente. Vale destacar que, nesse instante de interação, tanto a nova informação, quanto o subsunçor que existia, são modificados, formando uma nova unidade que corresponde a um subsunçor modificado, passando a englobar mais informações, como representado na Figura 1:

Figura 1 - Representação do processo de assimilação.



Fonte: (MOREIRA, 2016, p. 18).

Pode-se compreender, então, que no processo de desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, é necessário que o aluno já traga consigo conhecimentos específicos, que envolvam a nova noção que se quer ensinar e que sirvam de base para a aprendizagem dessa, permitindo uma melhor significação. Para que ocorra essa abordagem ausubeliana, é importante que o professor se envolva em quatro tarefas fundamentais, conforme destacam Ostermann e Cavalcanti (2010):

A primeira seria determinar a estrutura conceitual e proposicional de matéria de ensino, organizando os conceitos e princípios hierarquicamente. Uma segunda tarefa seria identificar quais os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado, que o aluno deveria ter na sua estrutura cognitiva para poder aprender significativamente. Uma outra etapa importante seria determinar dentre

os subsunçores relevantes, quais os que estão disponíveis na estrutura cognitiva do aluno. Finalmente, ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a assimilação da estrutura da matéria de ensino por parte do aluno e organização de suas próprias estruturas cognitivas nessa área de conhecimentos, através da aquisição de significados claros, estáveis e transferíveis (OSTERMANN e CAVALCANTI, 2010, p. 23-24)

Dessa forma, é possível que o professor faça um panorama do conhecimento que se quer ensinar aos seus alunos, tornando-o potencialmente significativo, estabelecendo os conhecimentos que os alunos devem trazer consigo, como também, os que realmente pertencem às suas estruturas cognitivas. Afinal, se os alunos não tiverem os subsunçores necessários, a aprendizagem significativa fica comprometida. Assim, por meio das suas práticas, o professor deve buscar proporcionar condições para que ocorra a interação entre o novo conhecimento e o subsunçor dos alunos, promovendo a assimilação do conteúdo e, conseqüentemente, propiciando uma aprendizagem significativa.

Moreira (1999) ainda destaca a importância de focar na estrutura cognitiva preexistente no indivíduo, percebendo os conhecimentos que este traz consigo, para então focar na organização potencialmente significativa do conhecimento a ser aprendido, ou seja, perceber o que o aluno já sabe e ensiná-lo a partir disso.

NOÇÃO DE FUNÇÃO NO 9º ANO: PERSPECTIVA DE UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A noção de função é prevista pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para ser trabalhada durante o 9º ano do ensino fundamental, tendo a finalidade de desenvolver a habilidade de “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (BRASIL, 2018, p. 317). Sendo essa uma proposta de trabalhar a parte conceitual de função para que, no ensino médio, sejam aprofundados os estudos com seus diferentes tipos.

O conceito de função, de acordo com Nogueira e Rezende (2018), é um dos principais da matemática, dando mobilidade à esta ciência através da representação e estudo de fenômenos móveis, estando presente também em diversas áreas e disciplinas por meio de estudos implícitos ou explícitos. Além disso, este conceito se destaca por se articular com outros tópicos da própria matemática, pelas suas diversas formas de representação e suas aplicações em problemas e situações da vida, como também em outras ciências (BARRETO, 2008).

Nessa perspectiva, o contato inicial com a noção de função é importante, pois, como a própria teoria da aprendizagem significativa destaca, é necessário que exista um subsunçor na estrutura cognitiva do indivíduo. Com isso, a noção de função trabalhada no 9º ano será um subsunçor para a aprendizagem dos diferentes tipos de funções no ensino médio, e caso essa assimilação não tenha ocorrido, pode comprometer a aprendizagem significativa dos próximos conteúdos.

Na busca por desenvolver uma aprendizagem significativa da referida noção matemática, tem-se a necessidade de estabelecer quais subsunçores o aluno deve trazer consigo, ou seja, quais conhecimentos matemáticos já devem fazer parte da sua estrutura cognitiva. Nogueira (2014, apud BERNARDINO, GARCIA e REZENDE, 2019, p. 130), “menciona cinco ideias bases que são essenciais para a compreensão deste conceito, que são as ideias de variável, correspondência, dependência, regularidade e generalização”.

Marques (2019) evidencia, também, a necessidade do desenvolvimento de um pensamento funcional, correspondente à relação entre duas ou mais quantidades que podem variar, envolvendo também noções de aritmética e álgebra. Conhecimentos, esses, que são trabalhados durante o ensino fundamental e que os alunos precisam se apropriar para quando forem trabalhar com funções.

Seguindo as etapas apontadas por Ostermann e Cavalcanti (2010) para o trabalho do professor numa abordagem ausubeliana, percebe-se que a noção de função já possui sua hierarquização preestabelecida, ao tratar inicialmente o conceito e, em seguida, seus diferentes tipos. Na sequência, tem-se as noções prévias apontadas anteriormente como básicas para o estudo das funções.

O próximo passo deve ser uma sondagem de quais dessas noções que os alunos trazem consigo, para, finalmente, propor o novo conteúdo. Vale salientar que esta proposta deve favorecer a assimilação apontada por Ausubel, sendo assim, não deve ser feita de forma arbitrária, mas sim utilizando recursos didáticos e princípios apropriados, para proporcionar uma aprendizagem significativa. No que se refere aos recursos didáticos, pode-se destacar os livros didáticos, pois,

Em se tratando do contexto escolar, o livro didático é, hoje, um dos principais recursos para a construção de habilidades nos alunos e, portanto, o suporte mais usado pelo professor em sala de aula, tanto na forma impressa quanto na sua versão digital, a qual vem ganhando espaço nos meios escolares. O livro didático se torna um instrumento importante, pois ajuda, direciona e até mesmo orienta o currículo escolar e o processo de ensino aprendizagem. Em algumas comunidades, é o único material disponível para a utilização em sala de aula pelo professor e pelos alunos (PIRES, LOPES e PORTELA, 2020, p. 115).

Percebendo a importância do livro didático como recurso, tanto para professores quanto para os alunos, e sua presença nas escolas promovida pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), pode-se buscar neste, meios de proporcionar uma aprendizagem significativa dos diversos conteúdos matemáticos para os alunos, em especial, a noção de função.

METODOLOGIA

Esta é uma pesquisa qualitativa do tipo bibliográfica que tem como objetivo analisar a relação entre a teoria cognitivista de Ausubel e um livro didático de matemática do 9º ano, especificamente, com a noção de função.

De acordo com Tozoni-Reis (2009, p. 10), “A pesquisa qualitativa defende a ideia de que, na produção de conhecimentos sobre os fenômenos humanos e sociais, interessa muito mais compreender e interpretar seus conteúdos que descrevê-los”, o que está em harmonia com o objetivo proposto.

Segundo Gil (2008, p. 50), “A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Sendo assim, esta assume caráter bibliográfico pelo fato de a coleta de dados ser feita em um livro didático do 9º ano, onde se encontra como abordagem inicial a noção de função.

O livro didático analisado é da coleção denominada “A Conquista da Matemática”, do 9º ano. A escolha do mesmo se dá por este ter sido aprovado no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020 e por ser um dos livros escolhidos por professores de escolas do interior da Bahia.

Foi buscado analisar o trabalho inicial com a noção de função, especificamente, com a parte conceitual, a noção de domínio e conjunto imagem, que corresponde ao Capítulo 1 da Unidade 9 do referido livro. Para isso, analisou-se a exposição do conteúdo por parte do livro didático, como também das atividades propostas, de modo a relacionar com a teoria cognitivista de Ausubel, percebendo se existe a possibilidade de ligação entre o novo conhecimento de função com os conhecimentos já estabelecidos nas etapas anteriores da escolarização, como também se as exposições do conteúdo e as atividades propostas podem promover uma aprendizagem significativa.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A análise do livro didático inicia-se pela seção de abertura do capítulo de função, que é composto por uma ilustração de crianças praticando esportes, nos quais alguns objetos realizam trajetórias em formato de parábola, a saber, uma bola de basquete arremessada, uma bola de futebol chutada e uma skatista saltando de uma rampa. É apresentado, também, um texto introdutório explicando a utilização de modelos matemáticos para estudar situações do cotidiano, por parte de aplicações na Física, tendo como exemplo a fórmula do movimento retilíneo uniforme, com velocidade constante, e os movimentos balísticos, onde as velocidades não são constantes. Tal contextualização é utilizada para explicar os movimentos realizados pelos objetos mostrados na ilustração.

Apresenta-se, também, três perguntas, referentes às grandezas que descrevem os movimentos ilustrados, o que eles têm em comum e qual curva representam. As orientações dadas ao professor são de relacionar a representação gráfica da parábola com a função quadrática, para permitir que os alunos a percebam no seu cotidiano, de modo a tentar instigá-los, já que a função quadrática é abordada no capítulo final do livro. Sendo assim, percebe-se que esta seção introdutória busca mostrar situações cotidianas nos quais diversos fenômenos podem ser representados por funções, dando um significado à noção supracitada, fazendo com que os alunos se interessem pelo aprendizado da mesma.

Partindo para a exposição da noção de função, no início do capítulo, é destacado que esta é frequentemente percebida em situações rotineiras que envolvem relações entre duas grandezas variáveis, como por exemplo, as situações de compra. O primeiro exemplo envolve um professor de educação física que quer comprar algumas petecas para utilizar nas aulas, como mostrado na Figura 2:

Figura 2 - Primeira situação envolvendo a noção de função.

1 Uma peteca custa 30 reais. Se representarmos por x a quantidade de petecas iguais a essa que Rui, o professor de Educação Física, quer comprar e por y o preço, em reais, que ele vai pagar, podemos organizar o quadro abaixo.



Quantidade de petecas (x)	Preço a pagar (y)
1	$1 \cdot 30 = 30$
2	$2 \cdot 30 = 60$
3	$3 \cdot 30 = 90$
4	$4 \cdot 30 = 120$
$\vdots$	$\vdots$
10	$10 \cdot 30 = 300$
11	$11 \cdot 30 = 330$
$\vdots$	$\vdots$

Fonte: (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 248).

Com base no quadro mostrado na Figura 2, os autores destacam que o preço y a ser pago vai depender da quantidade x de petecas que forem compradas, tendo então uma relação entre duas grandezas variáveis x e y expressa por meio da sentença matemática $y = x.30$ ou $y = 30x$. A partir dessa constatação, são destacados os seguintes pontos:

- A quantidade x de petecas corresponde a uma grandeza que varia de forma independente;
- O preço y a ser pago é uma grandeza que varia de acordo à grandeza quantidade de petecas;
- Todos os valores de quantidades x estão associados a valores de preço y ;
- Para cada valor de quantidade x está associado um único valor de preço y .

Pode-se perceber que os pontos destacados na situação anterior expressam muito bem a noção de função, estabelecendo as variáveis envolvidas, bem como as relações entre elas. Ou seja, são pontos que servem para levar o aluno a perceber as condições necessárias para que uma relação seja uma função, construindo um subsunçor de modo a preparar o aluno para a compreensão da definição de função, futuramente. Sendo assim, destaca-se uma aproximação com a teoria cognitivista de Ausubel ao utilizar uma situação cotidiana de compra, que é de conhecimento dos alunos, explorando seu subsunçor e acrescentando informações relevantes à construção da noção de função.

Essa dinâmica permite, a partir de um contexto que é conhecido pelos alunos, que seja trabalhado o conteúdo de uma forma potencialmente significativa, assim como propõe Moreira (1999), ao partir de algo que o aluno já sabe. Desse modo, evidencia-se que esta é uma situação na qual o novo conhecimento não é tratado de forma arbitrária, mas de forma lógica e estruturada trazendo um sentido ao que está sendo estudado, como subentende a aprendizagem significativa.

Na sequência do capítulo, é abordado pela primeira vez o termo função ao afirmar que o preço y a ser pago é dado em função da quantidade x de petecas compradas, sendo a sentença $y = 30x$ chamada de lei de formação dessa função, estabelecendo também que x é uma variável independente e que y é uma variável dependente de x . Destaca-se que este momento pressupõe o processo de assimilação, no qual a noção de variável que o aluno tem no seu subsunçor vai interagir com os termos de variável dependente e independente, ampliando as informações que o aluno possui na sua estrutura cognitiva. Nessa perspectiva, a lei de formação de uma função também poderá interagir com os conhecimentos algébricos que o aluno já possui.

O livro traz também duas questões envolvendo esta situação, já resolvidas, propondo encontrar o valor pago pelo professor ao comprar 50 petecas e determinar quantas petecas ele poderá comprar com R\$ 780,00. Essas aplicações permitem preparar os alunos para,

posteriormente, calcular o valor da função em um determinado ponto e localizar o ponto no qual a função vai assumir determinado valor, constituindo, mais uma vez, a possibilidade de construção de subsunções.

É proposta, também, uma segunda situação envolvendo a compra de um pacote de internet, mostrado na Figura 3.

Figura 3 - Segunda situação envolvendo a noção de função.

2 Há algum tempo, quando Márcia ligava seu computador à rede internacional de computadores, internet, ela pagava uma mensalidade fixa de R\$ 30,00, mais 15 centavos de real (R\$ 0,15) por minuto de uso. O valor a ser pago por Márcia ao final do mês dependia, então, do tempo que ela gastava acessando a internet. Observe o quadro que relaciona o valor a ser pago com o tempo de acesso à rede.		
Tempo de acesso (em min)	Valor a ser pago (em reais)	Podemos, então, estabelecer uma relação entre as grandezas por meio da sentença $V = 30 + 0,15 \cdot t$, em que V é o valor a ser pago (em reais), e t é o tempo de utilização (em minutos). Nessa relação, dizemos que t é a variável independente e que V é a variável que depende de t, ou seja, a variável V é dada em função da variável t.
1	$30 + 0,15 = 30,15$	
2	$30 + 0,15 \cdot 2 = 30,30$	
:	:	
t	$30 + 0,15 \cdot t$	

Fonte: (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 249).

Esta segue a mesma apresentação da situação anterior, destacando as variáveis que se relacionam, a lei de formação e duas aplicações, para determinar o valor a ser pago pelo acesso à internet durante 10h20min, e o tempo que se poderá utilizar a internet ao gastar, no máximo, R\$ 90,00.

Em seguida, é apresentado o domínio e conjunto imagem de uma função destacando que, ao relacionar duas variáveis por meio de uma função, deve-se verificar os valores que as variáveis podem assumir dentro da situação. Para isso, são tomados dois exemplos de funções. O primeiro envolve o perímetro y de um quadrado dado em função da medida x do seu lado, tendo $y = 4x$ como lei de formação. Constatou-se que nesta função, x tem de assumir um valor real positivo, pois não existe medida de lado nula ou negativa.

A segunda situação envolve uma função dada pela lei $y = 1/x$, na qual a variável x pode assumir qualquer valor real diferente de zero, pelo fato de não existir divisão por zero. Os exemplos apresentados possibilitam tratar da definição de domínio de uma forma não arbitrária, uma vez que as definições não foram diretamente propostas, mas tiveram situações em que a sua análise se faz imprescindível.

Utilizando essas duas situações para representar as restrições que podem ser aplicadas à variável x , definiu-se o domínio da função como o conjunto de valores que a variável x pode assumir, sendo denotado por D . Definiu-se o valor da variável y que está associado a um determinado valor de x como imagem do número x pela função. Por fim, o conjunto de todos os valores de y correspondentes à algum valor de x do domínio foi definido como conjunto imagem da função, sendo representado por Im .

Ao apresentar essas duas definições, pode se destacar os tipos de aprendizagem significativa, a saber: aprendizagem representacional, ao atribuir significado aos símbolos D e Im , respectivamente, como domínio e imagem; aprendizagem de conceitos, ao atribuir significados aos conceitos domínio e imagem, tendo em vista suas representações de categorias e regularidades de eventos; e aprendizagem proposicional, ao estabelecer as ideias que compõem as definições de domínio e imagem.

A parte final do capítulo é destinada a uma atividade com quatro questões, envolvendo a noção de função em diferentes situações. Na primeira questão (Figura 4), é apresentada uma situação envolvendo o salário de professores de uma academia, para que seja determinada a lei de formação da função que representa esta situação.

Figura 4 - Questão 1 da atividade do livro.

1. Os professores de uma academia recebem a quantia de 45 reais por aula, mais uma quantia fixa de 200 reais como abono mensal. Então, a quantia y que o professor recebe por mês é dada em função da quantidade x de aulas que ele dá durante esse mês. Qual é a lei de formação da função que relaciona essas duas grandezas?

$y = 200 + 45x$



WWW EDITORA E ILUSTRAÇÕES

Fonte: (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 250).

A segunda questão (Figura 5) é composta por alguns itens nos quais os alunos devem escrever algebricamente as leis de formação de funções. Este é um tipo de atividade frequente em aulas de matemática, buscando fazer com que os alunos desenvolvam a habilidade de relacionar a linguagem materna à linguagem matemática, permitindo transferir sentenças de uma para outra.

Figura 5 - Questão 2 da atividade do livro.

- 2.** Escreva algebricamente a lei de formação de cada função descrita a seguir.
- a) A cada número real positivo x associar um número real y que represente o inverso de x . $y = \frac{1}{x}$
 - b) A cada número real x associar um número real y que represente o quadrado de x , menos 4. $y = x^2 - 4$
 - c) A cada número real x associar um número real y que represente a metade de x , aumentada de 5. $y = \frac{1}{2}x + 5$

Fonte: (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 250).

Na terceira questão (Figura 6), apresenta-se uma situação envolvendo também duas variáveis, mas que variam de formas diferentes em alguns intervalos de valores. Este tipo de questão é mais elaborada e permite preparar o aluno para trabalhar com funções formadas por mais de uma sentença.

Figura 6 - Questão 3 da atividade do livro.

Pelas promoções, o local mais barato vai depender da idade das crianças. Reproduza e complete em seu caderno o quadro abaixo, em que x representa a idade do filho mais velho e y, a idade do outro filho.			Pelas promoções, o local mais barato vai depender da idade das crianças. Reproduza e complete em seu caderno o quadro abaixo, em que x representa a idade do filho mais velho e y, a idade do outro filho.		
Idade dos filhos	Camping do Sol	Camping dos Pássaros	Idade dos filhos	Camping do Sol	Camping dos Pássaros
$x < 5$	406	728	$x < 5$	406	728
$y < 5$ e $5 \leq x < 15$	609	728	$y < 5$ e $5 \leq x < 15$	609	728
$y < 5$ e $x \geq 15$	609	756	$y < 5$ e $x \geq 15$	609	756
$y \geq 5$ e $x < 15$	812	728	$y \geq 5$ e $x < 15$	812	728
$y \geq 5$ e $x \geq 15$	812	784	$5 \leq y < 15$ e $x \geq 15$	812	756
			$y \geq 15$	812	784

Fonte: (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 250).

Já na quarta questão (Figura 7), é proposta uma situação na qual o aluno deve relacionar a noção de função aos seus conhecimentos de porcentagem, de modo a determinar uma lei de função e utilizá-la na resolução dos itens. Esse tipo de questão, além de relacionar funções à noção de porcentagem, permite preparar o aluno para determinar um ponto no qual a função vai assumir determinado valor.

Figura 7 - Questão 4 da atividade do livro.

4. Fernanda trabalhou no projeto de uma empresa de arquitetura durante o ano de 2019. O preço total de x reais por esse projeto foi pago a Fernanda em parcelas, a cada dois meses, da seguinte maneira:

Meses	Valor a ser pago (em função de x)
Janeiro	$0,1x$
Março	$0,1x$
Maio	$0,1x$
Julho	$0,2x$
Setembro	$0,25x$
Novembro	$0,25x$

Para não se atrapalhar com as finanças e também para economizar para um curso futuro, Fernanda decidiu gastar, mensalmente, 5% do valor total desse trabalho.

a) Quanto Fernanda poupou no total? $0,4x$

b) Fernanda quer fazer um curso de pós-graduação que custa R\$ 20000,00. Para que ela pague integralmente esse curso com o dinheiro poupado, qual deve ser o valor mínimo de x (em reais)?
50 mil reais.

Fonte: (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 250).

As questões apresentadas possibilitam exercitar os conhecimentos de função de uma forma não-arbitrária, uma vez que são utilizadas situações que podem fazer parte do contexto dos alunos, com um destaque para as questões 3 e 4 ao apresentarem situações diferentes das encontradas na exposição do conteúdo. De acordo com Moreira (1999), as atividades que apresentam um contexto de forma diferente do que foi originalmente encontrado no material instrucional podem evidenciar o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

Pode-se concluir que a noção analisada no livro didático apresenta uma relação com a teoria cognitivista ausubeliana, por apresentar o material a ser estudado de forma não-arbitrária, assumindo o caráter de potencialmente significativo ao serem propostas situações familiares para os alunos, ou seja, partindo de algo que estes já sabem, para, conseqüentemente, construir a noção de função.

Evidenciam-se aproximações aos princípios da teoria da aprendizagem significativa, ao levar em consideração os subsunçores dos alunos, o desenvolvimento de novos subsunçores para o futuro aprofundamento dos estudos das funções, a possibilidade de manifestar o fenômeno da assimilação, bem como, dos diferentes tipos de aprendizagem significativa propostas por Ausubel.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo teve como objetivo analisar a relação entre a teoria cognitivista de Ausubel e um livro didático de matemática do 9º ano, a saber, com a noção de função, e entende-se que este foi alcançado. Destaca-se, inicialmente, a importância da utilização das teorias de aprendizagem como base para se pensar as metodologias utilizadas em sala de aula, como também a exposição dos conteúdos e atividades presentes nos livros didáticos, pois estas trazem direcionamentos acerca do funcionamento do processo de aprendizagem humano.

Ao analisar o livro didático proposto nessa pesquisa, foi possível perceber que a noção de função, da forma que se apresenta, possui aproximações com a teoria da aprendizagem significativa proposta por Ausubel. Isso se deve ao fato de o livro apresentar situações familiares ao contexto dos alunos para representar as relações entre duas grandezas variáveis, permitindo que a noção supracitada assuma o caráter de algo potencialmente significativo. Sendo assim, tem-se a exploração dos subsunçores que os alunos trazem consigo, para então, apresentar o material a ser aprendido.

Evidencia-se, ainda, uma relação com os conceitos que antecedem à noção de função, bem como, uma preparação para os aprofundamentos futuros com os diferentes tipos de funções, ao se apresentar pontos que servem para a construção de subsunçores por parte dos alunos. Vale salientar que se constatou uma aproximação com o processo de assimilação e com os tipos de aprendizagem significativa, a saber: representacional, conceitual e proposicional.

Destaca-se, também, as atividades propostas no final do capítulo pesquisado, por permitirem que seja evidenciado o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, ao propor situações que são diferentes daquelas presentes no material instrucional, fazendo com que o aluno não responda as atividades de forma mecânica por serem de um mesmo padrão, mas que demonstre seus conhecimentos em diferentes problemas e contextos.

REFERÊNCIAS

BARRETO, Marina Menna. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio**. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

BERNARDINO, Fabricia; GARCIA, Wellington Fernando Delvechio Gama; REZENDE, Veridiana. **Ideias base do conceito de função mobilizadas por estudantes do ensino fundamental e ensino médio**. ACTIO, Curitiba, v. 4, n. 2, p. 127-147, 2019.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social** / Antonio Carlos Gil. - 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 9º ano**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

MARQUES, Ana Paula. O ensino de funções no 9º ano: construindo significados para função a partir de generalizações. Orientador: Maria Cristina Costa Ferreira. 2019. 210 f. **Dissertação** (Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

MENEZES, Vanessa Maria Silva; MACHADO, Samísia Maria Fernandes. O modelo teórico de aprendizagem ausubeliano para o ensino introdutório de termoquímica. In: FONSECA, L.; SILVA, K. S (Orgs.). **Modelos teóricos de Aprendizagem**: bases para sequências de ensino em ciências e matemática. São Cristóvão: EDUFS, 2018.

MOREIRA, Marco Antônio. Teorias de Aprendizagem. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco Antônio. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: A teoria da aprendizagem significativa. Porto Alegre: UFRGS, 2016. Disponível em < <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios6.pdf> >. Acessado em 22 de maio de 2021.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; REZENDE, Veridiana. Investigando o campo conceitual das funções: primeiros resultados. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p. 411-431, 2018.

OSTERMANN, Fernanda; CAVALCANTI, Cláudio José de Holanda. **Teorias de aprendizagem**: texto introdutório. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

PIRES, Liceia Alves; LOPES, Thayany Pinheiro Cordeiro; PORTELA, Mariliza Simonete. A Matemática financeira no livro didático do 6º ano. **ACERVO-Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v. 2, n. 2, p. 113-133, 2020.

SOARES, Luís Havelange. Aprendizagem significativa na educação matemática: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica. 2009. 141 f. **Dissertação** (Mestrado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009.

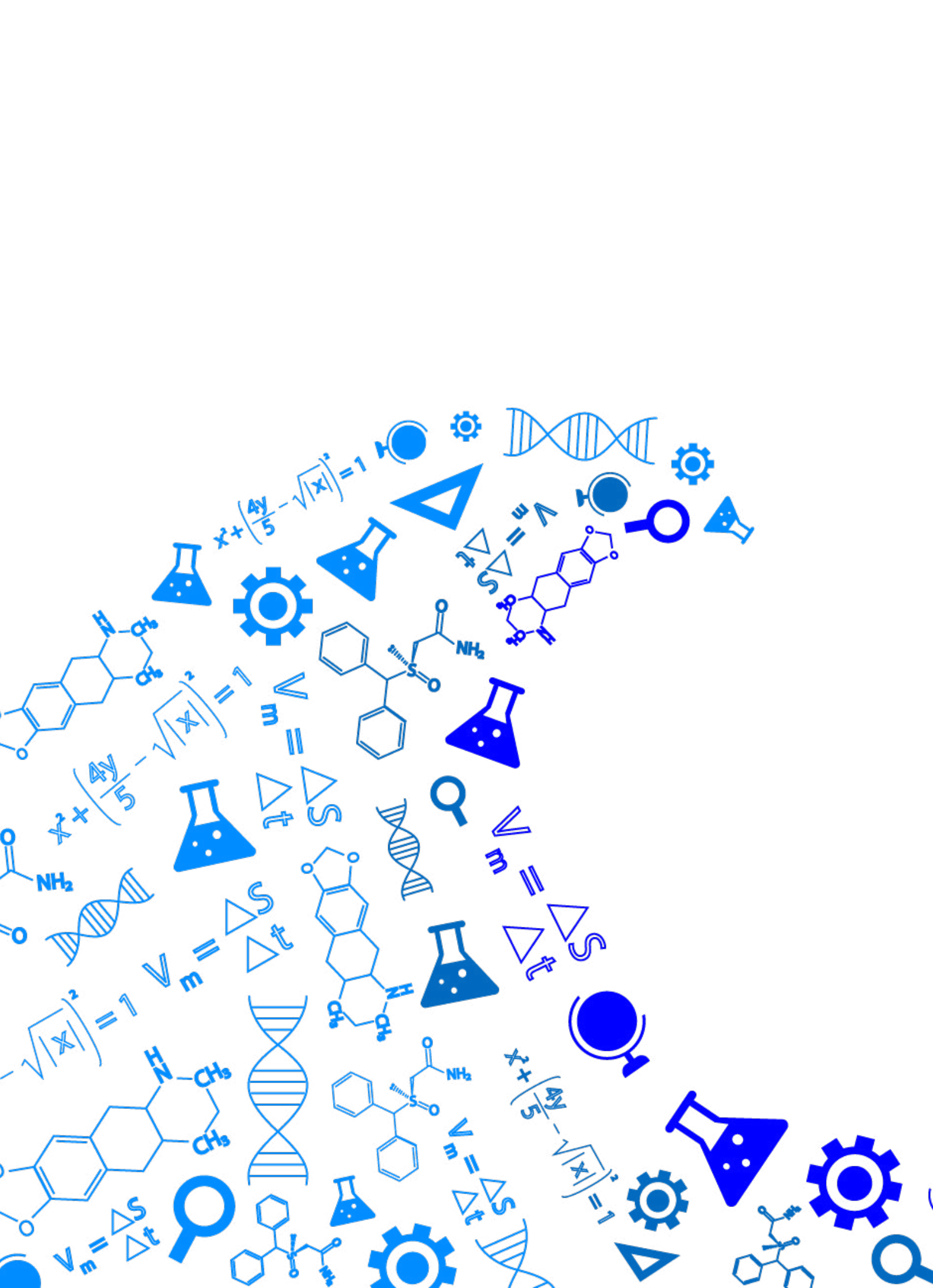
TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia da Pesquisa**. 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S. A., 2009.



CAPÍTULO 10

O MODELO DE ESPAÇO TRIDIMENSIONAL PARA A ANÁLISE DE ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS DA ARITMÉTICA BÁSICA NO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO





Rita Cinéia Meneses Silva

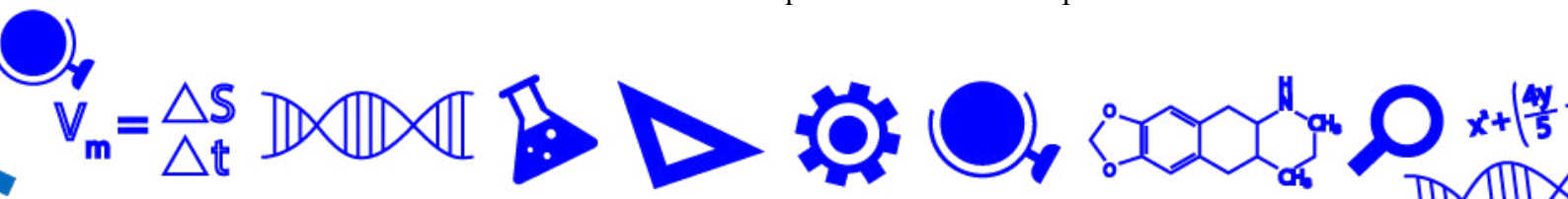
*Doutoranda em Educação pelo Programa
de Pós-graduação em Educação/UFBA
E-mail: rita.cineia@ufba.br*

Luiz Márcio Santos Farias

*Professor Adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências
Prof. Milton Santos (IHAC) e do Programa de Pós-Graduação em
Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.
E-mail: lmsfarias@ufba.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em vista dos resultados revelados pelas avaliações de grande escala, a exemplo do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) – 2018, que apontam que 68,1% dos estudantes brasileiros obtiveram o pior nível de proficiência na disciplina matemática e não conseguiram atingir o patamar considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania, isto é, o Nível Básico – Nível 1. Além disso, observa-se estudos como os de Ferreira (2014), que anunciam que alguns saberes importantes e fundamentais que compõem o currículo preestabelecido para a matemática, específica do professor da Educação Básica, não são mencionados nas recomendações para a formação de docentes de matemática no Brasil. Diante desse cenário de fragilidade no entorno do processo de ensino de aprendizagem de matemática e considerando que o Livro Didático é um dos recursos mais utilizados pelo professor, elegemos como questão de investigação para esse estudo: “Como vem sendo abordada às Organizações Didáticas para as Operações Aritméticas Fundamentais (OAF) nos Livro Didático (LD) do 6º ano a luz do Modelo de Espaço Tridimensional?” E quais as implicações da abordagem adotada pelo LD para a aprendizagem das OAF? Para tal, apresentamos como objetivo analisar a abordagem adotada pelo LD do 6º ano - anos finais do ensino fundamental - para o trabalho com as Operações Aritméticas Fundamentais a partir do Modelo de Espaço Tridimensional. Assim, apoiamo-nos teoricamente na Teoria Antropológica do Didático (TAD), Yves Chevallard e nas ideias da teoria socio-interacionista de Vygotsky. Metodologicamente, nos respaldaremos no Modelo de Espaço Tridimensional (GÁSCON, 2003), com a intenção de buscar respostas provisórias para a questão em pauta. Observamos as tarefas propostas pelo LD do 6º ano - aprovado no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) em 2019 – no que tange as Operações Aritméticas Fundamentais, por esse ser um conteúdo básico e indispensável para todo e qualquer cidadão. Os dados foram produzidos a partir das propostas para tarefas e técnicas que compõem as Organizações Didáticas sugeridas pelo Livro Didático para Operações básicas. As nossas análises nos conduziram a fazer inferência de que ainda existe certa predominância no LD de



uma interpelação dos conteúdos das Operações Aritméticas Básicas, em especial a operação adição e multiplicação, a partir de uma abordagem teoricista e tecnicista que demarca uma aproximação com as concepções do Modelo Clássico.

INTRODUÇÃO

Os resultados apontados pelas avaliações de grande escala, a exemplo do PISA, exibem implicações preocupantes em relação à matemática que nos leva a inferir a existência de problemas, para os quais nos parece pertinente buscar as suas possíveis “causas” e respostas provisórias. Assim, nesse capítulo, nos limitaremos a refletir sobre um dos recursos que subsidiam a prática docente do professor de matemática, isto é, o Livro Didático (LD). A escolha pelo LD se deu por este ser um dos recursos mais utilizados pelos professores no seu labor. Optamos por fazer a análise do livro do 6º ano, por este ser um ano escolar que marca a transição entre os anos iniciais e finais do ensino fundamental. Além disso, elegemos estudar o objeto Operações Aritméticas Fundamentais (OAF) por este ser um conteúdo que é introduzido nos anos iniciais e consolidado nos anos finais do ensino fundamental.

Outrossim, nos debruçamos na literatura com a intenção de buscar elementos que nos auxiliasse a compreender as dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao se depararem com os conteúdos das operações. Vale destacar as prescrições do documento que delineia as diretrizes para o processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e como essas diretrizes chegam até os professores por meio do LD. Para respaldar a nossa compreensão sobre o assunto em pauta, apoiamo-nos na Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1999), pois esse aporte teórico pode nos auxiliar na busca por caminhos para as possíveis respostas para a nossa questão de investigação: “Como vem sendo abordada às Organizações Didáticas das Operações Aritméticas Fundamentais, nos LD do 6º ano a luz do Modelo de Espaço Tridimensional?” Alinhada a esse questionamento, temos a intenção de buscar entendimento para uma questão secundária: “Quais as implicações da abordagem adotada pelo LD para a aprendizagem das OAF? Nesse sentido, nos apoiaremos no contexto das teorias da aprendizagem, na teoria sócio-interacionista de Vygotsky.

Nesse sentido, desenvolveremos esse estudo com o objetivo analisar a abordagem adotada pelo LD do 6º ano - anos finais do ensino fundamental - para o trabalho com o as Operações Aritméticas Fundamentais a partir do Modelo de Espaço Tridimensional. Diante disso, consideramos relevante destacar que de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017):

A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras,

as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. *Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.* (p. 269, grifos nossos).

Observamos que de acordo com a BNCC a unidade temática Números precisa se dedicar não só a construir a noção do conceito de número, mas, estabelecer o alinhamento com outras noções que abarcam os campos intramatemáticos²⁴ e extramatemáticos²⁵. E no que tange as operações, que estas sejam abordados de forma significativa, deixando em relevo a aplicabilidade dos conceitos abordados em seu cotidiano, levando em conta uma linguagem para apresentar a matemática que não destoe da linguagem do contexto cultural e socioeconômico no qual esses estudantes estão inseridos.

Ponte e Serrazina (2000), defendem que o desenvolvimento das ideias da matemática ao longo da história passou por várias abordagens. A primeira abordagem faz menção ao desenvolvimento da Aritmética e da Geometria. E a respeito da Aritmética, os autores destacam que ela é o ramo da Matemática que trata do estudo dos números e das operações que podemos realizar com eles.

De acordo com os estudos de Silva (2017), um dos grandes obstáculos para a compreensão das Operações Aritméticas Fundamentais (OAF) repousa em problemas em relação a compreensão do Sistema de Numeração Decimal e essa falta de compreensão repercute em problemas no entendimento dos agrupamentos e trocas, recursos ainda muito empregados para realizar estas operações.

Além disso, a autora sobreleva que:

[...] o ensino das operações é marcado pela técnica do algoritmo, empregada muitas vezes como uma única opção para solucionar problemas com as operações, e utilizada de maneira mecânica e sem significado, de modo que um dos seus principais objetivos é a repetição em detrimento da captação de cada procedimento. (SILVA, 2017, p.90)

Diante do mencionado percebemos que por mais que na contemporaneidade já existem estudos que sinalizem a necessidade de pensar no ensino das operações, para além da resolução mecânica de uma operação por meio de um algoritmo, estimulando, por exemplo o cálculo mental, a decomposição numérica, entre outros. Ainda é percebida uma forte tendência para o ensino que não privilegia o pensamento numérico e sobrelevam os métodos tradicionais que não

²⁴ Fazemos menção aos conceitos intramatemáticos aos conteúdos abordados dentro do campo da matemática.

²⁵ Os conceitos extramatemáticos são considerados conhecimentos que não perpassam pela matemática.

conduzem o estudante a reflexão e a compreensão dos conceitos de número e operações quando se deparam com problemas da aritmética. Sobre o pensamento numérico a BNCC anuncia que:

[...] implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. (BRASIL, 2017, p.268)

Com o propósito de buscar compreensões que auxiliem no processo de ensino e aprendizagem das operações no 6º ano do ensino fundamental, nesse capítulo nos respaldaremos teoricamente na TAD, Chevallard (1999), pois essa teoria argumenta que a matemática, enquanto atividade humana e que pode ser vista como um sistema de praxeologias que permitam facilitar a compreensão dos temas estudados no currículo de matemática de modo a dar sentido à essa atividade e para compreender o processo cognitivo do estudante, em vista disso, nos apoiaremos na teoria sócio-interacionista desenvolvida por Vygotsky.

Metodologicamente nos alicerçaremos no Modelo de Espaço Tridimensional, definido inicialmente por Gáscon (2003), como um espaço tridimensional no qual cada um dos eixos representam uma Organização Didática (OD), consideradas como as formas possíveis de organizar o processo de ensino das matemáticas em uma determinada instituição docente concreta, adotada em correspondência com algumas das dimensões ou fatores da atividade matemática.

ASPECTOS TEÓRICOS

Nossa base teórica é a Teoria Antropológica do Didático (TAD), Chevallard (1999), pois essa teoria apresenta pressupostos que podem subsidiar a análise das Organizações Didáticas das turmas 6º ano, anos iniciais do ensino fundamental, e destaca a necessidade de garantir com que este saber chegue a tal contexto em sua forma integral e se ocupa de situar o estudo do saber matemático como produto e processo das atividades humanas nas instituições escolares.

No que diz respeito ao saber fazer, isto é, as Organizações Didáticas, como produto e processo das atividades humanas nas instituições escolares, Chevallard (2002) preconiza que todo saber é relegado a uma instituição e que todo indivíduo é sempre sujeito de uma instituição I e esses sujeitos de uma instituição são as pessoas que vivem e ocupam diversas posições, denominadas por p, oferecidas em I. Assim, de acordo com a TAD dado um objeto de estudo O, uma instituição I e uma posição p, a relação institucional com objeto O na posição p é fundamentada naquilo que a instituição espera que os sujeitos dessa posição p saibam sobre O,

na capacidade de fazer com esse objeto, como também, no modo como espera que estes sujeitos realizem certas tarefas.

Essas relações podem ser sintetizadas a partir do que Chevallard (1991) preconiza:

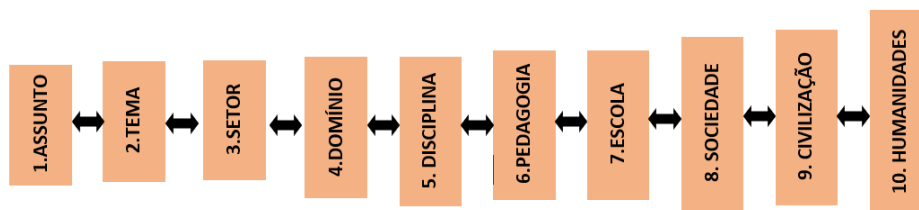
Um objeto O existe para uma pessoa X se existe uma relação pessoal $R(X, O)$, da pessoa X com o objeto O . Do mesmo modo, o objeto O existe para a instituição I se existe uma relação institucional, $RI(O)$, de I com O . Duplamente, diremos que X (ou I) conhece O se existe uma relação $R(X, O)$ de X com O (respectivamente, uma relação do $RI(O)$ de I com O). (p. 161)

Dessa forma, um indivíduo X (o professor) pode ter, sobre um objeto do saber (Operações Aritméticas Fundamentais) apenas uma relação pessoal, atribuída há um sistema de relações institucionais (por exemplo: BNCC, Currículo Escolar, Livro Didático do 6º ano), nas quais o indivíduo X entra em relação com o objeto do saber e com um ou mais agentes da instituição I . Diante do exposto, podemos inferir que a aprendizagem pode ser considerada como uma modificação da relação de um indivíduo X com O , além disso, podemos destacar que relação institucional com o objeto O , de uma instituição, estabelece as condições e restrições as quais se forma e evolui a relação pessoal de um indivíduo X com o objeto O quando ele se torna sujeito da instituição I . Chevallard em (2011), propõe no âmbito da TAD, uma ampliação ao “mundo restrito” em que vivem e pensam a maioria dos atores da Noosfera²⁶ no domínio de atividade ou, mais particularmente da escola específica deste domínio.

Essa ampliação pode ser percebida a partir da expressão dos reflexos desse alargamento nos níveis de co-determinação didática, o qual, foi acrescentada uma escala para além do nível da civilização, o nível da humanidade. Segundo Chevallard (2002), constituem-se como uma escala hierárquica (conforme Figura 1), a princípio dividida em nove níveis e a partir de 2011 foi ampliado para dez níveis. No tocante a estes níveis, há uma relação de reciprocidade entre eles, e cada nível se refere a uma realidade, determinando a ecologia²⁷ dos saberes para as organizações matemáticas e didáticas; esses níveis descrevem, ainda, as relações recíprocas entre os níveis mais específicos e os mais gerais do sistema didático.

²⁶ Chevallard (1991) *apud* Silva (2017) denomina de Noosfera um conjunto composto por instituições que regulam, determinam para seleção e para as modificações que sofrerá o Saber Sábio ao longo do processo transpositivo. Dentre as instituições que compõem a Noosfera, podemos destacar, por exemplo, os cientistas, professores, políticos, livros didáticos, pais de alunos, entre outros.

²⁷ De acordo com a Teoria Antropológica do Didático, instituída por Chevallard (2002), a noção de ecologia dos saberes está atrelada à pesquisa da vida destes saberes nas instituições, já que dependem de adaptações às restrições que, algumas vezes, estão associadas à economia de saberes.

Figura 6 - Escala dos Níveis de Co-determinação

Fonte: CHEVALLARD (2002, não paginado). Adaptado pelos autores (2021)

De acordo com os estudos de Silva (2017), frequentemente, os níveis 5, 6, 7, 8, 9 e 10 representam os documentos oficiais e que os níveis 1, 2, 3 e 4 as organizações praxeológicas definida por Chevallard (1999) para designar que toda atividade humana é oriunda da união de dois blocos, um bloco da práxis $[T/\tau]$, isto é, uma Organização Didática, composta de um tipo de tarefa T e uma técnica τ para realizar as tarefas do tipo T . E o outro bloco é do logos $[\theta/\Theta]$, ou seja, uma Organização Matemática composta por uma tecnologia θ que justifica a técnica τ e uma teoria Θ que justifica a tecnologia θ .

Sendo assim, no que se refere as organizações praxeológicas atuantes nos níveis 1, 2, 3 e 4, é salutar considerar que: o nível 1 equivale à tarefa; o nível 2 equivale à técnica; o nível 3 à tecnologia; e o nível 4 à teoria. Nesses escritos, apoiados no Modelo do Espaço Tridimensional, desenvolvido por Gáscon (2003), analisaremos os níveis 1 e 2 que correspondem às Organizações Didáticas propostas pelo LD em questão.

De acordo com Gáscon (2003), como toda atividade humana, a atividade de estudo requer um discurso mais ou menos explícito que justifique e interprete a prática. Paralelamente à noção de Organização Matemática (OM) surge assim a noção de Organização (ou praxeologia) Didática (OD), com suas duas faces: "práxis" - formada por tarefas e técnicas didáticas — e discurso fundamentado ou "logos" sobre essa prática — formado por tecnologias e teorias didáticas. E desse modo:

A TAD completa este modelo epistemológico "estrutural" de saber matemático e seu estudo com um modelo "funcional" de atividade didática ou atividade de estudo (das matemáticas). Se trata da teoria dos momentos didáticos que pode ser considerada como um modelo funcional do processo de estudo das OM. A teoria dos momentos didáticos propõe seis momentos ou dimensões do processo de estudo. (GÁSCON, 2003, p. 18-19, tradução nossa)

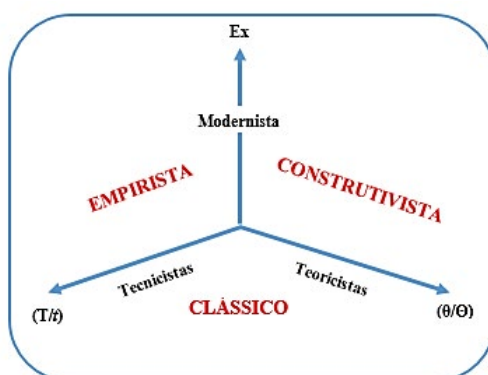
Segundo o autor, para caracterizarmos as organizações didáticas precisamos de um ponto de vista prévio que nos forneça critérios sobre o que devemos olhar e com que noções primitivas devemos descrever o que observamos. Isso é essencial para colocar alguma ordem nas complexas práticas de ensino do professor de matemática, e a nosso ver, incitar indicativos das implicações dessas práticas na aprendizagem do estudante.

Nesses escritos nos limitaremos a observar as Organizações Didáticas (OD), com a intenção de analisar as propostas pelo Livro Didático no 6º ano, anos finais do ensino fundamental e as possíveis implicações destas propostas para a aprendizagem do estudante. Para desenvolvermos esses estudos optamos por fazer um recorte no campo das OAF e analisarmos as OD propostas para a adição e para a multiplicação, por entendermos que a adição e a multiplicação possuem certo alinhamento nas suas concepções conceituais, uma vez que a multiplicação pode ser considerada como adições sucessivas de parcelas iguais.

Modelo de Espaço Tridimensional

De acordo com Gáscon (2003), o Modelo de Espaço Tridimensional se trata de um espaço tridimensional hipotético no qual cada um dos seus eixos representa um modelo possível de OD. Os eixos são representados por três dos momentos ou dimensões da atividade matemática: o momento tecnológico-teórico (θ/Θ), o momento do trabalho da técnica (T/τ) e o momento exploratório (Ex). Além disso, esses eixos estão localizados em ideais de OD unidimensionais, que centralizam o processo de estudo em uma única dimensão e aparecem respectivamente denominados por: teoricistas, tecnicista e modernistas, (ver Figura 2).

Figura 2 - Modelo do Espaço Tridimensional



Fonte: Gáscon (2003, p. 22, traduzido pelos autores)

Perante o exposto, consideramos salutar ressaltar a integração de dois momentos ou duas dimensões da atividade matemática, Gáscon (2003, p. 20, tradução nossa) elege três tipos de dimensões para as Organizações Didáticas (OD), a saber:

- **A OD Clássica** que combina os momentos tecnológico-teóricos (θ/Θ) e o trabalho da técnica (T/τ) e caracterizam-se, entre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas ao considerar que o ensino da matemática é um processo mecânico totalmente controlável pelo professor.
- **A OD Empirista** visa integrar momentos exploratórios (Ex) e o trabalho da técnica (T/τ). Se apresentam a partir da preeminência que ortogam a atividade de resolução de problemas dentro do processo didático

global e por considerar que aprender matemática (é como aprender a nadar ou tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e prática.

- **A OD Construtivista** que consideram simultaneamente em consideração os momentos tecnológico-teóricos (θ/Θ) e o exploratório (Ex) e caracterizam-se por contextualizar a atividade de resolução de problemas como uma atividade mais ampla e defende que a aprendizagem é um processo ativo de construção do conhecimento (aprendizagem) que é realizado seguindo umas fases determinadas e que depende essencialmente do conhecimento adquirido anteriormente. Essa proposta se alinha a teoria sócio-interacionista, desenvolvida por Vygotsky e seus seguidores na qual a aprendizagem ocorre como um processo de internalização de novos conhecimentos a partir da interação do sujeito com o meio, desse modo, considerando o contexto histórico e cultural no qual o sujeito está inserido.

Na sessão a seguir apresentaremos a estrutura geral do LD e em seguida faremos as nossas inferências a partir do Modelo do Espaço Tridimensional (GASCÓN, 2003) acima aludido.

LIVRO DIDÁTICO

Optamos por fazer a análise do Livro Didático (LD) percebermos que é o material mais utilizado como ferramenta de apoio ao trabalho do professor e por entendermos que ele é:

[...]um meio de ensino, um canal, uma força, para transmitir uma informação de um ponto a outro. Nesse sentido, meios de ensino são, ao mesmo tempo, uma forma de informar, uma ferramenta para informar e comunicar. O livro didático é considerado um “instrumento”. (LISBOA, 2019, p.25)

Assim, apoiamo-nos no Programa Nacional do Livro Didático²⁸ (PNLD), pois além ser um recurso de auxílio à prática docente, segundo dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento Escolar (FNDE), o Livro Didático é o recurso mais antigo voltado à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira.

Dessa maneira, procuramos desvelar como o objeto desta investigação, operações aritméticas fundamentais, se apresenta em um Livro Didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, pertencente ao PNLD²⁹ (2019). O livro em pauta é: A conquista da Matemática, cujo autor é José Ruy Giovanni Júnior.

²⁸ BRASIL. Ministério da Educação. Programa Nacional do Livro Didático. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/item/518>>. Acesso em: 01 ago. 2016

²⁹ Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2019/escolha>. Acesso em: 21 jul. 2019.

Quadro 1 - Livro Didático de Matemática, 6º ano.

GIOVANNI Jr, J. R. A conquista da Matemática . 6ºano, 1ª ed., São Paulo: FTD, 2018.
--

Fonte: Os pesquisadora (2021).

Destarte, iniciaremos apresentando algumas impressões sobre o Livro: A conquista da Matemática: Giovanni Júnior (Quadro1), Manual do Professor Impresso³⁰, a fim de elaborarmos um panorama que nos auxilie a visualizar como está sendo anunciado, nesta obra, o objeto investigado.

O Livro Didático (Manual para o Professor) possui 372 páginas e é organizado em duas partes, na primeira parte, o autor apresenta reflexões acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática e dos possíveis instrumentos e ferramentas que podem favorecer a construção do conhecimento matemático nos anos finais do Ensino Fundamental.

Sua apresentação é delineada a partir das seguintes sessões: Conheça as Orientações para o Professor, Considerações sobre o Ensino de Matemática, a BNCC e o Ensino de Matemática, Quadro de Habilidades da BNCC, Uma Visão Interdisciplinar e os Temas Contemporâneos, o Papel do Professor, Avaliação, Conheça a Obra, Referências Bibliográficas, Documentos Oficiais, Sugestões de Revistas e outras Publicações de Apoio ao Trabalho do Professor, Endereços de outras Entidades de Apoio ao Trabalho do Professor, *Sites* e Orientações Específicas do Volume 6.

A sessão Orientações Específicas do Volume 6 é subdividida em nove unidades, nosso estudo está centralizado na Unidade 2: cálculos com números naturais. Assim, destaca os objetivos do conhecimento e objetivos por unidade temática proposta pela BNCC e o seu desenvolvimento no decorrer do volume. Na segunda parte os autores se dedicam ao detalhamento das situações e atividades propostas, apresentando sugestões para o processo de ensino e aprendizagem por meio de atividades práticas. Além disso, apresenta as habilidades e competências a serem desenvolvidas, no Quadro 1, a seguir exibiremos a habilidade destacada pela Base Nacional Curricular Comum para o trabalho com as Operações Aritméticas básicas elencada pelo Livro Didático investigado.

³⁰ Além do Manual do Professor Impresso a coleção apresenta um Manual Digital para cada coleção do Ensino Fundamental, com intensão de ofertar um recurso a parte para auxiliar na prática do professor.

Quadro 1 - Habilidade da BNCC para as Operações Aritméticas Fundamentais no 6º ano

6º ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETO DO CONHECIMENTO	HABILIDADES
NÚMEROS	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais Divisão euclidiana	(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvem cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidas com e sem uso de calculadora.

Fonte: Giovanni Jr (2018, p. XVI) adaptado e grifado pelos autores em 2021.

Observamos que a habilidade destacada pela BNCC para o trabalho com a Unidade Temática: Números e com o objeto matemático - Operações Aritméticas Fundamentais para o 6º ano, estão centradas na resolução de problemas envolvendo cálculos por meio de estratégias variadas, sobrepesando a compreensão do processo da resolução dos problemas deixando a critério das instituições o uso ou não da calculadora.

Nesse texto, escolhemos fazer um recorte e restringir às nossas análises as OD propostas para a adição e para a multiplicação, por entendermos que a adição e a multiplicação possuem certo alinhamento nas suas concepções conceituais, uma vez que a multiplicação pode ser exibida como adição sucessiva de parcelas iguais. Desse modo, intencionamos que a partir das inferências anunciadas, o leitor possa fazer reflexões também acerca das OD propostas para a subtração e divisão e assim, observar a as premissas anunciadas pelo Livro Didático para as quatro Operações Aritméticas Fundamentais.

Ao analisarmos a obra e centramos o nosso olhar nos conteúdos das Operações Aritméticas Fundamentais (OAF): Adição e Multiplicação fizemos um levantamento das Organizações Didáticas, isto é do bloco da práxis: $[T, \tau]$ e organizamos essas tarefas e técnicas (Ver Quadro 2) com a intensão de apresentarmos alguns aspectos da proposta do LD para essas Organizações Didáticas.

• Análise da Organização Didática Adição no LD

Elaboramos um quadro (ver Quadro 2) onde catalogamos as tarefas e técnicas $[T, \tau]$ prescritas pelo LD para a Organização Didática: Adição de números naturais com a intenção de identificarmos a luz do Modelo do Espaço Tridimensional (GÁSCON, 2003) a dimensão, a partir do entrecruzamento dos eixos, (eleitos pelo autor) para elencar essa operação.

Quadro 02 - Tarefas e Técnicas propostas pelo LD para a OD Adição

Tarefas (T)	Quantidade de Tarefas	Técnica (τ)
T ₁ - Resolver o problema através do cálculo mental e/ou o cálculo usual.	1	τ_1 - Abordagem da ideia de juntar a partir da decomposição numérica.
T ₂ – Solucionar problemas através da leitura e interpretação dos dados, organizados em tabela para calcular a adição numérica.	1	τ_2 - Abordagem por meio da comparação e/ou agrupamento numérico para efetuar a adição. τ_3 - Abordagem que sobreleve o cálculo da adição por agrupamento.
T ₃ - Identificar as propriedades da adição.	1	τ_4 - Abordagem que aguça o uso as propriedades da adição.
T ₄ - Efetuar, através do conceito de igualdade, a adição e descobrir um valor faltante.	1	τ_5 - Abordagem que faça alusão ao conceito de igualdade e as propriedades da adição e a descoberta de um valor faltante em uma igualdade.
T ₅ - Calcular diferentes adições e verificar se os resultados dessas somas são iguais ou diferentes.	1	τ_6 - Abordagem que proponha o cálculo das somas e que verifique a aplicabilidade da propriedade comutativa da adição.
T ₆ - Elaborar problemas envolvendo adições.	1	τ_7 - Abordagem que estimule o uso do cálculo mental e o uso das propriedades para efetuar adições por agrupamento e/ou através do algoritmo tradicional.
	Total de tarefas: 06	Total de técnicas: 07

Fonte: Os autores em 2021.

Notamos que, de acordo com o Quadro 2, o LD propõe seis tarefas e sete de técnicas como proposta para a apresentação da Organização Didática $[T, t]$ para a adição. Percebemos também, que o LD ficou restrito a sugerir uma única tarefa para cada conteúdo abordado, como também, só expôs apenas sete técnicas como possibilidade para resolução de problemas com a operação adição.

Além disso, não observamos dentre as tarefas, propostas que evocassem o uso das tecnologias digitais para o cálculo da adição com números naturais, como por exemplo, o uso da calculadora, que pode ser uma ferramenta de apoio a construção de técnicas para resolução das tarefas em jogo.

Com a intenção de ampliarmos o nosso olhar para as proposições do LD para a adição, a seguir exibiremos 3 tarefas sugeridas, isto é, cerca de 50% das tarefas prescritas pelo livro para o trabalho com a adição e analisaremos como estas tarefas vêm sendo indicadas sob a ótica do Modelo de Espaço Tridimensional (Gáscon, 2003).

Figura 2- Tarefa 1 prescrita pelo LD para a adição de números naturais

1. O governo organiza, periodicamente, campanhas de vacinação contra a paralisia infantil. Numa dessas campanhas, em determinado município, foram vacinadas 11296 crianças do centro urbano e 1649 crianças da área rural. Quantas crianças foram vacinadas nesse município? **12945 crianças.**



➤ A **poliomielite**, popularmente conhecida como **paralisia infantil**, é uma doença que, em sua forma mais grave, causa a atrofia dos músculos atingidos. O médico Albert Sabin dedicou muitos anos de sua vida ao estudo da poliomielite. Em 1959, ele conseguiu chegar a uma vacina eficiente contra o vírus causador da doença: a vacina da “gotinha”.

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.39)

Figura 3- Tarefa 3 prescrita pelo LD para a adição de números naturais

3. Identifique a propriedade da adição de números naturais que foi aplicada em cada uma das sentenças matemáticas abaixo.

- a) $75 + 105 = 105 + 75$ **Comutativa.**
- b) $250 + 0 = 0 + 250$ **Elemento neutro.**
- c) $90 + (130 + 100) = (90 + 130) + 100$ **Associativa.**

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.39)

Figura 4- Tarefa 4 prescrita pelo LD para a adição de números naturais

4. Considere a adição $0 + y = 59$. Qual valor você deve colocar no lugar da letra y para que a igualdade seja verdadeira? Qual propriedade da adição você usou para chegar a esse valor? **59. Elemento neutro.**

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.39)

Assim, observamos que a Figura 2 anuncia uma tarefa (T_1) conduzida pela técnica (τ_1), ou seja, por uma Organização Didática do tipo $[T_1, \tau_1]$, conforme categorizado anteriormente, que sobreleva o uso do cálculo mental ou usual para, a partir da ideia de juntar, efetuar a operação da adição com valores preestabelecidos. No entanto, nesse viés, não percebemos certa ênfase a resolução de problemas por meio de estratégias variadas conforme prevê a habilidade (*EF06MA03*) da BNCC, notamos apenas a menção da elaboração de problemas (por parte do aluno) apenas como uma orientação didáticas restrita ao Manual do Professor, de modo sugestivo e não como uma possibilidade prescrita para ampliação do desenvolvimento do conceito da adição.

Ademais, não avistamos também no LD recomendações explícitas para a ampliação de possibilidades de técnicas para o cálculo da adição, notamos majoritariamente propostas de técnicas sob o enfoque da ideia de juntar, a partir do cálculo mental ou usual e/ou por meio da decomposição numérica. Inferimos como uma possibilidade para ampliação das técnicas para adição de números naturais, o uso da calculadora manual e/ou digital, o uso da história da matemática, jogos, dentre outros.

A Figura 3, apresenta a Organização Didática (OD) do tipo $[T_3, \tau_4]$ com o fim de identificar as propriedades da adição. Percebemos que nesse aspecto, o Livro Didático sugeriu como tarefa (T_3): identificar as propriedades da adição de forma diretiva e restrita as concepções da matemática sem apresentar possibilidades da aplicação dessas propriedades em problemas reais, isto é, problemas contextualizados. Destarte, a partir do exposto, visualizamos traços de demarcações no LD do ensino mecânico, no qual o aluno ocupa a posição de sujeito passivo no processo no qual os conceitos são depositados para serem memorizado e repetido. Características essas que se alinham as percepções anunciadas a partir da Figura 2.

Já a Figura 4, traz no seu bojo a OD do tipo $[T_4, \tau_5]$, nessa configuração as tarefas fazem alusão à descoberta de um valor faltante a ser calculado a partir da adição de parcelas, na busca de uma igualdade de resultados em ambos os membros da expressão numérica. Observamos que nesse ínterim foi evocada a propriedade elemento neutro da adição, a partir de tarefas nas quais o zero é representado com um “valor nulo” e desse modo, o zero adicionado a qualquer número natural apresentará o resultado da adição igual ao número natural adicionado.

Perante o exposto, as tarefas propostas conduzem a uma solução, a nosso ver, simplória, sem uma condução a exploração mais ampla da constituição propriedade do elemento neutro da adição, tendo em vista, que essa operação já foi apresentada nos anos iniciais e que para os anos finais é previsto o aprofundamento desse conceito.

Isso, nos leva a inferir que as observações elencadas nas Figuras 2, 3 e 4 apontam um direcionamento a repetição de modelos preestabelecidos pelo LD que conduzem o estudante memorização, desprovido de uma discussão mais ampla e da atuação como protagonista do processo de construção do conhecimento.

Diante disso, destacamos que para Gáscon (2003) as OD teoricista e tecnicista concebem o processo de ensino e aprendizagem como processo mecânico e trivial totalmente controlável pelo professor, características notadas ao analisarmos a OD adição no LD em questão. De acordo com o Modelo de Espaço Tridimensional o entrecruzamento entre as OD teoricistas e as OD tecnicista conduzem a um Modelo considerado Clássico de ensino que concebe o aluno como uma “tábula vazia” que deve encher-se ao longo de um processo gradual, além disso, considera o aluno como um sujeito que melhora o domínio das técnicas mediante a simples repetição, isto é, por um treinamento conduzido.

À vista disso, consideramos que sob a ótica do Modelo Clássico, a aprendizagem fica relegada a memorização, o aluno não tem espaço para observar, interagir e construir o conhecimento, e de acordo com a teoria sócio-interacionista desenvolvida por Vygotsky e seus seguidores, para que a aprendizagem se constitua o sujeito precisa atuar ativamente no processo, agindo sobre o meio, isto é, o sujeito é quem produz o conhecimento e não é apenas um mero receptor de conteúdos “prontos” e “acabados”.

• Análise da Organização Didática Multiplicação no LD

Para a análise da Organização Didática: Multiplicação constituímos um quadro, Quadro 3, no qual categorizamos as Organizações Didáticas propostas para a multiplicação de números naturais, ou seja, o bloco das tarefas e técnicas [T, τ] propostas pelo LD. Assim, tangenciaremos essa OD a partir das concepções empreendidas pelo Modelo do Espaço Tridimensional (GÁSCON, 2003) para as Organizações Didáticas.

Quadro 03 - Tarefas e Técnicas previstas pelo LD para a OD Multiplicação

Tarefas (T)	Quantidade de tarefas	Técnica (τ)
T ₁ - Resolver problemas de multiplicação por meio do conceito de proporcionalidade.	5	τ_1 - Abordagem atrelada ao uso do conceito de proporcionalidade para efetuar a operação de multiplicação. τ_2 - Abordagem que sobreleva a construção de tabelas para organizar os dados e efetuar a multiplicação a partir do conceito de proporcionalidade.
T ₂ - Determinar a solução de problemas através da organização retangular.	2	τ_3 - Abordagem através do uso da organização retangular para desenvolver a multiplicação. τ_4 - Abordagem que alude a representação de um retângulo e da contagem para efetuar a multiplicação.
T ₃ - Efetuar a multiplicação usando a combinação e o princípio fundamental da contagem.	2	τ_5 - Abordagem que alinha o conceito de combinação aos dos conhecimentos do princípio fundamental da contagem para operar com a multiplicação. τ_6 - Efetuar a multiplicação por meio da soma de parcelas iguais.
T ₄ - Multiplicar (usando o algoritmo usual) através da decomposição numérica e da propriedade distributiva da multiplicação em relação a soma.	2	τ_7 - Abordagem a partir da decomposição da segunda parcela da multiplicação em soma para a aplicação da propriedade distributiva entre a primeira parcela e a segunda parcela decomposta. τ_8 - Abordagem que opera com a multiplicação a partir da propriedade distributiva.
T ₅ - Buscar soluções para problemas de multiplicação usando a propriedade comutativa.	1	τ_9 - Abordagem a partir do uso do conceito de multiplicação para aplicar a propriedade comutativa.
T ₆ - Usar o conceito da multiplicação para descobrir um valor faltante por meio da definição de igualdade.	2	τ_{10} - Abordagem através da menção do uso do conceito de igualdade para efetuar a multiplicação. τ_{11} - Abordagem da multiplicação envolvendo a propriedade elemento neutro ou por zero

T_7 - Solucionar problemas de multiplicação fazendo uso da propriedade associativa.	1	τ_{12} - Abordagem por meio da associação parcelas para efetuar a multiplicação dessas parcelas associadas até chegar em um produto final.
	Total de tarefas: 15	Total de técnicas: 12

Fonte: Os autores em 2021.

Observamos que, de acordo com o Quadro 3, que o LD apresenta quinze tarefas aqui reunidas e categorizadas, considerando a sua semelhança na proposta, em sete tarefas e doze técnicas. A partir desse Quadro observamos uma predominância da proposta da tarefa T_1 , uma vez que das quinze tarefas dedicadas a multiplicação, cinco destas, são Organizações Didáticas (OD) do tipo $[T_1, \tau_1]$ e $[T_1, \tau_2]$ e desse modo podemos inferir que, o livro destaca certa ênfase a tarefas direcionadas à resolução de problemas de multiplicação por meio do conceito de proporcionalidade. No tocante as técnicas, o destaque é dado ao uso do conceito de proporcionalidade.

Ademais, percebemos um foco menor para OD das categorias $[T_5, \tau_9]$ e $[T_7, \tau_{12}]$ cuja abordagem se ancora na busca por soluções para problemas de multiplicação a partir das técnicas que recorram a propriedade comutativa e a propriedade associativa.

As demais Organizações Didáticas $[T, \tau]$ categorizadas enfatizam de forma “restrita” cerca de duas tarefas a respeito da multiplicação alinhadas a uma ou duas técnicas diferentes.

Considerando a habilidade (EF06MA03) não notamos tarefas propostas para a multiplicação que aguçassem no estudante elaboração/resolução de problemas que envolvesse cálculos mentais exatos ou aproximados com números naturais. Como também, tarefas aliadas a técnicas com estratégias variadas. Para as tarefas categorizadas no Quadro 3, verificamos no máximo duas propostas de técnicas. Percebemos ainda que a proposta de elaboração/resolução de problemas por parte do aluno aparece apenas como sugestão no Manual do Professor, a ser explorada ou não pelo professor, na sessão orientações didáticas.

Nos escritos a seguir, apresentaremos figuras que representam cinco das quinze tarefas propostas pelo LD, isto é, cerca de 33% das tarefas realçados pela obra para ensino e a aprendizagem da multiplicação de números naturais. A partir disso, intencionamos observar como se manifestam os elementos que compõem o Modelo de Espaço Tridimensional (GÁSCON, 2003) e com isso, analisaremos a abordagem adotada pelo LD para a multiplicação de números naturais.

Figura 5- Tarefa 1 prescrita pelo LD para a multiplicação de números naturais

1. Para fazer uma jarra de suco de laranja são necessárias cerca de 6 laranjas. Uma lanchonete vende, em média, 50 jarras de suco de laranja por dia. Quantas laranjas, no mínimo, o dono da lanchonete deve ter diariamente para atender a freguesia? **300 laranjas.**

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.51)

Figura 7- Tarefa 9 prescrita pelo LD para a multiplicação de números naturais

9. Veja como Camilo calcula 34×12 .

$$34 \times 12$$

$$34 \times (10 + 2)$$

$$(34 \times 10) + (34 \times 2)$$

$$340 + 68$$

$$300 + 40 + 60 + 8$$

$$300 + 100 + 8 = 408$$

Agora, calcule do mesmo jeito que Camilo:

a) 24×35 840	c) 45×92 4140
b) 35×24 840	d) 92×45 4140

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.51)

Figura 6- Tarefa 4 prescrita pelo LD para a multiplicação de números naturais

4. Helena não consegue decidir o que vai vestir. Ela está em dúvida entre 2 saias (preta ou cinza) e 3 blusas (branca, amarela ou vermelha). Quantas opções diferentes Helena tem? Para responder, faça uma tabela ou um esquema. **6 opções diferentes.**

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.51)

Figura 8- Tarefa 2 prescrita pelo LD para a multiplicação de números

2. Considere a igualdade $37 \times n = 63 \times 37$. Qual o valor que se deve colocar no lugar de n para que a igualdade seja verdadeira? **63**

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.53)

Figura 9- Tarefa 4 prescrita pelo LD para a adição de números naturais

4. Escreva duas maneiras diferentes para dar o valor de: $25 \times 123 = 3075$ ou

a) $25 \times (72 + 51)$ $(25 \times 72) + (25 \times 51) = 3075$
b) $32 \times (64 - 48)$ $32 \times 16 = 512$ ou $(32 \times 64) - (32 \times 48) = 512$

Fonte: Giovanni Jr. (2018, p.53)

Vale destacar que o LD, apresenta inicialmente exemplos de como operar com o conceito de multiplicação a partir da ideia adição de parcelas iguais, da utilização de fatos básicos da multiplicação por meio da organização retangular, usando o raciocínio combinatório e a proporcionalidade.

As Figuras 5, 6 e 7, anunciam tarefas com a intenção trabalhar com o conceito da multiplicação, mais especificamente a Figura 5 destaca o viés de conceituar a operação de multiplicação alinhado ao conceito de probabilidade. A Figura 6, faz alusão ao conceito de multiplicação atrelado ao conceito de combinação e aos conhecimentos do princípio fundamental da contagem. A Figura 7, sobreleva o conceito de multiplicação - através do algoritmo usual – apoiado na ideia da decomposição numérica e na propriedade distributiva da multiplicação em relação a soma.

Já as Figuras 8 e Figura 9, apresentam como sugestão uma explanação das propriedades da multiplicação, e para tal, o LD investe em exemplos de aplicação simples nos quais são aludidos apenas a “regra” atrelada a cada propriedade, sem elevar o convite ao estudante para uma discussão mais ampla em termos da validade dessas conjecturas que servem de apoio na resolução da problemas que envolvam a multiplicação. Perante o exposto, notamos elementos dos postulados das concepções tecnicistas e teoricista (GÁSCON, 2003) como pressuposto principal para a abordagem da multiplicação.

Assim, as nossas percepções a proposta apresentada pelo Livro Didático analisado, se contrapõe com a concepção de que o aluno é o sujeito ativo no processo de no processo de construção do conhecimento e diante disso, entendemos que existem princípios das implicações de vestígios do Modelo Clássico também na apresentação adotada pelo LD para a operação multiplicação. Nesse molde, o ensino é condicionado a adoção de modelos prefixados a serem repetidos e a condução do desenvolvimento do conhecimento ainda está restrita ao professor como sujeito principal do processo, a ele cabe apresentar um compilado de saberes aos estudantes que, por sua vez, atua como coadjuvante no processo, sem vez e sem voz e deve absorver os conteúdos sem questionar, o que contrapõe as ideias de Vygotsky para o desenvolvimento da aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da prevalência histórica de problemas com o ensino e a aprendizagem da matemática consideramos de grande valia ancorarmos esforços para desenvolver estudos que contribuam para apresentar reflexões que possam trazer luz para o trabalho do professor e para a aprendizagem do estudante.

Nessa perspectiva, apresentamos essas ponderações com a intenção de colocar em relevo ponderações para que estabeleçamos uma vigilância epistemológica em relação as implicações da Noosfera ao longo do processo transpositivo, no qual o saber sábio sofre adequações para chegar ao chão da sala de aula, tendo em vista que Chevallard (2015) chama atenção para um paradigma que ainda aparece fortemente em muitas práticas, que é o paradigma monumentalista, neste paradigma a abordagem principal para o ensino e a aprendizagem está direcionada para a apresentação de um conjunto de objetos matemáticos, como "monumentos", considerados carentes na sua "razão de ser" e centrados principalmente na apresentação destes objetos.

Perante o exposto, percebemos que o paradigma monumentalista (CHEVALLARD, 2015) se afina com as concepções do Modelo Clássico (GÁSCON, 2003), cujos indícios desse modelo são percebidos no Livro Didático analisado para a abordagem do ensino e a aprendizagem das Operações Aritméticas: Adição e Multiplicação. Nessa perspectiva, a aprendizagem tende a ser restritiva e fragilizada, uma vez que, de acordo com Vygotsky (1998), a aprendizagem ocorre a partir da interação, e não como resultado dela, isto é, a interação se estabelece como o próprio processo de aprendizagem. Diante das ponderações do Modelo Clássico o aluno não tem espaço para interagir e para trocar experiências, seu contexto sócio-histórico não tem um espaço considerável na construção do conhecimento.

Por outro lado, Chevallard (2015) defende a concepção de novo paradigma, o de questionamento do mundo, que se contrapõe ao “monumentalismo” e abre espaço para

um debate questionador sobre as influências da Noosfera (Diretrizes para o Ensino Básico, Currículo Prescritos, Pais de aluno, Plano de curso, dentro outros) para o ensino e sobreleva o professor como sujeito autônomo e crítico e o estudante como ativo e partícipe do processo de desenvolvimento da aprendizagem.

Por fim, esperamos que esse texto possa contribuir para trazer reflexões sobre a implicação das propostas dos Livros Didáticos para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem para a Educação Básica, como também, que esses escritos possam despertar o interesse para outros estudos nesse sentido.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Base Nacional Comum Curricular**. Secretaria da Educação Básica. Brasília: MEC/Consed/Undime, 2017. Disponível em: http://basenacional-comum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 30 dez. 2018.

BOSCH, M.; GÁSCON, J. Organiser l'étude.2. Théories et empires. In: DORIER, J.-L. et alii (eds). **Actes de la 11e École d'Été de didactique des mathématiques**. Corps 21-30 août 2001. Grenoble, La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. **La Transposicion Didactica**: Del saber sabio al saber enseñado. Argentina: La Pensée Sauvage, 1991. Disponível em: www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5C-File%5Cchevallard.pdf. Acesso em: 18 dez. 2016.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 19, n. 2, p. 221-266, Août. 1999.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude 3. Écologie & régulation. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) **Actes de la 11e école de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002, pp.41–56

Chevallard, Y. **La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder**. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. En C. Margolinas, M. AbboudBlanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Flückiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds.), En amont et en aval des ingénieries didactiques. Grenoble: La Pensée sauvage, 2011, pp. 81 – 108.

Chevallard, Y. **Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter Paradigm**. En S.J. Cho (Ed.), The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. Dordrecht: Springer, 2015, pp. 173-187.

FERREIRA, M. C. C. **Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica**: a álgebra na escola e na formação do professor. 2014. 184 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

GÁSCON, J. La necesidad de utilizar modelos en didáctica de la matemática. In: **Revista Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.5, n° 2, p. 11- 37, 2003.

GIOVANNI Jr, J. R. **A conquista da Matemática**. 6ºano, 1ª ed., São Paulo: FTD, 2018.

PIRES, A.L.M. **Modelo de referência para análise de livro didático**: contribuições para uma descolonização didática no ensino. 2019. 283f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2019.

PONTE, J. P., SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática, 1.º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

SILVA, R.C.M. **A integração de construtos didáticos à prática docente**: a *malamática* para operar com a aritmética básica. 2017. 240f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.

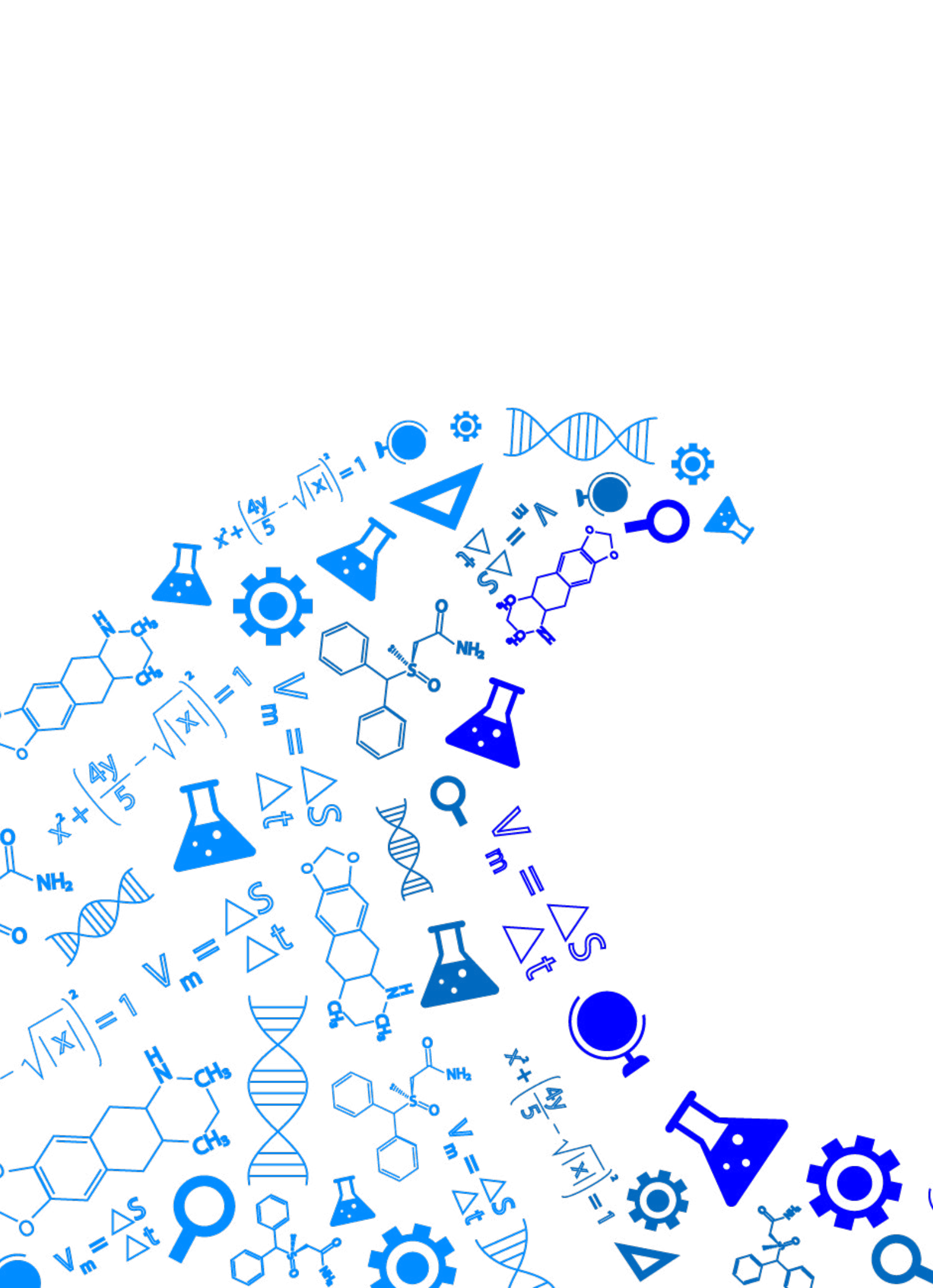
VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. Tradução: José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. São Paulo-SP: Martins Fontes, 1998



CAPÍTULO 11

**COM A CONQUISTA DA
MATEMÁTICA, O QUE
REALMENTE SE CONQUISTA?**





Cynthia da Silva Anderson

*Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino
de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe/UFS
E-mail: cyndanderson@hotmail.com*

Karoline Santana Santos

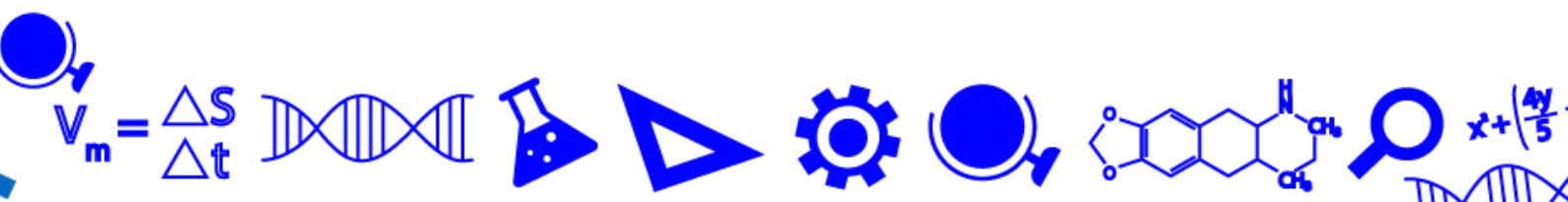
*Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino
de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe/UFS
E-mail: karolsanttanaa@gmail.com*

Carlos Alberto Vasconcelos

*Professor da Universidade Federal de Sergipe
e Docente do PPGEICIMA e PPGED/UFS
E-mail: geopedagogia@yahoo.com.br*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A função do professor de matemática na escola é garantir que o conteúdo proposto no currículo escolar de seus alunos seja abordado em sala da melhor forma possível, objetivando sempre a aprendizagem de todos os estudantes. Visto, que o professor de matemática no ensino fundamental tem um desafio diferenciando, de desenvolver estratégias para que seus alunos se sintam atraídos e estimulados em aprender de forma interativa os conteúdos abordados em sala de aula, é necessária muita atenção em todo o planejamento. Além disso, ele precisa incentivar os estudantes, fazendo com que eles percebam que a matemática é uma matéria agradável, desconstruindo o bloqueio que essa disciplina causa na mente das crianças e adolescentes, devido a uma percepção quase tradicional de que se trata de uma área do saber de difícil compreensão. Entretanto, entre os recursos disponíveis, o professor pode utilizar o livro didático, buscando sempre conteúdos que possam ser trabalhados a partir da realidade dos seus alunos, para que a sala de aula seja um ambiente agradável e os alunos se sintam confortáveis para aprender o conteúdo que vem sendo desenvolvido, facilitando, assim, o processo de aprendizagem. Dessa forma, “o professor precisa articular algumas ações: organizar e desenvolver o currículo que mais se adequa à turma, escolher o material didático que mais atenda às necessidades dos alunos, elaborar instrumentos avaliativos, desenvolver metodologias apropriadas e dar tratamento aos conteúdos de ensino” (PAIS, 2018, p. 13). Contudo, a missão do professor em escolher o livro didático que melhor se encaixe com a realidade dos seus alunos é um processo que exige muito cuidado, pois cada livro didático traz uma dimensão diferente, uma vez que é preciso levar em



consideração a proposta que o livro didático apresenta e investigar se essa realmente contribui para o processo de aprendizagem dos alunos. Desse modo, este estudo analisa dois livros do Ensino Fundamental II, que fazem parte da obra *A Conquista da Matemática*, uma coleção que já passou por várias gerações até os dias atuais. Mas afinal, na prática, a proposta da coleção de livros didáticos *A Conquista da Matemática* realmente conquista os professores e alunos? Os conteúdos, exercícios e exemplos apresentados na coleção contribuem para o conhecimento físico, lógico-matemático e social dos alunos? De acordo com a Editora FTD (Frère Théophile Durand), essa obra foi elaborada tendo como premissa os objetos de conhecimento, as competências e as habilidades propostos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

INTRODUÇÃO

É fato que o professor atualmente não é mais o detentor do saber, mas cabe a ele criar condições que facilitem e promovam a aprendizagem de seus alunos, que hoje são protagonistas de seu próprio saber. Para proporcionar essa aprendizagem, o professor pode optar por vários recursos, dentre os quais o livro didático. Para adotar um livro didático como recurso pedagógico, é necessário obedecer com cautela alguns critérios, levando em consideração a sua utilização no processo de ensino e aprendizagem. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental trazem a importância do uso do livro didático nas escolas brasileiras. Segundo o documento:

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência, e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 67).

Especificamente, ao preparar uma aula de matemática que facilite a aprendizagem de um conteúdo matemático, o professor deve poder escolher bons materiais para elaborar atividades e avaliação, problemas além de situações investigativas, buscando condições para que os alunos construam os significados e se apropriem dos conceitos.

Não há uma obra completa, perfeita. Alguns livros didáticos apresentam mais falhas que outros, inclusive na forma como apresentam um determinado assunto, conteúdo. Mas dois equívocos podem ser mencionados: o grande número de repetições de exercícios feitos de forma mecânica que são propostos; e a questão de nem sempre o assunto ser apresentado de forma a contemplar as práticas sociais do grupo em questão.

De acordo com Hallewell (2005), a coleção didática *A Conquista da Matemática* já circulava no meio educacional na década de 1980. Desde então, após inúmeras atualizações, participou da vida de várias gerações de estudantes. Segundo os seus autores, em apresentação para apreciação e possível adoção da obra em escolas públicas:

[...] é um material que norteia o trabalho com ideias matemáticas, levando em consideração a faixa etária a que se destina. Estabelece um elo entre a Educação Matemática e a formação do sujeito autônomo e consciente do seu papel no mundo, formando um aluno crítico e capaz de analisar e interpretar temas contemporâneos e participar ativamente da sociedade. A obra toma como referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), cujos princípios, competências e habilidades, objetos de conhecimento, eixos temáticos e temas contemporâneos orientam sua escrita. (FTD, 2020).

Desse modo, é possível perceber que, teoricamente falando, os autores dessa coleção trazem uma proposta que promete estimular os alunos na construção do pensamento crítico, argumentação, questionamentos e resolução de problemas. Mas, na prática, *A Conquista da Matemática* realmente conquista os professores e alunos? Os conteúdos, exercícios e exemplos apresentados na coleção contribuem para o conhecimento do conteúdo e desenvolvem o raciocínio lógico-matemático e social dos alunos?

Esses questionamentos têm sua importância, pois, para o educador adotar um livro didático como recurso, é necessário obedecer com cautela a alguns critérios, levando em consideração a sua utilização no processo de ensino-aprendizagem, visto que é importante que o professor compreenda acerca das teorias das aprendizagens, pois existem muitas teorias cujo estudo auxilia a prática docente e que têm servido como instrumento de análise para o processo de ensino-aprendizagem. Diante disso, escolhemos abordar a teoria do ensino-aprendizagem de Piaget.

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo analisar como a teoria de aprendizagem de Piaget pode ser utilizada a partir dos conteúdos abordados no livro didático da coleção *A Conquista da Matemática*. Como objetivos específicos, adotamos: analisar dois livros do 9º ano da coleção *A Conquista da Matemática* de edições diferentes; identificar quais os pontos positivos e os desafios que os professores de matemática encontram ao utilizar o livro da referida coleção; e promover uma reflexão acerca da importância de o professor compreender as teorias da aprendizagem.

A temática investigada demonstra relevância para estudos acadêmicos devido ao interesse de se investigar os livros didáticos de uma coleção que faz parte do ensino de matemática há várias décadas, a fim de identificar como a teoria da aprendizagem de Piaget pode ser utilizada para trabalhar os conteúdos dos livros dessa coleção de modo que as crianças e adolescentes se sintam

atraídos e estimulados a aprender os conteúdos abordados nos livros. Além disso, é necessário incentivar os estudantes a perceberem que a matemática é uma matéria agradável e divertida, que está presente em várias situações cotidianas, desconstruindo o bloqueio que essa disciplina causa na mente das crianças e adolescentes, devido à dificuldade de a matéria ser compreendida.

Quanto à questão social, podemos destacar que o estudo desse assunto é relevante para a sociedade, pois as crianças e adolescentes, tendo a oportunidade de compreender os conteúdos de ensino matemático, futuramente apresentarão facilidade em lidar com financiamentos, compras parceladas, operações comerciais de compra e venda, investimentos financeiros, aplicações bancárias, cálculos operatórios básicos, entre outros, além disso, os alunos desenvolverão habilidades, competências e pensamento crítico para resolver problemas e argumentar.

O interesse em desenvolver uma pesquisa sobre esse tema surgiu após refletir sobre a necessidade de investigar acerca de como a escolha do livro didático influencia no processo de aprendizagem dos alunos nas aulas de matemática. Escolher um livro que traga uma proposta que estimule os alunos na construção do pensamento crítico, argumentação, questionamentos e resolução de problemas precisa ser um objetivo primordial do professor. Além disso, o professor de matemática deve compreender as teorias da aprendizagem para que, na prática, entenda o processo de aprendizagem dos seus alunos.

Pretende-se também com esta pesquisa ressaltar os pontos significativos levantados nos trabalhos de alguns autores, considerados como relevantes ao debate sobre a temática deste estudo. Alguns dos autores que sustentam este trabalho são Piaget (1959), Morgado (1993), Hallewell (2005), Pais (2018), Fernandes (2011) e Noé (2020). Reforçamos também a primordialidade do diálogo entre as instituições educativas e o poder público com a finalidade de estreitar as lacunas existentes, como a Base Nacional Comum Curricular, o Plano Nacional do Livro Didático e os Parâmetros Nacionais da Educação.

A seguir, serão feitas breves considerações sobre teoria de aprendizagem de Piaget, o BNCC e os dois livros do 9º ano da coleção *A Conquista da Matemática*, bem como a análise dos relatos de algumas professoras que escolheram utilizar exemplares da referida coleção como recurso didático em suas aulas, em colégio estadual da cidade de Estância em Sergipe.

TEORIA DA APRENDIZAGEM DE PIAGET

Piaget (1959) classificou o conhecimento em três tipos: físico, lógico-matemático e social. O conhecimento físico se dá quando a criança percebe as reações e características dos objetos como peso, cor, tamanho e textura. O conhecimento lógico-matemático ocorre quando a criança se torna

capaz de classificar, ordenar e medir mentalmente – a base desse tipo de conhecimento é a percepção do sujeito. Já a aquisição do conhecimento social depende do contexto social do indivíduo.

As estruturas cognitivas infantis vão se desenvolvendo de acordo com o crescimento da criança. Segundo Piaget (1959), crescer é reorganizar a inteligência para ter mais condições de adaptar-se. Para que haja a passagem, evolução de uma fase para outra, existem, de acordo com Piaget (1959), alguns fatores, que são maturidade do sistema nervoso, interação social, experiência física, estímulo ambiental e processo de equilibração, quando a criança tenta equilibrar-se e habituar-se a situações novas no próprio meio ambiente.

De acordo com Fernandes (2011, n.p.), a equilibração se dá por meio de duas etapas complementares:

A primeira delas, chamada de assimilação, é uma ação externa: consiste em utilizar os chamados esquemas de ação (formas como interagimos com o mundo, como classificar, ordenar, relacionar etc.) para compreender as características de determinado conceito. A segunda, a acomodação, é um processo interno: diz respeito à construção de novas estruturas cognitivas (com base nas pré-existentes [sic], mas ampliando-as). Isso permite assimilar a novidade, chegando a um novo estado de equilíbrio.

Entretanto, no processo de equilibração, ocorrem simultaneamente a assimilação e a acomodação. Em situações anormais, às quais a criança esteja habituada, há um desequilíbrio, então ela usa recursos para adaptar-se à nova situação, acontecendo absorção do seu entorno, através da organização das experiências. Na acomodação, a criança cria recursos e desenvolve estruturas que ainda não tinha.

Na concepção de Piaget (1959), a aprendizagem baseia-se na ação do sujeito sobre os objetos e na ação do sujeito sobre suas ações anteriores (acomodação, experiência, percepção lógico-matemática, abstração, ação reflexionante, descentração, organização, estruturação, implicação significativa, operação e reversibilidade).

No estudo de Sousa (2004), intitulado “O ensino da matemática: Contributos pedagógicos de Piaget e Vygotsky”, ressaltam-se dois tipos de aprendizagens do livro “Aprendizagem e conhecimento” de Piaget (1959). Essa obra distingue diferentes caminhos de formação dos conhecimentos, salientando a diferença entre aprendizagem *lato sensu* e *stricto sensu*, visto que, nessa obra, Piaget trata das relações entre aprendizagem e desenvolvimento pelas relações entre aprendizagem no sentido estrito e no sentido amplo, ou seja, *lato sensu*.

Entretanto, a aprendizagem *lato sensu* “[...] se confunde com o próprio desenvolvimento psicogenético enquanto marcha de um estado de menor equilíbrio, entre os esquemas do próprio

sujeito, para um outro de maior equilíbrio através de sucessivos desequilíbrios e reequilibrações” (MORGADO, 1993, p. 18).

O segundo tipo, a aprendizagem em sentido estrito, “caracteriza-se por uma aquisição realizada através de uma experiência física ou lógico-matemática que modifica de forma durável uma conduta [...]” (MORGADO, 1993, p. 18). Em outras palavras, tem base numa experiência mediata, sem o controle sistemático do sujeito, modificando o seu comportamento de forma durável. A aprendizagem no sentido estrito consiste numa aquisição em função da experiência que se desenvolve no tempo, tendo, no sentido amplo, como base o processo de equilíbrio.

O ENSINO DA MATEMÁTICA SOB A VISÃO DE PIAGET

A partir da visão de Piaget, há várias teorias que abordam situações primordiais, contribuindo para o ensino-aprendizagem da disciplina de matemática. Em seus estudos, Piaget procurou diagnosticar as fases de transição de conhecimentos, envolvendo a passagem de um conteúdo mais simples para um conteúdo mais complexo.

Segundo Noé, (2020) as etapas de transformação receberam o nome de estágios, os quais se fundamentavam na capacidade de desenvolvimento do raciocínio lógico. A Matemática é considerada o princípio norteador de todo esse trabalho piagetiano (NOÉ, 2020). O mesmo autor ainda afirma que segundo Piaget, a aprendizagem Matemática é resultado do desempenho intelectual da criança em relação ao cotidiano, arquitetado mediante atividade de se pensar o mundo por meio da exposição com objetos, visto que não podemos cogitar o ensino da matemática de acordo com o sistema tradicional de educação, caracterizado pela repetição e verbalização de conteúdos, que trata a criança como um ser apático e vago.

Dessa forma, faz-se necessário o professor promover situações que induzam os alunos a encontrarem soluções práticas e corretas, de acordo com os níveis psicogenéticos identificados. Noé (2020) advoga que para Piaget a matemática deve ser utilizada como um instrumento capaz de promover a interpretação dos acontecimentos que estão ao nosso redor e pelo mundo, contribuindo na formação de pessoas com níveis de conscientização quanto aos princípios de cidadania. Esse modelo de elaboração do pensamento lógico-matemático desperta nas crianças uma ação *versus* reflexão, capaz de instruir o conhecimento sobre os diferentes estágios de inserção, de tal modo que as particularidades individuais sejam respeitadas e todos caminhem no mesmo sentido rumo ao aprendizado.

Por fim, vale ressaltar que é importante o professor compreender acerca das teorias da aprendizagem, visto que existem diversas teorias cujo estudo auxilia a prática docente e que têm

servido como instrumento de análise para o processo de ensino-aprendizagem. Aqui, destaca-se a teoria do ensino-aprendizagem de Piaget.

METODOLOGIA

Para a realização deste estudo, no primeiro momento, foram realizadas duas pesquisas bibliográficas: a primeira acerca da coleção *A Conquista da Matemática*, e a segunda sobre a teoria de aprendizagem de Piaget.

No segundo momento, foi feita uma análise dos livros didáticos de matemática do 9º ano que fazem parte da coleção. Foram escolhidos dois livros, sendo que, o primeiro faz parte da edição renovada, publicada em 2009. O segundo livro foi publicado em 2018. Na análise, consideraram-se os dados de identificação dos livros e a seleção de conteúdos, bem como a articulação entre eles. Além disso, foram selecionados dois conteúdos distintos a fim de analisar a abordagem metodológica e a forma como os exercícios são propostos. O conteúdo escolhido foi *Noções Elementares de Estatísticas*.

No terceiro momento, foi realizada uma investigação através de uma roda de conversa com professores de matemática da rede pública, acerca da utilização da coleção nas aulas da disciplina. E, por fim, foi realizada uma análise a partir das falas dos professores que participaram da roda de conversa, objetivando investigar quais as experiências (pontos positivos e desafios) dos profissionais ao utilizar a coleção *A Conquista da Matemática* como recurso metodológico em suas aulas.

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA: O QUE REALMENTE SE CONQUISTA?

A coleção de livros *A Conquista da Matemática* encantou e continua encantando uma legião de professores. Muitos docentes estudaram com essa coleção, que foi se aperfeiçoando com o passar dos anos, atendendo as necessidades e objetivos da educação brasileira de acordo com documentos importantes como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Aproximadamente em 1982, os quatro livros da coleção da 5ª, 6ª, 7ª e 8ª série já circulavam no meio educacional.

A coleção *A Conquista da Matemática* teve cinco edições com livros didáticos indicados por séries, publicados nos anos de 1982, 1985, 1992, 1998 e 2002, sendo assim atualizada somente em 2009.

DESCRIÇÃO DOS LIVROS DO 9º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

A coleção de livros didáticos *A Conquista da Matemática – Edição Renovada*, publicada em 2009, passa a apresentar as alterações impostas pela Lei 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, que modifica, entre outros, o artigo 32 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, de modo a alterar a duração do Ensino Fundamental de oito para nove anos. Com isso, os livros didáticos que antes eram indicados por séries (5ª, 6ª, 7ª e 8ª) passaram a ter a indicação por ano (6º, 7º, 8º e 9º).

Por conseguinte, a seção *Chegou a sua vez!* traz questões que podem ser trabalhadas individualmente ou em grupo, de forma oral ou escrita; a seção *Exercícios* apresenta atividades de prática para o estudante aplicar os seus novos conhecimentos, realizando, assim, cálculos e resolvendo situações-problemas; a seção *Brasil Real* apresenta atividades que fazem a aproximação da matemática com as diferentes áreas do conhecimento, com o cotidiano dos alunos e com conhecimentos relacionados ao nosso país (nossas potencialidades, dificuldades, riquezas e informações fundamentais para a formação do aluno-cidadão).

Além disso, a seção *Tratando a informação* tem como objetivo tornar os alunos capazes de ler, interpretar e organizar dados sobre os mais variados assuntos em gráficos e tabelas. Já na seção *A história da matemática* são apresentados textos informativos que expõem alguns fatos da história da disciplina. Em seguida, a seção *Desafios* expõe atividades que desafiam os alunos a utilizar a lógica, o raciocínio e os conhecimentos que já possuem em busca de uma solução.

Em continuação, há a seção *Retomando o que aprendeu*, com exercícios de revisão da unidade, através dos quais os professores têm a possibilidade de avaliar os alunos que apresentam dificuldades, identificando-as e indicando possíveis lacunas no processo de aprendizagem dos conteúdos envolvidos. Na seção *Cuidando da sua saúde*, há textos sobre os mais diversos assuntos que aplicam a matemática em áreas diferentes, trazendo curiosidades interessantes para a formação do aluno-cidadão. Por fim, a seção *Projetos pedagógicos interdisciplinares*, localizada na parte final do livro, apresenta orientações definidas em etapas que contribuem para a formação do aluno atuante.

Desse modo, foi escolhido para análise o livro do 9º ano e o conteúdo de estatísticas, visto que, no livro, esse conteúdo é apresentado na primeira unidade, intitulada *Noções Elementares da Estatísticas*. No início da unidade, o livro traz alguns textos, gráficos, questões matemáticas e imagens que instigam a curiosidade dos estudantes e na maioria das vezes são temas interligados aos conhecimentos gerais.

Entretanto, essa primeira unidade faz parte dos três primeiros capítulos do livro, sendo o primeiro intitulado *Organizando os dados*, o segundo *Estudando Gráficos* e o terceiro *Estudando*

Médias. Nesses três capítulos que abordam o conteúdo Estatísticas, os exemplos e questões apresentados, na maioria das vezes, são dados atuais do IBGE em relação ao ano de publicação do livro (2009) e dados fictícios elaborados pelos autores do livro, sempre voltados a situações do cotidiano escolar, como, por exemplo: número de alunos que gostam de determinados tipos de esportes, número de candidatos eleitos para representar a classe, notas obtidas pelos alunos na disciplina de matemática.

Vale ressaltar que, dentro da primeira unidade, há três seções de destaques. A primeira identificada foi a *História da matemática*, intitulada *Um pouco da história da estatística*. Nessa seção é apresentado um breve histórico acerca da história da estatística. A segunda encontrada foi a seção *Desafios*, onde é disponibilizada uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) para ser resolvida pelo estudante. Por fim, a última seção encontrada, *Brasil Real*, traz o texto com o título *Alimentação muda as medidas dos brasileiros, que se aproximam da altura da população dos países ricos*. Nessa seção, foi apresentado um texto informativo e gráficos para que, a partir deles, o aluno pudesse analisar os gráficos e resolver algumas questões.

Após a edição de 2009, é publicada a edição mais atual da coleção *A Conquista da Matemática* em 2018, ainda com a autoria de Benedito Castrucci e José Ruy Giovanni Júnior. A partir da análise dos elementos e características dessa última edição, foi possível identificar que nas capas temos o nome dos autores na parte de cima; logo após, encontra-se o nome da coleção nas cores branca e amarela apresentado em caixa alta; além disso, no canto direito, é evidenciada a informação *Manual do professor*.

A referida coleção já produzida conforme a BNCC, documento homologado em dezembro de 2017 que apresenta um conjunto de aprendizagens essenciais para todos os alunos da educação básica, trazendo em sua estrutura uma perspectiva de igualdade e diversidade a partir de uma proposta comum de direitos e objetivos, contemplando desde a Educação Infantil até o Ensino Médio de todo o país, com base no desenvolvimento de competências e habilidades.

O site da Editora FTD que aborda os seus livros incluídos no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2020 ressalta alguns destaques dessas obras, afirmando que a coleção possui seções e boxes que procuram desenvolver habilidades além das matemáticas, com propostas de debates sobre temas contemporâneos e de importância social. Além disso, os eixos da matemática são apresentados de forma integrada. Assim, os alunos trabalham a todo momento com tabelas, gráficos, fluxogramas e figuras geométricas, entre outros elementos. Ainda destaca que, ao longo da coleção, o uso de *softwares* está presente de forma dinâmica, priorizando a investigação de propriedades matemáticas.

O site da Editora FTD ainda apresenta seis seções de destaque da coleção *A Conquista da Matemática*, sendo elas: *Pense e responda*; *Nós*; *Educação financeira*; *Fórum*; *Retomando*

o que aprendeu; e *Atualidades em foco*. Na seção *Pense e responda*, são apresentadas questões que mobilizam conhecimentos e promovem reflexões e/ou investigações sobre os temas explorados. Já na seção *Nós*, os alunos refletem, em grupo, sobre seus valores, promovendo, por meio de textos curtos e questionamentos, articulações com outros temas para além da matemática. A seção *Educação financeira* traz temas como hábitos conscientes de consumo, controle de gastos e economia, entre outros, e a partir de leituras e reflexões, os alunos são estimulados a rever suas atitudes ligadas ao consumo e a lidar com o dinheiro.

Ainda de acordo com o *site* da Editora FTD, a seção *Fórum* apresenta questões que favorecem o debate e permitem a troca de ideias, fazendo com que os alunos desenvolvam estratégias de argumentação, relacionadas a diversos assuntos. A seção *Retomando o que aprendeu* permite aos alunos revisitar os conteúdos explorados na unidade para que possam perceber conquistas e identificar possíveis dúvidas. Por fim, a última seção, *Atualidades em foco*, amplia o repertório cultural dos alunos ao passear por diferentes temas, como diversidade, comunicação, meio ambiente e tecnologia, entre outros. Essa seção possui atividades que articulam temas contemporâneos e competências específicas e gerais da BNCC.

Desse modo, para análise dessa edição, também foi escolhido o livro do 9º ano, enfocando o conteúdo de estatísticas. Igualmente analisou-se a edição passada. No livro da última edição, esse conteúdo é apresentado na Unidade 6, intitulada *Porcentagem, probabilidade e Estatística*. No início da unidade, o livro traz alguns textos, gráficos e questões matemáticas acerca da inflação, com dados do Índice de Preços ao Consumidor Amplo.

A Unidade 6 é dividida em quatro capítulos, sendo o primeiro intitulado *Porcentagem e problemas envolvendo juros*, o segundo *Probabilidade*, o terceiro *Analisando dados* e o quarto *Elaborando uma pesquisa*. Nesses quatro capítulos, que abordam o conteúdo de estatística, foi possível identificar que os exemplos e questões apresentados utilizam dados atuais em relação ao ano da publicação do livro (2018). Já os dados fictícios elaborados pelos autores do livro são sempre voltados a situações e resoluções de problemas que preparam os alunos para a sociedade.

Vale ressaltar que, dentro da Unidade 6, há cinco seções de destaque: *Desafios*, com atividades para calcular juros de empréstimos e uma questão que desafia os estudantes a encontrarem as probabilidades de jogadas em uma partida do jogo de xadrez; *Por toda parte*, que apresenta gráficos que normalmente aparecem na mídia, porém com formatos diferentes, a fim de os estudantes conhecerem os mais diversos tipos de gráficos e, a partir deles, resolver questões; *Sabia que*, na qual consta um texto informativo relacionado ao conteúdo população e amostra; *Tecnologias*, onde propõe-se a construção de gráficos usando o *software* LibreOffice Calc; e, por fim, *Retomando o que aprendeu* traz questões com o objetivo de permitir ao aluno revisar os conteúdos da unidade.

Desse modo, foi possível perceber, a partir da análise, que ambos os livros do 9º ano da coleção *A Conquista da Matemática* trazem uma proposta concernente com os Parâmetros Curriculares da Educação e a BNCC, visto que os conteúdos neles abordados estão de acordo com a realidade do ano de cada edição publicada, assim como os exercícios e exemplos neles apresentados.

Além disso, graças à análise dos livros da coleção, foi possível identificar que eles promovem os três tipos de conhecimento de Piaget, físico, lógico-matemático e social, uma vez que os livros trazem conteúdos e exercícios que podem ser trabalhados na prática, de tal modo que os alunos têm a oportunidade de conhecer o novo a partir de experiências práticas dentro ou fora da sala de aula. Como exemplo, podemos citar o livro do 9º ano da coleção *A Conquista da Matemática – Edição Renovada*, que, na página 11, explica o passo a passo de como organizar os dados em tabelas. Um dos modelos que o livro demonstra tem como título *Resultado da eleição para representante da classe*. Dessa forma, após o professor em sala explicar para a turma o exemplo, os alunos, juntamente com o docente, podem realizar uma eleição na própria turma, visto que esse conteúdo é o primeiro do livro, provavelmente dado na primeira aula de matemática. Desse modo, possivelmente a turma ainda não teria um representante.

No livro do 9º ano da edição publicada em 2018, na página 181, a seção *Desafio* traz a questão 10, que desafia os estudantes a encontrarem as probabilidades de jogadas em uma partida de xadrez. Dessa forma, o professor pode verificar se os alunos conhecem o jogo e suas regras. Para tanto, pode levar um tabuleiro de xadrez à sala de aula para que os alunos apresentem aos colegas, com suas palavras, os diferentes modos que cada peça do jogo pode ser movimentada, sendo o professor o interventor necessário para realizar correções e complementos.

Diante disso, é possível perceber que, a partir dos exercícios mencionados anteriormente, é viável trabalhar com os alunos o conhecimento físico, pois os estudantes aprendem e conhecem o novo na prática, utilizando os conhecimentos lógico-matemático e social, visto que todos os exemplos citados são atividades feitas em grupos, e não individualmente.

Dessa maneira, os materiais didáticos dessa coleção trazem uma proposta pedagógica que contribui para o ensino e aprendizagem dos alunos. Segundo os relatos de alguns professores de matemática, essa coleção conquistou e vem conquistando docentes de várias gerações.

E ASSIM FOI A RODA DE CONVERSA

A fim de investigar as experiências dos professores acerca da coleção *A Conquista da Matemática*, após uma reunião com docentes da rede pública, foi dado início a uma roda de

conversa, somente com professores de matemática, com o objetivo de identificar quais os pontos positivos e os desafios que encontram ao utilizar o livro da coleção como recurso metodológico em suas aulas.

Participaram da reunião, seis professoras, oportunidade na qual elas expressaram suas opiniões sobre a coleção. Com o objetivo de conservar o anonimato das professoras participantes, cada uma foi representada por uma letra do alfabeto, de “A” a “F”.

A professora “A” ressaltou: “como professora de matemática, procuro pesquisar livros que tenham uma boa linguagem e um fácil entendimento para o meu alunado”. Sobre a coleção, ela relatou “que *A Conquista da Matemática* é uma das minhas opções de escolha, pois lá encontro uma linguagem acessível e de fácil compreensão, contextualização das situações-problemas e um aprofundamento da teoria com a prática de acordo com a respectiva série de cada coleção”.

A professora “B” afirmou que gosta muito da coleção, tanto que não se desfaz da antiga que tem. Já a professora “C” comentou: “*A Conquista da Matemática* é sempre uma excelente escolha”.

Diante das respostas das professoras mencionadas, a professora “D” relatou que, “na minha vida de estudante, o livro *A Conquista da Matemática* foi o meu livro didático durante o Ensino Fundamental II e o Ensino Médio”. Ela ainda afirmou que “o livro promove para os alunos uma formação de cidadãos conscientes”. Sobre as atividades da coleção, contou que “as atividades propostas incentivam o aluno a trabalhar em grupo, promovendo uma integração e um debate entre os alunos”, além disso reforçou que “traz uma variedade de exercícios, incentivando os alunos a revisarem os conteúdos para perceberem suas conquistas e seus erros, suas dúvidas”.

A professora “D” ainda contou: “O livro me conquistou, sendo um incentivador da minha paixão pela área da matemática”. Sobre a sua trajetória docente, a educadora “D” relatou o seguinte: “Na minha vida profissional, por ser apaixonada por matemática, fiz licenciatura em matemática e me tornei uma professora da disciplina, e adotei como livro didático para as turmas que lecionei *A Conquista da Matemática*, por ser um livro que traz um conteúdo com reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, por desenvolver habilidades além da matemática e trazer reflexão sobre temas da atualidade”. Por fim, ela falou que a coleção: “apresenta sugestões de atividade complementares, o livro promove o conhecimento e a formação de cidadãos conscientes de seu papel na sociedade”.

Após o relato da educadora “F”, a professora “E” opinou sobre a coleção: “na minha opinião, o livro *A Conquista da Matemática* se adequa ao ensino atual, por ser objetivo tanto

no conteúdo como nas atividades”. Por fim, a professora “F” ressaltou: “Gosto muito! Com definições bem objetivas”.

A partir das respostas das professoras de matemática, foi possível identificar somente pontos positivos por parte das educadoras e mais uma vez comprovar que essa coleção realmente traz uma proposta didática que não apenas contribui para a aprendizagem dos alunos, mas também facilita o processo de ensino significativo dos professores.

Sem dúvida, a coleção *A Conquista da Matemática* tem grande aceitação entre os professores, fato que pôde ser constatado na roda de conversa que aconteceu após uma reunião pedagógica. Embora o colégio pesquisado possua em seu quadro de professores homens que trabalham com matemática, participaram da roda de conversa apenas representantes do sexo feminino. Todas possuíam mais de dez anos como professoras da rede pública estadual de ensino de Sergipe e eram Licenciadas em Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir deste trabalho, foi possível analisar como a teoria de aprendizagem de Piaget pode ser utilizada a partir dos conteúdos abordados no livro didático da coleção *A Conquista da Matemática*. Para isso, foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre a teoria de aprendizagem de Piaget e uma análise de dois livros do 9º ano de edições diferentes, que fazem parte da coleção. Dessa forma, foi possível concluir que, a partir dos conteúdos, exercícios e exemplos apresentados nestes livros analisados, pode-se trabalhar com os alunos o conhecimento físico, pois os estudantes aprendem e conhecem o novo na prática, o conhecimento lógico-matemático e o conhecimento social, visto que todos os exemplos citados apresentam atividades com propostas de resolução em grupos, e não individualmente. Dessa maneira, os materiais didáticos dessa coleção trazem uma perspectiva didática que contribui para o ensino e aprendizagem significativa dos alunos.

Além disso, foi possível identificar muitos pontos positivos presentes na estrutura do material didático apontados pelas participantes da roda de conversa, observando-se também a ausência de possíveis desafios desse mesmo material a partir da fala das professoras, concluindo desse modo que a coleção carrega em si uma boa adoção.

Em suma, o presente trabalho promoveu uma reflexão acerca da importância da teoria de aprendizagem de Piaget como caminho para práticas que promovam um processo educativo significativo, além de trazer uma perspectiva no tocante às suas interrelações com os conteúdos propostos pela coleção aqui analisada e já alinhada a BNCC.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006**. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/111274.htm. Acesso em: 15 jun. 2021.

BRASIL. Ministério Da Educação. **Guia de Livros Didáticos PNLD2020: Matemática**. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática**. MEC/SEB, 1998.

FERNANDES, Elizângela. Adaptação e equilíbrio. **Nova Escola**, 1º abr. 2011. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1351/adaptacao-e-equilibricao>. Acesso em: 29 maio 2021.

FTD EDUCAÇÃO. **PNLD (2020): A Conquista da Matemática**. Disponível em: <https://pnld2020.ftd.com.br/colecao/a-conquista-da-matematica/?l=a-conquista-da-matematica>. Acesso em: 29 maio 2021.

HALLEWELL, L. **O livro do Brasil: sua história**. São Paulo: EdUSP, 2005.

MORGADO, Luísa Maria de Almeida. **O ensino da aritmética**. São Paulo, Almedina, 1993.

NOÉ, Marcos. O Ensino da Matemática sob visão de Piaget. **Canal do Educador**, 2020. Disponível em: <https://educador.brasile escola.uol.com.br/estrategias-ensino/o-ensino-matematica-so-b-visao-piaget.htm>. Acesso em: 29 maio 2021.

PAIS, Luis Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. revisada. São Paulo: EDUC, 2018. p. 11-48.

PIAGET, Jean. **A linguagem e o pensamento da criança**. Rio de Janeiro: Fundo da Cultura, 1959.

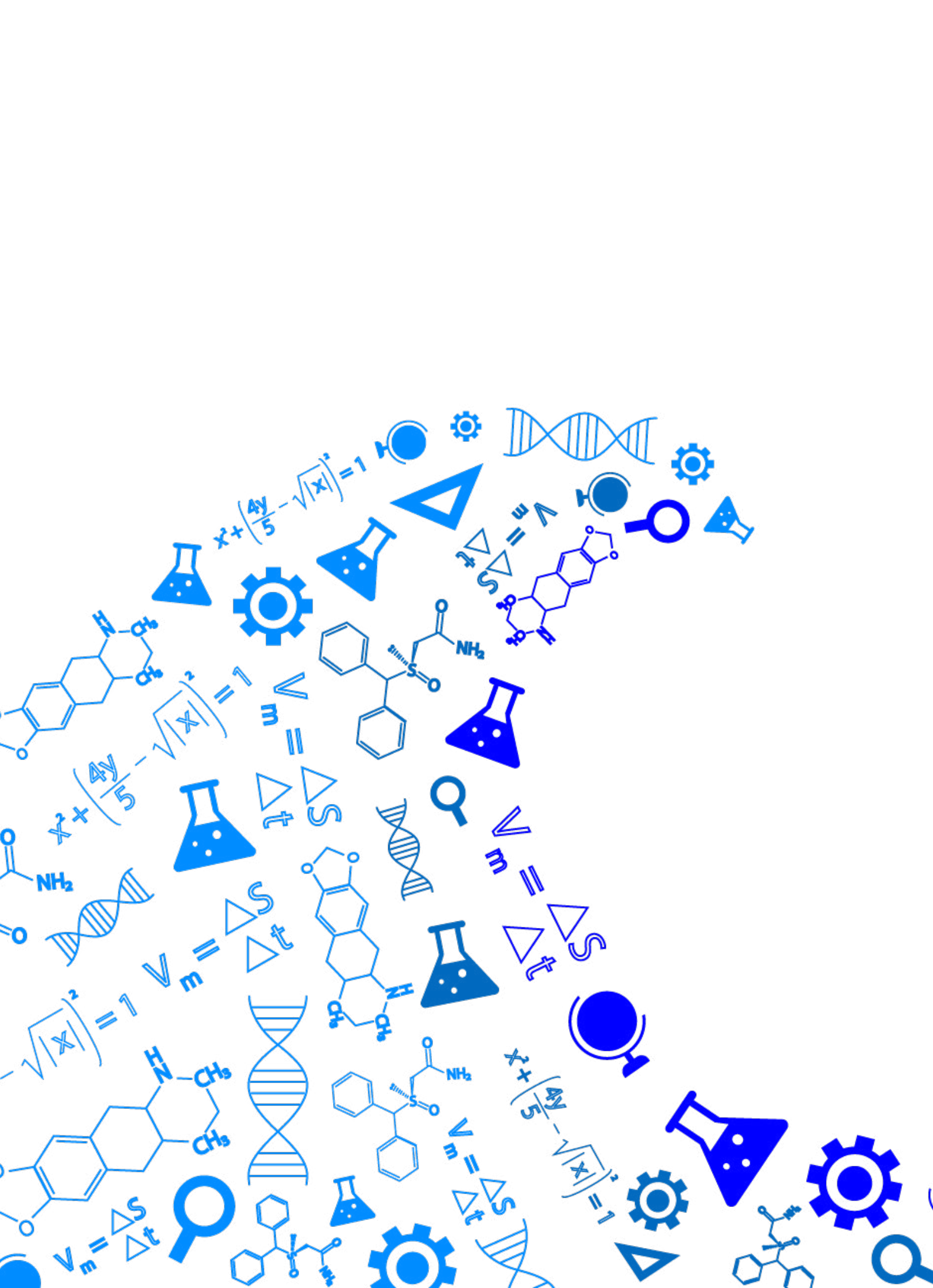
SOUSA, Pedro Miguel Lopes de. O ensino da matemática: Contributos pedagógicos de Piaget e Vygotsky. **Psicologia.com.pt: o portal dos psicólogos**, 2004. Disponível em: <https://www.psicologia.pt/artigos/textos/A0258.pdf>. Acesso em: 29 maio 2021.



CAPÍTULO 12

O NAG: ALGUMAS INTER- RELAÇÕES NO DOMÍNIO DOS COMPLEXOS



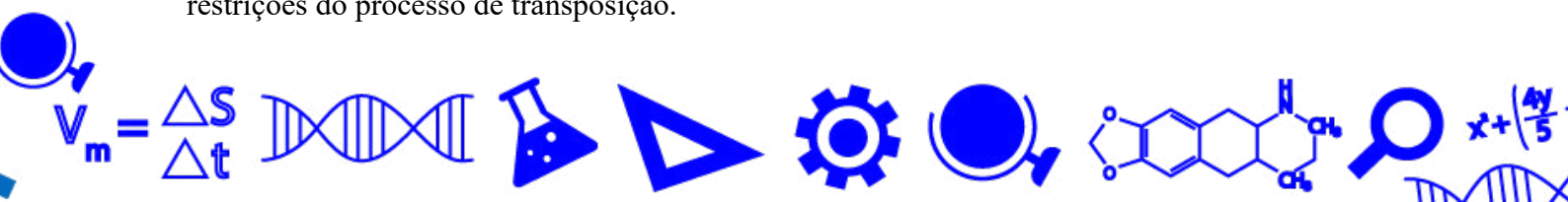


Vinicius Souza Bittencourt*Docente na Universidade Federal de Rondonópolis (UFR)**E-mail: bittencourt@ufr.edu.br***Luiz Márcio Santos Farias***Professor Adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências Prof. Milton Santos (IHAC) e do**Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.**E-mail: lmsfarias@ufba.br***Laerte Silva da Fonseca***Professor Titular do Instituto Federal de Sergipe/IFS**Livre Docente pela Emil Brunner World University®**(EBWU, Miami, Flórida/EUA)**Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe**E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br***CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

As praxeologias normalmente vivas nas instituições de ensino no Brasil carecem de significado efetivo nas práticas relativas aos seus educandos. No contexto do Ensino Superior, mais especificamente nas Licenciaturas em Matemática, observa-se o fenômeno do vazio didático, reforçado pela ausência de incentivo institucional em relacionar os saberes ensinados com outros saberes da Matemática dentro do curso de graduação, com saberes de outras áreas e com outros cursos (que, obviamente, não são graduações em Matemática). Neste texto, trataremos dos entraves institucionais que tendem a impossibilitar as inter-relações dos domínios numéricos, algébrico e geométrico (NAG) e de mostrar como a ausência destas inter-relações vai de encontro à atividade matemática (saber sábio) normalmente praticada, além de não propiciar a interdisciplinaridade: um elemento desejável nas instituições dos diversos níveis educacionais do Brasil.

INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas as características e as condições de praxeologias relativas aos complexos, com destaque à oposição com respeito aos modelos praxeológicos normalmente vivos nas instituições de ensino básico e superior. Os domínios matemáticos abordados são o numérico-algébrico e o geométrico, que a partir daqui será denotado pela sigla NAG. A utilização das inter-relações entre os domínios numérico-algébrico e geométrico parte de um entrelaçamento de saberes específicos ainda pouco estudados e fortemente limitados por restrições do processo de transposição.



A proposta principal deste capítulo é contribuir com uma visão crítica do ensino de matemática na Educação Básica, com base em livros didáticos (catalogados no Portal Nacional do Livro Didático - PNLD) que versam sobre o tema, considerando as aproximações e distanciamentos a partir das análises teóricas.

O NAG é um tema que se declina nos aspectos relativos aos saberes matemáticos de acordo com o contexto histórico-social. A questão das inter-relações entre os domínios matemáticos é, em primeiro lugar uma questão de ordem epistemológica e histórica. Como afirma Bronner (1997, p. 6)

Identificar os obstáculos geométricos e numéricos entre os gregos, medir os avanços das civilizações babilônias e gregas, estudar as formas de vida dos números, dos objetos número racional, raiz quadrada entre os matemáticos nas diversas épocas, permite caracterizar o desenvolvimento científico e cultural. Esse desenvolvimento induz fortes restrições sobre a epistemologia dos saberes pedagógicos.

Os aspectos epistemológico-históricos estudados apontam para praxeologias matemáticas latentes, “adormecidas”, entendidas como aquelas que foram utilizadas num determinado período, mas que depois não aparecem mais em registros praxeológicos. Essas praxeologias matemáticas podem ser resgatadas e tornam-se alternativas às formas comumente institucionalizadas nas práticas que integram o sistema de ensino.

É possível propor modelos praxeológicos aos exemplos citados neste capítulo, nos quais se configuram as inter-relações NAG, o que nos leva a reafirmar a importância de um olhar atento para a construção e experimentação de tarefas matemáticas.

Alguns aspectos históricos e epistemológicos do NAG

A História da Matemática (HM) constitui-se um ponto de partida na reflexão das práticas didáticas matemáticas ao longo dos tempos. As ideias desta seção seguem Boyer (1996) e Flament (2003). As relações entre grandezas (aspectos numéricos) e Geometria têm uma história bastante antiga e há registros do terceiro século depois de Cristo, na Mesopotâmia. Nesse contexto, podemos citar algumas resoluções de problemas já conhecidos em Álgebra – como resolver uma equação polinomial de segundo grau ou de terceiro grau – utilizando as técnicas da Geometria Euclidiana. Podemos constatar esta relação no método proposto por Al-Khwarizmi para resolver equações de segundo grau, no qual ele se utiliza de justaposição de regiões planas para obter um quadrado (o que algebricamente se denomina “complemento de quadrados”).

Uma significativa mudança de paradigma ocorre no início do século XVII, com René Descartes. O método de Descartes possibilitou a solução de problemas de Geometria ao estabelecer relações entre a Geometria Euclidiana e a Álgebra, depois de demonstrar como

aplicar os métodos de um domínio a outro. Essa relação é um dos fundamentos da Geometria Analítica, campo onde as técnicas dos domínios geométrico e algébrico são fundidas.

É digno de nota que para a^2 , ou b^3 , ou semelhantes, não se concebe ordinariamente todas as linhas simples; ainda que para me servir de nomes usados em Álgebra, eu os chamo de quadrados ou de cubos, etc. [...] devemos considerar já o fato e dar os nomes a todas as linhas, que parecem necessárias para construir, tanto as que são desconhecidas quanto as outras. Em seguida, sem considerar nenhuma diferença entre as linhas conhecidas e desconhecidas, devemos ver a dificuldade segundo a ordem que mostra o mais naturalmente toda a sorte de dependência mútua que une uns aos outros, até que tenhamos visto um meio de exprimir uma mesma quantidade em duas formas: a que se chama *equação*; porque os termos que une essas duas formas são iguais aos da outra (DESCARTES, 1998, p. 3).

Em colaboração com Fermat, Descartes desenvolveu o método das coordenadas que permite efetuar muitas demonstrações da Geometria. Para escolher uma unidade de comprimento, ele identifica a semirreta com todos os números reais positivos³¹.

Os trabalhos de Descartes marcam a presença do NAG na HM e permitem a boa compreensão da utilidade das inter-relações no desenvolvimento da Matemática. Nesse recorte da HM, nos parece particularmente representativo a presença das inter-relações NAG. Essas múltiplas relações entre os diferentes domínios matemáticos auxiliaram na resolução de problemas e superação de certos obstáculos.

Um problema relevante na Matemática foi a determinação de raízes de polinômios a partir dos coeficientes desse polinômio (também conhecido como *solução radical*). No tocante à Equação Polinomial de Segundo Grau, genericamente expressa por $ax^2 + bx + c = 0$, com a , b , c números reais e $a \neq 0$, essa equação não admite solução real se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, pois a solução desta equação passa pelo cálculo da raiz quadrada de Δ . Para a Equação Polinomial de Terceiro Grau³², com coeficientes reais, há duas possibilidades de solução: ou esta equação tem três soluções reais ou ela tem apenas uma solução real. Curiosamente, conforme percebido por Rafael Bombelli (1526-1573), a manipulação algébrica da *raiz imaginária*, $i = \sqrt{-1}$, nos discriminantes da equação de grau 3, era capaz de fornecer uma solução composta por três números reais.

Ao tratarmos especificamente de raízes imaginárias, outros dois matemáticos relevantes surgem em cena: Leonhard P. Euler (1707-1783) e Carl F. Gauss (1777 -1855). Euler trabalha com a exponencial complexa, que se constitui com a mesma definição analítica da exponencial real. A exponencial real, $\exp(t)$, é a função que satisfaz a equação diferencial $[df/dt = f(t), f(0)=1]$ e que pode ser apresentada como uma série de potências pela expressão

³¹ Números reais aqui: ideia ingênua e não formalizada de acordo com os avanços da Análise, principalmente nos séculos XIX e XX.

³² A Equação Polinomial de Terceiro Grau a coeficientes reais pode ser apresentada genericamente no formato $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, com $a \neq 0$. Qualquer polinômio de grau ímpar possui ao menos uma raiz real.

$$\exp(t) = e^t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}, \text{ em que } t \in \mathbb{R}.$$

Essa função converge pontualmente para todo $t \in \mathbb{R}$ e converge uniformemente nas partes compactas de $\mathbb{R}$. A raiz imaginária i propicia a estruturação dos complexos, algebricamente formalizada por Gauss:

$$\mathbb{C} = \mathbb{R}[i] = \{a + bi; a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}.$$

Gauss utiliza a denominação *números planos* a esta estrutura, pois assim como os números reais podem ser representados como pontos da reta euclidiana, os complexos seriam representados como pontos no plano. Isto é conhecido como representação de Argand-Gauss e pode ser expressa pelo isomorfismo $\mathbb{C} \leftrightarrow \mathbb{R}^2$ entre $\mathbb{R}$ -espaços vetoriais:

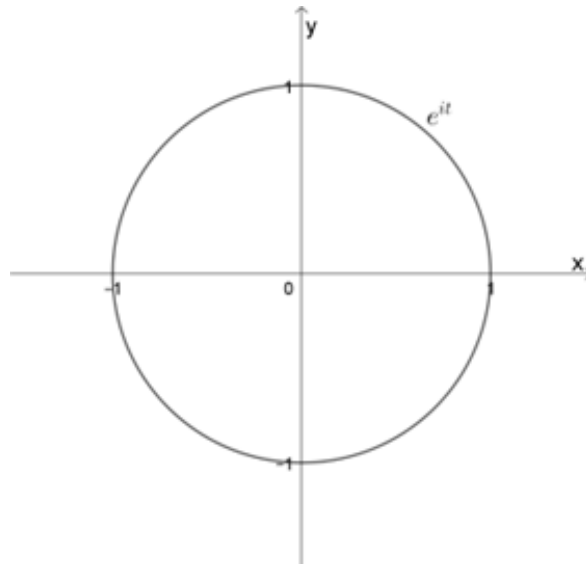
$$a + bi \leftrightarrow (a, b), \text{ onde } \mathbb{R}^2 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}.$$

De modo análogo, define-se a exponencial dos múltiplos da raiz imaginária:

$$\exp(it) = e^{it} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!}, \text{ em que } t \in \mathbb{R}.$$

Tal como na exponencial real, a exponencial imaginária converge pontualmente para todo $t \in \mathbb{R}$ e converge uniformemente nas partes compactas de $\mathbb{C}$. Um trabalho relevante é a ressignificação das funções cosseno e seno a partir desta exponencial, pois ela parametriza o círculo unitário centrado na origem.

Figura 1 - Círculo de raio 1 centrado na origem do plano $\mathbb{R}^2$.

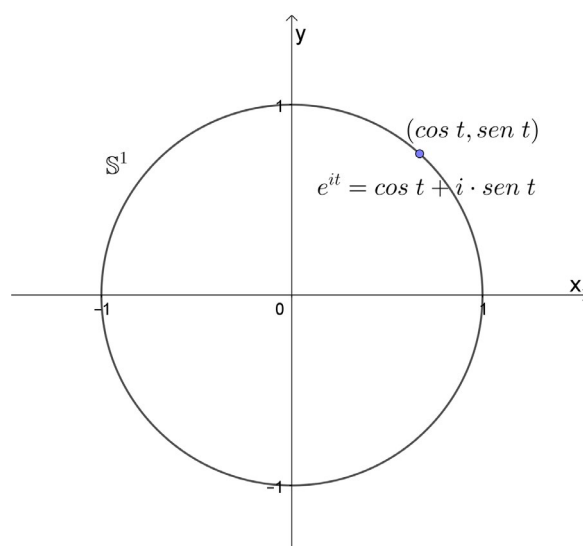


Fonte: Criado pelos próprios autores no software Geogebra (2021).

Ao expandirmos $e^{it} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n t^{2n}}{n!} + i \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n t^{2n+1}}{(2n+1)!} \right).$

A exponencial imaginária, portanto, pode ser expandida em duas séries de potências, uma composta apenas por expoentes pares e outra apenas por expoentes ímpares, na variável t e com os devidos fatoriais no denominador. As séries acima são bem conhecidas e podem ser reescritas da seguinte forma: $e^{it} = \cos(t) + i \cdot \sin(t)$.

Figura 2 - Imagem da função $f(t) = e^{it}$.



Fonte: Criado pelos próprios autores no software Geogebra (2021).

Deste modo, percebemos que o conhecimento matemático de referência tem apoio e utiliza as inter-relações existentes entre os domínios matemáticos, quando dispostos na organização desta disciplina (que se dá de forma cada vez mais sofisticada). Porém nossas constatações empíricas vêm mostrando que professores e estudantes apresentam dificuldades quanto à visualização do NAG, o que pode implicar diretamente nos modelos praxeológicos sustentados nas variadas instituições do sistema de ensino.

A Didática da Matemática e o NAG

Números e grandezas, Aritmética e Geometria sempre acompanharam o desenvolvimento de como as da natureza e experimentais. Como exemplo disso, podemos citar a Estatística

aplicada aos diversos experimentos científicos. Considerando que o problema do fundamento da Matemática não é apenas lógico, mas sobretudo, um problema da epistemologia cognitiva, que exige uma reconstrução da gênese dos conceitos matemáticos estudados, observamos que todo projeto de ensino e aprendizagem da Matemática não deveria escapar da instauração de três grandes domínios: o numérico, algébrico e geométrico (BRONNER, FARIAS, 2007), os quais têm potencial de sustentar as praxeologias matemáticas desenvolvidas em muitas instituições. Os domínios numérico e algébrico possuem relações bastante naturais fundadas nos números e no cálculo, constituindo o que denominamos de domínio numérico-algébrico, que, de certo modo, confronta a instituição com o problema didático da escolha da natureza da instauração desses dois domínios, estabelecendo assim um espaço numérico que compreende, em primeiro lugar, os números racionais e, depois, um espaço mais vasto, os reais (BRONNER, 1997) e os complexos.

O processo transpositivo evoca também conhecimentos geométricos desde o começo do ensino, organizando um domínio chamado de geométrico (BRONNER, 2007). Porém o papel recíproco entre os domínios numérico-algébrico e geométrico restringe-se a alguns casos clássicos, permanecendo pouco utilizado na compreensão das atividades realizadas pelos professores e na ajuda que os mesmos podem fornecer aos estudantes durante a realização dos trabalhos que necessitam de mudanças de quadros no sentido de Duval (1988). A mudança de quadros, um processo caracterizado pela passagem de métodos de um domínio matemático para outro, empregado na resolução de problemas ou tarefas matemáticas, é um meio para obter formulações diferentes de um problema que permitem um novo acesso às dificuldades encontradas e a aplicação de instrumentos e técnicas que não se impunham na primeira formulação. Os objetos matemáticos ensinados hoje são, de forma geral, uma reorganização de um saber específico para possibilitar o processo de ensino. Tais objetos matemáticos estão sob influência da Noosfera, que procura impor seus pontos de vista em função de interesses específicos, mas, por diversas vezes, implícitos. Essa reorganização modela a atividade de uma pessoa diante de objetos do saber em instituições.

Aqui será feita uma breve apresentação de noções de base da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998), com o objetivo de destacar o ferramental necessário à compreensão da proposta de estudo pautada nas inter-relações entre os domínios matemáticos numérico-algébrico e geométrico.

A referida modelação da atividade matemática de uma pessoa, que assume uma posição numa determinada instituição, (p, I) , é chamada no seio da TAD de Praxeologia Matemática, comumente representada por um conjunto de quatro “Ts” composto de dois blocos: saber-fazer e o tecnológico-teórico (logos). Assim, a praxeologia é representada na literatura por $[T, \tau, \theta, \Theta]$, onde T é o tipo de tarefa, τ a técnica associada, discurso tecnológico que justifica a técnica, Θ teoria associada (CHEVALLARD, 1998).

Para tratarmos de Modelo praxeológico nos referimos à noção supracitada e fazemos uso dos símbolos T , τ , θ , Θ para expormos as praxeologias que podem ou que são construídas numa instituição.

Numa instituição, a atividade humana modelada por uma certa praxeologia depende dos objetos ostensivos e não ostensivos (CHEVALLARD, 1994), tanto no que tange às técnicas mobilizadas como os discursos que justificam tais técnicas. Assim, um modelo praxeológico requer a mobilização de objetos ostensivos e não ostensivos.

Transformação de rotação por utilização dos complexos.

Analisaremos as praxeologias matemáticas potencialmente construídas para dois exemplos de tarefas. É uma apresentação que, em termos de experimentação do modelo, representaria uma análise *a priori* do que poderia surgir como construção dos sujeitos de uma instituição.

As mudanças de quadro não são facilmente percebidas por estudantes e professores, mesmo quando as diferentes representações do objeto são naturais, as passagens de um quadro para outro pode apresentar entraves de natureza epistemológica. Pelo destaque dado à Geometria, à Álgebra e às mudanças de quadro nesses campos, emergem inquietações: *Como ensinar um objeto que integre ou inter-relacione o NAG?*

Tarefa 1. Estabelecer as coordenadas de um ponto, no plano euclidiano $\mathbb{R}^2$, após sua rotação em torno de um ponto fixado.

Subtarefa 1.1. Dado o triângulo ABC de vértices A(2,1), B(1,2) e C(3,4), determinar as coordenadas dos vértices do triângulo A'B'C', obtido pela rotação triângulo ABC em 270° , em torno da origem, no sentido anti-horário.

De acordo com a noção de modelo praxeológico pautado no NAG, devemos apresentar para tal ação humana (representada pela tarefa matemática acima) técnicas (τ) e discursos que justifiquem a mesma, geralmente referendadas por alguma tecnologia (θ).

No caso da tarefa acima, as soluções se iniciam com uma consideração algébrico-geométrica (as diferentes representações dos complexos), ou seja, são mobilizados objetos ostensivos para representar a noção matemática subjacente presente no tipo de tarefa. O discurso tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$ – que justifica cada técnica – é apresentado à medida em que cada técnica é descrita.

O pressuposto comum dos alunos de graduação (bacharelado ou licenciatura em Matemática) a esta solução, após rememorar brevemente os tópicos matemáticos de sua vivência, consiste em utilizar uma matriz de rotação para determinar a solução do problema. Trata-se de uma matriz quadrada 2×2 , posto que a rotação é uma transformação linear $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. A primeira técnica τ_1 a ser usada consiste na representação de uma transformação linear por meio de uma matriz, sustentada pela tecnologia θ_1 que traduz a aplicação de uma transformação linear na multiplicação de uma matriz por um vetor. Na aplicação da transformação o vetor é escrito na orientação vertical, para evidenciar que a quantidade de coordenadas deste vetor é a mesma quantidade das linhas da matriz que representa a transformação linear. A rotação em torno da origem por um ângulo α , no sentido anti-horário, pode ser representada pela matriz R_α :

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}.$$

A rotação, por utilização desta matriz, funciona da seguinte forma, com respeito a um vetor³³ (x,y) do plano $\mathbb{R}^2$:

$$R_\alpha(x,y) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (\cos(\alpha)x - \sin(\alpha)y, \sin(\alpha)x + \cos(\alpha)y).$$

Para $\alpha = 270^\circ$, segue que $\cos(\alpha) = 0$ e $\sin(\alpha) = -1$. Desta forma, a transformação (linear) de rotação em 270° , em torno da origem, no sentido anti-horário, pode ser representada pela matriz

$$R_{270^\circ} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aplicando³⁴ esta transformação em cada ponto do triângulo ABC, temos as coordenadas desejadas:

- $R_{270^\circ}(A) = R_{270^\circ}(2,1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = (1, -2) = A'$;
- $R_{270^\circ}(B) = R_{270^\circ}(1,2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (2, -1) = B'$;
- $R_{270^\circ}(C) = R_{270^\circ}(3,4) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = (4, -3) = C'$.

³³ Atentar-se à representação dúbia de um par (x,y) . Este pode significar um ponto de cuja primeira coordenada é x e cuja segunda coordenada é y ou pode representar o segmento orientado (vetor) associado, cujo ponto inicial é a origem $(0,0)$ e cujo ponto final é o ponto (x,y) .

³⁴ A multiplicação matricial traduz fielmente a aplicação de uma transformação linear.

Desta forma, $A'(1,-2)$, $B'(2,-1)$ e $C'(4,-3)$ são as coordenadas dos vértices do triângulo $A'B'C'$, obtido pela rotação triângulo ABC em 270° , em torno da origem, no sentido anti-horário. Observa-se a mudança de quadro: a fim de resolver um problema geométrico (rotação) no plano euclidiano, recorre-se às operações aritméticas dos números reais e às propriedades algébricas das matrizes com entradas reais. Aqui é importante percebermos o processo transpositivo e de mudança de quadro ao longo desta solução.

- Transformações rígidas (rotações e reflexões) são problemas em Geometria Euclidiana Plana. Algumas destas transformações são construíveis a régua e compasso.

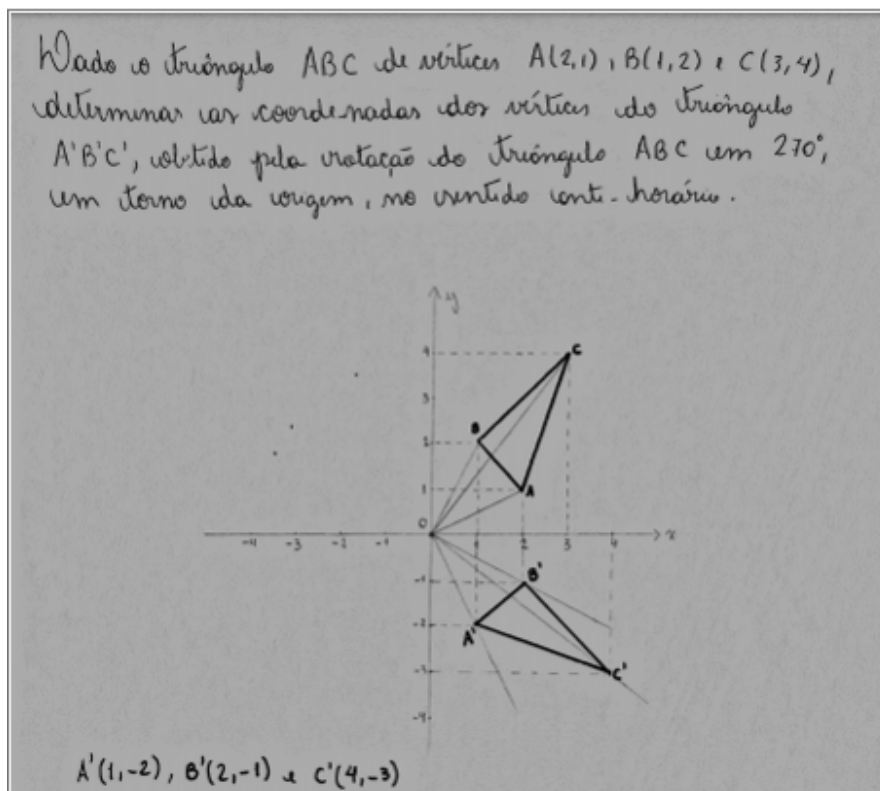
- Recorre-se a representação fiel do Plano Euclidiano no espaço $\mathbb{R}^2$, onde os pontos são representados por pares ordenados e retas são equações de grau 1 em duas variáveis. Isto é a *Representação de Desargues-Hilbert*. A vantagem desta representação é o fato de poder abandonar as construções em régua e compasso considerando a construção dos números reais já pronta.

- Utiliza-se os recursos algébricos da representação de Desargues-Hilbert para resolver um problema da Geometria Euclidiana.

Esta se constitui uma resposta ‘padrão’ para alunos de graduação em Matemática (a solução e os objetos supracitados costumam ser discutidos como um tópico de Geometria Analítica ou disciplina similar), tanto pela expectativa institucional do ensino superior em Matemática (no Brasil), quanto pelo histórico curricular dos professores que costumam abordar este tema no ensino superior. Destacamos aqui o contrato didático: por se tratar de um exercício dentro da disciplina “Geometria Analítica” (início de curso) e dentro do tema “Rotação”, o uso e a aplicação da matriz de rotação foram imediatos na obtenção da solução.

Entretanto, foi verificado, para alunos³⁵ de Licenciatura em Matemática em final de curso (últimos semestres), que o norte a este tipo de solução é fortemente intuitivo. Verificamos dois tipos de relatos principais: a) desenhar o triângulo, em suas coordenadas no plano, e fazer as transformações com régua e compasso na folha de resposta; b) posteriormente (mas não necessariamente em todos os casos), utilizar-se de um software adequado (Geogebra) para verificar as coordenadas do triângulo rotacionado.

³⁵ A pesquisa teve como ponto de partida alunos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática. Entretanto, em razão dos aspectos transpositivos considerados, nos ativemos aos alunos de Licenciatura. A propósito, o termo “aluno” é um termo ambíguo que não denota gênero (pode representar masculino/feminino/sem gênero). A ideia é preservar as informações pessoais dos mesmos. Adiantamos que a população se divide majoritariamente entre 50% masculino e 50% feminino e não foi explicitado no texto por não ser o foco deste trabalho.

Figura 3 - Solução dada pelo aluno A1 à Tarefa 1.

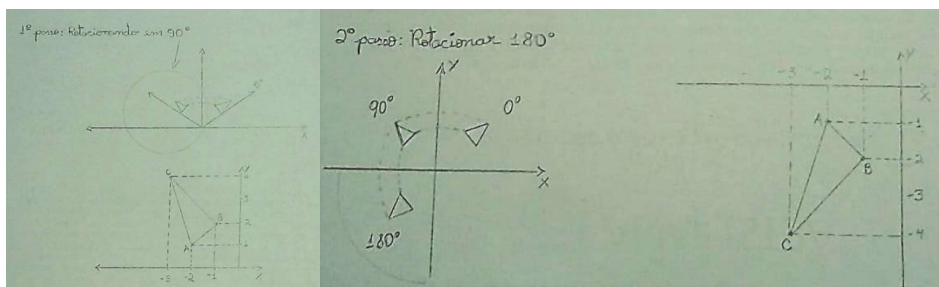
Fonte: Os próprios autores (2021).

Figura 4 - Descritivo da solução do aluno A1 à Tarefa 1.

Para fazer a rotação em 270° , em torno da origem, no sentido anti-horário, eu utilizei régua, compasso e transferidor, fazendo os seguintes passos:

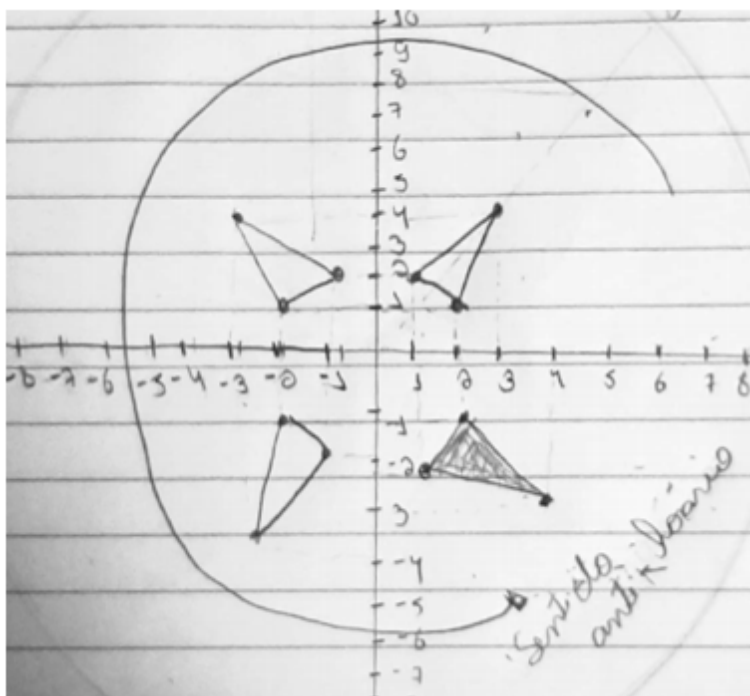
- 1º) Marquei o ponto $O(0,0)$ que é a origem por onde o triângulo será rotacionado.
- 2º) Liguei cada um dos vértices A, B e C ao ponto O.
- 3º) Coloquei o transferidor na origem em cima da reta OA e marquei com um pontinho aonde deu 270° ; e fiz o mesmo passo para as retas OB e OC, marcando no total 3 pontinhos.
- 4º) Liguei cada um dos 3 pontinhos ao ponto O.
- 5º) Meedi com o compasso o tamanho da reta OA e marquei esse tamanho na primeira reta que fizemos anteriormente, e fiz o mesmo passo para as retas OB e OC, marcando assim, os três pontos A' , B' e C' .

Fonte: Os próprios autores (2021).

Figura 5 - Descritivo da solução do aluno A2 à Tarefa 1.

Fonte: Os próprios autores (2021).

Uma vez que todos os alunos apresentaram suas respostas em termos de coordenadas, a seguinte indagação foi feita (questionário complementar): “Qual a sua certeza sobre o fato das coordenadas apresentadas estarem corretas?” e o objetivo era investigar os não ostensivos mobilizados neste tipo de resposta. Nos seus relatos, os alunos informaram que utilizaram o sistema de coordenadas para representar o plano e que os desenhos em régua e compasso (físicos) juntamente com a projeção dos pontos nos eixos também orientada por desenhos em régua e transferidor. Esta combinação lhes permitiram concluir a retidão da resposta.

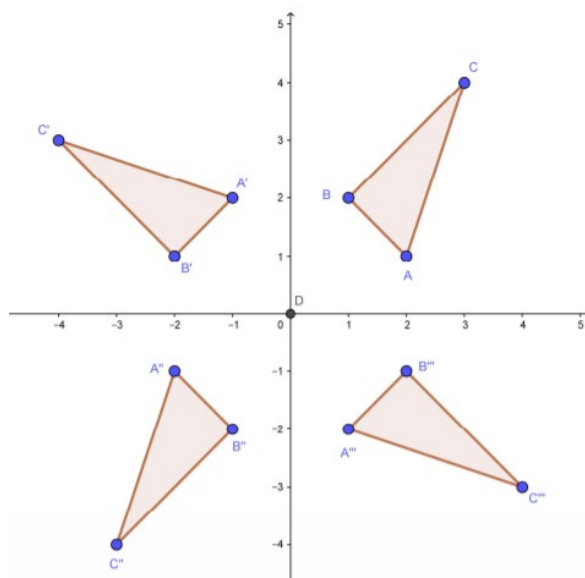
Figura 6 - Descritivo da solução do aluno A3 à Tarefa 1.

Fonte: Os próprios autores (2021).

Na Figura 6, percebemos que a restrição ao quadro geométrico pode indicar erros na obtenção de respostas dentro de tarefas dentro do NAG. Por exemplo, o aluno considerou que

a reflexão em torno de Oy é uma rotação de 90° no sentido anti-horário ao triângulo ABC que, originalmente, está desenhado sobre o I Quadrante dos eixos xOy.

Figura 7 - Descritivo da solução do aluno A4 à Tarefa 1.



Fonte: Os próprios autores (2021).

Ainda no sentido de investigar a “certeza das coordenadas estarem corretas”, surge o seguinte relato de um aluno: “fiz os desenhos no papel, com régua, transferidor e compasso, obtive as respostas, mas acessei o Geogebra posteriormente e usei a opção ‘rotação em torno de um ponto’ para ter certeza que a resposta estava correta”. Esta é, particularmente, uma resposta interessante: recorre-se ao algoritmo para validar uma atividade humana.

Destacamos que o enunciado da Subtarefa 1.1 aparece na página 167 no Capítulo 5 ‘Números Complexos’ do livro #Contato Matemática 3º ano, 1ª edição, de autoria de Joamir Roberto de Souza e Jaqueline Ribeiro da Silva Garcia, ano 2016. Este livro está catalogado no Portal Nacional do Livro Didático (PNLD) e será denominado, por economia, de #Contato3. O terceiro ano em questão é o terceiro ano do Ensino Médio (EM).

Aqui já podemos destacar a ausência de um contrato didático no enunciado e na realização das tarefas para estes últimos alunos implicitamente citados (rever as figuras), posto que eles tinham acesso a todo um ferramental (usual) de um curso de Graduação em Matemática (matriz de rotação, números complexos, trigonometria, isometrias, etc.), mas abandonaram estes aspectos formais e recorreram à intuição do esboço geométrico. O aspecto intuitivo geométrico é verificado da seguinte forma: apesar do desenho estar em conformidade com a formalidade da Teoria Geométrica de Euclides, em nenhum momento se recorre a axiomas ou resultados desta teoria, de forma explícita, na escrita da solução. Fica nítido que o fato de circundar ou ter

circundado saberes matemáticos não é garantia de construção de um conhecimento matemático, pelo menos não de um conhecimento matemático devidamente formalizado.

O livro #Contato3, por sua vez, explicita a rotação como uma aplicação das propriedades algébricas dos complexos.

Técnica descrita em #Contato3. *Se um ponto P representa um número complexo z_1 no plano de Argand-Gauss, para rotacionarmos P em α graus em torno da origem, em sentido anti-horário, multiplicamos z_1 pelo número complexo $z_2 = \cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha)$.*

Dispensando os processos transpositivos ocorridos em #Contato3, daremos um enunciado formal a esta técnica, não pelo fato do enunciado no livro didático estar errado, mas apenas para explicitar o objetos matemáticos que norteiam este saber.

Teorema. *A rotação de um ponto no plano por um ângulo α , no sentido anti-horário e em relação à origem (do sistema de coordenadas), corresponde à multiplicação do seu equivalente (isomórfico) complexo com a exponencial imaginária $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha)$. As coordenadas do ponto rotacionado são expressas através de seu equivalente (isomórfico) no plano, uma vez que a resposta via exponencial imaginária é dada como um número complexo.*

Retornemos à Subtarefa 1.1 e à sua solução em face à técnica apresentada em #Contato3. Nesta solução, vamos considerar a técnica τ_2 dada pelo isomorfismo entre espaços vetoriais sobre $\mathbb{R}$ de mesma dimensão, a saber $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{C}$, por sua vez justificada pela tecnologia θ_2 : “dois espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo F são isomorfos se, e somente se, possuem a mesma dimensão”. Como $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{C}$ são espaços reais de dimensão 2, segue que estes são isomorfos (como $\mathbb{R}$ -espaços vetoriais reais). Convém destacar que existe uma multiplicação entre os elementos de $\mathbb{C}$ (e isto o situa como uma $\mathbb{R}$ -álgebra, para além de um $\mathbb{R}$ -espaço vetorial), ao passo que em $\mathbb{R}^2$ não é usual definir uma multiplicação entre seus elementos (vetores). A técnica é τ_2 conhecida como representação de Argand-Gauss e será denotada da seguinte forma: $\mathbb{R}^2 \ni (a,b) \leftrightarrow a + ib \in \mathbb{C}$. Os vértices são $A(2,1)$, $B(1,2)$ e $C(3,4)$ e deseja-se rotacionar o triângulo ABC em 270° , em torno da origem, no sentido anti-horário.

Evocando a técnica descrita em #Contato3, observamos que tal rotação é representada pelo complexo $w = \cos(270^\circ) + i \cdot \sin(270^\circ) = 0 + i \cdot (-1) = -i$. Logo, rotacionar por 270° , nas condições acima especificadas, consiste em tão somente multiplicar³⁶ por $-i$.

³⁶ Esta multiplicação por $-i$ também sugere outra forma de enxergar o problema. No plano, a orientação positiva do ângulo é dada pelo sentido anti-horário, ao passo que a orientação negativa é dada pelo sentido horário. Uma rotação positiva por 270° é o mesmo que uma rotação negativa por 90° (é um saber comum dentro da Trigonometria). Como a multiplicação por i representa a rotação por 90° positivo (anti-horário) em torno da origem, a multiplicação por $-i$ representa a rotação por 90° negativo (anti-horário), ou rotação por -90° , em torno da origem. Como $-90^\circ = 270^\circ$, o resultado segue de forma análoga.

1. $A(2,1) \leftrightarrow z_A = 2 + i; z_A \cdot w = (2 + i) \cdot (-i) = 1 - 2i = z_{A'} \leftrightarrow A'(1,-2).$
2. $B(1,2) \leftrightarrow z_B = 1 + 2i; z_B \cdot w = (1 + 2i) \cdot (-i) = 2 - i = z_{B'} \leftrightarrow B'(2,-1).$
3. $C(3,4) \leftrightarrow z_C = 3 + 4i; z_C \cdot w = (3 + 4i) \cdot (-i) = 4 - 3i = z_{C'} \leftrightarrow C'(4,-3).$

Portanto, o triângulo rotacionado $A'B'C'$ tem as coordenadas acima descritas e estas coincidem com a solução dada via matriz de rotação (logo no início desta seção).

Esta tarefa e as soluções apresentadas pelos alunos da Licenciatura em Matemática reforçam a noção de vazio didático (FARIAS, CARVALHO, SOUZA, 2014), por dois motivos que serão aqui destacados:

1. Recordemos o enunciado da Tarefa 1: “Estabelecer as coordenadas de um ponto, no plano euclidiano $\mathbb{R}^2$, após sua rotação em torno de um ponto fixado”. Este trabalho indica que os números complexos não costumam viver em problemas geométricos, mesmo com iniciativas como a do #Contato3. Isso reforça ainda mais o “temor” que muitos alunos de educação básica, professores atuantes, professores em qualificação e professores em formação (alunos de licenciatura em Matemática) têm em relação ao tema. Esta falta de aplicabilidade do tema pode estar associada ao “distanciamento” e ao “desprezo” dos supracitados e constitui-se uma hipótese para pesquisas futuras.
2. Destacamos também a falta de “traquejo” dos professores de matemática atuantes na Educação Básica quanto ao NAG. Farias, Carvalho e Souza (2014) concluem que

Constatamos que o professor (...) utiliza o NAG de maneira implícita (...) e pode-se observar que a integração do NAG no processo de ensino e aprendizagem é contínua e fortemente ligada às normas previstas para a institucionalização dos objetos estudados e previstos pelas instruções oficiais. Os caminhos percorridos pela nossa pesquisa nos revelaram que o NAG é um objeto fortemente presente no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no secundário, o que nos impulsionou na continuidade das investigações que temos feito em diferentes séries do ensino de Matemática no Brasil.

Aqui, indicamos outra hipótese para pesquisas futuras: a utilização implícita do NAG revela a não-consciência da mudança de quadro geométrico-numérico-algébrico por parte dos professores de Educação Básica e dos alunos de licenciatura em Matemática. Podemos ampliar ainda essa investigação a professores da Educação Superior.

Nesta mesma linha de discussão com alunos da licenciatura, quando os pesquisadores propuseram que esta atividade fosse enunciada e resolvida pelos próprios nos seus estágios (aos que tinha turma no 3º ano do EM), foram informados (e isso já era previsto) que os supervisores

de campo no estágio (professores de Matemática atuantes) desconheciam qualquer iniciativa de relação geométrica com os complexos. Essa informação acende o alerta para que se reforce a importância do NAG nas licenciaturas em Matemática e em programas de qualificação ou aperfeiçoamento de professores de Matemática.

Tarefa 2. Dado um número real, encontrar suas raízes n -ésimas.

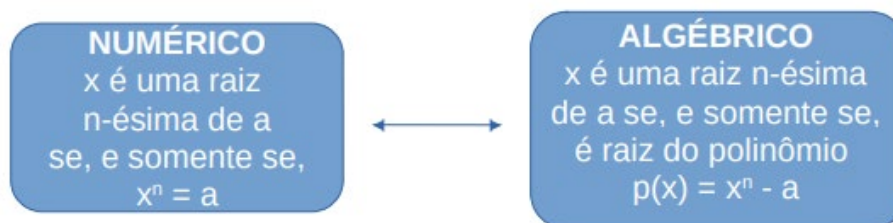
Subtarefa 2.1. Encontrar as raízes quadradas de 16.

Antes de iniciarmos a solução da Subtarefa 2.1, faz-se importante recordar que a mesma se dá dentro dos conjuntos numéricos usuais, onde a multiplicação é associativa e comutativa. Dado $x \neq 0$, define-se indutivamente $x^0 = 1$ e $x^n = x \cdot x^{n-1}$, onde $n \geq 1$ é um natural. Para o zero, $0^n = 0$, para qualquer natural $n \geq 1$, e 0^0 é uma indeterminação (mais comumente estudada em cursos de Cálculo). Dentro da condição de associatividade e comutatividade da multiplicação, são válidas as propriedades: $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$ e $(ab)^n = a^n \cdot b^n$, em que a e b são ambos não nulos e $n \geq 0$ é um natural.

A primeira restrição aqui é a própria noção de raiz. Um elemento x é raiz n -ésima de a se, e somente se, $x^n = a$. Nomenclaturas especiais, por razões eminentemente históricas, surgem nos casos $n = 2$ (raiz quadrada) e $n = 3$ (raiz cúbica).

No caso das raízes quadradas de 16, a aritmética usual dos inteiros nos diz que $4^2 = 16$ e $(-4)^2 = 16$. Estas são as únicas soluções inteiras (e também as únicas soluções reais). Outra forma de generalizar este tipo de solução é a mudança de quadro numérico-algébrico conforme a figura abaixo.

Figura 8 - Mudança de quadro na determinação de raízes n -ésimas .



Fonte: Os próprios autores (2021).

Nessa mudança de quadro, busca-se determinar as raízes pelo polinômio associado, não mais por uma condição numérica. As soluções do polinômio $p(x) = x^2 - 16$ são 4 e -4.

Subtarefa 2.2. Encontrar as raízes quadradas de -16.

A condição dos reais já nos permite inferir a inexistência de soluções a este tipo de problema: dado qualquer real x , temos $x^2 \geq 0$. Podemos expandir esse resultado na seguinte condição: dado qualquer real x , temos $x^n \geq 0$, para qualquer n natural par. Como $-16 < 0$, é impossível encontrar uma solução a este problema dentro do conjunto dos reais. Este tipo de situação-problema costuma ser um ponto de motivação ao conjunto dos complexos, que costuma ser sintetizado na condição “os complexos possibilitam a solução de raízes de ordem par para números negativos”. Trata-se de uma condição numérica válida, porém incompleta. A mudança de quadro numérico-algébrico afirma que a solução deve ser procurada entre as raízes do polinômio $p(x) = x^2 + 16$. Fato bem conhecido é que este polinômio não admite reais. Entretanto, a mudança de quadro numérico-algébrico nos permite expressar uma condição fundamental concernente a essa busca de solução.

Teorema Fundamental da Álgebra (Gauss). *Os complexos são uma estrutura algebricamente fechada, isto é, qualquer polinômio com coeficientes complexos admite uma raiz complexa. Ademais, um polinômio com coeficientes complexos de grau n admite exatamente n raízes complexas.*

Denotaremos essa tecnologia (dentro do arcabouço praxeológico) por TFA. As raízes complexas do polinômio $p(x) = x^2 + 16$, de acordo com o TFA, são exatamente duas: $4i$ e $-4i$. De fato (lembrando que $i^2 = -1$), temos $(4i)^2 = -16$ e $(-4i)^2 = -16$. Estas, portanto, são as raízes quadradas de -16.

Subtarefa 2.3. Encontrar as raízes cúbicas da unidade.

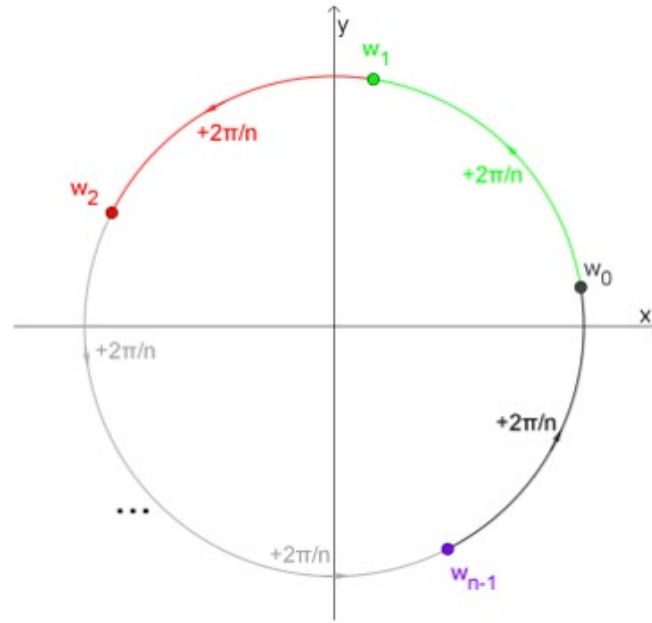
O enunciado, por si só, já gera estranhamento por parte de estudantes e professores, da educação básica ou superior: “por que não encontrar a raiz cúbica da unidade, mas as raízes (no plural)?”. Ora, $1^3 = 1$. Esta é a única raiz real cúbica da unidade. Entretanto, o polinômio $p(x) = x^3 - 1$ possui exatamente três raízes complexas (TFA).

Teorema (Fórmula de De Moivre). *As raízes n -ésimas de um complexo z são, exatamente, os complexos da forma $\sqrt[n]{|z|} \left[\cos\left(\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \right]$ onde k é um inteiro e α é o argumento de z : escrevendo $z = a + ib$, define-se $|z| = a^2 + b^2$, $\cos(\alpha) = a/|z|$ e $\sin(\alpha) = b/|z|$, $\alpha \in [0, 2\pi[$.*

Observação do teorema: por causa do ciclo trigonométrico, basta $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ na determinação das n raízes distintas. É possível encontrar um descritivo deste resultado nas páginas 191 e 192 no Capítulo 7 ‘Números Complexos’ do livro Matemática: Contexto & Aplicações 3º ano - Ensino Médio, 3ª edição, de autoria de Luiz Roberto Dante, ano 2016. Este livro está catalogado no Portal Nacional do Livro Didático (PNLD).

A fórmula de De Moivre é uma dos mais belos exemplos de inter-relações no NAG, posto que a solução algébrica, neste caso, passa necessariamente por um argumento geométrico: a rotação. Seja w_0 uma raiz n -ésima de z . As soluções complexas no formato acima são as rotações de w_0 pelo ângulo $2\pi/n$ em torno da origem, no sentido anti-horário.

Figura 9 - Rotações (Fórmula de De Moivre) na determinação das raízes n -ésimas de um complexo.



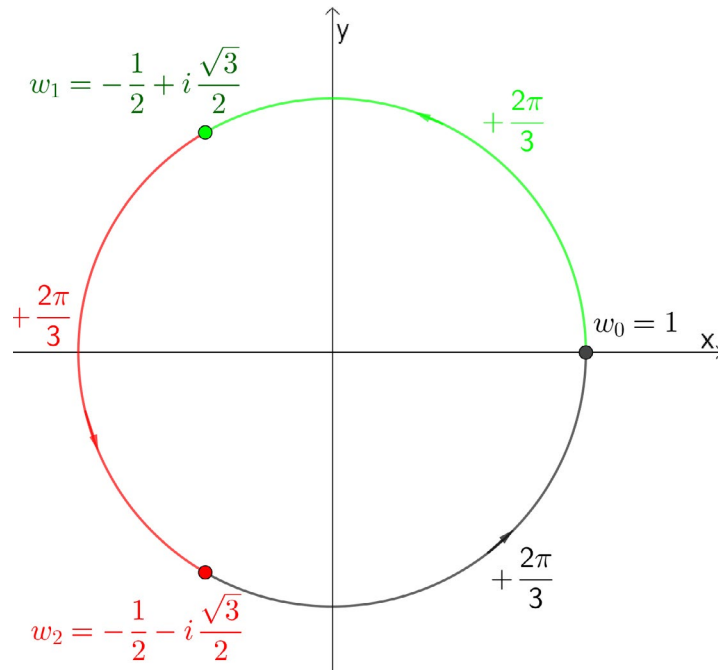
Fonte: Criado pelos próprios autores no software Geogebra (2021).

Escrevamos 1 na forma complexa padrão, isto é, $1 = 1 + i \cdot 0$. Observe que $|1| = 1$. Sendo α seu argumento, segue que $\cos(\alpha) = 1$ e $\sin(\alpha) = 0$, portanto $\alpha = 0$. Pela fórmula de De Moivre, começaremos pelo ângulo $\alpha/3 = 0/3 = 0$.

$$w_0 = \sqrt[3]{|1|} \left[\cos\left(\frac{0 + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{0 + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3}\right) \right] = 1(1 + i \cdot 0) = 1.$$

Portanto $w_0 = 1$, que é a única raiz cúbica real do problema, conforme já mencionamos. Vamos utilizar a forma de De Moivre para determinar as outras raízes.

$$\begin{aligned} w_1 &= \sqrt[3]{|1|} \left[\cos\left(\frac{0 + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{0 + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{3}\right) \right] = 1 \left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ &= \frac{-1}{2} + \frac{i \cdot \sqrt{3}}{2}. \\ w_2 &= \sqrt[3]{|1|} \left[\cos\left(\frac{0 + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{0 + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3}\right) \right] = 1 \left[\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ &= \frac{-1}{2} - \frac{i \cdot \sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Figura 10 - Rotações (Fórmula de De Moivre) na determinação das raízes cúbicas da unidade.

Fonte: Criado pelos próprios autores no software Geogebra (2021).

Subtarefa 2.4. Encontrar as raízes quartas de 16.

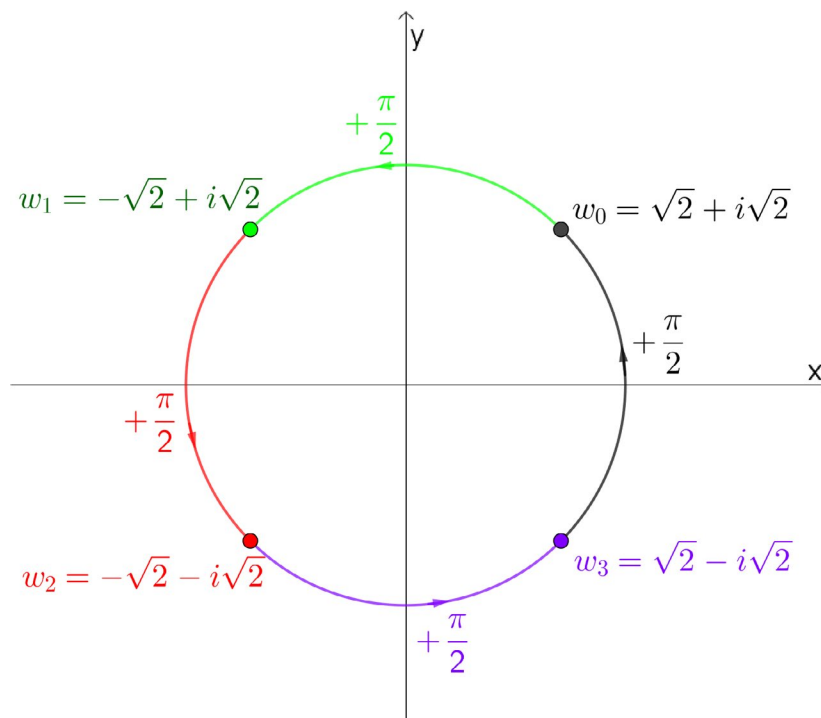
Note que $2^4 = 16$ e $(-2)^4 = 16$. Estão são raízes quartas reais de 16, mas não as únicas, posto que o polinômio $p(x) = x^4 - 16$ tem exatamente 4 raízes complexas. Não é difícil ver que 2, -2, $2i$ e $-2i$ são as exatas quatro raízes quartas de 16 (não é necessário recorrer à Fórmula de De Moivre para tal).

Subtarefa 2.5. Encontrar as raízes quartas de -16.

Vamos aplicar a Fórmula de De Moivre. Escrevendo $-16 = -16 + i \cdot 0$, tem-se $|-16| = 16$. Sendo α seu argumento, segue que $\cos(\alpha) = -16/16 = -1$ e $\sin(\alpha) = 0/16 = 0$, portanto $\alpha = \pi$. Pela fórmula de De Moivre, começaremos pelo ângulo $\pi/4$.

$$\begin{aligned}
w_0 &= \sqrt[4]{|16|} \left[\cos\left(\frac{\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{4}\right) \right] = 2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] \\
&= \sqrt{2} + i \cdot \sqrt{2}. \\
w_1 &= \sqrt[4]{|16|} \left[\cos\left(\frac{\pi + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{4}\right) \right] = 2 \left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right] \\
&= -\sqrt{2} + i \cdot \sqrt{2}. \\
w_2 &= \sqrt[4]{|16|} \left[\cos\left(\frac{\pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{4}\right) \right] = 2 \left[\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right] \\
&= -\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2}. \\
w_3 &= \sqrt[4]{|16|} \left[\cos\left(\frac{\pi + 2 \cdot 3 \cdot \pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi + 2 \cdot 3 \cdot \pi}{4}\right) \right] = 2 \left[\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{4}\right) \right] \\
&= \sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2}.
\end{aligned}$$

Figura 11 - Rotações (Fórmula de De Moivre) na determinação das raízes quartas de -16.



Fonte: Criado pelos próprios autores no software Geogebra (2021).

Assim como na Tarefa 1, esta tarefa evoca técnicas que buscam apoio tecnológico-teórico nos três domínios que integram as inter-relações NAG. Percebemos, entretanto, que essa inter-relação não costuma viver na Educação Básica, nem na Superior. Isso foi percebido pela forma como os alunos da licenciatura em Matemática as desenvolveram e pelos relatos dos seus supervisores de campo de estágio a respeito das tarefas e subtarefas propostas. Como criarmos condições para que estes saberes e sua inter-relações vivam numa instituição? Nossa resposta parte das supostas dificuldades dos membros dessa instituição, sendo, pois, um elemento-chave na reconstrução praxeológica destas tarefas.

Considerações finais

Os exemplos levantados apresentam resoluções usando o NAG, cuja experimentação é possível no contexto de qualificação, aperfeiçoamento e formação de professores de Matemática. As praxeologias verificadas, bem como sua análise, são importantes ferramentas para atuação em fenômenos didáticos. Propor a (re)construção de uma praxeologia é uma tarefa viável para as instituições, especialmente no que se refere ao trabalho do professor. Mas há que se destacar a necessidade de conhecer a praxeologia dominante imposta na instituição, evocar tópicos da epistemologia e história dos saberes, atentar-se para o tipo de tarefa que será proposta e buscar a indissociabilidade do saber-fazer e do *logos* nas praxeologias que poderão ser construídas a partir da ressignificação das praxeologias, em particular às que dizem respeito à mudança de quadro geometria-numérico-algébrico.

Por fim, percebemos uma forte tendência dos livros didáticos em abandonar a temática dos complexos, de modo que será necessário indicarmos o NAG fora do domínio dos números complexos, para obras tomadas como referência de livro didático no Brasil. Lamentamos esse fato, posto que o saber “números complexos” nos oferta riqueza de conteúdo na elaboração de uma diversidade de mudança de quadros e, conseqüentemente, na análise das inter-relações NAG.

Referências

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

BRONNER, A. **Étude didactique des nombres réels. Idécimalité et racine carrée**. Tese (Doutorado em Matemática: Educação Matemática) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1997.

BRONNER, A. Les nombres réels dans la transition collège-lycée: rapports institutionnels et milieux pour l'apprentissage. In: SÉMINAIRE NATIONAL DE DIDACTIQUE, 2007, Paris. Actes... Paris: IREM, 2007.p.261-276.

BRONNER, A.; FARIAS, L. M. S. Comment la profession prend-elle en compte les interrelations entre les domaines numérique-algébrique et géométrique? In: CONGRES INTERNATIONAL SUR LA THEORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE, 2., 2007, Montpellier. Actes... Montpellier: IUFM, 2010. p. 449-461.

CHEVALLARD, Y. Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. Actes du Séminaire pour l'année 1993-1994, Turin, v.1, p. 190-200, 1994.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique, 1998. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/> Acesso em: 7 abr. 2021. » <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>

CHEVALLARD, Y. La TAD face au professeur de mathématiques 2009. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf Acesso em: 10 abr. 2021. » http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf

DESCARTES, R. La Géométrie 6 ed. Paris: Jacques Gabay, 1998.

DUVAL, R. Graphiques et équations: L'articulation de deux registres. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, Strasbourg, v. 1, p. 235–253, 1988.

FARIAS, L. M. S., CARVALHO, E. F., de SOUZA, E. S. Contribuições da Didática da Matemática para compreensão dos impactos do vazio didático na prática dos professores de Matemática que evoca as inter-relações entre os domínios numérico-algébrico e geométrico. *Educação Matemática Pesquisa*, v.16, n.4, pp. 1169-1180, 2014.

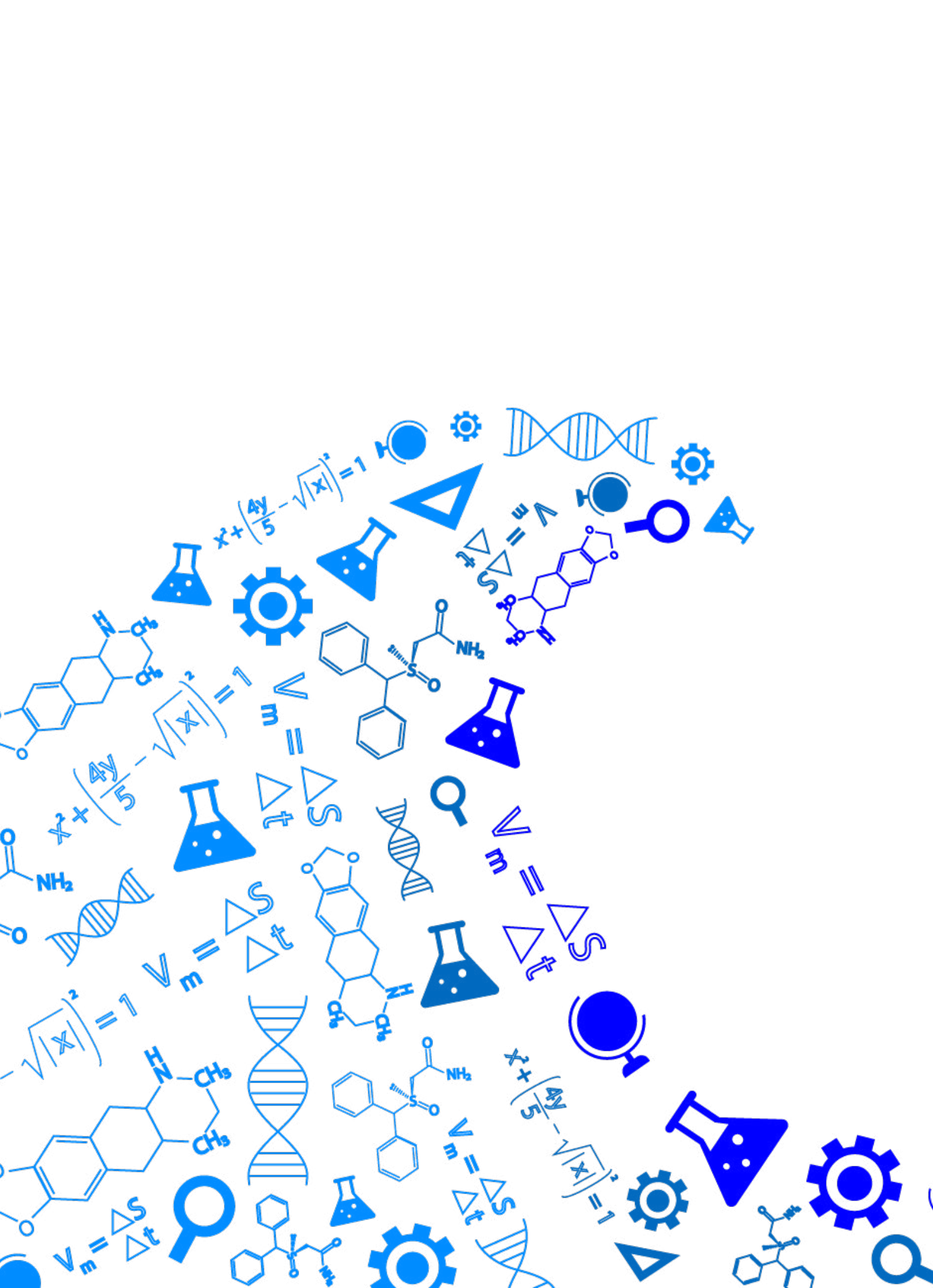
FLAMENT, D. Histoire des nombres complexes: Entre algèbre et géométrie. CNRS Editions. 2003. 502 p. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00014662> Acesso em: 20 abr. 2021s. » <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00014662>



POSFÁCIO

**A EDUCAÇÃO É SEMPRE
UMA CERTA TEORIA DO
CONHECIMENTO POSTA
EM PRÁTICA**





Izabel Hazin

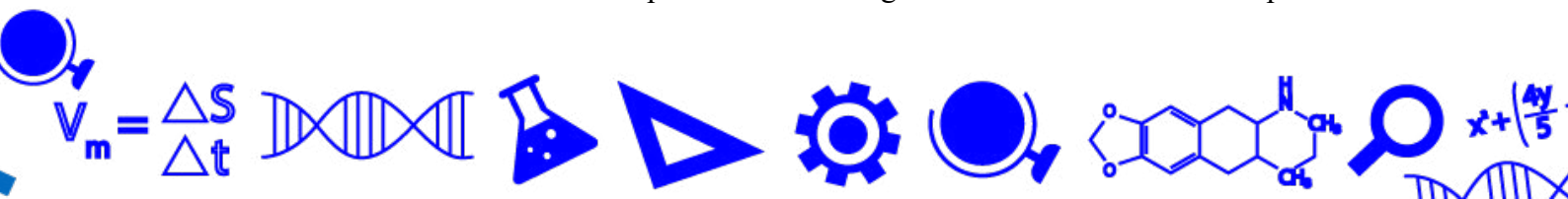
*Professora Associada 3 do Departamento de Psicologia da
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq - Nível 2
Psicóloga, Mestre e Doutora em Psicologia Cognitiva, UFPE
Pós-Doutorado pela Université René Descartes - Paris V
Docente no Programa de Pós-Graduação em Psicologia, UFRN
E-mail: izabel.hazin@gmail.com*

No livro *Desafios da educação de adultos ante a nova reestruturação tecnológica*, o educador Paulo Freire (2003, p. 40), cujo centenário comemora-se neste ano, afirma que “A educação é sempre uma certa teoria do conhecimento posta em prática...”, ou seja, a educação reflete determinada concepção filosófica e/ou científica sobre o conhecimento. Portanto, a base de qualquer teoria educacional seria uma teoria do conhecimento, e essa seria o ponto de partida para a elaboração de uma prática. A leitura deste livro organizado por Laerte Fonseca nos convoca a refletir sobre a contribuição de distintas teorias psicológicas da aprendizagem para a compreensão da relação dialética inerente aos processos de aprender e ensinar.

A maior parte das abordagens teóricas tem se concentrado na dimensão do conteúdo, buscando entender como um determinado conteúdo é adquirido. No entanto, a meu ver, a característica geral mais fundamental para compreender o processo de aprender é que esse processo abrange conteúdo, aspectos didáticos, emocionais, em um contexto prático e socialmente situado.

Porém, apesar da maioria dos professores fornecerem oportunidades reais para a aprendizagem das crianças, às vezes, eles o fazem sem compreender totalmente a teoria subjacente à sua prática. Com percepção aprofundada acerca do que se sabe atualmente sobre os processos de aprendizagem e sobre as rotas individuais dos aprendizes, notadamente no caso de crianças com trajetórias de desenvolvimento qualitativamente diferentes daquelas identificadas como típicas, os professores podem fornecer experiências e contextos que são mais prováveis de conduzir à efetiva aquisição de conhecimento, conceitos e habilidades.

Vigotski já ressaltava que a aprendizagem começa muito antes da criança chegar à escola, assim como continua por ainda mais tempo depois da escola. A aprendizagem também ocorre de várias maneiras, por rotas e em ambientes diferentes da sala de aula, configurando o que ele denominou de conhecimento espontâneo. Para Vigotski o conhecimento e compreensão



prévios são essenciais para o aprendizado de coisas novas, para a aquisição do conhecimento formal, e a escola, ressalta ele, é o espaço por excelência para a aquisição dos denominados conceitos científicos. Porém, tais conceitos não são passíveis de transmissão direta professor/escola-aluno, como bem ressaltou Paulo Freire: faz-se necessária a mediação para tornar explícitos os vínculos entre os conceitos espontâneos e os científicos, sendo este um dos papéis centrais do professor.

Salienta-se que a compreensão dos processos envolvidos na aprendizagem se desenvolve a partir da realização de pesquisas, mas estas ocorrem em territórios distantes das salas de aulas, tais como laboratórios e universidades. Este fosso entre pesquisadores e educadores precisa ser suplantado, pois o avanço da educação básica só estará garantido quando o conhecimento produzido for aquele resultante da dialogia, da construção em cogênese das narrativas produzidas por aqueles que se concentram em compreender os processos de aprendizagem e aqueles que desenvolvem as técnicas para ensinar os conteúdos esperados para cada etapa do ensino formal.

No momento em que o mundo está imerso na maior pandemia dos últimos 100 anos, professores foram convocados a ressignificar suas práticas e construir novas estratégias didáticas. Catapultados do chão da sala de aula para os ambientes virtuais, estes profissionais têm-se deparado com o desafio de ingressar definitivamente no mundo da tecnologia. Mas o que poderia ser considerado avanço esbarra na ampliação das desigualdades entre o ensino público e privado, caracterizadas pela variabilidade no número de escolas abertas e fechadas, pelo acesso à internet e pela mediação dos pais e/ou responsáveis na realização das tarefas escolares.

O resultado ainda é desconhecido. Os impactos de escolas fechadas para a aprendizagem e para o desenvolvimento de crianças, jovens e adultos brasileiros, imersos em realidades tão distintas, são apenas conjecturas. O enfrentamento desta realidade é, no fundo, uma convocação conjunta a diferentes domínios do conhecimento. Alternativas precisarão ser tecidas a muitas mãos.

Nesse sentido, o livro ora ofertado à comunidade de educadores visa proporcionar informações sobre os percursos através dos quais ocorre a aprendizagem. As abordagens que constituem o cerne desta obra ilustram o amplo leque de teorias disponíveis. Estas parecem ser eficazes, ainda que estejam em constante mudança. No fundo, o que elas nos ilustram é que não há resposta única para uma variedade de perguntas, tais como: “Como uma criança aprende?”, ou mesmo “Como um professor deve ensinar determinado conteúdo?”.

Certamente os professores terão acesso a teorias distintas, a partir das quais poderão fazer uso de seus pressupostos na elaboração de suas atividades de planejamento e ensino. Ao fazê-lo, a esperança é que construam contextos que contribuam para a superação da grave crise provocada na escola por estes momentos pandêmico e pós-pandêmico; que contribuam para a

aprendizagem e o desenvolvimento de seus alunos, e que, por essa vertente, paulatinamente a educação brasileira consiga garantir às crianças, jovens e adultos o direito constitucional de “ler o mundo”, para finalizar como comecei: enaltecendo Paulo Freire, sempre e ainda atual em seu centenário de nascimento.



SOBRE O ORGANIZADOR

UMA BREVE BIOGRAFIA





Sobre o Organizador

UMA BREVE BIOGRAFIA

Laerte Silva da Fonseca

Livre Docente pela Emil Brunner World University® (EBWU, Maiami, Flórida/EUA); Doutor Honoris Causa (EBWU); Laureado com o Título de Notório Saber (EBWU); Pós-Doutorado em Educación Lingüística y Literaria y de Didáctica de las CCEE y de la Matemática, Universidade de Barcelona/UB, Espanha; Pós-Doutorado em E-learning, Universidade Fernando de Pessoa/UFP, Porto/ Portugal; Pós-Doutorado em Ciências Básicas e Ambientais, EEL da Universidade de São Paulo/USP; Pós-Doutorado em Psicologia e Neurociência Cognitiva (EBWU); Pós-Doutorado em Educação Matemática (UNIAN/SP); Doutor em Educação Matemática (ênfase em Neurociência Cognitiva) pela Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN, com sandwiche de 01 ano na Université Claude Bernard Lyon 1 - FR/Bolsa CAPES); Doutorando em Psicologia Cognitiva, Universidad de Buenos Aires/AR; Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (UFS), Mestre em Educação

(UFS); Especialista em: Terapia Cognitivo-Comportamental (PUC-RG), Neuropsicologia (UNIFESP/CDN), Neuroaprendizagem (Instituto Saber/BR), Psicopedagogia (Institucional e Clínica, FPD), Ensino de Matemática (UFS), Educação Matemática (FA) e em Gerência e Tecnologia da Qualidade pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG; Bacharel em Psicologia (ESTÁCIO-SE), Licenciado em Matemática (UFS); Prof. Titular de Educação Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS/Campus Aracaju); Professor Homenageado: Título de Honra ao Mérito pelas valiosas contribuições prestadas ao IFS (REITORIA/IFS); Pesquisador da FAPITEC/SE-BIBIC/Jr-CNPq. Pesquisador do PIBIC/IFS. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação e Contemporaneidade/UFS. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Recursos Humanos, atuando principalmente nos seguintes temas: Treinamento das Habilidades Sociais, Engenharia Neurodidática, Engenharia Didática, Teoria das Situações Didáticas, Teoria Antropológica do Didático, Teorias da Aprendizagem (Dificuldade de Aprendizagem), Formação de Professores de Matemática, desde 1989. É consultor de cursos de pós-graduação em Educação Matemática, Psicopedagogia e Metodologia do Ensino de Matemática. É autor de livros e artigos publicados em periódicos nas áreas de Neurociências, Psicopedagogia e de Educação Matemática. Atualmente é Docente do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Sergipe - IFS (desde 1993) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe - UFS (desde 2015), tendo como áreas de concentração a Didática da Matemática e a Neurociência Cognitiva; Criador e Editor-Chefe de Caminhos da Educação Matemática em Revista (impressa, 2008 e online, 2014/IFS); Coordenador do GEPEM - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (IFS); Coordenador do neuroMATH - Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática (IFS). Colunista do Jornal Planeta (Brasília, BR). Pró-Reitor de Ensino do Instituto Federal de Sergipe - IFS (em 2010).



EDITORA
IFS



INSTITUTO FEDERAL
Sergipe

