

ATIVACÃO DOS MECANISMOS ATENCIONAIS EM TAREFAS TRIGONOMÉTRICAS



Laerte Fonseca
Estaner Romão

**ATIVAÇÃO DOS MECANISMOS
ATENCIONAIS EM TAREFAS
TRIGONOMÉTRICAS**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SERGIPE (IFS)**

PRESIDENTE DA REPÚBLICA

Jair Messias Bolsonaro

MINISTRO DA EDUCAÇÃO

Milton Ribeiro

**SECRETÁRIO DA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E
TECNOLÓGICA**

Ariosto Antunes Culau

REITORA DO IFS

Ruth Sales Gama de Andrade

PRÓ-REITORA DE PESQUISA E EXTENSÃO

Chirlaine Cristine Gonçalves

LAERTE FONSECA
ESTANER ROMÃO

**ATIVAÇÃO DOS MECANISMOS
ATENCIONAIS EM TAREFAS
TRIGONOMÉTRICAS**



**INSTITUTO
FEDERAL**

Sergipe
Aracaju
2023

Copyright© 2023 - IFS

Todos os direitos reservados para a Editora IFS. Nenhuma parte desse livro pode ser reproduzida ou transformada em nenhuma forma e por nenhum meio mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer sistema de armazenamento de informação, sem autorização expressa dos autores ou do IFS.

Editora-chefe (Coordenadora de Publicações)

Kelly Cristina Barbosa

Planejamento e Coordenação Gráfica

Laerte Fonseca

Estaner Romão

Projeto Gráfico da Capa

Joais Pereira da Silva

Diagramação

Erik Daniel dos Santos

Avaliador ad hoc

Cochiran Pereira dos Santos

Danilo Olímpio Gomes

Revisão

Profª MSc. Tânia Regina Barbosa de Sousa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F676a Fonseca, Laerte Silva da.
Ativação dos mecanismos atencionais em tarefas trigonométricas[recurso eletrônico] /Laerte Silva da Fonseca, Estaner Claro Romão. –Aracaju: EDIFS, 2023.
114 p. il.

ISBN: 978-85-9591-156-7.

1.Ensino-matemática. 2.Ativação Mecanismos. 3.Trigonometria.
I. Romão, Estaner Claro. II. Título.

CDU: 514.11

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Kelly Cristina Barbosa CRB 5/1637

[2023]

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS)

Avenida Jorge Amado, 1551. Loteamento Garcia, Bairro Jardins.

Aracaju/SE. CEP: 49025-330

TEL.: +55 (79) 3711-3222 E-mail: edifs@ifs.edu.br

Impresso no Brasil

Conselho Científico

Chirlaine Cristine Gonçalves

Pró-reitora de Desenvolvimento Institucional

Jaime José da Silveira Barros Neto

Diretor de Desenvolvimento Institucional

José Wellington Carvalho Vilar

Área: Ciências Exatas e da Terra

Diego Lopes Coriolano

Área: Engenharias (titular)

Herbet Alves de Oliveira

Área: Engenharias (suplente)

Adeline Araújo Carneiro Farias

Área: Ciências Humanas

Alexandre Santos de Oliveira

Área: Ciências Sociais Aplicadas

João Batista Barbosa

Área: Ciências Agrárias

Manoela Falcon Gallotti

Área: Linguística, Letras e Artes

Sheyla Alves Rodrigues

Área: Ciências Biológicas

Membros Externos

Flor Ernestina Martinez Espinosa - FIOCRUZ

Odélsia Leonor Sanchez de Alsina - UFCG

Mirian Sumica Carneiro Reis - UNILAB

Claudio Cledson Novaes - UEFS

Caique Jordan Nunes Ribeiro - UFS

Lucas Molina - UFS

Murilo Lopes Martins - IF Sudeste MG

Eliane Maurício Furtado Martins - IF
Sudeste MG

Zélia Soares Macedo - UFS

Mario Ernesto Giroldo Valério - UFS

Ana Aparecida Vieira de Moura - IFRR

Josilene de Souza - IFRN

Charles dos Santos Estevam - UFS

Editoração

Kelly Cristina Barbosa - Bibliotecária

Produção Visual

Jéssika Lima Santos - Diagramador

Júlio César Nunes Ramiro - Técnico em Artes Gráficas



PREFÁCIO

Década do cérebro e da consciência: avanços da neurociência a serviço da aprendizagem

Quando eu era criança, costumava ouvir uma frase que hoje já não escuto mais: “Pau que nasce torto não adianta, morre torto”. Essa frase traz em si a crença de que as pessoas não mudam e são predeterminadas ao nascerem. De encontro com essa posição, tradições da psicologia behaviorista não só mostram que os comportamentos mudam como podem até ser controlados.

John B. Watson em seu livro intitulado *“Psychology as the Behaviorist views it”*, baseou-se nos resultados dos estudos de Pavlov e Bechterev para explicar, de modo claro e mensurável, que o comportamento humano é extremamente influenciado por determinados estímulos externos, sendo, portanto, possível elicitar uma determinada reação humana a partir de sessões de condicionamento.

Burrhus Frederic Skinner levou essa ideia para a escola, considerando o condicionamento com elemento fundamental para a aprendizagem. A partir de então, e durante muito tempo, o aprendizado foi compreendido como mudança comportamental. Skinner estabeleceu o conceito de condicionamento operante ao lado da ideia de reflexo condicionado proposto e explicado por Pavlov.

Enquanto o reflexo condicionado é uma reação a um estímulo causal, o condicionamento operante é um processo que recompensa determinado comportamento que se quer moldar no indivíduo.

Assim, uma vez estabelecido o condicionamento operante, basta que um estímulo seja apresentando para que o indivíduo apresente determinado comportamento.

Dessa forma, enquanto o reflexo condicionado é um estímulo que elicitava um comportamento, o condicionamento operante é um hábito desenvolvido e estabelecido pelo treinamento por qual passa um indivíduo.

Foi assim que Skinner buscava modelar o ser humano a partir do behaviorismo. Um grande problema dessa linha de pensamento é que ela considerava o cérebro como sendo uma complexa e maravilhosa caixa-preta, ou seja, que não se mostrava ao estudo e que, portanto, só poderia ser estudado por meios indiretos.

Nesse sentido, os estudos sobre a compreensão humana se baseavam num processo de inputs e outputs: as ações eram planejadas e aplicadas em condições de sala de aula com vistas a mudar o comportamento dos alunos. Quando isso ocorria validavam-se as ações pedagógicas, mas não se tinha um modelo de como o cérebro funcionava.

Outro problema é que o behaviorismo negava a existência do livre-arbítrio humano, afirmando que todo o nosso comportamento é estabelecido por processos condicionadores desencadeado pelo meio em que vivemos.

Isso era diferente dos horizontes da filosofia existencialista de Kierkegaard, Sartre, Heidegger, entre outros, que entendiam que a melhor forma de se conhecer uma pessoa é por meio do que ela é e o que ela irá se tornar e não do que ela faz.

Mas é possível saber o que a pessoa é e em que ela se tornará se não temos acesso ao seu cérebro? Se não conhecemos

aquilo que se processa lá dentro? Como emoção, pensamento, sentimentos não observáveis, esses temas não foram estudados pelos behavioristas e, desse modo, concluiu-se a ideia de que o behaviorismo desumanizava o ser humano.

A partir de então, discussões sobre o cérebro passaram a ser estabelecidas. Dentre elas, talvez a mais famosa e polêmica de todas: a dualidade mente e corpo. Surgiu, neste contexto, a analogia computacional de que o cérebro, o corpo, seria o Hardware, enquanto a mente, o software.

Muitos modelos para se descrever os processos cognitivos foram criados: A Epistemologia Genética de Piaget, o Socioculturalismo de Vigotski, Aprendizagem Significativa de Ausubel, entre outros. Contudo eram modelos que não podiam ser comprovados, pois o cérebro continuava inobservável.

Nos anos de 1990, o governo dos EUA resolveu implementar um aumento significativo nos investimentos voltados ao estudo do cérebro, esse pequeno órgão responsável por apenas 2% do nosso peso, mas que consome 20% de nossa energia. Essa iniciativa, que se estabeleceu com a criação do BRAIN (*Brain Research Through Advancing Innovative Neurotechnologies*), reuniu esforços de importantes universidades, centros de pesquisas e indústrias, dando início a uma fase conhecida como a “década do cérebro”, resultando em avanços importantes nos conhecimentos da Neurociência.

O cérebro, antes uma caixa-preta inviolável, passou a ser observado em ação por imagens de moderníssimos aparelhos de ressonância magnética funcional (fMRI), o objetivo agora não é mais conhecer as bases do comportamento humano, mas o fundamento biológico da consciência.

Este livro, escrito pelos professores Laerte Silva da Fonseca e Estaner Romão, claro, busca contribuir com essa discussão iluminando a maneira como os processos de atenção, tão importantes para a cognição, podem ser ativados em aulas de matemática, especialmente no ensino de trigonometria, para que os alunos possam ter êxito.

Parabenizo os autores pelo esforço na direção de trabalho tão importante e nobre como esse da educação matemática. Se há uma temática social que merece os nossos maiores e melhores esforços é aquela que trata dos sonhos, das expectativas e do futuro de nossos jovens e crianças.

Espero que essa obra possa desencadear nos leitores o desejo profundo de contribuir para práticas significativas com seus alunos em aulas de matemática.

Boa leitura.

Prof. Dr. Marco Aurélio Alvarenga Monteiro

Livre Docente, Doutor e Mestre em Educação para a Ciência
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) Professor
da UNESP e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência
(UNESP/Bauru), no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências
- Mestrado Acadêmico da Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI e
no Programa de Pós-Graduação em Projetos Educacionais - Mestrado
Profissional da Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São
Paulo - EEL/USP

SUMÁRIO

PREFÁCIO	07
INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO 1 - Noções matemáticas fundamentais para Educação Básica	16
1.1 O rastreamento no cenário nacional: as CCs dos ENEM's	18
1.2 O rastreamento no cenário internacional: alguns periódicos indexados	47
CAPÍTULO 2 - Princípios da psicologia e neurociência cognitiva que abrigam as investigações sobre ativação dos mecanismos atencionais	60
2.1 Psicologia e neurociência cognitiva: um recuo a história	60
2.2 Estruturas cerebrais recrutadas para a ativação dos mecanismos atencionais: breve apresentação da neuroanatomia da atenção	66
2.3 Funcionamento cerebral dos mecanismos atencionais: breve apresentação da neurofisiologia da atenção	72
CAPÍTULO 3 - Descrição dos principais elementos dos estímulos atencionais que devem estar presentes na concepção e elaboração de tipos de Tarefas que pretendam evocar as noções de trigonometria fundamentais consideradas nesse estudo	77
3.1 Avaliação os tipos de Tarefas trigonométricas disponíveis em um livro didático mediante os critérios da estimulação da atenção	79
CONSIDERAÇÕES FINAIS	92
REFERÊNCIAS	97
POSFÁCIO	108
SOBRE OS AUTORES	111



INTRODUÇÃO

O objetivo geral dessa obra foi compreender como os mecanismos atencionais, quando direcionados aos tipos de Tarefas responsáveis pela evocação de alguma noção matemática fundamental, podem ser ajustados em prol do êxito esperado.

Para tanto, optou-se por subdividi-la em três estudos:

- Estudo 1 - Identificar e definir uma noção matemática fundamental, sendo essa apontada pelos alunos da Educação Básica como a mais complexa;
- Estudo 2 - Estabelecer as aproximações entre os princípios da psicologia e neurociência cognitiva que ativam os mecanismos atencionais em tipo de tarefas matemáticas;
- Estudo 3 - Descrever os principais elementos dos estímulos atencionais que devem estar presentes na concepção e elaboração de tipos de Tarefas que pretendam evocar a noção matemática fundamental separada para esse estudo, a partir da análise de um livro didático.

Esses intentos repousam sobre as justificativas de contribuir para a diminuição dos índices de reprovação e evasão escolar provocados pela dificuldade de aprendizagem de algumas noções matemáticas fundamentais causadoras do insucesso da transição entre o Ensino Médio-Ensino Superior(EM-ES), bem como no auxílio e concepção dos tipos de Tarefas que evoquem algumas noções

matemáticas fundamentais e, por fim, na necessidade de mostrar às instituições (governamentais, formadoras, implementadoras) a urgência de atualização das políticas de desenvolvimento educacional considerando novas bases teóricas, emergentes das pesquisas de campo (básica e aplicada) da psicologia e da neurociência cognitiva.

Nesse sentido, a motivação inicial para o desenvolvimento desse estudo considerou o problema do insucesso da transição do ensino das Funções Trigonométricas entre o EM-ES, uma vez que, constatado por Fonseca (2015), uma das causas desse insucesso reside na programação das tarefas não considerarem os princípios da neurociência cognitiva, sobretudo, os que residem na neuroanatomofisiologia da Memória de Longo Prazo (MLP).

Tal mobilização impulsionou o estudo da função cognitiva *atenção* a partir dos tipos de Tarefas responsáveis pela evocação de algumas noções matemáticas fundamentais. Por princípio, sendo a aprendizagem o último nível ou função cerebral no cenário da circuitaria das funções cognitivas que se desenvolve em meio a uma hierarquia, pode, essa função, também ser compreendida como um subconjunto da MLP que, por sua vez, é acionada pela Memória de Curto Prazo (MCP) quando a informação (estímulo) é conduzida pela função cognitiva atenção. Como no estudo de Fonseca (2015) houve comprometimento da MLP, então, acreditou-se residir sob a função atenção, problemas de natureza institucional.

Desse entendimento, foi possível inferir a seguinte hipótese: A função cognitiva atenção não é ativada no confronto do aluno com os tipos de Tarefas encontrados nos documentos oficiais, particularmente, nos livros didáticos de Matemática da Educação

Básica que pretendem evocar algumas noções matemáticas fundamentais.

Decorrente dessa problemática delineou-se a seguinte questão de pesquisa: Quais princípios da psicologia e da neurociência cognitiva podem fundamentar a ativação dos mecanismos atencionais para a realização de tarefas matemáticas, cujo desempenho seja satisfatório, ou seja, facilitando a formação da MLP?

Sob o abrigo desse contexto, foi descrito na sequência, sob o alicerce da pesquisa bibliográfica e documental, os principais resultados encontrados que apontaram para um padrão bronze (ou mínimo) nas tarefas relacionadas as noções basais de trigonometria no triângulo retângulo, contribuindo para que os distratores ambientais sobressaíssem diante das expectativas docentes e institucionais.

Como pilares teóricos principais buscou-se intercalar os conhecimentos da psicologia cognitiva de Sternberg (2010), com os da neurociência cognitiva de Gazzaniga *et al.* (2006) para compreender o desenvolvimento dos processos cognitivos, sobretudo, aqueles que se referem a atenção seletiva. Somam-se a esse time as discussões do brasileiro Lent (2002, 2008) e as principais descobertas sobre os mecanismos atencionais (*bottom-up* e *top-down*) de Mesulam (1999) e Posner e Petersen (1990) no que se refere as variáveis envolvidas no controle da atenção seletiva: tempo de reação (TR) e Erros (E).

O diálogo entre a psicologia e a neurociência cognitiva fica ainda mais claro e evidente quando são apresentados princípios cognitivos (PC) investigados por Willingham (2011) derivados do princípio fundamental: como as pessoas pensam e aprendem.

Com isso, foi possível identificar que três desses princípios são responsáveis pela ativação do mecanismo atencional *bottom-up*: “PC1: As pessoas são naturalmente curiosas, mas não são boas em pensar; PC5: Proficiência requer prática; PC8: A inteligência pode ser modificada por meio de esforço contínuo” (ibidem, 2011, p. 193) e mais três responsáveis pelo acionamento do mecanismo atencional *top-down*: “PC2: Conhecimento factual precede habilidade; PC3: Memória é o resíduo do raciocínio; PC4: Compreender novas coisas a partir daquilo que já sabemos” (ibidem, 2011, p. 193).

Ao final do presente texto foram elencadas considerações que justificam a necessidade de considerar as expectativas cerebrais para a apresentação de noções trigonométricas, bem como qualquer outra noção da matemática ou do conhecimento.



CAPÍTULO 1

Noções matemáticas fundamentais para Educação Básica

Implementar um projeto de pesquisa significa correr o risco entre o que se pretendia à época de sua concepção e deparar-se com possíveis dificuldades para alcançar os objetivos elencados.

Esse foi um ponto importante para ser destacado, visto que a ambição do primeiro objetivo específico – *Identificar e definir três noções matemáticas fundamentais, sendo as apontadas como mais complexas pelos alunos da Educação Básica* – tomaria muito mais tempo do que foi previsto. Além desse, outro fator que precisou ser recortado refere-se ao procedimento metodológico para alcançar o objetivo em tela: *Levantar, na literatura, as noções matemáticas fundamentais e selecionar as três mais importantes*.

Inicialmente, limitou-se o termo “literatura” aos artigos publicados em periódicos indexados pela CAPES, Dissertações e Teses publicados/defendidas nos últimos cinco anos, bem como trabalhos em forma de Comunicação Científica (CC) de eventos atrelados a área de Educação Matemática no Brasil, principalmente, o Encontro Nacional de Educação Matemática/ENEM.

Os artigos poderiam ser rastreados a partir da plataforma Sucupira, onde os extratos do Qualis serviriam como um robusto indicador para identificar os trabalhos que auxiliassem na pesquisa. As Dissertações e Teses seriam investigadas nos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, por entender que neles

residem um interesse legítimo em objetos de pesquisa diretamente ligados a aprendizagem matemática.

Entretanto, ao avaliar o cronograma apresentado no projeto inicial, considerou-se que os prazos seriam curtos para dar conta de uma dose significativa do levantamento documental. Por esse motivo, decidiu-se focar nas CC apresentadas nos últimos cinco ENEM's (2019, 2016, 2013, 2010 e 2007), cujos livros de Anais estão disponíveis na página virtual da Sociedade Brasileira de Educação Matemática/SBEM.

Vale salientar que as características das CCs satisfazem as exigências de artigos científicos, bem como os trabalhos de Dissertações e Teses. Logo, serviram como um nicho potencial para pinçar noções matemáticas consideradas complexas pelos alunos da Educação Básica, pois nele sobrevivem uma variedade de temáticas que causam impacto na aprendizagem matemática.

Outro aspecto que precisou ser redimensionado refere-se à quantidade de noções matemáticas indicadas no projeto (três), reduzindo-a para uma, considerando os trabalhos de pesquisa do próprio pesquisador: Fonseca (2015, 2011 e 2002). Nessas investigações, o campo da trigonometria, seja ele tratado no triângulo retângulo ou no círculo trigonométrico, protagoniza as fragilidades e dificuldades de aprendizagem de alunos da Educação Básica. Conforme Fonseca (2019), a impossibilidade de visualizar o “invisível” aos olhos cria nos estudantes uma ansiedade que dificulta o processamento cerebral da informação, como por exemplo, localizar geometricamente em um triângulo retângulo o resultado do $\text{sen } (30^\circ)$.

No que tange a trigonometria circular, o estudo desenvolvido pelo mesmo pesquisador em 2011, revelou que sem uma

ferramenta tecnológica (computadores, softwares etc.), os alunos não conseguem compreender os papéis dos coeficientes a , b , c e d na função $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$, com $D(f) \in \mathbf{R}$, visto que utilizando papel e lápis, a representação gráfica das funções circulares torna-se uma tarefa muito complexa, considerando que o uso de software permite que os estudantes (re)descubram os papéis dos citados coeficientes. A dificuldade aumenta ainda mais se a tarefa for “representar graficamente” a função $g(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$, com $D(g) \in \mathbf{R}$ (FONSECA, 2012).

Nesses termos, entendeu-se como suficiente focar no campo trigonométrico para dar seguimento a presente investigação, pois alcançar o terceiro objetivo a partir da noção em tela, já representará uma significativa contribuição para o ensino e aprendizagem no campo trigonométrico.

1.1 - O rastreamento no cenário nacional: as CCs dos ENEM's

Tomando-se a noção de “trigonometria e de funções trigonométricas” como fio condutor aplicados as CCs dos últimos cinco ENEM's, obteve-se os resultados apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 - Comunicações Científicas (CCs) apresentadas no ENEM's.

Número de ordem do evento	Noção Matemática indicada nos títulos dos trabalhos	Frequência absoluta na edição investigada	Frequência relativa na edição investigada (%)
01 – XIII, 2019 (891 CC = 100%)	Trigonometria, Funções Trigonômétricas	15	1,68
02 – XII, 2016 (971 CC = 100%)	Trigonometria, Funções Trigonômétricas	09	0,92

03 – XI, 2013 (710 CC = 100%)	Trigonometria, Funções Trigonométricas	08	1,13
04 – X, 2010 (541 CC = 100%)	Trigonometria, Funções Trigonométricas	02	0,36
05 – IX, 2007 (279 CC = 100%)	Trigonometria, Funções Trigonométricas	00	0,00
06 – V, 1995 (175 CC = 100%)	Trigonometria, Funções Trigonométricas	00	0,00

Fonte: Anais dos ENEMs, Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>>, acessados no intervalo de 07 a 15 de setembro de 2021.

Alguns elementos disponíveis no Quadro 1 são notáveis marcadores que interessam a presente investigação, tais como: o aumento do número de CCs, com exceção do XII para XIII ENEM, o crescimento de pesquisas direcionadas ao campo trigonométrico (Trigonometria e Funções Trigonométricas) que, de certa forma, corrobora para atualizar as indicações afirmadas em Fonseca (2015).

Com efeito, para além de indicadores quantitativos os trabalhos relativos aos percentuais indicados na quarta coluna do Quadro 1 auxiliaram na pesquisa desvelando conclusões que permitiram a concepção de uma base sólida quando pretendeu-se descrever os principais elementos dos estímulos atencionais que devem estar presentes na concepção e elaboração de tipos de Tarefas¹ que pretendam evocar as noções matemáticas fundamentais separadas para esse estudo.

¹ Na presente pesquisa utilizou-se a denominação “tipo de Tarefa(s)”, conforme perspectiva desenvolvida por Chevallard (1992). Para esse autor essa expressão refere-se a forma generalizada para propor que o aluno entre em atividade matemática. Nesses termos, o autor indica o uso de verbos no indicativo para apresentar as questões: “calcular, determinar, resolver, demonstrar etc. (CHEVALLARD, 1992, 1994, 1998).

Antes mesmo de começar a apresentar e discutir o teor dessas investigações, torna-se necessário explicar a indicação do V ENEM no Quadro 1.

Por ter sido realizado no Estado de Sergipe, campo da presente pesquisa, avaliou-se importante tomar conhecimento de como o campo trigonométrico era compreendido em sua natureza e importância. Segundo o levantamento apresentado no Quadro 1, não ocorreram CCs, o que se pode deduzir que essa lacuna representa uma necessidade de produção científica, seja pelas dificuldades de materiais disponíveis à época, seja pela ausência de interesse de pesquisadores locais (não identificados nos anais do V ENEM), bem como pelo apontamento de outras noções matemáticas consideradas mais importantes.

Ainda assim, apesar de não terem sido quantificadas, foi possível encontrar nos livros de Anais dos ENEM's trabalhos na categoria de Relatos de Experiências, Minicursos e Palestras que abordavam sobre alguma problemática o campo trigonométrico.

Diante disto, iniciando o levantamento pelo X ENEM, duas CCs inauguram as discussões: Klein (2010) e Lopes e Andrade (2010). No Quadro 2 reuniu-se pistas sobre esses trabalhos.

Quadro 2 - Comunicações Científicas relativas ao Campo Trigonométrico apresentadas no X ENEM.

Autor/Ano	Título	Objetivo
Klein (2010)	O ENSINO DE TRIGONOMETRIA SUBSIDIADO PELA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E PELA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	“...discutir uma metodologia de ensino que possa contribuir para uma construção significativa dos conceitos envolvidos no campo conceitual da trigonometria” (p. 1)

Lopes e Andrade (2010)	POTENCIALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA NA SALA DE MATEMÁTICA: UM EXEMPLO COM ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA	“...analisar as potencialidades do <i>software Geogebra</i> na construção dos conceitos básicos de Trigonometria” (p. 1)
------------------------	---	--

Fonte: Anais do X ENEM, Disponível em <<https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/>>, acessados em 15 de setembro de 2021.

Esses trabalhos revelam a preocupação com a aprendizagem trigonométrica a medida em que se fundamentam em teorias e/ou recursos didáticos para mobilizar noções básicas da trigonometria.

Klein (2010), buscou implementar as orientações teóricas de Ausubel e Vergnaud para elaborar oito situações que partiam das razões trigonométricas até as funções circulares. Um dado que chamou atenção foi a utilização do *software Graphmatica* para aplicar no estudo das funções trigonométricas. Para a pesquisadora, dar significado aos constructos teóricos dos autores utilizados em sua investigação permitiu uma autonomia aos estudantes, bem como aumento de interesse pelo conteúdo, modificação do ambiente de aprendizagem e inovação no processo ensino-aprendizagem.

Por outro lado, Lopes e Andrade (2010), resolveram apostar no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), apresentando a um grupo de licenciandos em Matemática o *software Geogebra* para realizarem atividades que tratavam das razões trigonométricas no triângulo retângulo, bem como no ciclo trigonométrico. Para os pesquisadores, os alunos da licenciatura sentiram mais facilidade ao disporem dos recursos tecnológicos para compreenderem os conceitos atrelados as noções em tela.

A título de informação outros cinco trabalhos abordaram noções relativas ao círculo trigonométrico na forma de minicurso, pôster e relato de experiência. Chama a atenção dessa pesquisa que, apesar de não serem classificados como CCs, os referidos autores se debruçaram para mobilizar discussões no que tange a trigonometria.

No minicurso de Gil e Mendes (2010) os autores optaram pela proposição de atividades manipulativas sobre introdução das noções trigonométricas, objetivando “favorecer o exercício cognitivo dos professores acerca do assunto bem como dar-lhes subsídios metodológicos para abordar o assunto em sala de aula” (GIL e MENDES, 2010, p. 1).

O pôster de Pinheiro, Pereira e Barbosa (2010), objetivou “... mostrar como o *Geoplano Circular* pode ser um recurso facilitador da aprendizagem de conceitos significativos em trigonometria” (ibidem, 2010, p. 1).

Os três relatos de experiência, pela sua própria natureza, abordaram esforços desenvolvidos pelos autores. Para Silva (2010) valer-se de material manipulativo ajuda a valorizar as noções trigonométricas, e a matemática como uma área do conhecimento. Já para Silva e Frota (2010), envolver os alunos em situações práticas foi primordial para o desenvolvimento da experiência. Tais situações remetiam-se a problemas apresentados em forma de textos, mas que se referiam a episódios nos quais a aplicação de conceitos trigonométricos seria necessária para solucioná-los. Por fim, o relato de Vazquez (2010) pautou-se no desenvolvimento de atividades que tornassem significativas a aprendizagem de conceitos trigonométricos, cujos protagonistas eram os próprios alunos.

Fica evidente que as preocupações desses autores, sejam nas CCs, sejam nas outras modalidades de participação no X

ENEM, repousaram sobre esforços para diminuir as dificuldades de aprendizagem relativas as noções trigonométricas, o que aponta positivamente para um *ensino democrático, ativo* e mais próximo de *sentido* e *significado* para os estudantes. Essas quatro últimas propriedades podem ser consideradas como sinais dos marcadores (M_{ma}) que justificam a evocação dos mecanismos atencionais do cérebro e serão codificados como (M_{ma1}).

Com um salto de seis trabalhos a mais, o XI ENEM reuniu oito CCs que tratam do objeto investigado nesta pesquisa.

Figueiredo (2013) se propôs a

identificar elementos constituintes das atividades de prática em sala de aula que contribuem para a construção das competências pedagógicas dos acadêmicos-professores na formação inicial em Matemática com o *Software Geogebra* (ibidem, 2013, p. 1).

Apesar de não constar no objetivo dessa pesquisa, o autor enfoca as noções de funções trigonométricas seno, cosseno e tangente, concluindo que a interação dos alunos por meio de uma geometria dinâmica promove uma melhoria na prática docente e um aprendizado mais consistente.

Fonte e Muniz (2013) intitularam sua pesquisa de “Coordenadas polares no Ensino Médio: contribuições para o ensino e aprendizagem em trigonometria e números complexos”, apesar de definir o objetivo principal como “contribuir para o ensino e aprendizagem de Números Complexos” (Ibidem, 2013, p. 1), segundo os autores os elementos trigonométricos como raio, ângulos, valores das abscissas e ordenadas ganharam sentido já que possuíam representações geométricas (visíveis) associadas.

Na investigação de Mota, Jucá e Pinheiro (2013) o objetivo foi “realizar uma análise dos erros cometidos por alunos ao resolver

questões de relações trigonométricas no triângulo retângulo, especificamente as relações seno e cosseno” (Ibidem, 2013, p. 1).

A principal conclusão que os autores alcançaram repousa no fato dos estudantes não compreenderem as definições das razões trigonométricas, bem como na identificação dos elementos de um triângulo retângulo.

Outra contribuição foi identificada no trabalho de Nascimento (2013) que objetivou “investigar as potencialidades do ensino-aprendizagem da Trigonometria na perspectiva da Resolução e exploração de Problemas [...]” (Ibidem, 2013, p. 1). Para o referido pesquisador as diferentes metodologias implementadas no âmbito do ensino-aprendizagem da trigonometria possibilitaram mais reflexões dos alunos, desenvolvimento da crítica e que a sala de aula se tornasse um ambiente mais vivo, considerando o engajamento dos estudantes.

Na sequência Oliveira, Cardoso e Souza Júnior (2013), afirmaram que o objetivo principal foi “promover uma reflexão sobre os resultados da validação de um objeto de aprendizagem no formato de videoaula para o conteúdo de funções trigonométricas” (Ibidem, 2013, p. 1). Não diferente dos resultados anteriores, a aplicação de ferramentas alternativas, como a videoaula, reduziu significativamente a resistência dos alunos no que tange a aprendizagem das funções circulares, pois estimula a conceituação e manipulação dessas.

Outro movimento que pode ser entendido como paralelo aos esforços dos pesquisadores anteriores é o de Pereira (2013) que, apesar de não deixar claro seu objetivo, provavelmente analisou o alcance e limitações de uma proposta para o ensino das funções trigonométricas utilizando-se da teoria da aprendizagem

significativa. Segundo a pesquisadora, um alcance decorrente da aplicação da teoria revelou que os alunos conseguiram articular o conteúdo a realidade enquanto um fator limitante foi a assimilação dos conceitos da geometria euclidiana plana.

Optando pela ludicidade na sala de aula, Poloni e Lobo da Costa (2013), delimitaram-se a “discutir parte de uma metodologia de formação de professores de matemática que abordou o uso de jogos para explorar tópicos de trigonometria” (Ibidem, 2013, p. 1). Conforme as autoras, as conclusões da pesquisa, ainda parciais, apontam para uma avaliação positiva dos professores na utilização dos jogos como recurso didático relevante para aprendizagem da noção em tela, não excluindo a mediação do professor durante o processo de aprendizagem.

Para concluir a garimpagem nesse XI ENEM, Reis e Allevato (2013) estruturaram uma inquirição objetivando “analisar uma prática de ensino de Trigonometria no triângulo retângulo” (Ibidem, 2013, p. 1). Baseando-se na Teoria das Situações Didáticas, concluíram que a socialização dos alunos para resolução dos exercícios em classe desenvolveu a criatividade e autonomia deles, fator importante para Brousseau. O Quadro 3 abaixo auxilia uma visão geral dos trabalhos discutidos acima.

Quadro 3 - Comunicações Científicas relativas ao Campo Trigonométrico apresentadas no XI ENEM.

Autor/Ano	Título
Figueiredo (2013)	ATIVIDADES PRÁTICAS INTEGRADAS AO COMPONENTE CURRICULAR: O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Fonte e Muniz (2013)	COORDENADAS POLARES NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS
Mota, Jucá e Pinheiro (2013)	UMA ANÁLISE DE ERROS NAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO
Nascimento (2013)	TROGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA
Oliveira, Cardoso e Souza Júnior (2013)	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS EM VÍDEOAULAS: POSSÍVEL CONTRIBUIÇÕES PARA APRENDIZAGEM
Pereira (2013)	APRENDIZAGEM EM TRIGONOMETRIA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.
Poloni e Lobo da Costa (2013)	FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E O USO DOS JOGOS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA
Reis e Allevato (2013)	TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

Fonte: Anais do XI ENEM, Disponível em <<http://sbem.iuri0094.ospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/>>, acessados em 15 de setembro de 2021.

Com efeito, é notável que as investigações arroladas no Quadro 3 mobilizam esforços para dirimir as dificuldades de aprendizagem no campo trigonométrico, utilizando-se de alguma teoria de aprendizagem, evidência positiva para dar o tom de cientificidade esperado pelas CCs.

Cabe salientar que esses trabalhos ajudam a romper com o padrão obsoleto de apresentar as noções trigonométricas usando “quadro e giz”, apenas. Na contramão da insuficiência da aula expositiva, eles mobilizam as motivações intrínsecas dos alunos

por meio da apropriação e uso de recursos diferenciados, como o computador, softwares, vídeos e jogos. Assim, demonstram que é possível tornar a aprendizagem das noções de trigonometria e de suas funções menos complexas para os estudantes, ao tempo que permitem o protagonismo discente no meio escolar.

Outro fator que é possível destacar a partir dos Quadros 2 e 3 é que os cursos de formação inicial e continuada de professores dispõem de significativos resultados de pesquisas para auxiliar na atualização dos licenciandos em matemática, vislumbrando-se, conseqüentemente, adaptações nos currículos da Educação Básica para além das indicações da BNCC (BRASIL, 2018).

Quanto aos professores em serviço, dispor dessas pesquisas é permitir-se perceber como um profissional (in) completo, já que as mudanças ocorrem em todo o tempo no mundo inteiro e, dessa forma, a sala de aula de matemática não poderia ficar à deriva sob a penalidade de continuar fortalecendo crenças disfuncionais e desadaptativas sobre essa área do conhecimento, tais como: “matemática é para poucos”, “quem não sabe matemática é burro” etc.

Dessa forma, os marcadores dos mecanismos atencionais podem ser associados a propriedades como (M_{ma2}): *uso de software (Geogebra), atribuição de sentido por meio da representação geométrica, uso de diferentes metodologias de ensino, implementação da ludicidade (jogos) e atividades que promovam a socialização entre os alunos.*

Dando seguimento ao rastreamento de CCs adentra-se no XII ENEM, onde nove pesquisas foram identificadas com interesse no campo trigonométrico, conforme dispõe-se no Quadro 4.

Quadro 4 - Comunicações Científicas relativas ao Campo Trigonométrico apresentadas no XII ENEM.

Autor/Ano	Título	Objetivo
Assis (2016)	RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENO, COSSENO E TANGENTE, COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO, POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO	“...possibilitar a alunos do 1º ano do ENSINO MÉDIO, a partir do uso de material concreto, a construção do conceito de seno, cosseno e tangente, como uma relação em um ângulo agudo de um triângulo-retângulo.” (p. 1)
Figueiredo e Lobo da Costa (2016)	TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM E A COMPREENSÃO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CICLO	“... evidenciar a compreensão dos licenciandos de conceitos relativos às relações trigonométricas no ciclo.” (p. 1)
Gonçalves e Lage (2016)	FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA	“...analisar e descrever algumas formas de pensamento matemático evidenciadas nas estratégias de resolução em questões de trigonometria.” (p. 1)
Ramalho e Bittar (2016)	TRIGONOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	“...caracterizar a proposta de ensino de trigonometria em livros do 9º ano do ensino fundamental aprovada pelo Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD) do ano de 2014.” (p. 1)

Rocha e Laudares (2016)	OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ARCO SENO E ARCO COSSENO	“...compreender e propor alternativas de estudo, acerca da dificuldade apresentada pela maioria dos estudantes durante a introdução desse conteúdo nos ensinos Médio e Técnico, devido ao excesso de cálculos e a ausência de significado dessas funções, sobretudo as inversas arco seno e arco cosseno...” (p.1)
Santos e Santos (2016)	UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	“...desenvolver um estudo sobre a trigonometria no triângulo retângulo.” (p. 1)
Santos e Silva (2016)	UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE AS PRESCRIÇÕES E OS USOS QUE OS AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO FAZEM SOBRE O CONTEÚDO DE TRIGONOMETRIA	“...identificar as prescrições e os usos que os autores de Livros Didáticos de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental do PNLD-2014 adotam para o conteúdo de trigonometria.” (p. 1)
Santos, Silva e Cruz (2016)	A GÊNESE INSTRUMENTAL DO MATERIAL MANIPULATIVO RÉGUA TRIGONOMÉTRICA NO PROCESSO DE ENSINO- APRENDIZAGEM DO OBJETO MATEMÁTICO REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE	“...analisar, com base nas ações dos sujeitos, a Gênese Instrumental do MMRT no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante.” (p. 2)

Vieira, Fonseca e Silva (2016)	APRENDIZAGEM DAS NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: REFLEXÕES À LUZ DA NEUROCIÊNCIA COGNITIVA	“...refletir sobre a aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo considerando os princípios da neurociência cognitiva; e especificamente, investigar a natureza dos estímulos que promovem o disparo de potenciais de ação esperados pelo Sistema Nervoso Central quando o ponto de partida requisita a ação dos sistemas sensoriais: ativação da função cognitiva ‘sensação’. (p. 1)
---	---	---

Fonte: Anais do XII ENEM, Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/comunicacoes-cientificas-1.html>>, acessados em 15 de setembro de 2021.

Assis (2016) utiliza-se da teoria dos campos conceituais de Vergnaud para implementar suas ambições científicas que foram separadas em quatro momentos diferentes: a aplicação de um questionário para sondar aspectos relevantes ao grupo de alunos que participaram da pesquisa, tais como: “gosto pela disciplina matemática”, como ela é estudada fora da escola, se existia acompanhamento de terceiros fora da escola, qual a metodologia aplicada pelo professor dessa disciplina, sobretudo, em relação a trigonometria; na fase dois ocorreu a aplicação de um pré-teste que visava identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as três noções em tela; na terceira fase os alunos que obtiveram nota abaixo da média tiveram aulas de reforço no contra turno;

na penúltima etapa esses alunos desenvolveram atividades com materiais manipulativos para melhor compreender os conceitos trigonométricos. Por fim, os estudantes partilhavam suas descobertas e foram submetidos a um pós-teste para verificar se houve alteração na performance sobre as três noções trigonométricas. A autora concluiu que o uso de materiais manipulativos auxilia os alunos na atribuição de significados, tornando a aprendizagem trigonométrica mais compreensiva.

O trabalho de Figueiredo e Lobo da Costa (2016) sustentou-se na perspectiva de Piaget para analisar o processo de “equilibração” e em Simon, Tzur, Heinz e Kinzel que desenvolveram o conceito de trajetória hipotética de aprendizagem (THA). Por meio do *Design Based Research*, analisaram documentos, elaboraram o processo de formação, aplicando-o e analisando os resultados. Como resultado, as pesquisadoras destacaram que sempre que os alunos (licenciandos) atuam como protagonistas do processo ensino-aprendizagem que considera algum sistema tecnológico para “concretizar” a percepção das relações trigonométricas no ciclo torna-se possível compreendê-las de forma abstrata.

Outra forma de refletir sobre a mobilização das noções trigonométricas foi apresentada por Gonçalves e Lage (2016), priorizando o pensamento matemático ativado durante a resolução de questões trigonométricas. As pesquisadoras apontaram conclusões sobre a existência da necessidade de visualização dos objetos matemáticos, identificação de regularidades, investigação e utilização de formalidades das relações, bem como de operações matemáticas. Também destacaram que as dificuldades de aprendizagem dos alunos estão atreladas a percepção de textos, bem como a propriedades matemáticas, tais como generalização, formalização e abstração.

Ajustando o foco para a pesquisa documental, Ramalho e Bittar (2016), se interessaram por compreender e listar as propriedades da proposta para ensinar trigonometria no Ensino Fundamental presentes em um livro didático. Como base teórica utilizaram-se da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard e do Modelo Praxeológico Didático (MPD) de Gáscon. Descobriram que as técnicas de resolução de problemas (relativas ao saber-fazer) são acentuadamente valorizadas, em detrimento ao baixo nível de atividades relativas ao uso e apropriação das justificativas teóricas e o próprio desenvolvimento teórico (relativas ao saber) da trigonometria. Segundo essas autoras, tais características apontam uma tendência para um ensino clássico da trigonometria.

De modo pontual, os autores Rocha e Laudares (2016) fazem a opção pelo estudo das funções trigonométricas inversas arco seno e arco cosseno, considerando que no levantamento bibliográfico realizado por eles essas noções não são discutidas e nem suas aplicações na área técnica. Mesmo sem apresentar a base teórica utilizada na investigação, a menos da noção de Objeto de Aprendizagem (AO) anunciado por Wiley que relaciona o uso de *softwares* como *Geogebra* e *ExeLearning*, por exemplo, para viabilizar propostas de ensino-aprendizagem das noções escolhidas para a análise. A metodologia aplicada considerou os pressupostos de Zabala para a concepção de uma sequência didática. Sem justificar suas conclusões, os autores afirmaram que os objetivos foram alcançados deixando os resultados a margem para fundamentarem suas considerações finais.

A inquietação, no que tange ao interesse sobre pesquisar a aprendizagem ou o ensino do campo trigonométrico, levou os autores Santos e Santos (2016) a desenvolver um estudo na base

desse campo: a trigonometria no triângulo retângulo. Baseando-se na teoria de Vergnaud os pesquisadores implementaram uma investigação empírica com alunos do 2º ano do Ensino Médio a fim de identificarem os conhecimentos prévios sobre a temática definida no trabalho.

As atividades apresentadas aos voluntários da pesquisa permitiram concluir que os alunos não apresentavam os invariantes operatórios para resolverem as questões, visto que sentido, significado e significantes são constructos importantes considerados pela teoria selecionada para a pesquisa. Quanto a proposta para o ensino de trigonometria no triângulo retângulo, não foram identificadas ao longo do texto, a menos das três atividades selecionadas pelos autores para análise dos resultados: atividade 1 - relativa à caracterização do triângulo retângulo; atividade 2 - referente a noção de semelhança de triângulos e atividade 3 - dirigidas as razões trigonométricas em um triângulo retângulo.

Um retorno a investigações sobre o Livro Didático é marcado pelo trabalho de Santos e Silva (2016) que seleciona a trigonometria a partir de uma prévia justificativa pessoal, alegando suas próprias dificuldades nas disciplinas de “Cálculo I” de um curso de Licenciatura em Matemática. Lançando mão de uma pesquisa documental, as pesquisadoras revelaram que as prescrições mais presentes foram: “a resolução de problemas, a história da Matemática, os jogos, os recursos tecnológicos e os conhecimentos prévios dos alunos” (ibidem, 2016, p. 1).

O penúltimo trabalho pinçado do XII ENEM foi o dos autores Santos, Silva e Cruz (2016) que se utilizaram da abordagem instrumental para justificar o uso de material manipulativo, especificamente, a régua trigonométrica. A conclusão da

pesquisa permitiu que os autores verificassem que a aplicação desse artefato nas aulas de trigonometria ajuda os alunos a compreenderem melhor a redução de ângulos ao 1º quadrante, pois a manipulação do material auxilia na efetiva participação dos sujeitos da aprendizagem.

Por fim, Vieira, Fonseca e Silva (2016) sinalizam, pela primeira vez no rol das CCs dos últimos cinco ENEM's, os pressupostos epistemológicos da neurociência cognitiva como uma nova área para dialogar com os problemas apontados pelo ensino de matemática, especificamente, com a aprendizagem de noções trigonométricas. A fundamentação teórica muda radicalmente, apelando-se para analisar e considerar os processos basais da fisiologia neuronal apresentadas por estudiosos do campo em tela.

O trabalho analisou um livro didático eletrônico e concluiu que as tarefas disponíveis no material “podem servir como estímulos externos capazes de promover o disparo de grande quantidade de potenciais de ação ao longo dos neurônios” (ibidem, 2016, p. 1). Verificou-se que evidências a partir de uma sequência lógica, uso de cores, de movimento (usando os recursos do computador), configuraram significativa tendência a reflexões cognitivas dos alunos, fator esperado pelo cérebro para ativação da completa circuitaria neural: sensação, emoção, percepção, atenção, memória, funções executivas e aprendizagem.

Com efeito, os marcadores dos mecanismos atencionais identificados nessa edição do ENEM podem corresponder a características como (M_{ma3}): *uso de material manipulativo (atribuição de significado), protagonismo dos alunos, visualização dos objetos matemáticos (apelo geométrico), uso de software (Geogebra e ExeLearning), resolução de problemas, uso da história*

da matemática, materiais manipulativos e sequenciamento lógico considerando as cores e o movimento (via uso de software).

Chegando ao final dessa garimpagem, visitamos o livro de Anais do XIII ENEM (2019), priorizando as mesmas palavras chaves utilizadas nos anteriores. Foram identificadas 14 CCs que focalizaram seus interesses no campo trigonométrico.

Iniciando pelo trabalho de Alves, Duarte e Nachtigall (2019), apesar de não terem discriminado o objetivo da pesquisa, entende-se que o interesse dos autores foi em implementar o ensino de trigonometria a distância em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública. Explorou-se o uso de materiais didáticos adequados a essa modalidade de ensino. Conforme os autores, a experiência foi bem-sucedida, visto que a participação dos alunos, bem como o aumento nas notas finais foram potencialmente significativos.

Em Costa, Gonçalves e Allevato (2019), o objetivo foi

refletir sobre a possibilidade e a necessidade de abordar as funções trigonométricas como exemplo, serão abordadas as funções seno e cosseno promovendo a Resolução de Problemas no trabalho em sala de aula na Educação Básica, apresentando como o telefone celular pode potencializar o estudo dessas funções com o *software Geogebra*" (ibidem, 2019, p. 1).

Os autores testaram suas hipóteses de pesquisa implementando duas alternativas metodológicas indicadas pela Educação Matemática: uso das tecnologias e a resolução de problemas. Positivamente, utilizaram-se de uma ferramenta (o celular) disponível pela maioria dos alunos, bem como o *software* gratuito *Geogebra* contribuindo para a diversificação da apresentação dos conteúdos matemáticos na sala de aula. Assim,

concluíram que a participação dos alunos foi ativa e o processo de aprendizagem foi efetivo e agradável.

Outro movimento que se utiliza do rol metodológico da Educação Matemática repousa sobre a investigação de Jesuz *et al.* (2019), cujo objetivo não apresentado claramente pode ser compreendido como a implementação da modelagem matemática por meio do uso do *Geogebra* para instigar nos alunos a capacidade de investigação utilizando como pretexto o movimento das marés. Segundo os autores, os resultados apontaram para o desenvolvimento da motivação dos estudantes, facilitação da aprendizagem e a promoção de um debate interdisciplinar, onde as noções de física, matemática e geografia serviram como base para a aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno.

Ao que tudo indica, o uso das diferentes tecnologias permeou, até então, as CCs nesse último ENEM, quando verificou-se que o trabalho de Nascimento e Dullius (2019) demonstrou preocupação com a aprendizagem significativa dos alunos no que tange a compreensão e construção de gráficos das funções trigonométricas. Para os autores, o ponto alto da pesquisa foi provar que é possível o professor utilizar tipos de tecnologias disponíveis para auxiliar na aprendizagem dos alunos, tornando-as mais prazerosas e interessantes.

Utilizando-se de um outro tipo de tecnologia, o jogo, os pesquisadores Leite, Pereira e Leite (2019) justificam, a partir da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), alguns pressupostos para alcançar a aprendizagem significativa em trigonometria. Dentre eles, os autores privilegiaram a contextualização epistemológica e histórica, os conhecimentos prévios dos estudantes e a apresentação e implementação de um jogo denominado de “trigonometrilha”

desenvolvido como uma proposta de ensino para alcançar a aprendizagem. Salientaram, os autores, que essa ferramenta lúdica permitiu que os alunos percebessem e construíssem relações para ganhar as rodadas, desenvolver a habilidade de analisar (antever) possibilidades e tomar decisões e, dessa forma, se apropriavam dos conhecimentos trigonométricos.

Na sequência, Lins (2019) também se apropria da teoria ausubeliana para esboçar uma metodologia que favorecesse a aprendizagem de trigonometria a um grupo específico de alunos de uma escola pública federal. Segundo o autor, os resultados apontados alinharam-se, principalmente, a um dos princípios da TAS que repousa sobre a importância de se considerar os conhecimentos prévios dos alunos. Outro ponto conclusivo da pesquisa é a indicação de iniciar a apresentação do conteúdo a partir de aplicações práticas que auxiliam a dar significado a aprendizagem.

Com intenções semelhantes as pesquisas anteriores, Moro e Rossatto (2019) buscaram apresentar atividades práticas que aguçassem a curiosidade dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental diante das noções de semelhança de triângulos e trigonometria. Alicerçando-se na TAS verificaram que o engajamento dos estudantes se desenvolvia sempre que a aplicabilidade do conteúdo se pautava na realidade. As pesquisadoras concluíram o presente estudo defendendo que a inclusão de metodologias inovadoras para o ensino de matemática se constitui no uso de importantes recursos para tornar a aprendizagem significativa.

Outra CC pinçada desse referido evento foi apresentada por Moura, Wielewski e Simão (2019), no qual demonstraram seus esforços para tornar a aprendizagem das razões trigonométricas dinâmica e prazerosa quando elaboraram uma sequência didática,

baseada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), utilizando-se das ferramentas disponíveis no *software Geogebra*. Os autores defendem que o aluno deve ser o protagonista na construção do conhecimento enquanto o professor pode atuar como mediador, estimulando seus alunos em prol de uma participação ativa.

Não diferente de trabalhos já examinados que utilizaram o *Geogebra*, o estudo de Neto (2019) apresentou que as expectativas do autor visavam, em essência, propor uma alternativa para facilitar o ensino e a aprendizagem na trigonometria do triângulo retângulo utilizando-se do *Geogebra*. Os resultados apontaram, conforme o autor, que o processo de ensino e aprendizagem ficou mais dinâmico, interativo, provocativo, reflexivo, criativo e motivacional, contribuindo para tornar prazeroso e significativo a aprendizagem das noções de razões trigonométricas.

Em outra empreitada científica, o trabalho apresentado por Pacheco, Figueiredo e Machado (2019) se utiliza dos princípios da Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) para impulsionar a aprendizagem trigonométrica no triângulo retângulo. O ponto mais alto da investigação apontou para a criação de uma “pista (caminho)” desenvolvida a partir de combinações de triângulos retângulos, a qual seria percorrida por um robô.

Esse pretexto de ensino, mobilizou o engajamento dos alunos na apropriação das noções de razões trigonométricas aplicadas em triângulos retângulos, considerando a precisão entre os ângulos utilizados na trajetória. Segundo os autores, todos os participantes dessa experiência conseguiram identificar uma aplicação prática dos princípios trigonométricos o que favoreceu a aprendizagem deles.

Recorrendo ao uso de tecnologias, principalmente o uso do *Geogebra*, os autores Santos, Homa e Groenwald (2019) buscaram

facilitar a visualização dinâmica tanto das razões trigonométricas no triângulo retângulo, como o comportamento das funções $[f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)]$, com $D(f) \in R$, por exemplo] sempre que os coeficientes reais $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ e $\underline{d}$ eram modificados. Ressaltaram os autores que a incorporação das tecnologias digitais na sala de aula é um robusto indicador para facilitar a construção do conhecimento, tanto na formação inicial como continuada de professores.

Aplicando uma das metodologias alternativas para o ensino de matemática, a resolução de problemas, os autores Santos *et al.* (2019), demonstraram que a aprendizagem das noções de razões trigonométricas se torna crítica e reflexiva quando os estudantes são encorajados a resolver problemas fora da sala de aula. Utilizando-se das instalações da escola, onde a experiência foi desenvolvida, o cálculo das razões trigonométricas tomou sentido, principalmente, no que tange aos problemas de inclinação de rampas e medição de alturas. Para esses pesquisadores ficou claro que as situações-problemas apresentadas no livro didático precisam “saltar” para fora da sala de aula, dando sentido a utilização dos conceitos trigonométricos.

Tomando uma direção diferenciada das outras pesquisas aqui apresentadas, Lima e Chaquiam (2019) resolveram revisitar a história da trigonometria a fim de identificarem os sentidos para a estruturação e ampliação até as funções circulares. Destacaram, principalmente, as contribuições de Joseph Fourier no que tange as séries trigonométricas, bem como a outros matemáticos, dentre eles Isaac Newton e Leonhard Euler. Para os pesquisadores em tela revisitar os bastidores epistêmicos da trigonometria pode auxiliar na aprendizagem escolarizada, pois permite o desenvolvimento da visão crítica dos alunos que tomam consciência de onde

e de como as “coisas” ou fenômenos aconteceram, diminuindo-se, possivelmente, as dificuldades no processo de aprendizagem às noções em jogo.

Por fim, Silva e Palhares (2019) optaram por analisar erros sobre as noções trigonométricas no triângulo retângulo em alunos do Ensino Médio. Em suma, os autores concluíram que os erros repousavam sobre a dificuldade de reter e interpretar conceitos sobre os elementos constituintes das razões trigonométricas, tais como: ângulo, catetos, razão, diferenciar seno de cosseno e utilizar os conceitos de razões trigonométricas para resolverem problemas relacionados as funções circulares.

Um mapeamento a partir dos títulos e objetivos de cada CC pode ser apreciada no Quadro 5.

Quadro 5 - Comunicações Científicas relativas ao Campo Trigonométrico apresentadas no XIII ENEM.

Autor/Ano	Título	Objetivo
Alves, Duarte e Nachtigall (2019)	VÍDEOS DIDÁTICOS: UMA EXPERIÊNCIA COM TRIGONOMETRIA EAD	Não foi identificado.
Costa, Gonçalves e Allevato (2019)	UTILIZANDO O GEOGEBRA NO CELULAR PARA O ENSINO DE ALGUMAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM COM A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	refletir sobre a possibilidade e a necessidade de abordar as funções trigonométricas como exemplo, serão abordadas as funções seno e cosseno promovendo a Resolução de Problemas no trabalho em sala de aula na Educação Básica, apresentando como o telefone celular pode potencializar o estudo dessas funções com o <i>software</i> Geogebra” (p. 1)

Jesuz, Oliveira, Tortola e Leal (2019)	UMA EXPERIÊNCIA COM A MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	Não foi identificado.
Nascimento e Dullius (2019)	ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	“...desenvolver, por meio do <i>software</i> GeoGebra, uma proposta de ensino para tornar significativa a aprendizagem de conceitos das funções trigonométricas, suas características e seus gráficos” (p. 1)
Leite, Pereira e Leite (2019)	TRIGONOMETRILHA: UMA PROPOSTA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM TRIGONOMETRIA	Não foi identificado.
Lins (2019)	A TRIGONOMETRIA NO CURSO TÉCNICO EM ELETROTÉCNICA INTEGRADO AO ENSINO MÉDIO DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA – IFPB – CONTRIBUIÇÕES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	“...esquematizar um conjunto de ações metodológicas em trigonometria, utilizando a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel para a construção dos conceitos científicos da matemática” (p. 2)
Moro e Rossatto (2019)	VIVENCIANDO A MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA E DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	“...identificar as representações matemáticas utilizadas na resolução das atividades propostas e auxiliar os estudantes a reconhecer a aplicabilidade da semelhança de triângulos e da trigonometria na resolução de uma mesma situação problema” (p.1)

Moura, Wielewski e Simão (2019)	INTRODUÇÃO A TRIGONOMETRIA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	“...apresentar o resultado da aprendizagem de uma atividade desenvolvida com alunos que cursam a disciplina de matemática em forma de dependência”. (p. 1)
Neto (2019)	O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA	“...tornar o ensino e aprendizagem da trigonometria mais significativa através da manipulação de ferramentas básicas.” (p. 1)
Pacheco, Figueiredo e Machado (2019)	A VALIDAÇÃO DE UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE OFICINA PEDAGÓGICA	Investigar como o uso de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) auxilia na aprendizagem. (p. 1)
Santos, Homa e Groenwald (2019)	A TEMÁTICA TRIGONOMÉTRICA COM A UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS: OFICINAS PARA PROFESSORES E LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA	“...proporcionar situações que permitam a reflexão, conjecturas sobre as relações entre ângulos e segmentos, do círculo trigonométrico, e a visualização, das transformações das funções de acordo com a variação dos coeficientes.” (p. 1)
Santos, Siqueira, Maduro e Santos (2019)	O ENSINO DE TRIGONOMETRIA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM SOCIAL	“...explicitar a importância de abordar o ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo, através de situação-problema que possibilite a reflexão do aluno acerca do tema, em seu contexto social, à luz da metodologia de Resolução de Problemas que se configuram como uma aliada capaz de potencializar a capacidade do aluno em inferir sobre a atividade aplicada.

Lima e Chaquiam (2019)	AS CONTRIBUIÇÕES À TRIGONOMETRIA NOS SÉCULOS XVII, XVIII E XIX	“... apresentar um recorte do desenvolvimento histórico da trigonometria dos séculos XVII ao XIX, baseado no diagrama metodológico proposto por Chaquiam (2017)” (p. 1)
Silva e Palhares (2019)	TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA ANÁLISE DOS ERROS DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	“... analisar os erros dos alunos do 2º ano do ensino médio sobre trigonometria no triângulo retângulo” (p. 1)

Fonte: Anais do XIII ENEM, Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2019/anais/comunicacoes-cientificas-1.html>>, acessados de 15 a 20 setembro de 2021.

Esses dados dispostos no Quadro 5 permitem concluir que as alternativas metodológicas da Educação Matemática, apresentadas em Fiorentini e Lorenzato (2006), estão protagonizando as pesquisas nesse campo científico, destacando-se o uso das tecnologias, especificamente, o *software* Geogebra, para facilitar a aprendizagem das noções que constituem o Campo Trigonométrico.

Outro fator que chamou atenção foi o recuo a algumas teorias de aprendizagem para dar suporte a análise dos dados coletados pelos autores, destacando-se a Teoria da Aprendizagem Significativa, Teoria das Situações Didáticas, Trajetória Hipotética de Aprendizagem, dentre outras que permitiram aos autores disporem de referências científicas para validarem suas conclusões.

Nesse último ENEM, os marcadores dos mecanismos atencionais verificados podem estar associados a qualidades como

(M_{ma4}): *uso de tecnologias e jogos, implementação da modelagem matemática pelo Geogebra, propor atividades de investigação, metodologias inovadoras, participação ativa, revisitação na história da matemática.*

Com efeito, fica claro e evidente que nos Quadros 2 a 5 existe uma mobilização de esforços por parte dos professores-pesquisadores para minimizar os impactos causadores das dificuldades de aprendizagem no Campo Trigonométrico para os alunos da Educação Básica. Tanto ao longo do período de 2007 a 2019, como pelas estratégias utilizadas nas pesquisas, seja a trigonometria ou as funções circulares, ambas, denotam a importância para o amadurecimento intelectual dos estudantes que precisam dispor de toda a estrutura das noções em jogo para lidarem com as aulas de Cálculo Diferencial e Integral ao optarem pela área de exatas.

Desse modo, resolveu-se elaborar uma matriz perfil para caracterizar as pesquisas discutidas e apresentadas nos quadros anteriores. Essa matriz (Quadro 6) considerou a teoria de aprendizagem que alicerçou o estudo, a metodologia alternativa (ou traços dela) indicada pela área de Educação Matemática Brasileira, o setor (parte do conteúdo) do Campo Trigonométrico investigado, o tipo de objetivo previsto e o principal resultado alcançado.

Assim, foi possível compreender melhor as possíveis pistas de “estimulação sensorial” para avaliar como essas pesquisas estão ou não alinhadas com as expectativas cerebrais quando uma pessoa (os alunos) se encontram diante de uma tarefa matemática (escolar).

Quadro 6 - Matriz perfil das características apresentadas nas CC dos ENEM's.

Número de ordem do ENEM	Teoria de Aprendizagem*	Metodologia alternativa*	Setor do Campo Trigonométrico*	Tipo de objetivo previsto*	Principal resultado alcançado
XIII	Base Cognitivista	Uso do <i>Software</i> Geogebra	Trigonometria no Triângulo Retângulo	Análises	Satisfatório
XII	Base Cognitivista	Materiais Manipulativos	Trigonometria no Triângulo Retângulo	Análises	Satisfatório
XI	Base Cognitivista	Materiais Manipulativos	Trigonometria no Triângulo Retângulo	Análises	Satisfatório
X	Base Cognitivista	Uso do <i>Software</i> Geogebra	Trigonometria no Triângulo Retângulo	Análises	Satisfatório
IX	-	-	-	-	-

Fonte: Os autores.

Com efeito, foi possível constatar que os princípios da base cognitivista são os maiores indicadores para ativar o funcionamento cognitivo dos estudantes. Em outras palavras, utilizar a maioria dos cinco sentidos durante os momentos de aprendizagem satisfaz as expectativas cerebrais. Visivelmente, sejam os “materiais manipulativos” ou o “*software Geogebra*”, ambos detêm os diversos tipos de emissores sensoriais o que facilita o cérebro a ativar seus mecanismos atencionais (*top-down ou bottom-up*).

Outro fator notável no Quadro 6 refere-se a escolha pela base do campo trigonométrico para desenvolver as pesquisas: a trigonometria no triângulo retângulo. Sem a devida compreensão

das noções que subsidiam esse ramo da matemática, torna-se ainda mais complexo a transição para a trigonometria circular. Tendo como a maioria dos objetivos das pesquisas a “análise”, pode-se concluir que o interesse dos pesquisadores está mais focado em saber os *por quês* em vez dos *como*.

Em sua maioria justificaram a origem de algumas dificuldades de aprendizagem da noção em jogo, alcançando resultados satisfatórios nas pesquisas realizadas, ao mesmo tempo que permitiram garimpar pistas iniciais associadas aos Marcadores dos mecanismos atencionais (M_{ma}) resumidos no Quadro 7.

Quadro 7 - Identificação dos M_{ma} nos ENEMs pesquisados.

ENEM	Propriedades atencionais extraídas dos objetivos ou conclusões das pesquisas discutidas anteriormente	M_{ma}
IX	-	-
X	• <i>Ensino democrático</i> • <i>Ensino ativo</i> • <i>Sentido</i> • <i>Significado</i>	M_{ma1}
XI	• <i>Uso de software (Geogebra), atribuição de sentido por meio da representação geométrica</i> • <i>Uso de diferentes metodologias de ensino</i> • <i>Implementação da ludicidade (jogos)</i> • <i>Atividades que promovam a socialização entre os alunos</i>	M_{ma2}
XII	• <i>Uso de material manipulativo (atribuição de significado)</i> • <i>Protagonismo dos alunos</i> • <i>Visualização dos objetos matemáticos (apelo geométrico)</i> • <i>Uso de software (Geogebra e ExeLearning)</i> • <i>Resolução de problemas</i> • <i>Uso da história da matemática</i> • <i>Materiais manipulativos</i> • <i>Sequenciamento lógico considerando as cores e o movimento (via uso de software)</i>	M_{ma3}

XIII	• <i>Uso de tecnologias e jogos</i> • <i>Implementação da modelagem matemática pelo Geogebra</i> • <i>Propor atividades de investigação</i> • <i>Metodologias inovadoras</i> • <i>Participação ativa</i> • <i>Revisitar a história da matemática</i>	M _{ma4}
------	---	------------------

Fonte: Os autores.

1.2 - O rastreamento no cenário internacional: alguns periódicos indexados

Iniciamos este rastreamento com Zulfa *et al.* (2019), que investigaram a dificuldade de estruturação mental em modelos de aprendizagem matemática, especialmente com tarefas relacionadas a trigonometria. Para tanto utilizou-se de uma avaliação de três questões denominada “*Hots*” que se baseava na vida cotidiana (ação), sobretudo em situações práticas que destacavam problemas de inclinação (projeção mental por meio da visão, tato e execução). Concluiu-se que a aprendizagem trigonométrica sofre influência das experiências artesanais, ou seja, a forma como o sujeito (aluno) se comporta diante de situações não escolarizadas. Os alunos que alcançaram êxito foram classificados como um tipo de artista, pois é capaz de identificar padrões a partir de seus conhecimentos prévios.

Mensah (2017) se interessou pela compreensão dos erros dos alunos na aprendizagem trigonométrica. Para tanto utilizou-se de dois tipos de testes: Testes de Realização Matemática (TRM) e Teste Diagnóstico Trigonométrico (TDT). Esses testes tiveram como parâmetro para suas correções os seguintes tipos de erros:

erro de tipo de leitura, compreensão, transformação, habilidade de processo, erro de codificação e descuido. Conforme o autor “os achados do estudo mostraram que a maioria dos alunos comete erro na habilidade e transformação do processo, independentemente do método utilizado na resolução de problemas de trigonometria” (MENSAH, 2017, p. 1, tradução nossa).

O pico mais alto dos erros identificados referiu-se as dificuldades nas operações primárias de aritmética, sinal importante para revisitar o sistema de medidas e suas operações.

Outro estudo realizado na Indonésia por Azizi e Herman (2020), objetivou definir as habilidades matemáticas (pensamento crítico e comunicação) de alunos do Ensino Médio diante de materiais de trigonometria. Segundo os autores o instrumento utilizado para alcançar o objetivo foi um “teste de habilidades de pensamento crítico, comunicação e não-testes na forma de um questionário de escala de atitude de 16 afirmações” (AZIZI & HERMAN, 2020, p. 1, tradução do pesquisador). Como principais resultados os autores apontaram que as variáveis ‘pensamento crítico’ e ‘comunicação’ se constituíam em habilidades numa categoria básica, pois em tarefas mais complexas os alunos não foram capazes de alcançar o sucesso esperado. Segundo os autores desse estudo, por hipótese, a ausência de treinamento (resolução de problemas em trigonometria) relacionados a tarefas rotineiras justifica o despreparo dos estudantes na modelação de questões da natureza matemática em tela.

Já na África do Sul os pesquisadores Ogbonnaya e Mogari (2014) decidiram questionar a relação entre a performance dos alunos em funções trigonométricas e como tais noções estão disponíveis em seus respectivos professores. Ou seja, se o rebaixa-

mento no despenho dos alunos diante de tarefas relacionadas as funções trigonométricas estavam atreladas a ausência de conhecimento teórico de seus professores. Os investigadores aplicaram testes alinhados ao currículo oficial do país, cujos resultados demonstraram que

76,8 % da variação no desempenho do aluno é explicada pelo conhecimento de conteúdo do professor. O estudo afirma a importância do conhecimento de conteúdo docente na aprendizagem do aluno (OGBON-NAYA & MOGARI, 2014, p. 1, tradução nossa).

Essa pesquisa favorece a investigação no processo de aprendizagem em trigonometria na medida em que considera o perfil do professor como uma importante variável para que se estabeleça ou não um desempenho discente adequado ao esperado.

De forma objetiva a investigação de Jung-A *et al.* (2013) permite ressaltar uma premissa que justifica depositar todos os esforços sobre a aprendizagem do campo trigonométrico quando declaram que

As proporções trigonométricas são conceitos difíceis de ensinar e aprender no ensino médio. Uma das razões é que os termos matemáticos (seno, cosseno, tangente) não transmite a ideia literalmente (JUNG-A *et al.*, 2013, p. 1, tradução e grifo nosso).

Segundo os autores, a pesquisa desenvolvida buscou valorizar a construção dos conceitos trigonométricos a partir do ponto de vista do aluno, cujas orientações do professor facilitem a aprendizagem completa das três noções acima. A denominação “entendimento completo” precisa considerar cinco construções: algoritmo de habilidade, impermeável, aplicação de uso, representação-metafórica e compreensão de sua cultura (JUNG-A *et al.*, 2013). Dentre elas, salientam os autores, que as compreen-

sões dos aspectos histórico-culturais não são consideradas nas aulas de matemática dessa região, o que dificulta a aquisição das noções básicas de trigonometria. Dito isto, o trabalho desses pesquisadores buscou investigar

o efeito da abordagem da história na compreensão dos alunos quando a abordagem da história focada nos termos matemáticos é usada para ensinar o conceito de relações trigonométricas na classe de matemática do 9º do Ensino Fundamental (JUNG-A *et al.*, 2013, p. 1, tradução nossa).

Com efeito, declararam os autores que os alunos do grupo experimental melhoraram o entendimento completo das relações trigonométricas, comparando-os com o grupo de controle. Dessa forma, torna-se defensável que a contextualização histórico-cultural é sinônimo de uma condição *sine qua non* para tratar os conteúdos matemáticos nas salas de aula.

Em Surakarta, uma cidade na Indonésia, outro grupo de pesquisadores optaram por analisar o perfil dos erros de alunos durante a resolução das equações trigonométricas. D Fahrudin *et al.* (2019) entendem que a avaliação da aprendizagem pode ser realizada partindo-se dos erros identificados durante as resoluções dessas equações. Para os autores, o estudo objetivou “determinar erros e suas causas na resolução de problemas de equação trigonométrica” (D FAHRUDIN *et al.*, p. 1, 2019, tradução nossa).

Analisando os dados coletados por meio de testes, entrevistas e observações, concluíram que “34% de erros de dados, 32,35% dos erros de conceito, 45,15% dos erros de estratégia, 34,81% de erro de cálculo e 30,38% de erro de conclusão” (D FAHRUDIN *et al.*, p. 7, 2019, tradução nossa). Cumprindo com a segunda parte do objetivo principal, delegaram que a causa dos erros identificados

repousa sobre a ausência de compreensão a respeito das noções de período ou ângulo, elementos básicos da trigonometria. Outro fator importante para justificar as causas dos erros é o esquecimento dos valores trigonométricos dos ângulos notáveis, além da insuficiência de tempo para realizar as tarefas indicadas nas provas.

Mais um trabalho é localizado numa ilha da Indonésia (província de *Sulawesi*) a partir dos filtros “trigonometria”, “funções trigonométricas” ou arranjos similares, Saleh *et al.* (2018), no qual objetivou-se “revelar conexões matemáticas de professores do ensino fundamental na resolução de problemas trigonométricos” (Ibidem, 2018, p. 1, tradução nossa). De pronto, observa-se que essa pesquisa se volta para a formação de professores que, segundo os autores, vieram de vários distritos da província em tela. Uma das estratégias concebida pelos autores foi apresentar problemas de trigonometria contextualizados em seus cotidianos para que os professores conectassem a parte geométrica à algébrica, bem como suas representações.

Os autores afirmam que os professores resolviam os problemas sem a consulta as projeções cotidianas esperadas. Entretanto, uma parte do grupo, além de considerar os elementos cotidianos, buscavam alicerço nas representações gráficas, verbais ou numéricas. Concluíram os pesquisadores que os sujeitos da pesquisa que conectaram as informações cotidianas aos conceitos e procedimentos alinhados as técnicas para revolver os problemas foram denominados de portadores de “conexões substantivas” e o outro grupo foi menos preciso e, por isso, ficou sem receber uma classificação.

A esse misto internacional de artigos, não menos importante que os anteriores, o trabalho denominado de “Aprendizagem signifi-

cativa de trigonometria” de Viganó e Lima (2015) da cidade brasileira de Caxias do Sul, objetivou apresentar uma proposta alternativa para a aprendizagem trigonométrica, fundamentando-se nas perspectivas teóricas de Ausubel e de Vygotsky. Conforme as autoras da investigação, as questões de pesquisa alcançaram as expectativas na medida em que os estudantes reagiram positivamente as tarefas (questões de trigonometria) que solicitavam participação ativa para aquisição dos conceitos trigonométricos por meio do uso de materiais manipulativos (calculadora, softwares livres, criação de conversores automáticos por meio de uma planilha eletrônica, instrumentos usados para o cálculo de distâncias inacessíveis).

Enquanto isso, Mesa e Goldstein (2017) priorizaram em seus estudos compreender alguns conceitos trigonométricos em dez livros didáticos do Ensino Superior nos Estados Unidos da América, dentre eles destacam-se os ângulos, funções trigonométricas e funções trigonométricas inversas que foram analisados mediante a percepção teórica de conceitos matemáticos de Balacheff, no qual, para esse autor, reflete “uma concepção como a interação entre o sujeito cognoscente e o meio (aquelas características do ambiente que se relacionam com o conhecimento em jogo)” (MESA & GOLDSTEIN, p. 339, 2017, tradução nossa).

Nessas análises os pesquisadores verificaram que os conceitos em jogo dependem de dois tipos de concepções: a estática e a dinâmica da noção de ângulo, primordialmente. Em sua maioria, identificaram que nos livros analisados a concepção dinâmica de ângulo é predominante, mas diante das noções de funções trigonométricas inversas eles se dividem entre estático e dinâmico. Os autores concluíram que se faz necessário esclarecer esses tipos de concepções para diminuir as dificuldades de

aprendizagem na resolução de problemas com as funções trigonométricas inversas, principalmente.

Em outro continente, no Estado de Ekiti (Nigéria), Popoola e Oluwaseun (2019) se propuseram a investigar as implicações da calculadora de gráficos de matemática *versus* o desempenho de estudantes de escola secundária em trigonometria. A metodologia da pesquisa se utilizou de aplicação de um pré-teste, grupo de controle e pós-teste, considerando todos os alunos do último ano do Ensino Médio de quatro escolas públicas da região. Como resultados principais ficou constatado que o uso da calculadora gráfica aprimorou a performance dos alunos participantes da pesquisa, sugerindo que a participação ativa dos alunos durante o processo de aprendizagem melhora os resultados esperados.

A inquirição de Hadi e Faradillah (2020), na Indonésia, objetivou “determinar o efeito da aplicação de métodos de aprendizagem por descoberta na capacidade de prova matemática dos alunos em trigonometria” (HADI & FARADILLAH, p. 73, 2020, tradução nossa). Cerca de sessenta e oito voluntários participaram da pesquisa classificada como quase experimental, cujo principal objeto de rastreo foi a aplicação de um teste de capacidade de prova matemática elaborado pelos autores. Após análises dos resultados, os autores concluíram principalmente que

Os resultados deste estudo são (1) baseados em uma pontuação média de capacidade de prova matemática. A capacidade de prova matemática do aluno ao aplicar o Método de Aprendizagem por Descoberta à trigonometria não é maior do que a capacidade de prova matemática de alunos que não usam o método de descoberta (2) não há influência significativa na aplicação dos métodos de aprendizagem por descoberta nas provas matemáticas dos alunos sobre trigonometria (HADI & FARADILLAH, p. 73, 2020, tradução nossa).

Ainda assim, se faz necessário observar que, como uma investigação transversal, esse estudo foi pontual e a amostra significativamente pequena para declarar as afirmações acima. Com efeito, o estudo desenvolvido pelos pesquisadores em tela serve como proposta para testar em outras localidades, fazendo os recortes adequados a cada população.

Inan (2013) idealizou um estudo comparativo entre a abordagem de aprendizagem construtivista e os métodos tradicionais de ensino, priorizando a trigonometria como noção em jogo. Aplicando-se a metodologia do pré-teste, grupo de controle e pós-teste, cujo um dos instrumentos para coleta de dados foi a aplicação de um teste de aproveitamento, um teste de atitude em matemática e uma entrevista para avaliar a opinião dos alunos sobre durante a realização experimental. O autor concluiu que

Com base nos resultados obtidos no presente estudo, concluiu-se que no ensino da matemática, a abordagem construtivista de aprendizagem ajudou a manter uma aprendizagem mais permanente do que o método tradicional de ensino e ajudou a desenvolver atitudes positivas em relação à matemática (INAN, p. 219, 2013, tradução nossa).

Outra contribuição vinda da Indonésia foi publicada por Istadi, Kusmayadi & Sujadi (2017), no qual referiu-se as diferentes formas de representação matemática dos alunos do Ensino Médio para apresentar soluções relativas a problemas trigonométricos. Segundo os autores, “esta pesquisa teve como objetivo analisar as representações matemáticas de alunos sobre o Ensino Médio na solução de problemas trigonométricos” (ISTADI, KUSMAYADI & SUJADI, p. 1, 2017, tradução nossa). Para tanto, utilizaram-se de métodos quantitativos aplicados a quatro alunos com significativa habilidade matemática.

Dessa forma foi possível averiguar que as respostas dos alunos não estão alicerçadas apenas nos objetos figurativos, mas, inclusive, na definição de razão trigonométrica verbalizadas durante as aulas. Entretanto, salientaram os pesquisadores que a ausência de técnicas adequadas para resolver as equações trigonométricas (considerando suas representações simbólicas) resulta na necessidade de melhorar a articulação entre os variados tipos de representação matemática, sejam elas, verbais, visuais ou simbólicas. Em outras palavras, a simbologia matemática se constitui em um código expressivamente específico e de uso pontual e, por isso, torna-se um problema para os alunos do Ensino Médio dessa região.

Altman e Kidron (2016), do Departamento de Matemática Aplicada (Faculdade de Tecnologia de Jerusalém), demonstraram em seu estudo uma preocupação com a aprendizagem trigonométrica: a transição da “trigonometria triangular para a circular”. Para esses pesquisadores reside sobre esse olhar a origem das dificuldades em aprender trigonometria, pois na trigonometria do círculo os ângulos podem ser negativos enquanto na do triângulo não. Para esses autores o conhecimento em jogo precisa ser construído pelo aluno por meio de ações investigativas, pois dessa forma poderão identificar significados que importam para alcançar a aprendizagem sobre as funções trigonométricas.

Nesse estudo os alunos voluntários foram expostos a uma série de diferentes tipos de Tarefas cuja abstração faz parte do contexto, onde o principal objetivo foi auxiliar na transição da trigonometria “triangular” para a trigonometria “circular”, ou seja, compreender a relação entre “ângulo” e “radiano” como diferentes unidades de medidas.

Finalizando essa digressão internacional por meio de artigos publicados em periódicos indexados, o foco muda com o trabalho das brasileiras Figueiredo e Batista (2018) que utilizaram elementos históricos e valores cognitivos para estruturar uma sequência didática com trigonometria. Segundo as autoras, o objetivo foi “avaliar a eficácia da abordagem histórico-filosófica no ensino da trigonometria associada à detecção de valores cognitivos, apresentada por Lacey (1998)” (FIGUEIREDO & BATISTA, p. 311, 2018, tradução nossa). Para a elaboração da sequência didática utilizaram os pressupostos epistemológicos da Engenharia Didática, na qual a análise epistemológica sobre trigonometria auxilia na identificação de elementos que dão sentido e significado para o aprendizado, compreendidos nessa pesquisa como valores cognitivos.

Em suma, concluíram as autoras que a identificação de valores cognitivos fortalece a aprendizagem em trigonometria. O Quadro 8 auxiliou no mapeamento realizado nos periódicos investigados, bem como a exibição de variáveis importantes no processamento atencional dos estudantes.

Quadro 8 - Perfil das pesquisas publicadas em periódicos internacionais.

Pesquisadores	País	Marcador Didático	Estímulo Alvo
Zulfa <i>et al.</i> (2019)	Indonésia	Situações Práticas e Conhecimentos Prévios	Ação, projeção mental por meio da visão, tato e execução (atenção, flexibilidade cognitiva, planejamento, julgamento)

Mensah (2017)	Gana	Erros dos alunos e Tipos de erros	Testes de Realização Matemática/MAT e Teste Diagnóstico Trigonométrico/TDT (atenção, flexibilização cognitiva, velocidade de execução, planejamento)
Azizi e Herman (2020)	Indonésia	Habilidades matemáticas (pensamento crítico e comunicação)	Teste de habilidades de pensamento crítico, comunicação e não-testes na forma de um questionário de escala de atitude de 16 afirmações (atenção, flexibilidade cognitiva, planejamento, crítica, execução)
Ogbonnaya e Mogari (2014)	África do Sul	Performance dos alunos, conhecimentos disponíveis dos professores.	Desempenho discente, Conhecimento e domínio docente (atenção, memória de longo prazo, funções executivas)
Jung-A <i>et al.</i> (2013)	Coreia	Entendimento completo (algoritmo de habilidade, impermeável, aplicação de uso, representação-metáfora, compreensão de sua cultura)	Compreensões dos aspectos histórico-culturais (sensações, emoções, percepção, atenção, memória de longo prazo, funções executivas)

D Fahrudin <i>et al</i> (2019)	Indonésia	Erros durante a resolução das equações trigonométricas (erros de dados, erros de conceito, erros de estratégia, erro de cálculo e erro de conclusão)	Erros e suas causas (atenção, memória de longo e curto prazo, execução)
Saleh <i>et al.</i> (2018)	Indonésia	Formação de professores (conexões matemáticas de professores do ensino fundamental na resolução de problemas trigonométricos)	Engajamento docente, conexões substantivas (sensações, percepções, atenção, memória de longo prazo, execução - flexibilidade cognitiva, planejamento, crítica, julgamento e resolução de problemas)
Viganó e Lima (2015)	Brasil	Aprendizagem significativa de trigonometria	Participação ativa para aquisição dos conceitos trigonométricos por meio do uso de materiais manipulativos (sensação, emoção, percepção, atenção, memória de curto e de longo prazo, execução)
Mesa e Goldstein (2017)	EUA	Concepções estática e a dinâmica da noção de ângulo	Livros Didáticos
Popoola e Oluwaseun (2019)	Ekiti (Nigéria)	Desempenho de estudantes de escola secundária em trigonometria	Calculadoras gráficas de matemática

Hadi e Faradillah (2020)	Indonésia	Aplicação de métodos de aprendizagem por descoberta	Provas matemáticas de alunos em Trigonometria
Inan (2013)	Diyarbakir (Turquia)	Estudo comparativo entre a abordagem de aprendizagem construtivista e os métodos tradicionais de ensino	Abordagem construtivista de aprendizagem
Istadi, Kusmayadi & Sujadi (2017)	Indonésia	Problemas trigonométricos	Representação matemática, (verbais, visuais ou simbólicas)
Altman e Kidron (2016)	Jerusalém (Israel)	Trigonometria triangular para a circular	A relação entre “ângulo” e “radiano”
Figueiredo e Batista (2018)	Brasil	História da matemática e valores cognitivos	Sequência didática

Fonte: Os autores.

Assim, na próxima sessão as pistas apresentadas nos Quadros 7 e 8 servem como pretexto para o mergulho nos princípios da psicologia e neurociência cognitiva para estabelecer aproximações que auxiliem no entendimento de como os mecanismos atencionais podem ser ativados a partir de tarefas trigonométricas.



CAPÍTULO 2

Princípios da psicologia e neurociência cognitiva que abrigam as investigações sobre ativação dos mecanismos atencionais

2.1 - Psicologia e neurociência cognitiva: um recuo a história

Pode-se iniciar essa sessão afirmando que todos os “estímulos alvos” do Quadro 8, bem como todos os Marcadores dos mecanismos atencionais (M_{ma}) do Quadro 7, justificam identificar quais são os princípios basais da psicologia e neurociência cognitiva que podem funcionar como potenciais constructos para a compreensão da ativação dos mecanismos atencionais em tarefas trigonométricas.

Geralmente, os comportamentos humanos, sejam eles manifestos ou latentes, ocorrem de um modo ultra-rápido que, em sua maioria, são considerados passado; eles apenas expressam as decisões tomadas pelo nosso cérebro (GAZZANIGA *et al.*, 2006). Mas, como isso acontece?

São questões como essa que têm impulsionado o interesse, tanto da psicologia quanto da neurociência cognitiva, em avançar a partir das evidências reveladas por esses dois campos do conhecimento.

Do ponto de vista epistemológico, segundo Sternberg (2010), o gene da psicologia se origina das implicações científicas de duas

macro abordagens filosóficas para o estudo da mente humana: o *racionalismo* platônico, no qual as “ideais” (reflexão contemplativa – filosofia) estão no centro para compreender a introspecção ou o *empirismo* aristotélico que propõe métodos empíricos (observação meticulosa – fisiologia) para revelar suas hipóteses.

Como dois pilares históricos da área de psicologia, questionamentos como “o que (*onde*)?”, “como (*o fazer*)?” e “quais (*a associação*)?”, originam, nessa ordem, três grandes escolas da psicologia: o estruturalismo de Wundt e Titchener, o funcionalismo de James e o associacionismo de Thorndike (DAVIDOFF, 2001), cujo objeto central foi estudar a consciência humana por meio do método científico denominado de *introspecção* ou *auto-percepção*.

Conforme Sternberg (2010), esses primeiros cientistas psicológicos estruturavam suas investigações a partir dos seguintes questionamentos:

- o **estruturalismo** de Wundt e Titchener: *Quais são os estados elementares da consciência? Quais são os átomos da mente?*
- o **funcionalismo** de James: *O que fazem os homens? Por que o fazem? Como o homem usa a consciência para adaptar-se ao meio?*
- o **associacionismo** de Thorndike: *Quais são os estados elementares da consciência?*

Esses primeiros indícios históricos que buscam consagrar a psicologia como um campo do conhecimento científico para analisar os comportamentos (manifestos ou não) ajudam a fundar quatro perspectivas teóricas apresentadas no Quadro 9.

Quadro 9 - As primeiras perspectivas teóricas da psicologia.

Uma comparação de quatro visões atuais da psicologia.

	Behaviorista	Cognitiva	Humanista	Psicanalítica
Objeto	Qualquer pergunta bem definida sobre o funcionamento de qualquer animal.	O funcionamento da mente.	Perguntas sobre a pessoa como um todo, experiência subjetiva, problemas significativos; o extraordinário e individual como também o usual e universal.	Personalidade normal e anormal (leis, determinantes, aspectos inconscientes); tratamento de anormalidade.
Objetivos principais	Conhecimento, aplicação.	Conhecimento, aplicação.	Em primeiro lugar, ajuda e enriquecimento; em segundo, conhecimento.	Ajuda e conhecimento.
Métodos de pesquisa enfatizados	Métodos objetivos.	Métodos objetivos e introspectivos.	Respeitando o conhecimento intuitivo do observador; aceitáveis todos os procedimentos, mesmo os não-científicos, como, por exemplo, o de análise literária.	Paciente: introspecção informal; analista: observação e análise.
População estudada	Todos os animais.	Principalmente pessoas.	Pessoas.	Pessoas (geralmente adultos em terapia).

Fonte: Davidoff (2001, p. 17)

Cabe salientar, como fica evidente no Quadro 9, que a razão determinante para o surgimento da psicologia cognitiva é o funcionamento da mente por meio da observação do comportamento manifesto ou latente. Assim, delimitar o foco em como as pessoas pensam e aprendem representa o mais fiel interesse da *psicologia cognitiva*.

Mas, quais seriam os métodos científicos empregados por essa ciência para compreender os processos mentais? Postula Sternberg (2010) que para explicar e descrever o funcionamento da cognição são utilizados:

(a) experimentos de laboratório ou outros experimentos controlados; (b) pesquisa psicobiológica; (c) autoavaliações; (d) estudo de caso; (e) observação naturalística; (f) simulações por computador e Inteligência Artificial (IA) (Ibidem, 2010, p. 12 – 15).

Reside no segundo método de pesquisa, o (b), a interface com a *neurociência cognitiva*, pois

[...] os cientistas estudam a relação entre desempenho cognitivo, eventos e estruturas cerebrais. [...] várias técnicas específicas utilizadas na pesquisa psicobiológica, que em geral são classificadas em três categorias. A primeira é a das técnicas de estudo do cérebro de um indivíduo *post-mortem*, estabelecendo relações da função cognitiva deste indivíduo antes da morte para a observação das características do cérebro. A segunda categoria compreende as técnicas de estudo das imagens que mostram estruturas ou atividades no cérebro de um indivíduo sabidamente com *deficit* cognitivo. A terceira categoria compreende as técnicas para a obtenção de informações a respeito dos processos cerebrais durante o desempenho normal de uma atividade cognitiva (Ibidem, 2010, p. 19, grifos do autor).

Dispor dessas categorias foi oportuno para justificar onde ocorre exatamente a interface entre a *psicologia e a neurociência cognitiva* que prioriza o estudo do cérebro, sede do Sistema Nervoso Central (SNC), aos aspectos cognitivos, sobretudo, aos vários tipos de comportamentos humanos.

A neurociência cognitiva pode, então, ser compreendida como uma parte da psicobiologia, mas contendo objetivos mais abrangentes já que, segundo Gazzaniga *et al.* (2006), é um campo científico recente e ousado quando prioriza entender como a mente deveria ou poderia funcionar, identificando regiões, estruturas e funções das células nervosas denominadas de neurônios, bem como de substâncias químicas chamadas de neurotransmissores responsáveis pela comunicação interneuronal.

Dentro de uma sinfonia orquestrada das funções ou capacidades cognitivas, o presente estudo selecionou a *atenção* por residir nela a transição entre a percepção dos estímulos ambientais e a memória de longo prazo, função essencial para alcançar a aprendizagem ou, como denominam os neurocientistas, aquisição da informação (LENT, 2008).

Com efeito, pode ser considerado como princípio nuclear entre a psicologia e a neurociência cognitiva o fato de compreender ‘como as pessoas pensam e aprendem’ e, nesse caso, é notório dispor de outros princípios investigados por Willingham (2011) e derivados do princípio fundamental, conforme apresentado no Quadro 10.

Quadro 10 - Princípios Cognitivos abrigados pela pesquisa entre a psicologia e neurociência cognitiva.

Princípio Cognitivo (PC)	Marcador
As pessoas são naturalmente curiosas, mas não são boas em pensar.	PC ₁
Conhecimento factual precede habilidade.	PC ₂
Memória é o resíduo do raciocínio.	PC ₃
Compreender novas coisas a partir daquilo que já sabemos.	PC ₄
Proficiência requer prática.	PC ₅
A cognição é completamente diferente no início e no final da formação.	PC ₆
Em termos de aprendizagem, as crianças são mais semelhantes do que diferentes.	PC ₇
A inteligência pode ser modificada por meio de esforço contínuo.	PC ₈
Ensinar, como qualquer habilidade cognitiva complexa, precisa de prática para o aprimoramento.	PC ₉

Fonte: Willingham (2011, p. 193)

Ao apreciar esse rol de princípios cognitivos é curioso notificar, segundo esse pesquisador, que há três propriedades-alicerce para o PC₁: pensar é lento, cansativo e incerto (WILLINGHAM, 2011, p. 15-18). Tais evidências estão vinculadas diretamente ao tipo e nível de capacidade de vigilância, bem como ao tipo de informação ambiental que está sendo exposta, interesses-alvo do presente estudo.

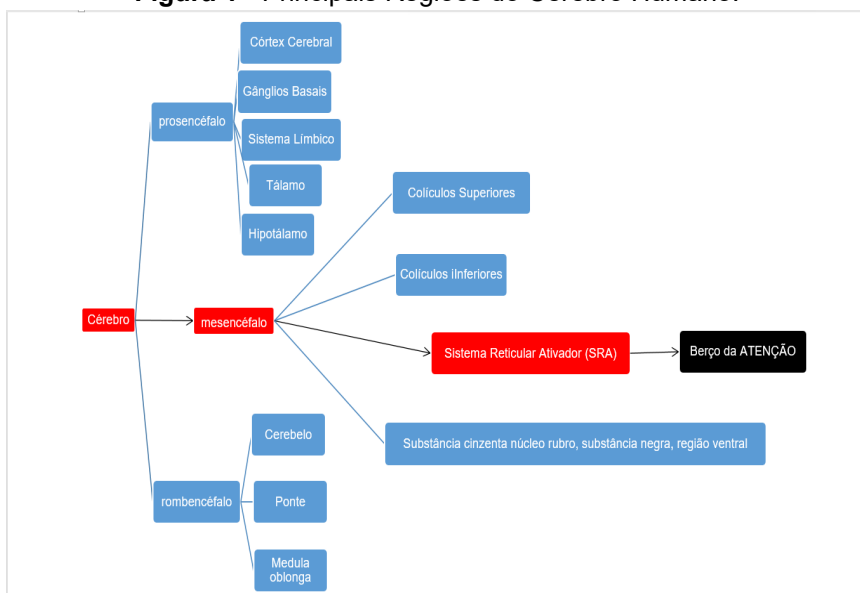
Estar vigilante não se constitui de uma propriedade, capacidade ou fenômeno do cérebro humano e, por isso, se faz necessário compreender como o tipo e nível de capacidade de vigilância está, teoricamente, presente em um cérebro, cujo desenvolvimento seja considerável típico, ou seja, sem que haja uma única intercorrência devido à má formação no período embrionário ou um único acidente traumático de qualquer nível.

2.2 - Estruturas cerebrais recrutadas para a ativação dos mecanismos atencionais: breve apresentação da neuroanatomia da atenção

Supõem-se ser senso comum que braços, mãos, pernas, pés etc. tenham importância na vida de uma pessoa, sendo essas partes consideradas ostensivas, já que é possível visualizá-las e senti-las. E o que dizer a respeito de estruturas não ostensivas, tais como o coração, pulmão e cérebro, por exemplo? É sobre esse último órgão do corpo humano que reside a principal motivação do presente estudo, especificamente, sobre as estruturas neuroanatômicas da capacidade atencional de um indivíduo.

Em seu capítulo intitulado “Neurociência Cognitiva”, Sternberg (2010) apresenta as principais estruturas do cérebro divididas, inicialmente, em três grandes regiões: prosencéfalo, mesencéfalo e rombencéfalo. Essas regiões abrigam estruturas, cujas funções são específicas quando solicitadas para realização de uma tarefa demandada pelo ambiente externo ou pela própria atividade cerebral interna. Na sequência, a Figura 1 apresenta um breve resumo sobre essas subdivisões.

Figura 1 - Principais Regiões do Cérebro Humano.



Fonte: Inspirado em Sternberg (2010, p. 38-39)

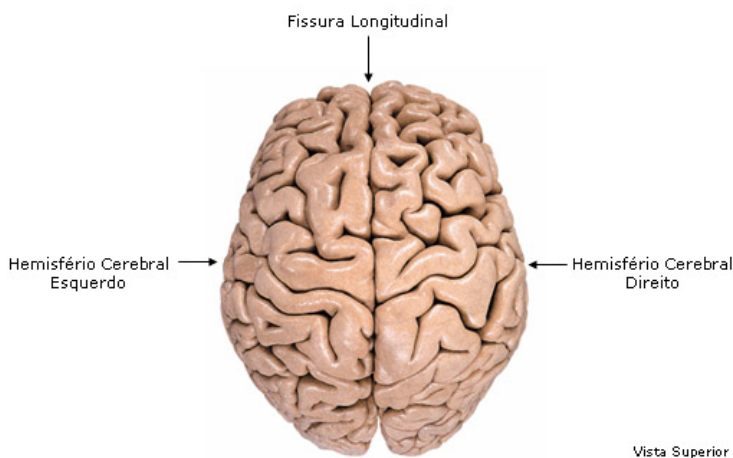
Essa classificação é compartilhada também por Lent (2008) e Willingham (2011), bem como muitos outros cientistas das ciências cognitivas considerando o pioneirismo da visão localizacionista de Franz Joseph Gall (1810), a visão topográfica de Jonh Hughling Jackson por volta de 1850 que, ao longo do tempo, foram questionadas e aprimoradas, principalmente, por Pierre Paul Broca e Carl Wernicke (GAZZANIGA *et al.*, 2006, p. 20-25).

Cortes longitudinais (planos sagitais), transversais (planos axiais) e frontais (planos coronais) também foram utilizados pelos pesquisadores da época para melhor compreender o funcionamento do cérebro. O principal corte longitudinal central separa o cérebro em dois hemisférios: direito e esquerdo que permitem a comunicação entre eles através de uma estrutura denominada de

“corpo caloso”. Enquanto cortes transversais e coronais auxiliam a compreensão hierárquica de subestruturas interiores (TORTORA & DERRICKSON, 2012).

A indicação para iniciar uma investigação topográfica do cérebro a partir dos seus dois hemisférios decorre, segundo Lent (2008), de uma “fissura” central-longitudinal denominada de *fissura inter-hemisférica*, conforme apresentada na Figura 2. Assim, parte-se do macro ao micro para destrinchar as singularidades de cada estrutura encontrada a partir do córtex cerebral até o início da medula espinhal.

Figura 2 - Vista topográfica dos hemisférios cerebrais.



Fonte: Disponível em <https://www.auladeanatomia.com/upload/site_pagina/hemisferios.jpg?x73185>, acessado em 30 de outubro de 2021.

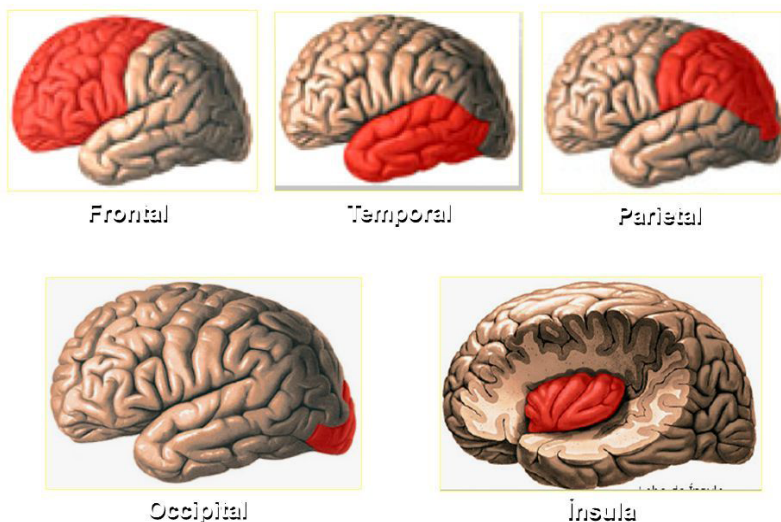
Com isso, possibilita-se localizar e identificar as “engrenagens” da atenção, considerando-as um padrão ouro, ou seja, estruturas preservadas para um funcionamento adequado e correspondente a maturidade em suas respectivas etapas do desenvolvimento humano.

A perspectiva de Nolte (2008), e de outros neurocientistas, é que nos dois hemisférios cerebrais existem estruturas distribuídas simetricamente, sendo inversas apenas em algumas de suas funções. Assim,

cada hemisfério cerebral inclui uma cobertura de córtex cerebral com poucos milímetros de espessura, um núcleo de substância branca que interconecta as áreas corticais entre si e com várias estruturas subcorticais, e área de substância cinzenta que são os maiores componentes dos gânglios da base e do sistema límbico (Ibidem, 2008, p. 54).

Outras subdivisões favorecidas a partir dos hemisférios são os cinco lobos: frontal, parietal, temporal, occipital e insular, conforme apresentados na Figura 3. Cabe salientar que nesses lobos existem funções especializadas para o processamento cerebral da informação.

Figura 3 - Vistas dos lobos cerebrais.



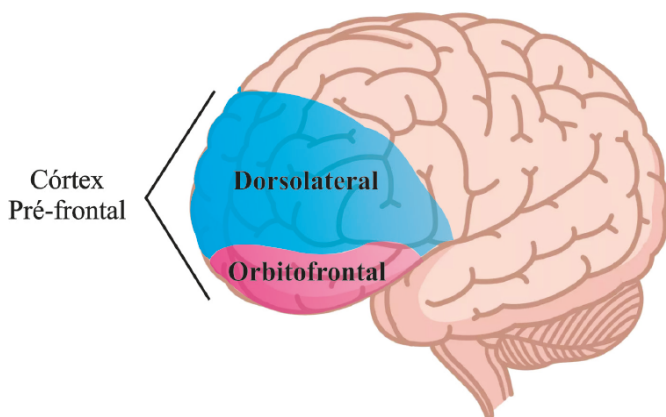
Fonte: Disponível em

<<https://i.pinimg.com/originals/37/19/38/371938ec9e5aefdacf24a6a1d1cd5c15.jpg>>, acessado em 30 de outubro de 2021.

Essas vistas apresentadas na Figura 3, oportunizam, sob o amparo de Gazzaniga *et al.* (2006), dizer que os mecanismos atencionais (como uma engrenagem cerebral) recrutam de subestruturas para serem ativados no “modo voluntário”, justificando focalizar em determinados estímulos e ignorar outros.

De todas as subestruturas já mapeadas pelos pesquisadores da neurociência cognitiva, Gazzaniga *et al.* (2006), Lent (2008), Posner e Petersen (1990) e outros são categóricos em afirmar que a área do córtex pré-frontal representa a principal porção cortical relativa à neuroanatomia da *atenção*, sendo essa primordial pelo domínio voluntário da mesma, segundo indicação na Figura 4.

Figura 4 - Principais estruturas corticais da *atenção* voluntária.

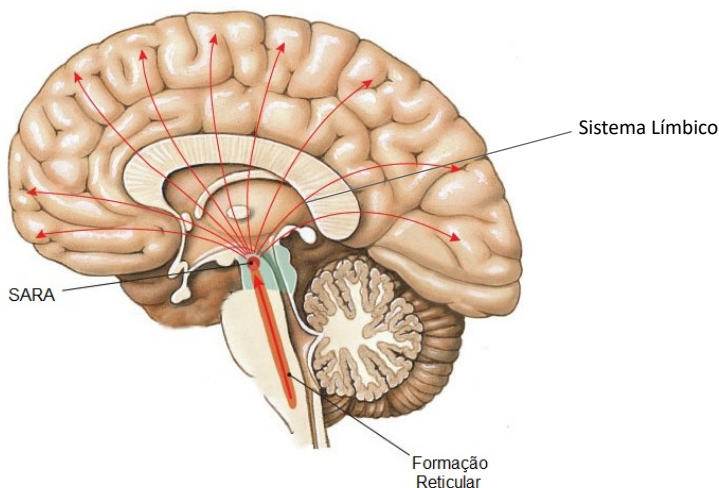


Fonte: Fonseca *et al.* (2017, p. 25).

Soma-se ao córtex pré-frontal um sistema localizado na Formação Reticular (mais especificamente, no tronco encefálico) denominado de Sistema Ativador Regular Ascendente (SARA) que, conforme postula Brandão (1995), responsabiliza-se

pela regulação do estado de alerta, bem como um mediador entre o ambiente interno e externo ao cérebro. É o SARA (Figura 5) que aciona as atividades corticais que resultam nas opções dos comportamentos manifestos e regulação do alerta, principalmente.

Figura 5 - Representação do Sistema Ativador Reticular Ascendente (SARA) e direcionamentos corticais.



Fonte: Disponível em < <https://abcdamedicina.com.br/coma-etilogias-e-avaliacao-pela-escala-de-glasgow.html> >, acessado em 20 de setembro de 2021.

Desse modo, foram identificados os “braços e pernas” das estruturas e subestruturas relacionadas a capacidade atencional do cérebro. Na próxima sessão será discutido como esses “membros atencionais” funcionam em favor da focalização de um alvo e inibição de possíveis distratores ambientais.

2.3 - Funcionamento cerebral dos mecanismos atencionais: breve apresentação da neurofisiologia da atenção

A ideia do “como” retrata o funcionamento de qualquer sistema. De acordo com as digressões abordadas na sub-sessão 2.1, foi o psicólogo dos Estados Unidos William James que inaugurou o interesse dos estudos acerca dos processos atencionais, sobretudo, na habilidade de selecionar e focalizar os sentidos em uma única informação conscientizando-se nela (MATLIN, 2004).

Conforme esse autor, James elaborou uma primeira classificação do funcionamento da atenção, como sendo *ativos* (atrelados as motivações pessoais) e *passivos* (refere-se aos esforços dos estímulos ambientais externos).

Entretanto, postula Simões (2014) que um outro ponto de vista, o de Wundt, buscou detalhar, fundamentar e ampliar a perspectiva de James relativa aos mecanismos que envolvem a atenção cerebral, designando-os de *campo subjetivo* que se refere

a área no interior da qual estariam presentes conteúdos com graus variados de claridade ou nitidez. Os mais claros e distintos se encontrariam no entorno de um ponto de fixação presente no foco de atenção, compondo uma espécie de **consciência clara**, e aqueles que circundam tal foco e se distribuem indistintamente até a periferia do campo subjetivo formariam uma **consciência obscura**. Do ponto de vista [neuro]funcional, definiu **apreensão** como o processo responsável pelo acesso àquelas percepções que se distribuiriam pelo campo subjetivo mais amplo, o da consciência obscura; e **apercepção** foi por ele definida como a atividade em que elementos presentes no campo da consciência obscura poderiam ser elevados, por meio da atenção, ao campo da

consciência clara ou foco de atenção. Dessa forma, compreende **processo aperceptivo** como a atividade de tornar conscientes conteúdos antes inconscientes num caráter dinâmico e plástico (Ibidem, 2014, p. 323, grifos da autora).

Assim, nota-se que a relação entre o *fenômeno da atenção* está atrelada ao da *consciência* e, essa pista, favoreceu outros pesquisadores interessados no tema a aprofundar as investigações, em nível neurofisiológico, a atenção cerebral.

O psicólogo cognitivo Sternberg (2010) afirma que analisar a atenção em processos cerebrais conscientes produzem melhores resultados quando comparados aos inconscientes, já que não se tem uma métrica para compreendê-los. Nesse sentido, concorda-se com Lima (2005) que a atenção está diretamente vinculada a um estado de alerta ou vigília, favorecendo a captura dos estímulos por meio dos canais de entrada.

Por meio de um recuo a história, Sternberg (2010) afirma que novos modelos para analisar a atenção e seus variados mecanismos, consideraram as ideias iniciais de James e Wundt. Dessa forma, observou-se que a atenção pode ser caracterizada em alguns tipos: seletiva, concentrada, alternada e dividida, em conformidade com os objetivos da situação e ambiente em que se encontra o indivíduo (LENT, 2002).

Os tipos acima destacados são ativados mediante dois específicos mecanismos atencionais: *bottom-up* e *top-down*. Enquanto o primeiro considera os estímulos externos, o segundo busca na memória de longo prazo elementos para auxiliar o cérebro a se interessar pelo processamento da informação apresentada.

O mecanismo *bottom-up* foi descoberto, segundo Sternberg (2010), por Broadbent (1958), que demonstra os bastidores para

ocorrer a seleção e focalização quando estímulos novos são apresentados e precisam ser compreendidos, mesmo que não existam memórias relacionadas. Para tanto, precisam sensibilizar ou motivar o cérebro ativando subestruturas do córtex pré-frontal (Figura 4), dentre elas a flexibilidade cognitiva (capacidade de adaptação a novas situações), planejamento, julgamento, crítica e execução (GAZZANIGA *et al.*, 2006). Dessa forma, todas as características visuoespaciais são esperadas, tais como: cores, tamanho e forma, contexto e indicação do tempo de reação.

Contrariamente, o mecanismo *top-down* analisada por Kahneman em 1973, Duncan e Humpheys em 1989, Cave e Wolfe em 1990, segundo Sternberg (2010), requisita lembranças existentes e disponíveis na memória de longa duração ativando o tipo de *atenção dividida*, pois enquanto os órgãos dos sentidos tentam encontrar pistas que justifiquem o interesse, subestruturas do sistema límbico (Figura 5) como o núcleo accumbens e amígdala, principalmente, avaliam a liberação de energia cerebral para tentar compreender a situação posta.

No campo da neurociência cognitiva, o interesse pela pesquisa enfocando a atenção como função cognitiva se justifica a partir dos seguintes objetivos:

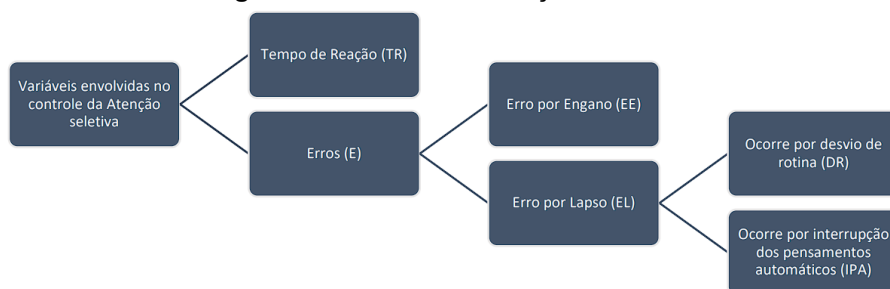
compreender como a atenção possibilita e influencia a detecção, percepção e a codificação dos eventos do estímulo, assim como a geração de ações baseadas nos estímulos; descrever quais algoritmos computacionais possibilitam esses efeitos; desvendar como esses algoritmos são implementados nos circuitos neurais e nos sistemas neurais do encéfalo humano; entender esses processos nos permitirá, finalmente, compreender como a lesão ou doença nesses sistemas leva à deficiência na atenção e a problemas cognitivos (GAZZANIGA *et al.*, 2006, p. 265).

De forma singular, o primeiro objetivo descrito por Gazzaniga *et al.* (2006) é suficiente para que professores e pessoas envolvidas com o ensino e aprendizagem de matemática, por exemplo, compreendam a necessidade de estudar o cérebro como um todo para tentar diminuir os impactos causados pela disciplina em tela.

Tornar essa indicação como possível favorece ao cérebro direcionar-se ao foco considerado importante para os estudantes, desenvolvendo assim, *“habilidade em prestar atenção e manipular informações; inibir estímulos irrelevantes; avaliar e selecionar respostas apropriadas; planejamento e monitoramento do comportamento direcionado a um objetivo”* (FONSECA *et al.*, 2017, p. 25).

Com efeito, poder-se-ia questionar como seria possível medir a atenção de uma pessoa que precisa estar engajada em uma tarefa. Para Mesulam (1999) e Posner e Petersen (1990), estudiosos dos mecanismos atencionais, duas variáveis são importantes, sobretudo, no controle da atenção seletiva, conforme ilustração da Figura 6.

Figura 6 - Controle da Atenção Seletiva².



Fonte: Adaptado de Mesulam (1999), Posner e Petersen (1990), Lent (2002) e Sternberg (2010).

² No presente estudo, a variável E não poderá ser considerada nas análises, visto que não foi objetivo da pesquisa analisar as repostas dos alunos das tarefas pinçadas de um livro didático abordado na próxima sessão. Contudo, torna-se pertinente avaliar os erros encontrados nas resoluções de tarefas destinadas aos discente para verificar se eles decorrem da ausência de atenção seletiva ou por outro motivo.

Lent (2010) auxilia no entendimento relativo ao TR referindo-se ao *“tempo decorrido entre o aparecimento do estímulo-alvo e a resposta motora”* (ibidem, 2010, p. 635). Decorre dessa definição, as seguintes propriedades: (a) quanto menor TR, maior é o grau de atenção do indivíduo; (b) quanto maior o TR, menos focado na tarefa o indivíduo está.

Outra forma de identificar o grau demandado de atenção em uma dada tarefa refere-se aos dois tipos de erros apresentados na Figura 6. O EE sinaliza que não existem objetivos (ou não estão bem especificados) do indivíduo em relação a tarefa dada, ou seja, aponta a existência de sentido (STERNBERG, 2010). Como exemplo, pode-se citar: decidir não levar os cadernos de anotações para estudar durante uma viagem, mesmo estando consciente que no retorno fará uma prova.

Já os EL referem-se aos procedimentos, ou seja, *“na realização de um meio para atingir um objetivo”* (STERNBERG, 2010, p. 118); aponta a existência de significado. Como exemplo, tem-se: preparar-se para levar o caderno para estudar na viagem, mas esquecê-lo em casa. Esse tipo de erro, por lapso, ainda pode ser compreendido a partir de duas circunstâncias, conforme apresentadas na Figura 6: DR ou IPA. O primeiro (DR), ocorre porque altera-se o foco de um hábito, enquanto o segundo (IPA), por causa da interrupção de processos automáticos eliciadas por eventos ambientais (externos ou internos) distratores (STERNBERG, 2010).

De modo geral, esses indicadores atencionais serão úteis para identificar na próxima sessão, elementos mínimos que servirão de estímulos para ativação dos mecanismos atencionais em tarefas de trigonometria.



CAPÍTULO 3

Descrição dos principais elementos dos estímulos atencionais que devem estar presentes na concepção e elaboração de tipos de Tarefas que pretendam evocar as noções fundamentais de trigonometria consideradas nesse estudo

Ao longo do presente estudo observou-se algumas dificuldades atreladas a aprendizagem trigonométrica no triângulo retângulo, bem como as características dos mecanismos atencionais que são ativados ou não diante de estímulos ambientais.

No que tange as noções relativas à razão trigonométrica é mínimo que os estudantes compreendam o conceito de “razão”, “proporção”, “ângulo” e “Teorema de Tales”.

Talvez assim, compreendam as noções de seno, cosseno e tangente em um triângulo retângulo que expressará apenas “medidas/números trigonométricos” resultados das relações entre ângulos e lados de um triângulo retângulo.

De imediato, esses “números trigonométricos” não fazem sentido para que o cérebro os avalie como importantes para a sua sobrevivência, pois não respondem aos questionamentos de “por que” e “para que”, sendo esses traduzidos como fontes de prazer, sentido e significado (WILLINGHAM, 2011).

Dito isto, cabe aos autores de livros didáticos e professores de matemática quando estiverem na fase de concepção e elaboração de tipos de Tarefas, considerarem as expectativas neurocog-

nitivas para melhor desenvolver um engajamento dos alunos que precisarão adquirir o domínio dos conhecimentos em jogo.

Considerando as discussões sobre os mecanismos atencionais (*bottom-up* e *top-down*) da sessão anterior, elaborou-se o Quadro 11 para servir de referência na análise de tipos de Tarefas trigonométricas que precisam recrutar a atenção para a sua execução.

Quadro 11 - Matriz de referência para análise da existência e níveis de mecanismos atencionais presentes ou não em tipos de Tarefas trigonométricas.

		Características dos estímulos atencionais (mecanismos atencionais)		Grau de compatibilidade com as expectativas cerebrais
		<i>bottom-up</i>	<i>top-down</i>	
		seleção e focalização - atenção seletiva ³	requisita lembranças existentes e disponíveis na memória de longa duração - atenção dividida ⁴	Ouro, Prata e Bronze
tipo de Tarefa (que recrutam apenas a aplicação da definição)	Envolvendo sen x , $0^\circ < x < 90^\circ$ ou	F, C, SC, D, TR, AT	R, P, A, TT, RT	Ouro , engajamento atencional forte
	Envolvendo cos x , $0^\circ < x < 90^\circ$ ou	F, SC, D	P, TT, RT	Prata , engajamento atencional médio
	Envolvendo tg x , $0^\circ < x < 90^\circ$	AT	RT	Bronze , engajamento atencional pequeno

Fonte: Os autores.

³ F = figuras; C = cores; SC = situação contextual; D = desafio; TR = tempo de reação indicado; AT = apenas texto.

⁴ Conhecimento e domínio sobre as noções de razão (R), proporção (P), ângulo (A) e Teorema de Tales (TT), bem como das razões trigonométricas (RT).

Vale salientar que os graus de compatibilidades destacados no Quadro 11 podem ser amparados pelos princípios Cognitivos de Willingham (2011) apresentados no Quadro 9, permitindo justificar, em certa medida, as escolhas das características dos estímulos atencionais *bottom-up* (PC_1 , PC_5 e PC_8) e *top-down* (PC_2 , PC_3 e PC_4) esperados pelo cérebro.

3.1 - Avaliação dos tipos de Tarefas trigonométricas disponíveis em um livro didático mediante os critérios da estimulação da atenção

Para iniciar essa sessão foi preciso informar o critério de uma obra (livro didático): obra aprovada no último Programa Nacional de Livros Didáticos – PNLD. Dessa forma, escolheu-se a obra de Dante (2016): “Matemática: contexto e aplicações”.

Esse livro está estruturado em quatro unidades, cada uma contendo dois capítulos. O capítulo que interessou a presente investigação é o de número oito, sessão três da unidade quatro, intitulado de “*Relações trigonométricas no triângulo retângulo*” (DANTE, 2016, p. 249).

Na presente sessão, observou-se que o autor delineou a apresentação das noções trigonométricas fundamentais a partir da estrutura apresentada no Quadro 12.

Quadro 12 - Estrutura da sessão “Relações trigonométricas no triângulo retângulo”.

- Definição de seno, cosseno e tangente por meio de semelhança de triângulos (*tópico 1*)
- Seno, cosseno e tangente só dependem do ângulo (*tópico 2*)
- Relações entre seno, cosseno e tangente (*tópico 3*)
 - Exercícios (10) (*tópico 4*)
- Seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis (*tópico 5*)
- “Resolvendo” triângulos retângulos (*tópico 6*)
- As distâncias da Terra ao Sol e à Lua (*tópico 7*)
- A evolução do cálculo dos senos e cossenos (*tópico 8*)
 - Exercícios Resolvidos (2 questões) (*tópico 9*)
 - Exercícios (16 questões) (*tópico 10*)
 - Pensando no Enem (2 questões) (*tópico 11*)
 - Vestibulares de Norte a Sul (10 questões) (*tópico 12*)
 - Caiu no Enem (2 questões) (*tópico 13*)

Fonte: Adaptado de DANTE (2016, p. 249-267).

A entrada escolhida pelo autor para justificar o foco atencional nas *relações trigonométricas no triângulo retângulo* fundamentam-se nas noções de proporcionalidade e no objetivo de calcular medidas inacessíveis, tentando convencer o aluno da importância de resolver problemas utilizando-se de triângulos retângulos. Nesse preâmbulo, avalia-se a existência de ativação dos mecanismos atencionais (*bottom-up* e *top-down*), contudo num grau de compatibilidade com as expectativas cerebrais tipo parcialmente bronze, pois só existe *bottom-up* do tipo AT.

Na sequência a matriz de referência (Quadro 11) foi aplicada nos treze tópicos da sessão em análise, buscando analisar o grau de compatibilidade acima citado para estimulação da atenção.

No *tópico 1*, o autor introduz as definições das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente utilizando-se de um conhecimento prévio, porém sem apresentá-las em termos de tipos de Tarefas: as noções de semelhança de triângulos. Essa ação ocorre sem a proposição de um contexto ou problemática que conduza o estudante a refletir sobre uma situação mais próxima possível da realidade. Assim, são contemplados apenas as seguintes características atencionais: *bottom-up*: F, C, AT, com prevalência para AT; assim avalia-se o mecanismo *bottom-up* como **padrão bronze**. Na *top-down*: R, P, A, TT, com prevalência de R, sendo então, compreendida como **padrão ouro**, desde que as noções prévias estejam disponíveis na memória de longo prazo (MLP).

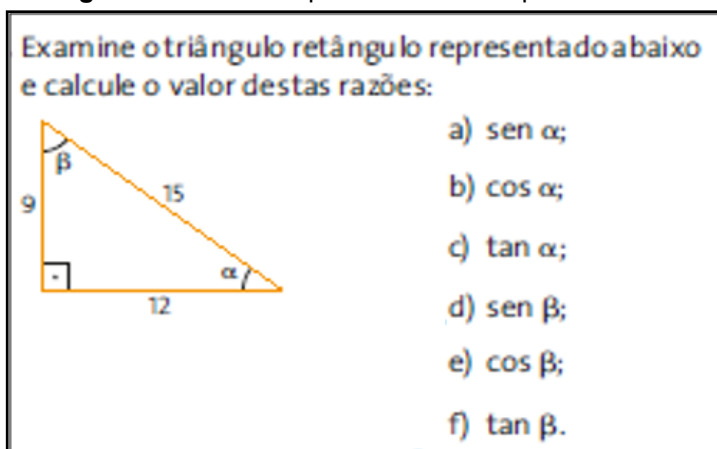
O *tópico 2*, segue a mesma apresentação do anterior sendo, então, classificado como **bronze** e **ouro** no que se refere aos mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down*, respectivamente. O diferencial é que nesse tópico as análises das razões trigonométricas enfocam nos ângulos.

A mesma lógica é aplicada no *tópico 3*, recorrendo a algebrismos para estabelecer relações entre seno, cosseno e tangente. Apesar disso, os padrões **bronze** e **ouro** são preservados para mobilizar os mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down*, respectivamente.

Com mais proximidades do que se espera em termos de tipos de Tarefas, o *tópico 4* reúne dez exercícios, cujo objetivo subliminamente verificado é a aplicação direta das definições de razões trigonométricas e relações trigonométricas entre seno, cosseno e tangente. Mais uma vez, as características para ativação dos mecanismos *bottom-up* e *top-down* são as mesmas, o que favorece

a busca por outros estímulos ambientais. Em nenhum dos dez exercícios ocorreu SC, D e TR que são compreendidas como fortes pelos pesquisadores da atenção seletiva, a exemplo de Mesulam (1999) e Posner e Petersen (1990). Dessa forma, **bronze** e **ouro** constituem-se nos graus de compatibilidade cerebral para ativação dos mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down*, respectivamente. Ainda assim, vale ratificar que o padrão ouro verificado até o momento dependerá da existência e disponibilidade da MLP. Como exemplo, tem-se a Figura 7.

Figura 7 - Exercício que remete a um tipo de Tarefa.



Fonte: DANTE (2016, p. 252).

Sem muitas novidades, os *tópicos 5 e 6* espelham os anteriores, preservando-se os padrões identificados: **bronze** e **ouro** no que se refere aos mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down*, respectivamente.

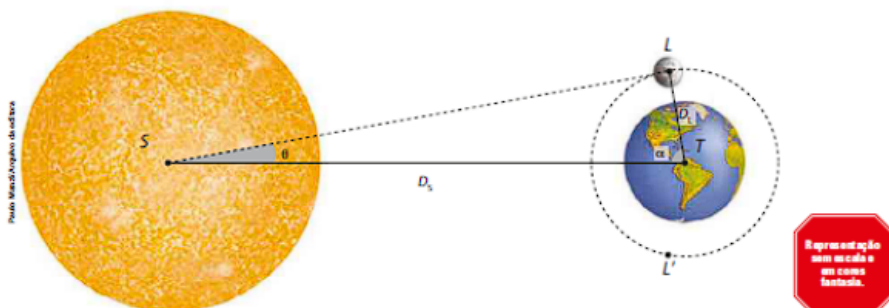
Pela primeira vez é apresentado no *tópico 7* um requisito esperado para que o cérebro do aluno decida focar a atenção na informação, pois essa, reúne características como F, C, SC e um possível D implícito, conforme a Figura 8.

Figura 8 - Apresentação do tópico 7.

As distâncias da Terra ao Sol e à Lua

Desde a Antiguidade as pessoas têm curiosidade de saber o quão distantes estão o Sol e a Lua da Terra. Nos eclipses solares o disco lunar encobre o Sol, o que nos leva à conclusão de que o Sol está muito mais distante da Terra do que a Lua. Porém, quantas vezes mais distante? Para tentar responder a essa pergunta, Aristarco de Samos, que viveu entre 310 a.C. e 230 a.C., teve algumas boas ideias.

Aristarco observou a Lua nos momentos em que ela está metade iluminada e metade escura, ou seja, nas posições de quarto minguante e quarto crescente. A figura abaixo mostra o Sol (S), a Terra (T) e a Lua (L), representados com tamanhos e órbitas fora de proporção, com fins meramente ilustrativos.



Imaginando na figura acima que a Lua gire em torno da Terra no sentido horário, a posição L indica o quarto minguante e nesse momento o ângulo TLS é reto. Na posição L', simétrica de L em relação à reta ST, a Lua está em quarto crescente e o ângulo TL'S é também reto. Ocorre que o tempo que a Lua leva para ir de L até L' é menor do que o tempo em que ela leva para ir de L' até L, e isso fica bem claro na representação acima.

Considerando o ciclo lunar de 29,5 dias e o tempo em que a Lua passa de minguante para crescente, Aristarco estimou o ângulo $\alpha = \widehat{STL}$ em cerca de 87° . Dessa forma $\theta = \widehat{TSL} = 3^\circ$, sendo D_L e D_S as distâncias da Terra à Lua e da Terra ao Sol. Então, teremos em notação moderna $\frac{D_L}{D_S} = \sin 3^\circ = 0,05234$. Portanto, pela observação de Aristarco, $D_S = \frac{1}{0,05234} D_L \approx 19 D_L$, e o Sol estaria 19 vezes mais distante da Terra do que a Lua.

A ideia de Aristarco foi boa, porém ele cometeu erros muito grandes nas medidas dos ângulos, uma vez que era muito difícil saber exatamente quando a Lua estava em quarto minguante ou quarto crescente.

No século XX, com instrumentos mais precisos, foi possível determinar que o ângulo θ é equivalente a $0,15^\circ$ e, usando o mesmo método de Aristarco mais de 2200 anos atrás, chegamos ao seguinte resultado:

$$D_S = \frac{1}{\sin(0,15^\circ)} D_L = \frac{1}{0,002618} D_L \approx 382 D_L$$

A estimativa é excelente e próxima da real; entretanto, atualmente sabemos que um valor ainda mais preciso seria $D_S = 390 D_L$, ou seja, comparando a distância entre a Lua e a Terra com a distância entre o Sol e a Terra, temos que a distância entre o Sol e a Terra é 390 vezes maior do que a distância entre a Lua e a Terra.

Fonte: DANTE (2016, p. 255).

As variáveis F, C e SC auxiliam o sistema atencional do cérebro a mobilizarem certo interesse, sobretudo, pelas figuras e cores existentes. No prolongamento dessas variáveis, a SC convida o cérebro a visitar os antepassados de sua espécie e avaliar como as ideias contidas na Figura 8 foram tratadas e resolvidas, mesmo sem a sofisticação de tecnologias atuais. Essas informações ativam a curiosidade cerebral e mobilizam, por algum tempo um diálogo entre os mecanismos *bottom-up* e *top-down*, respectivamente. Dessa forma, podem ser avaliados como **padrão prata**.

Ainda assim, a ausência de desafios D atrelados ao TR favorecem a busca de outros estímulos ambientais, os distratores, evitando que o aluno se engaje nas informações objetivadas nessa sessão do livro em análise.

Caberia ao autor, propor uma tarefa, cujo contexto estivesse mais próximo dos alunos, tendo recompensas imediatas ao solucionarem a mesma. Isso é um padrão ouro mais satisfatório as expectativas cerebrais.

No próximo tópico (oitavo) o autor realiza o mesmo movimento, inserindo características como F, C, SC e um possível D implícito, porém, sem a presença de TR, conforme a Figura 9.

Figura 9 - Apresentação do tópico 8.

A evolução do cálculo dos senos e cossenos

Com uma calculadora científica você obtém facilmente senos e cossenos de qualquer ângulo. Por exemplo, para saber o cosseno do ângulo de 20° apertamos a tecla "cos" da calculadora, digitamos o número "20", depois a tecla "=" e aparece o número 0,93969...

Fique atento!

Observe se a calculadora científica está aceitando valores de graus; geralmente essa função já está selecionada. Caso o valor obtido para $\cos 20^\circ$ não seja igual ao indicado, verifique no modo (*mode*) de funcionamento da calculadora se a opção grau (*degree*) está selecionada.



Detalhe de uma calculadora científica.

No século XVIII, com o Cálculo de Newton e Leibniz em pleno desenvolvimento, um matemático inglês chamado Brook Taylor descobriu que funções podem ser aproximadas por polinômios. Por exemplo, para calcular $\cos x$ quando x é um número real relativamente pequeno usamos o Polinômio de Taylor, que para a função cosseno é:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots$$

Quanto maior o número de parcelas, maior a precisão obtida.

Na fórmula acima, aparece o símbolo de **fatorial** que quer dizer:

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

No nosso exemplo, para calcular (de forma aproximada) o cosseno de 20°, primeiro transformamos a medida do ângulo de graus para radianos:

$$\begin{cases} 180^\circ = \pi \text{ radianos} \\ 20^\circ = x \text{ radianos} \end{cases} \Rightarrow 180x = 20\pi \Rightarrow x = \frac{20\pi}{180} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{45} \Rightarrow x = \frac{\pi}{9} = 0,3491$$

Tomando 20° como 0,3491 radianos, substituímos esse valor de x no Polinômio de Taylor, e, realizando os cálculos apenas até $-\frac{x^6}{6!}$, encontramos o valor do cosseno de 20°, que é igual a 0,93968, já com quatro casas decimais corretas.

A calculadora científica calcula as funções trigonométricas no momento em que você digita usando métodos desenvolvidos no século XVIII, mas com tecnologia moderna, que permite que cálculos pesados sejam feitos em um tempo ínfimo.

Fonte: DANTE (2016, p. 256).

Contrariamente ao conteúdo da Figura 8, as variáveis F, C e SC auxiliam o sistema atencional do cérebro a mobilizarem motivação, já que a calculadora é um instrumento utilizado no mundo moderno em várias áreas do conhecimento. Mostrar como

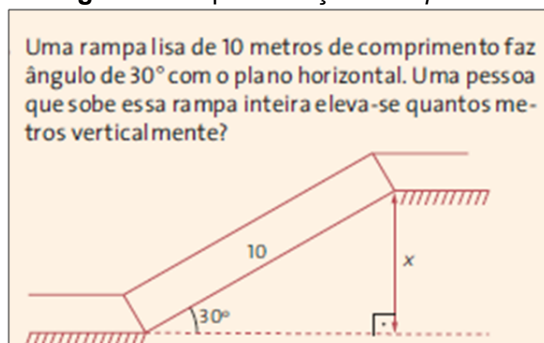
é possível economizar tempo e diminuir erros são elementos que interessam ao cérebro a amadurecer e adaptar-se no presente. Assim, pode ser avaliado como **padrão prata**.

Também foi oportuno o autor da obra em tela recorrer a história do cálculo newtoniano para demonstrar como os caminhos para determinar o valor de “x” na equação que envolve o *cosse*no pode ser encurtado a partir de uma calculadora científica. Assim, avalia-se essa forma de apresentação mais próxima de um padrão ouro que a anterior.

Nos próximos tópicos, do 9 ao 13, estão reunidos os exercícios (podendo ser pareados aos tipos de Tarefas) que objetivam fazer os alunos a entrarem em atividade prática, onde, diferente dos tópicos anteriores, eles recrutavam as capacidades atencionais e não as funções executivas que representam um conjunto de capacidades cerebrais localizadas no córtex pré-frontal. Dentre elas, pode-se destacar: planejamento, controle inibitório, flexibilidade cognitiva, julgamento, crítica e execução motora (LENT, 2010).

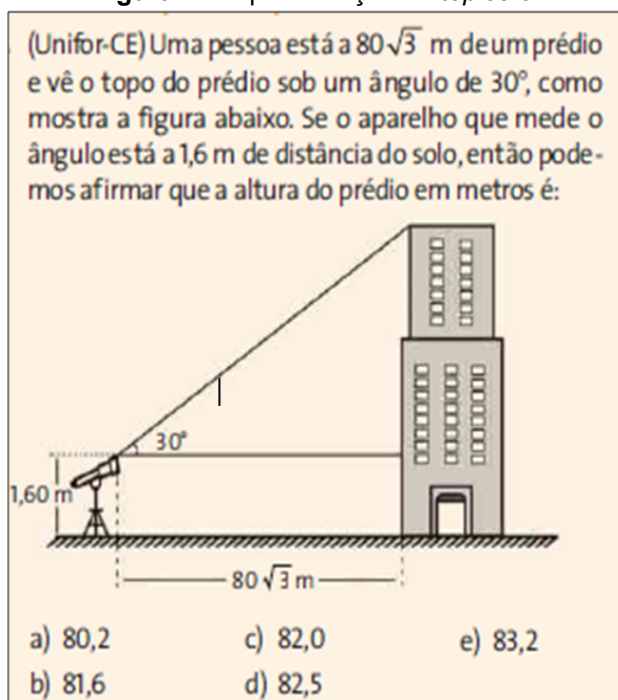
As Figuras 10 e 11 referem-se a exercícios resolvidos, cujas respostas não interessam a presente pesquisa. Mas, sobretudo, o formato de suas proposições.

Figura 10 - Apresentação do tópico 9.



Fonte: DANTE (2016, p. 257).

Figura 11 - Apresentação do tópico 9.



Fonte: DANTE (2016, p. 257).

Aplicando-se as lentes do Quadro 11 nas Figuras 10 e 11, observa-se a existência de elementos que ativam o mecanismo *bottom-up*, tais como F, C, SC e D, contudo, essas duas últimas variáveis não estimulam no cérebro a ativação esperada desse mecanismo, pois são situações que não recompensam o cérebro ao gasto de energia, dado que suas respostas não ajudam o amadurecimento esperado. Verificou-se que o autor tentou mobilizar a atenção dos estudantes, porém, sem o sucesso esperado quando são consideradas as expectativas cerebrais, avaliando como **padrão bronze** o tópico em análise.

No que tange ao mecanismo *top-down*, uma única variável é solicitada, respectivamente, em cada questão: as definições de

seno e tangente como RT, tornando ambos os exercícios desse ponto de vista como **padrão bronze**.

Os tópicos 10 a 13 reúnem 30 questões/ exercícios (tipos de Tarefas) que foram analisados sob os critérios do Quadro 11. As Figuras 12 e 13 representam 6,6 % dos exercícios que contemplam, em sua maioria, os critérios salientados anteriormente.

Figura 12 - Apresentação do tópico 12.

(UFRN) Numa escola, o acesso entre dois pisos des-nivelados é feito por uma escada que tem quatro degraus, cada um medindo 24 cm de comprimento por 12 cm de altura. Para atender à política de acessibilidade do Governo Federal, foi construída uma rampa, ao lado da escada, com mesma inclinação, conforme mostra a foto abaixo.



Reprodução Vestibular UFRN

Com o objetivo de verificar se a inclinação está de acordo com as normas recomendadas, um fiscal da Prefeitura fez a medição do ângulo que a rampa faz com o solo.

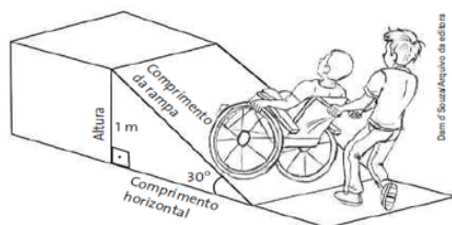
O valor encontrado pelo fiscal:

- a) estava entre 30° e 45° .
- ☒ b) era menor que 30° .
- c) foi exatamente 45° .
- d) era maior que 45° .

Fonte: DANTE (2016, p. 262).

Figura 13 - Apresentação do tópico 12

10. (UEL-PR) Analise a figura a seguir.



A questão da acessibilidade nas cidades é um desafio para o poder público. A fim de implementar as políticas inclusivas, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) criou normas para acessibilidade arquitetônica e urbanística. Entre elas estão as de construção de rampas de acesso, cuja inclinação com o plano horizontal deve variar de 5% a 8,33%. Uma inclinação de 5% significa que, para cada metro percorrido na horizontal, a rampa sobe 0,05 m. Recorrentemente, os acessos por rampas não respeitam essas normas, gerando percursos longos em inclinações exageradas. Conforme a figura, observou-se uma rampa de acesso, com altura de 1 metro e comprimento da rampa igual a 2 metros.

Se essa rampa fosse construída seguindo as normas da ABNT, com inclinação de 5%, indique a alternativa que apresenta, corretamente, a diferença de comprimento dessas rampas, em metros.

- a) 5.
- b) 20.
- c) $2 + \frac{1}{20}$.
- ☒ d) $\sqrt{401} - 2$.
- e) $\sqrt{4,01} + \frac{1}{20}$.

Fonte: DANTE (2016, p. 263).

Foi possível constatar que não houve exercícios compatíveis com as expectativas atencionais nos *tópicos 10 e 11*, justamente as questões elaboradas pelo autor da obra em análise. Dessa forma, ambos podem ser avaliados como **padrão bronze**.

Já no *tópico 12*, é visível a existência das variáveis F, C⁵, SC e D para ativar o mecanismo *bottom-up*, pois são “tipos de

⁵ Apenas na Figura 12.

Tarefas” que convidam o estudante a se engajar pela natureza do contexto. Nesse sentido, podem ser compreendidas como **padrão ouro**. Para ativação do mecanismo *top-down* é necessário existir e estar disponível na MLP apenas a definição das RT, o que denota um **padrão bronze**. Por fim, não foram identificadas noções trigonométricas no *tópico 13*, apesar de estar inserido na sessão analisada.

Com efeito, a Figura 14 permitirá uma visão panorâmica em relação aos graus de compatibilidade com as expectativas cerebrais identificadas nas tarefas do livro didático analisado.

Figura 14 - Visão panorâmica decorrente das avaliações dos tópicos relativos as razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Tópicos	Grau de compatibilidade com as expectativas cerebrais		Valor relativo entre os mecanismos atencionais
	<i>bottom-up</i>	<i>top-down</i>	
1	padrão bronze	padrão ouro	50% extremos
2	padrão bronze	padrão ouro	
3	padrão bronze	padrão ouro	
4	padrão bronze	padrão ouro	
5	padrão bronze	padrão ouro	
6	padrão bronze	padrão ouro	
7	padrão prata	padrão prata	100% medianos
8	padrão prata	padrão prata	
9	padrão bronze	padrão bronze	100% mínimos
10	padrão bronze	padrão bronze	
11	padrão bronze	padrão bronze	
12	padrão ouro	padrão bronze	50% extremos
13	padrão bronze	padrão bronze	100% mínimos

Fonte: A pesquisa.

A partir dos dados expressados na Figura 14 fica evidente a dificuldade de eliciar o mecanismo *bottom-up*, pois de treze *tópicos* em apenas um (7,69%) ele está adequado as expectativas cerebrais. Esse pode ser um dos motivos que justificam a dispersão dos alunos durante atividades que indiquem o uso do livro didático.

De forma mais robusta, o mecanismo *top-down* tem prevalência de 61,53%, indicando o quanto se faz importante e necessário que os conhecimentos prévios, definições e propriedades estejam disponíveis na MLP.

Importa destacar o quanto se faz necessário dispor dos conhecimentos atrelados ao funcionamento do cérebro para melhor estabelecer situações que atendam às suas expectativas, permitindo o engajamento discente esperado pelas instituições de ensino.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação teve por objetivo geral compreender como os mecanismos atencionais quando direcionados aos tipos de Tarefas responsáveis pela evocação de alguma noção matemática fundamental que pode ser ajustada em prol do êxito esperado. Dessa forma, foi subdividida em três estudos que buscaram: identificar e definir uma noção matemática fundamental, sendo essa apontada pelos alunos da Educação Básica como mais complexa; estabelecer as aproximações entre os princípios da psicologia e a neurociência cognitiva que ativam os mecanismos atencionais em tipo de tarefas matemáticas e, por fim, descrever os principais elementos dos estímulos atencionais que devem estar presentes na concepção e elaboração de tipos de Tarefas que pretendam evocar a noção matemática fundamental separada para esse estudo, a partir da análise de um livro didático.

A primeira sessão considerou publicações científicas nos últimos cinco anos, referentes as Comunicações Científicas (CCs), apresentadas nos últimos cinco ENEM's (2019, 2016, 2013, 2010 e 2007), cujos livros de Anais estão disponíveis na página virtual da Sociedade Brasileira de Educação Matemática/SBEM. Num segundo momento, realizar uma digressão no cenário internacional por meio de alguns periódicos indexados.

A seleção da noção do conhecimento baseou-se nas evidências de Fonseca (2015, 2011 e 2002) que definiu o campo trigonométrico portador de altas complexidades de aprendizagem dos alunos, pois, conforme esse autor, as medidas trigonométricas ini-

ciais (razões trigonométricas) não são passíveis de representações geométricas, causando as primeiras “estranhezas” para os alunos.

Na sequência o mesmo pesquisador identificou certo grau de dificuldade quando os alunos precisavam esboçar graficamente funções trigonométricas do tipo função $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$, com $D(f) \in \mathbf{R}$, em que os alunos não compreendem os papéis dos coeficientes a , b , c e d . Essa dificuldade aumenta significativamente quando é solicitado aos alunos desenharem o gráfico da função $g(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$, com $D(g) \in \mathbf{R}$ (FONSECA, 2012). Isto posto, resolveu-se focar no campo trigonométrico (Trigonometria, Funções Trigonômicas) o levantamento tanto nas CCs dos últimos cinco ENEM's (Quadro 1), bem como em artigos internacionais periódicos indexados (Quadro 8).

Ao longo dessas análises foi possível identificar algumas pistas que sinalizavam elementos do segundo estudo, especificamente, os mecanismos atencionais, pois em um extrato das CCs (ENEM's) um “*ensino democrático, ativo e mais próximo de sentido e significado* para os estudantes” coexistem como principais marcadores dos mecanismos atencionais (M_{ma}).

No Quadro 3, oito trabalhos foram localizados, sendo possível identificar um segundo conjunto de mecanismos atencionais (M_{ma2}): *uso de software (Geogebra), atribuição de sentido por meio da representação geométrica, uso de diferentes metodologias de ensino, implementação da ludicidade (jogos) e atividades que promovam a socialização entre os alunos*.

De modo análogo, procedeu-se nos outros ENEM's analisados, cuja conclusão foi apontada no Quadro 7, reunindo-se 22 propriedades atencionais, respectivamente classificadas como

M_{ma1} , M_{ma2} , M_{ma3} e M_{ma4} .

No cenário internacional, o Quadro 8 permitiu compreender o perfil das pesquisas publicadas apontando marcadores didáticos e estímulos alvos que auxiliam a presente pesquisa na medida que salientam elementos da psicologia e neurociência cognitiva. Assim, avaliou-se como robustos os marcadores: situações práticas, conhecimentos prévios, habilidades matemáticas, erros na resolução de tarefas trigonométricas e aprendizagem significativa de trigonometria.

Dessa forma, é conclusivo que dispor de propriedades atreladas aos M_{ma1} , M_{ma2} , M_{ma3} e M_{ma4} , marcadores didáticos e estímulos alvos é uma condição mínima para que os mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down* possam ser mobilizados em prol da aprendizagem trigonométrica.

No segundo estudo, demonstrou-se a existência dos princípios da psicologia e neurociência cognitiva que abrigam as investigações sobre ativação dos mecanismos atencionais, considerando seus pilares fincados na história dessas duas áreas, bem como a neuroanatomofisiologia das estruturas cerebrais recrutadas para a ativação dos mecanismos atencionais.

Demonstrou-se que o interesse pelo estudo da atenção, enquanto função cerebral, recua ao longo da história, sendo, segundo Sternberg (2010), Wundt e Titchener, James e Thorndike, foram os primeiros psicólogos a investigarem indiretamente, o Sistema Nervoso Central (SNC) em toda a sua complexidade.

Assim, desvelou-se o invisível aos olhos e, muitas vezes, imperceptíveis aos próprios sujeitos em situação de aprendizagem trigonométrica, tanto os locais como os gatilhos para ativação dos mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down*.

O Quadro 10 reúne princípios elencados por Willingham (2011) que justificam alguns porquês as pessoas estão ou não atentas a determinados fatos ou situações. Compreendê-los facilita a escolha de estratégias para melhor ativar os mecanismos atencionais *bottom-up* e *top-down*. Por exemplo, considerar o PC₁, PC₅ e PC₈ justificam as escolhas para ativar o *bottom-up* enquanto PC₂, PC₃ e PC₄ são adequados para acionar o *top-down*.

Por fim, o terceiro estudo desenvolveu e apresentou no Quadro 10 referências neurocognitivas para classificar o grau dos mecanismos atencionais (padrão ouro, prata e bronze) possíveis de serem identificados em um livro didático de matemática, especificamente, no que se refere as razões trigonométricas no triângulo retângulo, entendendo-as como basais para o estudo das funções circulares.

Ratifica-se nessa etapa da redação que o critério utilizado para selecionar o livro didático foi “obra aprovada no último PNLD”. Dessa forma, a obra “Matemática: contexto e aplicações” (DANTE, 2016), serviu para aplicar o Quadro 11 como lente neurocognitiva sobre o capítulo do livro denominado de “*Relações trigonométricas no triângulo retângulo*” (DANTE, 2016, p. 249).

Realizadas todas as análises na terceira sessão foi possível concluir que seja a apresentação teórica das noções em jogo, sejam os tipos de Tarefas elencadas no livro, o padrão bronze sobressaiu-se conforme as evidências apresentadas na Figura 15. Além disso, também ficou demonstrado que existe uma prevalência do padrão bronze das tarefas que recrutam o mecanismo *bottom-up* em relação ao *top-down*.

Esses resultados indicam a necessidade de revisitar tanto a apresentação teórica do capítulo do livro em análise, como também

os tipos de Tarefas selecionados pelo autor, pois considerando o estado atual dessa obra é possível dizer que o índice atencional dos estudantes é baixo para o que se pretende.

Continuar a elaboração de livros didáticos, ou até mesmo, as aulas sobre as noções de trigonometria sem considerar as expectativas cerebrais podem continuar resultando no desinteresse dos alunos diante desse tema da matemática, tão importante na transição para o Ensino Superior, sobretudo, na disciplina de Cálculo 1.

Cumprido, o presente estudo, os objetivos esperados no projeto inicial demarcando para os interessados na aprendizagem trigonométrica os limites entre o que se sabe acerca do conteúdo e de como torná-lo atrativo para os estudantes.

No que tange as expectativas de futuras investigações científicas sobre a temática em tela (mecanismos atencionais no campo da matemática), uma questão que pode ser deixada como motivação é: quais tipos e níveis de atenção estão sendo requisitados nas tarefas trigonométricas, funcionando como possíveis barreiras para aprendizagem?



REFERÊNCIAS

ALTMAN, R. and KIDRON, I. Constructing knowledge about the trigonometric functions and their geometric meaning on the unit circle. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 47, n. 7, p. 1048-1060, 2016.

ALVES, R. S.; DUARTE, C. e NACHTIGALL, C. Vídeos didáticos: uma experiência com trigonometria em EAD. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

ANAIS DO XIII ENEM. Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2019/anais/comunicacoes-cientificas-1.html>>, acessados de 15 a 20 setembro de 2021.

ANAIS DO XII ENEM. Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/comunicacoes-cientificas-1.html>>, acessados em 15 de setembro de 2021.

ANAIS DO XI ENEM. Disponível em <<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/>>, acessados em 15 de setembro de 2021.

ANAIS DO X ENEM. Disponível em <<https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/>>, acessados em 15 de setembro de 2021.

ANAIS DO IX ENEM. Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/comunicacoes-cientificas-1.html>>, acessados em 26 de outubro de 2020.

ANAIIS DO V ENEM. Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>>, acessados no intervalo de 07 a 12 de outubro de 2020.

ASSIS, A. N. Relações trigonométricas no triângulo-retângulo: a construção do conceito de seno, cosseno e tangente, como uma relação no ângulo agudo, por meio de material manipulativo. In: **ANAIIS DO XII ENEM**. São Paulo, 2016.

AZIZI, H. and HERMAN, T. Critical thinking and communication skills of 10th grade students in trigonometry. **Journal of Physics: Conference Series** **1469** 012161, p. 1-7, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, 2018.

CHEVALLARD, Y. **Concepts fondamentaux de la didactique**: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1992.

CHEVALLARD, Y. **Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique**, Séminaire de l'Associazione Mathesis, Turin, 3 février 1994, in Actes du Séminaire 1993-1994, 190-200. 1994.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique**. Cours donné à l'université d'été *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, La Rochelle, 4-11 juillet 1998; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120.1998.

COSTA, F. A.; GONÇALVES, R. e ALLEVATO, N. S. G. Utilizando o geogebra no celular para o ensino de algumas funções trigonométricas: uma abordagem com a resolução de problemas. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2016.

DAVIDOFF, L. L. **Introdução à Psicologia**. São Paulo: Pearson Education Brasil, 2001.

D FAHRUDIN *et al.* Profile of students' errors in trigonometry equations. **Journal of Physics: Conference Series** **1188** 012044, p. 1-8, 2019

FIGUEIREDO, H. R. S. and BATISTA, I. L. Mathematics History and Cognitive Values on a Didactic Sequence: Teaching Trigonometry. **REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education**, v. 7, n. 3, p. 311-332, 2018.

FIORENTINI, D. & LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. – (Coleção Formação de Professores)

FIGUEIREDO, S. A. Atividades práticas integradas ao componente curricular: o *software geogebra* no ensino de funções trigonométricas. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

FIGUEIREDO, S. A. e LOBO DA COSTA, N. M. Trajetória hipotética de aprendizagem e a compreensão das relações trigonométricas no ciclo. In: **ANAIS DO XII ENEM**. São Paulo, 2016.

FONSECA, L. S. **Aprendizagem em Trigonometria**: o olhar da Educação Matemática. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2002.

FONSECA, L. S. **Aprendizagem em Trigonometria**: obstáculos, sentidos e mobilizações. São Cristóvão: UFS, 2011.

FONSECA, Laerte S. **Funções Trigonométricas**: elementos “de” & “para” uma engenharia didática. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

FONSECA, L. S. da. **Um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e França**. 2015, 1v. 495p. Tese de Doutorado. Orientador: Luiz Gonzaga Xavier de Barros. Coorientadora: Jana Trgalová. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo (SP).

FONSECA, L. *et al.* Uma ecologia dos mecanismos atencionais fundados na neurociência cognitiva para o ensino de matemática no século XXI. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/ Impressa**, v. 10, n. 1, p. 19-30, 2017.

FONSECA, L. S. **Didática da matemática e neurociência cognitiva**: elementos para uma articulação em favor da aprendizagem matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019.

FONTES, C. A. e MUNIZ, R. S. S. Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

GAZZANIGA, M. S. *et al.* **Neurociência Cognitiva**: a biologia da mente. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GIL, R. S. A. e MENDES, I. A. Explorando o círculo trigonométrico. In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

GONÇALVES, D. C. e LAGE, M. A. Formas de pensamento matemático evidenciadas em conceitos básicos de trigonometria. In: **ANAIS DO XII ENEM**. São Paulo, 2016.

HADI, W. and FARADILLAH, A. Application of Discovery Learning Method in Mathematical Proof of Students in Trigonometry. **Desimal: Jurnal Matematika**, v. 3, n. 1, p. 73-82, 2020.

INAN, C. Influence of the Constructivist Learning Approach on Students' Levels of Learning Trigonometry and on Their Attitudes Towards Mathematics. **H. U. Journal of Education**, v. 28, n. 3, p. 219-234, 2013.

ISTADI, T.; KUSMAYADI, A. and SUJADI, I. Students' mathematical representations on secondary school in solving trigonometric problems. **Journal of Physics: Conference Series** **855** 012021, p. 1-9, 2017.

JESUZ, D. A. F.; OLIVEIRA, J. C. R. e LEAL, G. C. Uma experiência com a modelagem matemática para o ensino de funções trigonométricas. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

JUNG-A *et al.* Toward Students' Full Understanding of Trigonometric Ratios. **Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education**, v. 17, n. 1, p. 63-78, 2013.

KLEIN, M. É. Z. O ensino da trigonometria subsidiado pela teoria da aprendizagem significativa e pela teoria dos campos conceituais. In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

LEITE, E. C. F. A.; PEREIRA, C. S. e LEITE, M. L. A. Trigonometrilha: uma proposta para a aprendizagem significativa em trigonometria. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

LIMA, J. H. S e CHAQUIAM, M. As contribuições à trigonometria nos séculos XVII, XVIII e XIX. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

LINS, A. G. R. A trigonometria no Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba/IFPB – contribuições da aprendizagem significativa. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

LENT, R. **Cem bilhões de neurônios**. Rio de Janeiro: Atheneu, 2002.

LENT, R. **Neurociência da Mente e do Comportamento**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2008.

LOPES, M. M. e ANDRADE, J. A. C. Potencialidades do *software* geogebra na sala de aula de matemática: um exemplo com ensino e aprendizagem de trigonometria. In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

MATLIN, M. W. **Psicologia Cognitiva**. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MENSAH, F. S. Ghanaian Senior High School Students' Error in Learning of Trigonometry. **International Journal of Environmental & Science Education**, v. 12, n. 8, p. 1709-1717, 2017.

MESA, V. and GOLDSTEIN, B. Conceptions of Angles, Trigonometric Functions, and Inverse Trigonometric Functions in College Textbooks. **Int. J. Res. Undergrad. Math. Ed.**, v. 3, p. 338–354, 2017.

MESULAM, M.M. Spatial attention and neglect: parietal, frontal and cingulate contributions to the mental representation and attentional targeting of salient extrapersonal events. **Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci**, v. 354, n. 1387, p. 1325-46, 1999.

MORO, F. T. e ROSSATTO, S. A. Vivenciando a matemática: uma proposta para o ensino-aprendizagem da trigonometria e da semelhança de triângulos. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

MOURA, L. WIELEWSKI, B. e SIMÃO, A. Introdução à trigonometria com auxílio do software geogebra. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

MOTA, T. B.; JUCÁ, R. S. e PINHEIRO, C. A. M. Uma análise de erros nas relações trigonométricas no triângulo retângulo. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

NASCIMENTO, M. A. Trigonometria: um olhar com a pesquisa e a sala de aula. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

NASCIMENTO, C. C. P. e DULLIUS, M. M. Algumas reflexões sobre o uso do geogebra no ensino das funções trigonométricas. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

NETO, S. D. O *software* geogebra como ferramenta auxiliar no ensino e aprendizagem da trigonometria. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

NOLTE, J. **Neurociência**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

OGBONNAYA, U. I. and MOGARI, D. The Relationship Between Grade 11 Students' Achievement in Trigonometric Functions and Their Teachers' Content Knowledge. **Mediterranean Journal of Social Sciences**, v. 5, n. 4, p. 443-451, 2014.

OLIVEIRA, H. M. P.; CARDOSO, A. e SOUZA JÚNIOR, J. C. Funções trigonométricas em video aulas: possível contribuição para a aprendizagem. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

PACHECO, T.; FIGUEIREDO, S. A. e MACHADO, S. A. A validação de uma trajetória hipotética de aprendizagem de trigonometria por meio de oficina pedagógica. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

PEREIRA, C. S. Aprendizagem em trigonometria – contribuições da teoria da aprendizagem significativa. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

PINHEIRO, E. G.; PEREIRA, D. T. e BARBOSA, M. S. Geoplano circular: um aliado no ensino da trigonometria. In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

POLONI, M. Y. e LOBO DA COSTA, N. M. Formação continuada de professores e o uso de jogos no ensino de trigonometria. In: **ANAIS DO XI ENEM**. Curitiba, 2010.

POPOOLA, A. A. and OLUWASEUN, O. I. Effects of mathematics graphing calculator on senior secondary school students' performance in trigonometry in ekiti state, Nigeria. **EKSU Journal of Education**, v. 9, n. 2, p. 16-22, 2019.

POSNER, M. I. e PETERSEN, S. E. The attention system of the human brain. In: **Annu Rev Neurosci**, v. 13, p. 25-42, 1990.

RAMALHO, L. R. e BITTAR, M. Trigonometria em livros didáticos do 9º Ensino Fundamental. In: **ANAIS DO XII ENEM.** São Paulo, 2016.

REIS, L. A. C. e ALLEVATO, N. S. G. Trigonometria no triângulo retângulo: o aluno como protagonista na construção do conhecimento. In: **ANAIS DO XI ENEM.** Curitiba, 2010.

ROCHA, M. J. e LAUDARES, J. B. Objeto de aprendizagem para o estudo das funções trigonométricas arco seno e arco cosseno. In: **ANAIS DO XII ENEM.** São Paulo, 2016.

SALEH, S. F. *et al.* Elementary School Teachers' Mathematical Connections in Solving Trigonometry Problem. **Research in Social Sciences and Technology (RESSAT)**, v. 3, n. 3, p. 32-41, 2018.

SANTOS, P. R. e SANTOS, C. A. B. Um estudo sobre a trigonometria no triângulo retângulo na perspectiva da teoria dos campos conceituais. In: **ANAIS DO XII ENEM.** São Paulo, 2016.

SANTOS, D. S. e SILVA, J. D. N. Uma investigação sobre as prescrições e os usos que os autores de livros didáticos de matemática do 9º ano fazem sobre o conteúdo de trigonometria. In: **ANAIS DO XII ENEM.** São Paulo, 2016.

SANTOS, U. G. R.; SILVA, P. S. e CRUZ, A. M. L. A gênese instrumental do material manipulativo régua trigonométrica no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático redução ao 1º quadrante. In: **ANAIS DO XII ENEM.** São Paulo, 2016.

SANTOS, J. S.; HOMA, A. I. R. e GROENWALD, C. L. O. A temática trigonometria com a utilização das tecnologias digitais: oficinas para professores e licenciandos em matemática. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

SANTOS, R. A.; SIQUEIRA, A. O. S.; MADURO, V. P. S. e SANTOS, V. S. O ensino de trigonometria e resolução de problemas: uma abordagem social. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

SBEM – **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br>>, acessado em 07 de outubro de 2020.

SILVA, L. M. S. Roda de bicicleta, bambolê ou ciclo trigonométrico? In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

SILVA, M. F. e FROTA, M. C. R. uma experiência com modelos da trigonometria associados a situações práticas. In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

SILVA, J. P. e PALHARES, M. E. S. Trigonometria no triângulo retângulo: uma análise dos erros dos alunos do Ensino Médio. In: **ANAIS DO XIII ENEM**. Cuiabá, 2019.

SIMÕES, P. M. U. Análise de Estudos sobre Atenção Publicados em Periódicos Brasileiros. **Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, SP. v. 18, n. 2, p. 321-330, 2014.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

TORTORA, G. J. e DERRICKSON, B. **Corpo Humano**: fundamentos de anatomia e fisiologia. Porto Alegre: Artmed, 2012.

VAZQUEZ, C. M. R. Trigonometria no ensino médio: a construção de alguns conceitos. In: **ANAIS DO X ENEM**. Salvador, 2010.

VIEIRA, J. E. L.; FONSECA, L. S. e SILVA, K. S. Aprendizagem das noções de trigonometria no triângulo retângulo: reflexões à luz da neurociência cognitiva. In: **ANAIS DO XII ENEM**. São Paulo, 2016.

VIGANÓ, V. C. R. e LIMA, I. G. Aprendizagem significativa de Trigonometria. **REMAT**, v. 1, n. 2, p. 1-8, 2015.

ZULFA, H. *et al.* Students' difficulties in mathematics learning with artisan character type in HOTS trigonometry test. **Journal of Physics**: Conference Series **1321** 022104, p. 1-6, 2019.

WILLINGHAM, D. T. **Por que os alunos não gostam da escola?** Reposta da ciência cognitiva para tornar a sala de aula atrativa e efetiva. Porto Alegre: Artmed, 2011.



POSFÁCIO

Matemática, trigonometria, psicologia, neurociência, atenção, distração: pluralidades interseccionadas

Escrever sobre este livro foi uma ocupação muito prazerosa: a de considerar a preocupação de autores conhecedores e experientes, sobre a árdua tarefa de aprimorar os processos de ensino e aprendizagem, em uma ênfase que denota a pluralidade de possibilidades de aprimoramento educacional.

Nos tempos atuais, em que tantas certezas vêm se desconstruindo e se reformulando, faz cada vez mais sentido que estratégias de ensino sejam repensadas, ensaiadas e reformuladas. No entanto, num mar de ações que, muitas vezes, se desenrolam como avalanches, sem grande reflexão sobre causas e consequências de intervenções, um projeto como este, retratado nessa obra, fornece um olhar acurado, questionador e reflexivo sobre aquilo que precisamos pensar para alterar significativa e positivamente as práticas educacionais.

É bastante propício analisar o que existe para prospectar o que falta. Nesse sentido, a atualidade da obra é bastante relevante. Vivemos um momento em que os estímulos distratores estão cada vez mais frequentes e intensos e as conexões existentes entre mecanismos

atencionais e a aprendizagem formal, aqui ressaltadas, denunciam a necessidade de se alterar estratégias. Sendo a atenção diretamente relacionada à eficácia da interação da pessoa com o ambiente e fornecedora do suporte necessário à organização dos processos mentais, todas as reflexões que levem a práticas estabelecidas a partir de estudos criteriosos são muito significativas.

Neste caso, nesta obra, ao relacionarem mecanismos atencionais, tarefas matemáticas, distratores, sob a perspectiva da Psicologia e da Ciência Cognitiva, os autores fazem isso com conhecimento de causa. Suas formações são em Psicologia e Matemática. De forma complementar e em acréscimo tem especializações em Psicopedagogia Clínica e Institucional e em Ensino de Matemática, mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e Engenharia Mecânica, doutorado em Educação Matemática e Engenharia Mecânica e pós-doutorado em Ciências Básicas e Ambientais, Psicologia e Neurociência Cognitiva, Educação Matemática. Em adição, suas atuações profissionais em docência superior e de pós-graduação em Licenciatura em Matemática e Engenharias, em Ensino de Ciências e Matemática e em Projetos Educacionais de Ciências e em grupos de pesquisa sobre desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática e Educação Matemática reforçam a relação de conhecimento e experiência, tão necessária para a credibilidade dos achados encontrados.

Assim, é importante ressaltar que, para além do objetivo ter sido adequadamente atingido, esta leitura é significativamente estimulante. Provoca reflexão sobre a construção

de material didático, principalmente, para aulas de matemática, considerando as expectativas cerebrais, o que atribui fundamental valor a esta obra, instigando novas pesquisas para novas práticas.

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Motta Barreto

Psicóloga, Mestre em Educação com Ênfase Sociocomunitária,
Doutora em Psicologia como Profissão e Ciência
Docente e Pesquisadora da Escola de Engenharia de Lorena,
em cursos de graduação e pós-graduação. Foi coordenadora
do Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de
Ciências (EEL-USP) e é Coordenadora do PAE-EEL-USP
(Programa de Aperfeiçoamento de Ensino da Escola de
Engenharia de Lorena)



SOBRE OS AUTORES



Laerte Silva da Fonseca é natural de Aracaju/SE, Livre Docente pela Emil Brunner World University® (EBWU, Miami, Flórida/EUA); Doutor Honoris Causa (EBWU); Laureado com o Título de Notório Saber (EBWU); Pós-Doutorado em Didática da Matemática, Universidade de Liège/ULg, Bélgica (em andamento/2022); Pós-Doutor em Educación Lingüística y Literaria y de Didáctica de las CCEE y de la Matemática, Universidade de Barcelona/UB, Espanha; Pós-Doutor em E-learning, Universidade Fernando de Pessoa/UFP, Porto/Portugal; Pós-Doutor em Ciências Básicas e Ambientais, EEL da Universidade de São Paulo/USP; Pós-Doutor em Psicologia e Neurociência Cognitiva/EBWU, EUA; Professor Titular de Educação Matemática/IFS. Pós-Doutor em Educação Matemática/UNIAN-SP. Doutorado em Psicologia Cognitiva (em andamento/2022), Universidad de Buenos Aires, UBA/Argentina. Doutor em Educação Matemática/ UNIAN-SP com sandwiche na Université Claude Bernard Lyon 1/França. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática/UFS. Mestre em Educação/UFS. Especialista em: Terapia Cognitivo-Comportamental (PUC-RG); Neuropsicologia (UNIFESP/CDN), Neuroaprendizagem (Instituto Saber/BR), Psicopedagogia (Institucional e

Clínica, FPD), Ensino de Matemática (UFS), Educação Matemática (FA) e em Gerência e Tecnologia da Qualidade pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG; Bacharel em Psicologia (ESTÁCIO-SE), Licenciado em Matemática (UFS); Especialização em Neurociências e Educação (Instituto de Psicologia Sapiens, IPS-PR, em andamento/2021); Especialização em Neurociências, Psicologia Positiva e Mindfulness, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, PUC/PR, em andamento/2022); Prof. Titular de Educação Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS/Campus Aracaju). Atua nos seguintes temas: Neurociência e Psicologia Cognitiva, Engenharia Didática, Teoria das Situações Didáticas, Aprendizagem Significativa em Matemática. Docente do Curso de Licenciatura em Matemática/IFS e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/UFS. Líder dos Grupos de Estudos e Pesquisa em “Educação Matemática” e em “Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática”/IFS. Editor Chefe de Caminhos da Educação Matemática em Revista (impressa e online). Colunista do Jornal Planeta (Brasília, BR).

Contato: laerte.fonseca@uol.com.br



Estaner Romão possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP-2001), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP-2004), doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP-2011), Pós-Doutorado realizado na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP-2013) e Livre-Docência pela Universidade de São Paulo (USP-2015). Atuante em duas áreas de pesquisa: 1 - na área de Engenharia Mecânica, com ênfase em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor e Massa, atuando principalmente na área de Princípios Variacionais e Métodos Numéricos para Fenômenos dos Transportes, e 2 - na área de ENSINO, com ênfase na melhoria do ensino na educação básica, com especial destaque para a disciplina de Matemática. Atualmente é docente permanente do mestrado profissional em Projetos Educacionais de Ciências (EEL-USP), o qual já foi coordenador por dois mandatos, foi presidente da Comissão de Cultura e Extensão da EEL-USP por um mandato e atualmente é o presidente da Comissão de Pós-Graduação da EEL-USP.

Contato: estaner23@usp.br

$$S_1 = (a+b)^2$$

$$S_1 = 4S_1 + S_2$$

$$(a+b)^2 = S_2 + 4S$$

O objetivo geral dessa obra foi compreender como os mecanismos atencionais, quando direcionados aos tipos de Tarefas responsáveis pela evocação de alguma noção matemática fundamental, podem ser ajustados em prol do êxito esperado. Para alcançá-lo, foram estruturados três estudos: estudo 1 - Identificar e definir uma noção matemática fundamental, sendo essa apontada pelos alunos da Educação Básica como mais complexa; estudo 2 - Estabelecer as aproximações entre os princípios da psicologia e neurociência cognitiva que ativam os mecanismos atencionais em tipo de tarefas matemáticas; estudo 3 - Descrever os principais elementos dos estímulos atencionais que devem estar presentes na concepção e elaboração de tipos de Tarefas que pretendam evocar a noção matemática fundamental separada para esse estudo, a partir da análise de um livro didático. A pesquisa foi desenvolvida sob fundamentação dos pilares da psicologia e neurociência cognitivas, considerando a perspectiva bibliográfica e documental. Como principais resultados identificou-se um padrão bronze (ou mínimo) nas tarefas relacionadas as noções basais de trigonometria no triângulo retângulo, contribuindo para que os distratores ambientais sobressaíam diante das expectativas docentes e institucionais.