



INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE
COORDENADORIA DE LICENCIATURA EM FÍSICA



LUZIA ADRIANE SANTOS DE SANTA ROSA

UM ESTUDO SOBRE A HISTÓRIA DO MODELO ISING:1920-1971

LAGARTO - SE

2023

LUZIA ADRIANE SANTOS DE SANTA ROSA

UM ESTUDO SOBRE A HISTÓRIA DO MODELO ISING:1920-1971

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe como pré-requisito para obtenção do grau em licenciatura em Física.

Orientador: Prof. Dr. Augusto dos Santos Freitas

LAGARTO – SE

2023

Santa Rosa, Luzia Adriane Santos de.
S222e Um estudo sobre a história do modelo Ising: 1920-1971 / Luzia Adriane Santos de Santa Rosa. – Lagarto, 2023.
57 f. ; il.

Monografia (Graduação) – Licenciatura em Física. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS, 2023.
Orientador: Prof. Dr. Augusto dos Santos Freitas.

1. Fenômeno físico. 2. Fenômenos críticos. 3. Magnetismo. 4. Instrumento de pesquisa. I. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS. II. Título.

CDU: 537.226



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE
Av. Jorge Amado, 1551 – Loteamento Garcia, Bairro Jardins - CEP 49025-330 – Aracaju/SE
Fone: (79) 3711 1400 – E-mail: reitoria@ifs.edu.br

TERMO DE APROVAÇÃO

Curso de Licenciatura em Física.

TERMO DE APROVAÇÃO

Um estudo sobre a história do modelo de Ising :1920-1971

Luzia Adriane Santos de Santa Rosa

Esta monografia foi apresentada às 09h00 horas do dia 06 (seis) de julho de dois mil e vinte e três como requisito parcial para a obtenção do título de **Licenciado(a) em Física**. O(a) candidato(a) foi arguido(a) pela banca examinadora composta pelos examinadores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Documento assinado digitalmente



AUGUSTO DOS SANTOS FREITAS
Data: 24/07/2023 11:46:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº. Dr. Augusto dos Santos Freitas
Instituto Federal de Sergipe

Documento assinado digitalmente



CINTIA TELES DE ARGOLO
Data: 19/07/2023 21:28:44-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Drª Cíntia Teles de Argôlo
Instituto Federal de Sergipe

Documento assinado digitalmente



JOAO BATISTA DOS SANTOS FILHO
Data: 13/07/2023 12:19:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº. Dr. João Batista dos Santos Filho
Instituto Federal de Sergipe

Documento assinado digitalmente



JARBAS CORDEIRO SAMPAIO
Data: 24/07/2023 14:44:38-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº. Dr. Jarbas Cordeiro Sampaio
(Coordenador do curso)
Instituto Federal de Sergipe

Fazer em duas vias.

Agradecimentos

Agradeço a toda minha família por ter sido o meu suporte para que chegasse até aqui, em especial a minha mãe Adriana por todo o seu companheirismo, gentileza e dedicação em todos os dias da minha vida, e ao meu irmão Jonas. Agradeço aos meus colegas e amigos que fizeram com que os dias fossem menos difíceis, em especial Matheus, Lucival, Elisângela, e também aos meus amigos Rikelmi e Laize que acompanharam o meu sonho de cursar Licenciatura em Física desde o ensino médio. Agradeço a todos os meus professores de todas as etapas da minha formação, ensino fundamental, médio e da graduação que contribuíram para minha formação acadêmica e também para minha formação pessoal, tenho muitas inspirações. Agradeço a Escola estadual Francisco Alves a qual cursei o ensino fundamental menor, agradeço a Escola Municipal Otaviana Odília da Silveira a qual cursei o ensino fundamental maior, e agradeço ao Instituto Federal de Sergipe Campus Lagarto ao qual cursei o ensino médio técnico e integrado e a graduação. Agradeço aos professores, servidores e técnicos que contribuíram para minha formação e estadia em todas as etapas da minha vida/formação escolar e acadêmica. Em especial agradeço ao meu orientador, professor Augusto, por ter aceitado e idealizado esse trabalho de conclusão de curso junto comigo, agradeço por sua orientação e dedicação, e por sempre ter sido sinônimo de inspiração e motivação. Por fim, agradeço a ninguém menos importante que a mim mesma que suportei e enfrentei todos os percalços até aqui.

“A mente humana é uma coisa incrível. Ela pode conceber a magnificência do firmamento e as complexidades dos componentes básicos da matéria. Porém, toda mente necessita de uma fagulha para atingir o seu pleno potencial. A centelha da curiosidade e da dúvida. Muitas vezes essa centelha vem de um professor. ”

Stephen Hawking

RESUMO

O modelo de Ising é uma importante ferramenta da física teórica no estudo de fenômenos cooperativos, tais como fenômenos críticos e transições de fase, e que descreve a interação entre as partículas mais próximas em uma rede, partículas essas que possuem spin (momento angular intrínseco). Originalmente resolvido para o caso unidimensional pelo físico Ernest Ising em 1925, foi proposto pelo seu orientador Wilhem Lenz em 1920 como uma representação “realista” de um ferromagneto, buscando uma compreensão acerca da lei de Pierre Weiss e da lei de Curie. O presente estudo tem por objetivo investigar a história do modelo de Ising no período entre 1920 e 1971 e, em especial, verificar de que forma a relação estabelecida entre o realismo e irrealismo físico, e a mudança de percepção da irrelevância a relevância do modelo contribuiu para que ele se estabelecesse na física teórica como um dos modelos mais utilizados para a descrição das características de fenômenos cooperativos. A presente pesquisa é de natureza qualitativa, ela se classifica também como uma pesquisa bibliográfica, exploratória, explicativa, descritiva e histórica. O procedimento utilizado para levantamento de dados foi fundamentado em uma pesquisa bibliográfica em que foram catalogados materiais físicos e digitais, tais como livros, artigos, dissertações e teses, que tratassem do modelo de Ising no período de análise. Espera-se com esses resultados construir material altamente qualificado em língua portuguesa sobre a história do modelo de Ising.

Palavras-chave: História do modelo de Ising. Modelo de Ising. Fenômenos críticos.

ABSTRACT

The Ising model is an important tool of theoretical physics in the study of cooperative phenomena, such as critical phenomena and phase transitions, and which describes the interaction between neighbors spins in a regular lattice, particles that have spin (intrinsic angular momentum). Originally solved for the one-dimensional case by physicist Ernest Ising in 1925, it was proposed by his doctoral advisor Wilhem Lenz in 1920 as a “realistic” representation of a ferromagnet, seeking an understanding of Pierre and Curie's law. In this work we study the history of the Ising model in the period between 1920 and 1971 and, in particular, to verify how the relationship established between realism and physical unrealism, and the change in perception of irrelevance to the naturalness of the model contributed to establishing it in theoretical physics as one of the most used models for describing the characteristics of cooperative phenomena. This research is of a qualitative nature, it is also classified as a bibliographical, exploratory, explanatory, descriptive and historical research. The procedure used for data collection was based on a bibliographical research in which physical and digital materials were cataloged, such as books, articles, dissertations and theses, which dealt with the Ising model in the period of analysis. We hope that this work helps in understanding the historical development of the Ising model and serves as a reference in Portuguese on the subject.

Keywords: History of the Ising model. Ising model. Critical phenomena.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação esquemática de uma rede de spins antiferromagnética.	16
Figura 2: Uma configuração possível de uma rede quadrada finita.	17
Figura 3: Digestor de Papin.	19
Figura 4: Diferentes arranjos dos spins.	29
Figura 5: Fase paramagnética e fase ferromagnética.	29
Figura 6: Diagrama de fase da água.	44
Figura 7: Ernest Ising.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: A definição e os valores dos expoentes de ponto crítico.

46

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	12
2.	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1.	MODELO DE ISING	16
2.2.	TRANSIÇÕES DE FASE E FENÔMENOS CRÍTICOS	17
3.	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	20
3.1	NATUREZA E TIPOLOGIA	20
3.2	MÉTODOS E TÉCNICAS	23
4.	HISTÓRIA DO MODELO DE ISING	26
4.1	PROPOSTA DE LENZ PARA ISING	26
4.2	PRECEDENTES TEÓRICOS E HISTÓRICOS: TEORIA DE PIERRE WEISS E LEI DE CURIE	27
4.3	O ARTIGO DE ISING	29
4.4	REAÇÕES CONTEMPORÂNEAS E O DESACORDO COM A TEORIA DE FERROMAGNETISMO DA ÉPOCA	31
4.5	FENÔMENOS COOPERATIVOS E TRANSIÇÕES DE FASE	32
4.6	DA IRRELEVÂNCIA A RELEVÂNCIA	36
4.7	FENÔMENOS CRÍTICOS E A HIPÓTESE DE ESCALA	43
4.8	UMA BREVE BIOGRAFIA: ERNEST ISING	52
5.	CONCLUSÃO	54
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

1. INTRODUÇÃO

O modelo de Lenz-Ising, popularmente conhecido como modelo de Ising, é uma importante ferramenta da física teórica dado a sua tratabilidade matemática no estudo de fenômenos cooperativos, especialmente fenômenos críticos e transições de fase, os quais representam uma ampla quantidade de fenômenos físicos. Proposto pelo físico alemão Wilhem Lenz (1888-1957) no ano de 1920 e resolvido pelo também físico alemão Ernest Ising (1900-1998) no ano de 1925, no caso unidimensional, sua história é marcada por vários debates entre a comunidade científica sobre a sua modelagem física, por muitas vezes ter sido chamado de modelo “grosseiro”, pouco realista em se tratando dos fenômenos aos quais este pode representar, e ao mesmo tempo um modelo simples que captura algumas características fundamentais para a compreensão de sistemas complexos tais como sistemas magnéticos (NISS, 2005).

Modelo de Ising é um modelo estatístico que trata do comportamento de n variáveis denominadas spins, que podem assumir dois estados, que interagem com seus vizinhos mais próximos, tendo várias aplicações principalmente quando se trata de transições de fase. As opiniões sobre o modelo passaram por mudanças ao longo da história, assim como a sua base teórica em detrimento do surgimento da mecânica quântica. Um modelo, tal como o de Ising, possibilita estudar alguns dos aspectos da natureza/fenômenos naturais, mas, afinal, o que faz um modelo ser aceito pela comunidade científica? E até que ponto um modelo é útil ou realista para representar fenômenos físicos? Os cientistas podem aceitar ou rejeitar um modelo se julgarem que há desacordo com as teorias fundamentais associadas (o programa de pesquisa científica vigente (Lakatos)). De acordo com Niss (2005, p. 2, tradução nossa) a respeito do modelo de Ising, “[...] a principal razão de sua onipresença na física moderna: ele estabelece um equilíbrio entre irrealismo físico e realismo.”, pois apesar de ser considerado “grosseiro”, ele consegue capturar características consideradas essenciais acerca dos fenômenos que supõe-se representar/descrever (ibid).

Ao se falar em “realismo”, refere-se ao quanto um modelo mantém concordância com o fenômeno físico que se quer representar, o realismo também pode estar relacionado ao número de variáveis que se pode levar em conta num dado modelo. Uma forma de medir essa concordância muito utilizada pelos físicos se dá por meio da verificação do grau de idealização, “[...]quanto menos idealizações de um modelo, maior seu grau de realismo (NISS, 2005, p. 3, tradução nossa)”. As idealizações em um modelo físico constituem uma caracterização distorcida de um sistema, tornando-o incapaz de descrever de forma precisa as suas

características físicas, enquanto que abstrações não incluem todas as propriedades físicas de sistema para representá-lo de forma concreta, porém capturam características essenciais para o que pensa-se em representar (ibid.).

Desde o momento em que foi proposto foram desenvolvidas várias pesquisas sobre o modelo de Ising, que se espalhou por diversas áreas, passou a aparecer em livros modernos de mecânica estatística e se tornou relevante para a física, principalmente a partir da década de 1960. De acordo com Niss (2009) os físicos podem se apoderar do mundo por meio da modelagem matemática de fenômenos físicos, a modelagem é uma importante atividade da física. Contudo, para entender de fato como a física é feita, além da modelagem se faz necessário entender o desenvolvimento histórico dos modelos, entender como os físicos utilizam modelos para descrever fenômenos particulares e acompanhar as mudanças na aceitação de um determinado modelo pela comunidade científica, como é o caso do modelo de Ising.

Motivado pela busca da compreensão acerca da lei de Curie do ferromagnetismo e paramagnetismo, Wilhem Lenz propôs ao seu aluno Ernest Ising a tarefa de realizar cálculos sobre o seu modelo, que para Lenz seria uma representação realista de um ferromagneto tal como indicava a lei de Curie (NISS, 2005). Incentivado por seu orientador, em 1922 Ising iniciou uma investigação sobre o ferromagnetismo e em 1925 publicou os resultados, resolução do modelo em uma dimensão na ausência de transição de fase, obtida por meio dessa investigação desenvolvida em sua tese de doutorado. A solução para o caso bidimensional (na ausência de campo magnético) do modelo de Ising só veio anos depois, em 1944, pelo físico-químico norueguês, também pioneiro nos estudos das transições de fase, Lars Onsager (1903 – 1976). Em 1920 era consenso entre a comunidade científica dos físicos que os materiais magnéticos eram constituídos por micro ímãs. Por muito tempo o modelo de Ising não foi considerado como uma boa representação desses ímãs pelos físicos, estes alegavam a falta de realismo físico do modelo em representar esses sistemas (NISS, 2005; BERCHE; HENKEL; KENNA, 2009).

A maioria dos cientistas desprezaram o modelo de Ising por muito tempo, o consideravam uma representação muito simplificada das forças intermoleculares. Dentre esses estava o físico teórico Werner Heisenberg, que aproveitou essa indiferença para propor sua própria teoria sobre o ferromagnetismo, esta que considerava interações mais complexas entre os spins, o que fez com que o modelo de Ising deixasse de ser o alvo dos teóricos por um bom tempo. Somente após desenvolvimento da física de transformações de ordem-desordem o modelo de Ising veio à tona mais uma vez. Com essa nova física alguns cientistas se

empenharam em construir teorias estatísticas que explicassem a transformação de uma fase ordenada para uma fase desordenada, tais como a aproximação de Braag-Willians que sugeria que essa transformação era cooperativa e proporcional a um grau de ordem já existente, proposta por Gorsky em 1928. Assim como o método de Bethe, apresentado em 1935, que levava em consideração as interações de curto alcance entre os átomos vizinhos, e o método quase-químico que também levava em consideração as interações entre os átomos vizinhos mais próximos (BRUSH, 1967).

O desenvolvimento do modelo de Ising pode ser dividido em três fases, na fase 1 que se deu entre 1920 e 1924, Lenz propôs o seu modelo ao seu aluno Ising, que a princípio tinha como objetivo explicar teoricamente os resultados experimentais obtidos para o ferromagnetismo e paramagnetismo de forma mais aprofundada que a teoria sobre magnetismo dominante na época, a teoria de Pierre Weiss. Para Lenz os micro ímãs elementares que constituíam os materiais magnéticos em um arranjo regular apontavam somente em duas direções. A partir desse pressuposto, Ising realizou os cálculos necessários para o modelo levando em consideração interações entre os micro ímãs vizinhos. O resultado obtido constava que os materiais com estruturas unidimensionais não apresentavam comportamento ferromagnético, resultado esse que ele supôs ser válido para o caso tridimensional na época. Na segunda fase, entre 1925 e 1936, os físicos da época julgaram que o modelo de Lenz-Ising estava em desacordo com a teoria do ferromagnetismo da época, a saber, o ferromagnetismo de Heisenberg. Além desse desacordo a suposição acerca do caso tridimensional feita por Ising tornou-se motivo de questionamentos quanto a sua validade. Por fim, a terceira fase a partir de 1936, após Peierls expor que o modelo de Lenz-Ising exibe comportamento ferromagnético em duas dimensões. Após isso, com surgimento dos estudos sobre fenômenos cooperativos e transições de fase, o realismo de modelos físicos deixou de ser a ênfase e o foco passou a ser a tratabilidade matemática do modelo. Isso fez com que físicos como Kramers e Wannier passassem a utilizar o modelo de Lenz-Ising em sua teoria sobre o ferromagnetismo e acabou despertando também o interesse do físico e químico Lars Onsager (NISS, 2005).

O objetivo geral do presente estudo é investigar a história do modelo de Ising entre 1920 e 1971 através de levantamento bibliográfico acerca da origem, desenvolvimento e uso do modelo de Ising na física teórica ao longo da história. Pretende-se investigar as motivações para o desenvolvimento do modelo Ising, as mudanças sofridas, assim como opiniões da comunidade científica que fizeram com que, apesar de todos os impasses, se destacasse como uma importante ferramenta no estudo de fenômenos cooperativos. Cujos objetivos específicos

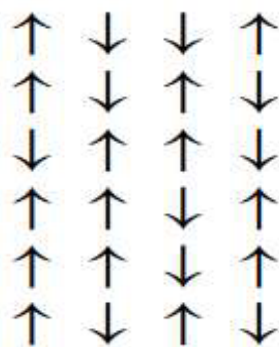
são estudar a origem e o desenvolvimento histórico do modelo Ising, assim como o papel de modelos matemáticos para a física, em específico o modelo de Ising. Investigar a relação estabelecida entre o realismo e o irrealismo físico do modelo de Ising para se estabelecer na física teórica que fez com que ele se estabelecesse como padrão para estudo de fenômenos cooperativos a partir da segunda metade do século XX. Descrever a explicação física e matemática do modelo Ising e apresentar uma breve biografia sobre Ising.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 MODELO DE ISING

O modelo de Ising representa abstratamente uma variedade de sistemas físicos que são estruturados em arranjos de redes regulares, a exemplo dos ímãs, misturas de moléculas, sejam essas com ou sem buracos. Fisicamente, o modelo de Ising consiste em uma rede composta por sítios aos quais são atribuídas partículas, partículas essas que possuem spin (momento angular intrínseco), no modelo de Ising os spins são variáveis clássicas, que podem apontar para cima ou para baixo e são representados por uma seta como mostra a Figura 1. As partículas mais próximas interagem entre si, e essa interação é chamada de interação de troca, caracterizados por uma energia de troca. Se os spins estiverem alinhados na mesma direção, dita configuração ferromagnética, há uma minimização da energia do sistema e a interação de troca assume valor negativo “-J”, se os spins estiverem desalinhados, dita configuração antiferromagnética, não há minimização de energia do sistema e a interação de troca assume valor positivo “J” (NISS, 2005).

Figura 1- Representação esquemática de uma rede de spins antiferromagnética.

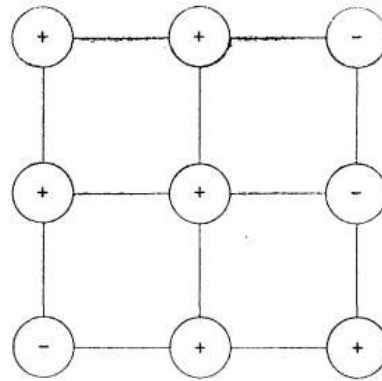


Fonte: NISS (2005, p. 5).

Os sítios na rede regular podem assumir dois valores, +1 quando a variável spin apontar para cima, e -1 quando apontar para baixo. Os spins entre si exercem forças de curto alcance uns sobre os outros, o que implica em uma energia de interação que depende somente dos nós vizinhos. Para valores +1 e +1, ou -1 e -1, a energia de interação assume um valor negativo, e para valor +1 e -1, a energia assume um valor positivo. Essas interações podem levar a uma magnetização espontânea, um ordenamento ferromagnético na ausência de um campo magnético, separação de fase, ordenamento antiferromagnético ou a condensação dessas moléculas em uma dada região do espaço (BRUSH, 1967). No estudo de fenômenos críticos e

transições de fase o modelo de Ising é muito utilizado para explicar o comportamento físico de um sistema que passa por uma transição de fase, “[...]uma mudança repentina do comportamento das propriedades termodinâmicas de um sistema físico.” (FREITAS, 2014, p. 6). A Figura 2 ilustra uma configuração possível de uma rede quadrada.

Figura 2- Uma configuração possível de uma rede quadrada finita.



Fonte: Brush (1967, p. 2).

O modelo é descrito matematicamente pela hamiltoniana a seguir, denominada hamiltoniana de Ising:

$$H = -J \sum_{i,j} \sigma_i \sigma_j - h \sum_k \sigma_k \quad (1)$$

Ou na ausência de campo magnético, a hamiltoniana de Ising

$$H = -J \sum_{i,j} \sigma_i \sigma_j \quad (2)$$

Uma vez que o J representa a interação de troca entre os spins vizinhos em uma rede, que é de origem eletrostática e da origem ao ordenamento dos spins, e é medida em unidades de energia. Os índices i e j rotulam os sítios da rede, sigmas i e j representam as variáveis de spins dos momentos magnéticos dos átomos de Ising, que são variáveis estatísticas que podem assumir somente dois estados, para cima, +1, e para baixo, -1. E o h representa o campo magnético externo aplicado ao sistema.

2.2 TRANSIÇÕES DE FASE E FENÔMENOS CRÍTICOS

Existem vários tipos sistemas que apresentam esses tipos de transições quando

submetidos a transformações, tais como, sistemas magnéticos, fluídos (transição líquido vapor, por exemplo), ligas metálicas, etc. Segundo Kittel (2016, p. 275) “A temperatura crítica, representada pelo símbolo T_c , é a temperatura acima da qual a magnetização espontânea desaparece; ela separa a fase paramagnética ($T > T_c$), [...] da fase ferromagnética $T < T_c$ [...]”. É possível descrever o comportamento na vizinhança de uma transição de fase por meio do seu parâmetro de ordem, esse que possui valor não nulo em uma fase ordenada e se anula na fase desordenada. Um exemplo de parâmetro de ordem no caso dos sistemas magnéticos é a magnetização em materiais ferromagnéticos, abaixo da temperatura crítica, na fase ordenada ela assume valor não nulo e se anula em T_c , assumindo valor nulo na fase desordenada. Uma transição pode ser de primeira ordem, quando sofre uma mudança descontínua em sua derivada de primeira ordem, a exemplo da transição líquido vapor, e pode ser de segunda ordem quando apresentam continuidade em suas primeiras derivadas e são descontínuas em suas derivadas de ordem maior (SANTOS, 2014).

No geral os fenômenos críticos ocorrem em sistemas que se encontram distante do equilíbrio, “Diversas grandezas termodinâmicas, tais como calor específico, compressibilidade e susceptibilidade magnética, apresentam comportamento singular na região crítica, com divergências assintóticas caracterizadas por expoentes críticos.” (GLERIA, MATSUSHITA, SILVA, 2004, p. 1). Algumas quantidades termodinâmicas apresentam comportamento considerados peculiares em transições de segunda ordem, divergindo nesse ponto, tais como susceptibilidade e calor específico. Esse ponto em que essas propriedades divergem é chamado de ponto crítico, e esse comportamento pode ser descrito por leis de potência associadas a expoentes críticos. “Esses expoentes críticos descrevem o comportamento das propriedades físicas de um sistema na região da criticalidade.” (SANTOS, 2014, p. 37). Esses expoentes são agrupados por classes de universalidade, dado a igualdade de seus expoentes, dependendo apenas de propriedades como a dimensionalidade, seja do sistema ou do parâmetro de ordem, e da simetria. O que faz com sistemas diferentes apresentem os mesmos expoentes críticos, sem ter em conta a origem da transição. De acordo com Santos (2014, p. 37) “[...] a classe de universalidade possibilita o entendimento das propriedades de sistemas mais complexos através do estudo de um sistema mais simples.”.

As equações (3), (4), (5) e (6), permitem estudar com comportamento quantidades físicas no ponto crítico do modelo de Ising para um material ferromagnético, em que $\varepsilon = (T - T_c)/T_c$. A Equação (3) é o expoente do calor específico “ α ”, a Equação (4) é o expoente da magnetização “ β ”, a Equação (5) é o expoente da susceptibilidade “ γ ” e a Equação (6) é o expoente do comprimento de correlação “ ν ”.

$$c \sim |\varepsilon|^{-\alpha} \quad (3)$$

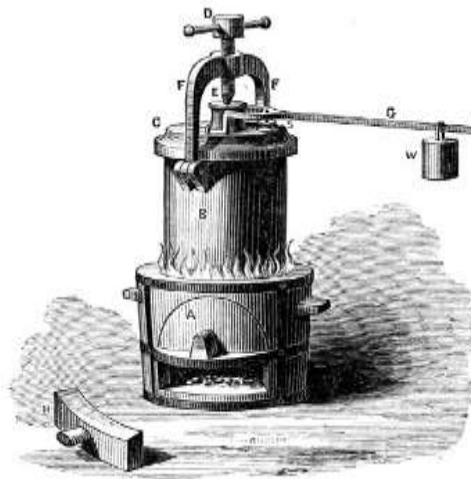
$$m \sim |\varepsilon|^{\beta} \quad (4)$$

$$\chi \sim |\varepsilon|^{\gamma} \quad (5)$$

$$\xi \sim |\varepsilon|^{-\nu} \quad (6)$$

Os fenômenos críticos foram descobertos em 1822 pelo cientista Cagniard de la Tour através de experimentos com digestor de Papin ou marmita de Papin, Figura 3. O experimento era voltado para acústica e consistia em um digestor cheio de líquido, ao qual Cagniard colocou uma bola de sílex dentro desse líquido e ao girar o digestor era possível ouvir o momento em que a bola de sílex penetrava a interface existente entre a fase líquida e a fase gasosa dentro do digestor de Papin. Ele observou que “[...] ao aquecer o sistema a uma temperatura muito além do ponto de ebulição do líquido, o barulho da pedra caindo no líquido desaparecia acima de uma certa temperatura.” (BRECHE, HENKEL, KENNA, 2009, p. 2). Por meio dessa observação descobriu-se a fase fluída supercrítica, em que não há uma fronteira que separe a fase líquida da fase gasosa. Após essa observação, Cagniard realizou e descreveu vários outros experimentos utilizando vários tipos de substâncias que visava demonstrar que acima de uma dada temperatura crítica um líquido se vaporizava independente da pressão exercida sobre ele. O presente termo “ponto crítico” foi empregado pelo físico Thomas Andrews ao estudar a curva pressão-vapor e a sua linha de coexistência.

Figura 3- Digestor de Papin.



Fonte: Lá fábrica- Universidad de Sevilla.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 NATUREZA E TIPOLOGIA

A pesquisa científica implica no levantamento de dados de uma variedade de fontes, que pode se dar de variadas maneiras. Segundo Leite (2008) existem vários tipos de pesquisa, que podem ser divididas quanto a sua natureza, ideologia, teoria, descrição, história, conteúdo, local e prática. Dentre esses tipos, a natureza diz respeito à alternância entre uma investigação qualitativa ou quantitativa. A teoria remete-se a quatro subdivisões, uma pesquisa pode ser bibliográfica, histórica, descritiva ou experimental quanto à sua teoria. Em relação à descrição uma pesquisa pode ser exploratória, documental, estudo de caso, de opinião e motivação. No que se refere a história ela pode ser, contemporânea, moderna e pós-moderna, ou antiga e medieval. Quanto ao conteúdo, ideologia, local e prática, uma pesquisa pode ser prática e teórica, pode ser fenomenológica, positiva e marxista, pode ser urbana, rural ou institucional e pode ser profissional, de estágio ou de campo.

De acordo com Gil (2010) as pesquisas também são classificadas de acordo com a sua área de conhecimento e sua finalidade. No que diz respeito à área de conhecimento, “O CNPq classifica as pesquisas em sete grandes áreas: 1. Ciências exatas e da terra; 2. Ciências biológicas; 3. Engenharias; 4. Ciências da saúde; 5. Ciências Agrárias; 6. Ciências sociais aplicadas; e 7. Ciências humanas.” (GIL, 2010, p. 26). Quanto a sua finalidade, Gil (2010) classifica ainda as pesquisas em pesquisas básicas e aplicadas, em que a pesquisa básica visa reunir estudos para preencher brechas no conhecimento, e a pesquisa aplicada visa compreender estudos elaborados visando resolver problemas no meio em que os pesquisadores estão envolvidos. E em objetivos mais gerais as pesquisas são classificadas como sendo exploratórias, descritivas e explicativas.

De acordo com os métodos e procedimentos a serem empregados para se avaliar como os dados de uma pesquisa foram obtidos e analisados, a natureza da análise dos dados de uma pesquisa pode ser classificada como: pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa. Os presentes métodos, são um conjunto de recursos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa, servem para classificar a teoria a ser estudada e o tipo de pesquisa (MOREIRA, 2011; LEITE, 2018). Com base na visão de Moreira voltada para a educação, alguns aspectos que diferem os interesses dessas abordagens são, no caso da abordagem quantitativa, ela geralmente está mais voltada para teorias ditas preditivas e explanatórias, a exemplo da física, e a abordagem qualitativa está mais voltada teorias mais interpretativas e descritivas. Uma pesquisa pode ser qualitativa e quantitativa ao mesmo tempo, e essas abordagens,

[...] subscrevem diferentes paradigmas, diferentes visões de mundo, que levam a diferentes maneiras de ver fenômenos [...], de selecionar objetos e eventos para estudar esses fenômenos, de formular questões, de fazer registros, de transformar registros em dados e de analisar dados (MOREIRA, 2011, p. 53).

Entende-se por pesquisa quantitativa aquela com enfoque na manipulação e verificação de dados ou variáveis de forma objetiva, que fazem uso da matemática e da estatística como principal artifício de análise de dados. De acordo com Moreira, em educação geralmente esse tipo de pesquisa está voltada para experimentos “[...] caracterizados, primordialmente, por medições objetivas e análises quantitativas. De um modo geral, esse tipo de enfoque se baseia no modelo de pesquisa, dito científico, das ciências exatas, do qual a Física é provavelmente o melhor exemplo.” (MOREIRA, 2011, p. 18-19). Ainda segundo Moreira,

[...] a retórica quantitativa é fria, procurando ser isenta de valores, neutra, padronizada; faz uso de números, gráficos, tabelas, coeficientes e outros indicadores objetivos, buscando persuadir o leitor da acuidade, objetividade, cientificidade da metodologia e dos resultados da pesquisa (MOREIRA, 2011, p. 58).

Já a pesquisa qualitativa, diferentemente da quantitativa, não faz uso de artifícios matemáticos e estatísticos, esta permite analisar fenômenos levando em consideração o contexto. “A análise qualitativa, poder ter apoio quantitativo, mas geralmente se omite a análise estatística ou seu emprego não é tão sofisticado.” (TRIVIÑOS, 2013, p. 111). A pesquisa qualitativa possui uma validade conceitual e objetividade própria que é muito importante no desenvolvimento de um trabalho científico. Segundo Leite (2008, p. 100) “Os tipos de pesquisa qualitativas mais comuns são decorrentes de pesquisas teóricas, pesquisas exploratórias documentais e outras que possuam caráter de investigação lógica ou histórica.”. Moreira afirma que,

A retórica qualitativa não evita a linguagem cotidiana carregada de valores; é detalhada, provendo elementos em quantidade suficientes – citações, vinhetas, documentos, comentários interpretativos – para persuadir o leitor que as asserções de conhecimento são interpretações válidas daquilo que os eventos significam do ponto de vista dos sujeitos da pesquisa (MOREIRA, 2011, p. 58).

A pesquisa bibliográfica é a base para fundamentar e atingir os objetivos em questão, “[...] é realizada através do uso de livros e de documentos existentes na biblioteca. [...] cujos dados e informações são coletados em obras já existentes e servem como base para análise e interpretação dos mesmos, formando um novo trabalho científico.” (LEITE, 2008, p. 47). Uma pesquisa bibliográfica pode ser constituída por diferentes técnicas, a saber: Levantamento bibliográfico, seleção bibliográfica, leitura e fichário ou resumo. Na primeira etapa de um levantamento bibliográfico são catalogados todos os tipos de livros, artigos, documentos, etc, que podem ser consultados pelo autor com base no conteúdo temático de sua pesquisa. A

segunda etapa é seleção bibliográfica, nesta etapa o autor irá selecionar a bibliografia específica que será a base de sua leitura, sejam livros ou quaisquer outros trabalhos científicos. A terceira etapa é a leitura, parte fundamental para a concretização dos objetivos. Por fim, a quarta etapa é a construção de fichários ou resumos, nesta etapa estarão contidas as informações essenciais que servirão de base para o conteúdo científico desenvolvido na pesquisa. De acordo Marconi e Lakatos, “A pesquisa bibliográfica compreende as seguintes fases distintas: a) Escolha do tema. b) Elaboração do plano de trabalho. c) Identificação. d) Localização. e) Compilação. f) Fichamento. g) Análise e interpretação. h) Redação.” (MARCONI, LAKATOS, 2018, p. 34).

Em conformidade, Gil (2010, p. 29) afirma que “A pesquisa bibliográfica é elaborada em material já publicado.”. Materiais esses que podem ser impressos ou disponibilizados pela internet, podem ser livros, artigos, revistas, periódicos científicos, monografias, dissertações, teses, anais de encontro científicos, etc. A pesquisa bibliográfica é fundamental para todo tipo de pesquisa acadêmica, sejam monografias, dissertações, teses ou outros tipos de pesquisa, pois ela fornece a fundamentação teórica do trabalho, e possibilita verificar em que passo se encontram as outras pesquisas relacionadas ao tema do autor em questão. Dado isso ela é indispensável pois possibilita abranger uma vasta gama de fenômenos e de dados.

Segundo Marconi e Lakatos, a pesquisa bibliográfica:

[...] ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação orais[...]. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto[...]. (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 182)

GIL (2010, p. 27) aponta que no que se refere às pesquisas exploratórias elas “[...] têm como propósito proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou construir hipóteses.”. A pesquisa exploratória investiga vários aspectos em relação ao fato ou fenômeno pesquisado, seus aspectos podem ser relativos e isso faz com que a pesquisa exploratória seja flexível quanto ao seu planejamento. Dentre as várias maneiras de coletar os dados de uma pesquisa bibliográfica, o levantamento bibliográfico é uma delas. “Estudos exploratórios permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de um determinado problema. O pesquisador parte de uma hipótese e aprofunda seu estudo nos limites de uma realidade específica, buscando antecedentes[...].” (TRIVIÑOS, 2013, p. 109).

A pesquisa explicativa é uma das bases do conhecimento científico, pois ela “[...] tem como propósito identificar fatores que determinam ou contribuem para ocorrência de

fenômenos. Essas pesquisas são as que mais aprofundam o conhecimento da realidade, pois têm como finalidade explicar a razão, o porquê das coisas.” (GIL, 2010, p. 28). Já pesquisa descritiva é amplamente utilizada em várias áreas da ciência e consiste em uma “[...] pesquisa que se usa para descrever explicar determinados fenômenos [...].” (LEITE, 2008, p. 52). Para além da descrição de características as pesquisas descritivas “Podem ser elaboradas também com a finalidade de identificar possíveis relações entre variáveis.” (GIL, 2010, p. 27). Uma das características de uma pesquisa descritiva é a descrição exata dos fatos e fenômenos. De acordo com Leite (2008, p. 51-52) a pesquisa histórica “[...] refere-se à coleta de dados e informações sobre acontecimentos, fenômenos ou fatos de interesse do pesquisador, envolvendo datas (tempo), locais (espaço) e personagens ou coisa (objeto).”

3.2 MÉTODOS E TÉCNICAS

A presente pesquisa para o estudo da história do modelo de Ising se caracteriza como uma pesquisa de natureza qualitativa, pois investigou-se o modelo histórico de forma qualitativa, o status teórico e a mudança em relação a percepção do modelo de Ising desde 1920 até a década de 1971. Quanto a sua área de conhecimento essa pesquisa se classifica na grande área de ciências exatas e da terra, e no que se refere a sua finalidade corresponde a uma pesquisa básica, pois visa reunir estudos para produzir conhecimentos históricos. No que se refere a sua teoria e descrição essa pesquisa se qualifica como uma pesquisa exploratória, explicativa, descritiva e histórica, acerca do problema, essas visam promover conhecimento e desenvolvimento de ideias, e descrever as características de um determinado problema de pesquisa.

Ela se classifica como exploratória pois essa pesquisa proporcionou familiaridade com o desenvolvimento histórico do modelo de Lenz Ising, foram explorados diversos aspectos do modelo, tais como: precedentes teóricos e históricos, preliminares físicas, o papel de Lenz, a tese e o artigo de Ising, a cadeia linear de Ising, reações contemporâneas ao modelo de Ising, história do modelo de 1920 a 1971, a relação entre o modelo de Ising e a teoria de Heisenberg, a prova de Peirels, transição do modelo de Ising para um modelo de fenômenos cooperativos, as soluções de Montroll, Kramers, Wannier e Onsager, a era pós Onsager, modelos e sua percepção, a configuração geral da comunidade de transição de fase, as atitudes e status teórico em relação ao modelo de Ising de 1950 a 1970, motivação e o uso de Cyril Domb do modelo de Ising, expansões em séries, da irrelevância a relevância do modelo, situação experimental, fatores por trás da mudança de irrelevância a relevância, modelo e teoria, pesquisa em fenômenos críticos na década de 1960, uso dos resultados do modelo com resultados

experimentais, o uso do modelo para entender o funcionamento de sistemas reais, o papel do modelo na explicação do dimensionamento, o modelo de Ising e a teoria de fenômenos críticos, a hipótese da universalidade e notas biográficas. Esse estudo exploratório teve como base principal os artigos: Ising (1925), Brush(1967) e Niss (2005; 2008; 2011).

Essa pesquisa também se configura com uma pesquisa explicativa, descritiva e histórica, pois ela explica e descreve além dos aspectos teóricos, a mudança de percepção em relação ao modelo de Ising ao longo da história. Foram trabalhadas as diferentes fases do modelo de Ising e as suas causas, a saber três fases em específico, a primeira fase, quando Lenz propôs o seu modelo ao seu aluno Ising, que a princípio tinha como objetivo explicar teoricamente os resultados experimentais obtidos para o ferromagnetismo e paramagnetismo de forma mais aprofundada que a teoria sobre magnetismo dominante na época, a teoria de Pierre Weiss. A segunda fase, em que os físicos julgaram que o modelo de Lenz-Ising estava em desacordo com a teoria do ferromagnetismo da época, a saber, o ferromagnetismo de Heisenberg. E a terceira fase que se deu com surgimento dos estudos sobre fenômenos cooperativos e transições de fase, e o realismo de modelos físicos deixou de ser a ênfase e o foco passou a ser a tratabilidade matemática do modelo.

O procedimento a ser utilizado para o levantamento de dados foi embasado em uma pesquisa bibliográfica, pois esta é essencial em estudos históricos, “A pesquisa bibliográfica também é indispensável nos estudos históricos. Em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados se não com base em dados bibliográficos.” (GIL, 2002, p. 45). Foram catalogados livros, artigos, dissertações e teses, materiais físicos e digitais que tratassem da história do modelo Ising no período de análise, a saber, desenvolvimento e todo o processo até a sua aceitação pela comunidade científica ao passar das décadas desde de 1920-1950. Em se tratando de fenômenos ferromagnéticos e cooperativos, de 1950-1955 partindo de sua irrelevância a relevância do modelo, e o papel do modelo de Ising, que apesar de um modelo simples é muito utilizado para entender fenômenos críticos de 1965-1971. Com esse levantamento verificou-se que não existe em língua portuguesa trabalhos publicados que tratem de forma aprofundada o desenvolvimento histórico do modelo de Ising, a não ser breves notas em introdução de em livros, artigos, dissertações e teses. Dado isso, a maioria das referências utilizadas para fundamentação teórica são em língua inglesa. Em seguida foram selecionadas bibliografias específicas para a leitura. Após a seleção realizou-se em paralelo a tradução utilizando Google tradutor e a leitura dos materiais selecionados. Seguidamente realizou-se

análise e interpretação das bibliografias básicas selecionadas e escrita de resumos para fundamentar essa monografia.

4. HISTÓRIA DO MODELO DE ISING

4.1 PROPOSTA DE LENZ PARA ISING

Doutor pela universidade de Munique em 1911 com sua tese sobre eletrodinâmica, a contribuição de Wilhelm Lenz para o modelo de Lenz-Ising se deu através de um artigo publicado pelo mesmo sobre teorias microscópicas sobre ferromagnetismo e paramagnetismo, intitulado “Uma contribuição para a compreensão dos fenômenos magnéticos em materiais sólidos”, em 1920. Para Lenz a lei de Curie do paramagnetismo era uma lei fundamental que possibilitaria entender fenômenos magnéticos muito complicados e isso fez com que se empenhasse em descrever de forma quantitativa principalmente o paramagnetismo. Para ele, essa compreensão levaria ao entendimento por exemplo da dependência existente da susceptibilidade e magnetização espontânea da temperatura. As derivações dos pressupostos fundamentais da teoria desenvolvida por Lenz se deram através da observação de materiais ferromagnéticos. Lenz tomou como base suposições da teoria de Weiss que considerava que o materiais magnéticos continham agulhas magnéticas pequenas, propôs uma noção de rotabilidade livre para essas pequenas agulhas que também eram vistas como pequenos ímãs e propôs o seu modelo ao seu aluno Ising, que a princípio tinha como objetivo explicar teoricamente os resultados experimentais obtidos para o ferromagnetismo e paramagnetismo de forma mais aprofundada que a teoria sobre magnetismo dominante na época, a teoria de Pierre Weiss. Para Lenz os micro ímãs elementares que constituíam os materiais magnéticos em um arranjo regular apontavam somente em duas direções (NISS, 2005).

O modelo de Ising foi proposto inicialmente por Wilhelm Lenz, em 1920, tendo como um dos primeiros alunos Ernest Ising. Lenz orientou Ising fazendo este voltar os seus estudos para física teórica em 1922, em particular, o ferromagnetismo, Lenz atribui a Ising, seu aluno, a tarefa de realizar os cálculos referentes ao seu modelo, e esses resultados foram escritos na tese Ising em 1924, e publicado em um artigo em 1925. Ao realizar seus cálculos, Ising adotou as ideias do seu orientador, entretanto, ele considerou um tipo de interação específica, além do campo magnético aplicado, os ímãs elementares devem ser afetados pelos seus vizinhos. Dado as forças magnéticas serem muito fracas para obter ordem para certa magnitude da temperatura de Curie, Ising e Lenz alimentaram a ideia de que interação entre os ímãs não era de origem magnética. Ising supôs que dentre todas as posições que os ímãs elementares podem assumir um em relação ao outro, a que requer energia mínima, que ocorre quando os ímãs apontam na

mesma direção (sentido) é fundamental para explicar a ordenação dos ímãs nos materiais ferromagnéticos. Segundo Niss (2005, p.14, tradução nossa),

Não está claro se Ising não justificou esta suposição e aquela do curto alcance da interação porque ele considerou obviamente corretos, ou porque ele foi incapaz de dar um argumento para sua correção, mesmo sabendo que ambos eram necessários para explicar o ferromagnetismo, nesse caso, ele pode tê-los considerado como hipóteses de trabalho. Assim, é difícil julgar a extensão da crença de Ising na correção dessas suposições.

Ising relatou que o que se sabia na época em que escreveu a sua tese era que os átomos possuíam dipolos e as orientações desses dipolos eram limitadas. Esse conhecimento fez com que presumissem que o campo ao qual esses dipolos estavam submetidos se anulariam rapidamente, fazendo com que fossem consideradas ao menos interações de primeira ordem. Ele discutiu seu resultado não somente com o seu orientador, mas também com o professor Wolfgang Pauli que lecionava na sua universidade. Todas as discussões levaram a um descontentamento devido ao fato de o modelo não apresentar as propriedades esperadas para o ferromagnetismo. Nessa época, Ising não tinha conhecimento a respeito das opiniões externas sobre o seu modelo, somente anos mais tarde, em 1947, após a sua chegada ao Estados Unidos se tornou de conhecimento que as ideias acerca do seu modelo haviam sido expandidas (BRUSH, 1967).

4.2 PRECEDENTES TEÓRICOS E HISTÓRICOS: TEORIA DE PIERRE WEISS E LEI DE CURIE

Lenz propôs o seu modelo ao seu aluno Ising para explicar teoricamente os resultados experimentais obtidos para o ferromagnetismo e paramagnetismo de forma mais aprofundada e satisfatória que a teoria sobre magnetismo dominante na época, a teoria de Pierre Weiss. Além da teoria de Pierre Weiss, outra teoria que ele considerava fundamental que levaria a uma melhor compreensão acerca dos fenômenos magnéticos era a lei de Curie. A teoria de campo médio ou teoria de campo molecular foi a teoria proposta pelo físico Pierre Weiss cujo objetivo era descrever o ferromagnetismo, entretanto “O campo molecular postulado por Weiss para descrever o ferromagnetismo permaneceu sem explicação até o nascimento da mecânica quântica.”(GUIMARÃES, 2009, p. 67). Pierre Weiss introduziu a ideia de que os materiais magnéticos eram constituídos de ímãs elementares e que os domínios magnéticos desses materiais estão sujeitos a um campo, e esse campo é justamente o campo molecular ou campo médio proposto por Weiss. No entanto, não se sabia ainda a origem acerca desse campo, apesar disso, essa teoria permite fazer um estudo preliminar do modelo.

A teoria de campo médio, também chamada de aproximação de campo médio consiste em uma rede em que cada spin é submetido a esse campo, este que é proporcional à magnetização e despreza as flutuações espaciais do campo. Tal fator faz com que a teoria tenha pouca aplicabilidade no estudo das transições de fase, pois, em uma transição de fase as flutuações espaciais sofridas pelos spins são enormes. O nome aproximação do campo médio se deve ao fato do hamiltoniano ser submetido a um campo magnético efetivo (BARANA, YOSHIDA, LÍBERO, 2004). A Equação (7) representa a hamiltoniana na aproximação, em que S_i e S_j representam os spins, i e j são atribuídos aos sítios na rede, $\langle ij \rangle$ denota a interação entre os pares de spins vizinhos, J representa a interação entre os spins.

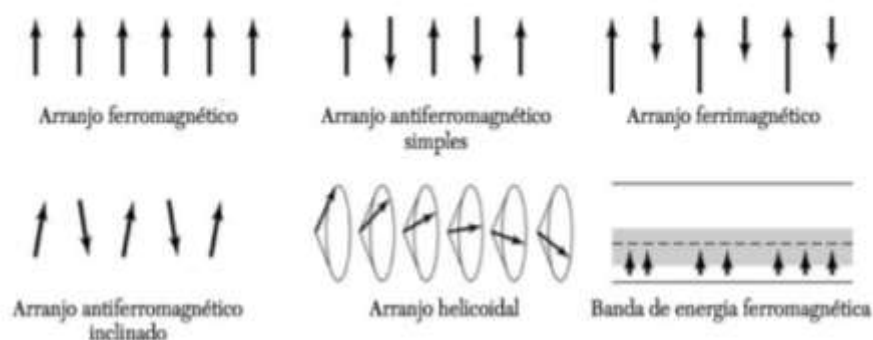
$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} (-S'_i S'_j + S'_i S_j + S'_j S_i) \quad (7)$$

$$H = \sum_i H_i \quad (8)$$

Além de servir como motivação para o desenvolvimento do modelo de Lenz-Ising, a teoria de Pierre Weiss serviu de base para o desenvolvimento de vários trabalhos mais sofisticados, a exemplo do modelo de Heisenberg quântico. O modelo de Pierre Weiss não explicava a ordem magnética nos materiais magnéticos, com o surgimento da mecânica quântica foi obtido que a ordem magnética se deve a interação de troca entre os spins, esta que é de origem eletrostática (BARANA, YOSHIDA, LÍBERO, 2004; GUIMARÃES, 2009).

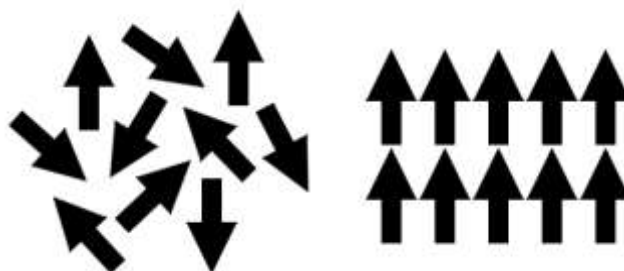
Os materiais podem apresentar diferentes arranjos de spins como indica a Figura 4. Materiais ferromagnético apresentam uma estrutura regular e possuem momento magnético espontâneo, isso quer dizer que mesmo na ausência de um campo magnético os arranjos de spins se mantêm dispostos de forma regular. “A magnetização é definida como o momento magnético por unidade de volume; a menos que haja alguma indicação do contrário, trata-se do valor em equilíbrio térmico em uma certa temperatura T .” (KITTEL, 2013, p. 275). Ainda de acordo com Kittel (2013, p. 275) “A temperatura de Curie, representada pelo símbolo T_c , é a temperatura acima da qual a magnetização espontânea desaparece.”. Essa temperatura separa as fases dos arranjos dos spins, abaixo de T_c os spins se encontram na fase ordenada ferromagnética, e acima de T_c os spins encontram-se na fase desordenada, paramagnética, Figura (5).

Figura 4- Diferentes arranjos dos spins.



Fonte: Kittel (2013, p. 274).

Figura 5- Fase paramagnética e fase ferromagnética.



Fonte: Wikipédia.

A lei de Curie é descrita pela Equação (9), em χ é a susceptibilidade, C é constante de Curie

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (9)$$

4.3 O ARTIGO DE ISING

Ising via a teoria de Pierre Weiss como uma teoria satisfatória, entretanto ela não explicava a hipótese do campo molecular proposta por Weiss. O objetivo de Ising com a sua proposta era explicar as suposições feitas sobre o ferromagnetismo de forma simples, considerando ímãs lineares que apontassem somente em duas direções, a partir dessa suposição ele ampliou que o mesmo se aplicaria a uma cadeia linear constituída de ímãs elementares. A cadeia consistia em uma quantidade n de ímãs equidistantes em uma linha, estes que possuíam

momento magnético e que podiam apontar apenas em duas direções possíveis, que eram designadas como sendo positivas ou negativas, sejam ambos na mesma direção vertical ou em direções opostas: $\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow, \uparrow\uparrow, \downarrow\downarrow$. A depender da configuração desses ímãs elementares seria gasta uma dada energia interna ε (ISING, 1925; NISS, 2005)

Ising derivou a Equação (10) para a magnetização, em que Z é função de partição $Z = \sum_i \exp(-\frac{E_i}{KT})$, em que K é constante de Boltzmann, T é a temperatura e E_i é a energia total de uma configuração i . Através desse cálculo ele obteve a lei de Curie para paramagnetos, Equação (11). Onde $\alpha = m\hbar/KT$, e $\varepsilon/KT = 0$. Através da Equação (11) Ising mostrou que quando o campo magnético H tende a zero, J também tende a zero, com isso a magnetização espontânea desaparece e esse foi um resultado considerado indesejável. Nessa primeira generalização de sua cadeia linear o modelo permitia posições cruzadas em que os ímãs elementares poderiam estar orientados em $r + 2$ direções.

$$M = KT \frac{1}{N} \frac{\partial \ln Z}{\partial H} \quad (10)$$

$$\mathfrak{J} = mn \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha + e^{\frac{2\varepsilon}{KT}}}} \quad (11)$$

Ising também propôs um modelo espacial, Equação (12), oriundo de sua análise sobre a interação entre cadeias lineares, nesse caso, cadeias paralelas. Os ímãs elementares poderiam assumir duas direções em relação as outras cadeias, acima ou abaixo. Esse modelo foi considerado por Ising um modelo tridimensional. De acordo com Ising,

Em um caso limite idealizado, podemos enunciar o resultado sem mais delongas. Imaginamos que o cristal ferromagnético tridimensional seja constituído por n cadeias regularmente arrançadas, como as consideramos acima. Cada elemento só pode assumir as duas orientações em que seu momento aponta na direção de extensão de sua cadeia. Por outro lado, as posições perpendiculares do momento devem requerer muita energia para serem realizadas. Essa suposição só pode ser favorável para a intensidade de magnetização que consideramos na direção longitudinal das correntes 2). Afirme novamente que a energia interna desaparece quando todos os elementos estão na mesma direção. Se pólos com o mesmo nome de elementos vizinhos de uma mesma cadeia colidem em um ponto dentro do cristal, então o cristal tem a energia ε como antes. Além disso, deixe-o conter a energia sempre que em qualquer lugar dois elementos adjacentes de cadeias adjacentes forem direcionados em direções opostas. Em nosso caso limite idealizado, deixe a energia ser tão grande que dois elementos adjacentes nunca sejam direcionados em direções opostas, ou seja, H . mas, encontra apenas uma dobra em camadas do elementos em vez disso (ISING, 1925, p. 5, tradução nossa)

$$\mathfrak{J} = mn_1 n \frac{\sin(n_1 \alpha)}{\sqrt{\sin^2(n_1 \alpha) + e^{-2n_1 \frac{\varepsilon}{KT}}}} \quad (12)$$

4.4 REAÇÕES CONTEMPORÂNEAS E O DESACORDO COM A TEORIA DE FERROMAGNETISMO DA ÉPOCA

Os físicos contemporâneos a Ising reagiram de forma negativa ao seu modelo, dentre os motivos para essa reação está o surgimento da mecânica quântica, que se deu no mesmo ano em que Ising publicou sua tese, 1925 e 1926. O surgimento da mecânica quântica impactou não somente o modelo de Ising e alguns outros modelos de magnetismo, mas a teoria dos sólidos de modo geral. Existe uma escassez documental em relação a recepção do modelo proposto por Ising, o modelo não foi muito citado entre os anos de 1920 e 1930 em trabalhos associados ao ferromagnetismo. Entretanto, alguns nomes influentes da física destinaram um pouco do seu tempo para discutir aspectos do modelo, a saber, os físicos Edmund C. Stoner, Heisenberg, Wolfgang Pauli, John H. Van Vleck. A proposta feita por Ising para a cadeia linear foi bem recebida pelos seus contemporâneos, todavia a sua proposta para o modelo tridimensional, proposta essa negativa, raramente foi citada, exceções de Pauli e Heisenberg. A partir do ano de 1930 a proposta de Ising passou a ser mais debatida (NISS, 2005).

A teoria do ferromagnetismo de Heisenberg teve bastante influência sobre a discussão do modelo de Lenz-Ising em relação ao seu grau de realismo, e a princípio ele se valeu da crítica de Ising acerca da teoria de Weiss, ressaltando também a discussão feita por Lenz e Ising de que as forças para alinhar cada um dos átomos na cadeia não era suficientes para o surgimento do ferromagnetismo. Para Lenz e Ising os ímãs elementares surgiam do momento magnético, eles não discutiram sobre a origem do momento dipolar. Já Heisenberg considerava o momento angular intrínseco dos elétrons (spin), e via uma semelhança entre o seu modelo e o modelo de Lenz-Ising referente às interações dos átomos, o que levou a chamá-lo de modelo semi-clássico (ibid.).

O físico Van Vleck que era reconhecido como uma autoridade do magnetismo também reconheceu o modelo de Lenz-Ising para o ferromagnetismo, sendo uma versão resumida do modelo proposto por Heisenberg. E as demais discussões que surgiram sobre o modelo giravam principalmente em torno do seu grau de realismo até o ano de 1945. Além do surgimento da mecânica quântica Niss (2005, p. 28, tradução nossa) afirmou que “Outros, porém, alegaram que a principal razão para ignorá-lo como um modelo de ferromagnetismo foi a conclusão negativa de Ising para o caso tridimensional.”, essa conclusão negativa foi oriunda da dificuldade de implementar o modelo. Apesar do foco no realismo do modelo, em 1936, Peierls provou que o modelo de Lenz-Ising apresentava magnetização espontânea em duas dimensões

e três para baixas temperaturas, tal prova desempenhou um papel importante para a história inicial do modelo (ibid.).

4.5 FENÔMENOS COOPERATIVOS E TRANSIÇÕES DE FASE

O desenvolvimento da teoria de ligas e fenômenos cooperativos foi de fundamental importância para que o modelo de Lenz-Ising que era visto como pouco realista em comparação com o modelo de Heisenberg para explicar o ferromagnetismo, viesse à tona entre as décadas de 1930 e 1940. Com o desenvolvimento dessas áreas, foi obtido através de experimentos que ligas de diferentes elementos formavam super redes, um arranjo ordenado de átomos, em que os átomos de um dado elemento químico eram cercados pelos átomos de outro elemento, e que em baixas temperaturas esses átomos se encontravam em um dado “local”, e ao ser aquecido esses átomos adquiriam energia o suficiente para mudar para um local diferente. Teorias como a teoria estatística de Bragg e Willians apontaram que o custo energético para essa mudança de local era proporcional ao grau de desordem na super rede. Bethe relacionou a sua teoria com a teoria de Weiss do ferromagnetismo, em que em ambas partiam do pressuposto que por trás do ordenamento existia uma força, e com isso refinou ainda mais as teorias de Bragg e Willians assumindo que somente os átomos vizinhos interagem, condizente com a teoria de Heisenberg (NISS, 2005).

Em 1930 um grupo de estudo da universidade de Cambridge dirigido pelo físico R. H. Fowler “ascendeu” o conceito e a utilização do modelo de Ising como uma ferramenta matemática. Em 1936, Fowler propôs sua teoria de adsorção. Foi encontrado experimentalmente uma temperatura crítica que separava um regime de baixa temperatura de um regime de alta temperatura para que um vapor de metal fosse depositado em um vidro. A partir dessas teorias para explicar as ligas e fenômenos cooperativos os físicos chamaram atenção para o fato de existir particularidades em comum experimentalmente e teoricamente nesses modelos, a particularidade geral é cooperação de unidades de uma variedade de fenômenos, que levou ao nome de fenômenos cooperativos, e também a transição de fase de um estado ordenado para um estado desordenado em uma dada temperatura, a saber o ponto de Curie, assim como pontos de fusão dos sólidos (BRUSH, 1967;NISS, 2005).

Peierls foi o primeiro a notar a semelhança matemática existente entre o modelo de Lenz-Ising e as teorias de fenômenos cooperativos, destacando que apesar de não se originar dos mesmos mecanismos, matematicamente esses fenômenos obedeciam às mesmas equações. Peierls conseguiu mostrar essa correspondência matemática para a teoria de adsorção de

Fowler. O fato de teorias em comum, não somente se tratando dos fenômenos cooperativos obedecerem às mesmas equações de acordo com Niss (2005) pode ter sido um dos fatores para aceitação do modelo de Lenz-Ising para explicar os fenômenos físicos a partir da abstração de sistemas físicos concretos (NISS, 2005). Peierls apontou a equivalência existente entre a teoria ordem-desordem e a teoria sobre o ferromagnetismo desenvolvida por Ising, argumentando que,

[...] o modelo de Lenz- Ising em duas ou três dimensões exibe magnetização espontânea a temperaturas suficientemente baixas. Ele apontou que cada configuração possível de (+) e (-) spins na rede corresponde a um conjunto de “limites” entre regiões de (+) spins e de regiões de (-) spins (BRUSH, 1967, p. 5, tradução nossa).

Entretanto, essa semelhança notada por Peierls ainda assim não motivou os físicos entre essas décadas a um estudo mais aprofundado, o modelo continuou sendo considerado um modelo de ferromagnetismo. A partir de 1940 o modelo de Lenz-Ising passou a ser discutido do ponto de vista de fenômenos cooperativos e pontos de transição. Em um artigo publicado por Montroll em 1941, ele chamou a atenção para as interações de curto alcance entre os vizinhos mais próximos, utilizou o modelo bidimensional de Lenz-Ising para demonstrar que à medida em aumenta-se a temperatura de um sistema físico com muitas moléculas em um dado estado, o sistema sofre uma mudança de fase para certas temperaturas, dando exemplo do ponto de fusão de um sólido de uma estrutura cristalino, e o exemplo dos materiais ferromagnéticos que podem perder suas propriedades magnéticas nessas temperaturas. Essas mudanças são chamadas de transições de fase. O objetivo de Montroll era instituir uma teoria de sistemas vizinhos (ibid.).

Após tentativas entre os físicos de encontrar uma solução exata para o modelo, em 1941 Kramers e Wannier obtiveram e apresentaram o que foi considerado o primeiro resultado quantitativo para o modelo de Ising bidimensional “Eles localizaram a temperatura de simetria da rede para relacionar a expansão de alta e baixa temperatura da função de partição. [...] mostraram que a função de partição pode ser escrita como o maior autovalor de determinada matriz [...] (BRUSH, 1967, p. 5, tradução nossa)”. Kramers e Wannier exerceram papel fundamental para o desenvolvimento consecutivo do modelo de Lenz-Ising através de seus métodos matemáticos, marcando o início da era moderna do modelo. Apesar de compartilhar a ideia de que o modelo era irrealista, eles enxergaram que era de fato um modelo importante para a teoria do ferromagnetismo, em específico quanto a natureza das transições de fase, e essa conclusão se deu devido a enxergarem no modelo um equilíbrio entre realismo e irrealismo, que segundo Niss (2005), era exatamente o que Kramers e Wannier precisavam. Kramers e

Wannier, focaram ainda mais que Montroll nas transições de fases, descobriram as transições de fase ferromagnéticas para redes tridimensionais o que levou à conclusão que o ferromagnetismo poderia ocorrer em uma estrutura clássica, tratando o operador spin como um elemento clássico. Eles fizeram a observação que esses pontos de transições são consequentemente oriundos de teorias estatísticas, e a partir disso visaram disponibilizar ferramentas matemáticas estatísticas para tratar esses fenômenos, em particular os pontos de Curie para o ferromagnetismo (ibid.).

Apesar de considerar as variáveis de spin do modelo de Lenz-Ising como uma estrutura clássica eles reconheceram o papel da mecânica quântica como uma teoria fundamental para explicar a origem das forças de acoplamentos, e o ferromagnetismo, e partir desse reconhecimento foram levados a explorar o modelo de Lenz-Ising, e essa escolha pelo modelo se deu pelo fato do modelo ser simples e oportuno para o seus objetivos (NISS, 2005). De acordo com Niss (2005, p. 36, tradução nossa) “[...]a prova rigorosa de Peierls de que a magnetização espontânea pode ocorrer no modelo bidimensional de Lenz-Ising tornou razoável “suspeitar” que existe nele um único ponto de transição.”, tal feito fez com que Kramers e Wannier viessem a estudar o modelo de Lenz-Ising sem a presença de campo magnético externo. Eles provaram que o calor específico no ponto de Curie tende ao infinito (ibid.).

Após ter conhecimento dos resultados de Montroll e de Kramers e Wannier o químico e físico Lars Onsager desempenhou papel importante, se tornando um dos pioneiros no estudo das transições de fase “A contribuição pioneira de Onsager para a teoria das transições de fase foi sua determinação do calor específico do modelo bidimensional de Lenz-Ising de campo zero como um função da temperatura de forma fechada.” (NISS, 2005, p. 39, tradução nossa). Pelo mesmo motivo de Kramers e Wannier, Onsager foi levado a explorar o modelo de Lenz-Ising, dado a escassez de métodos matemáticos apropriados e o nível de dificuldade ao se aproximar de singularidades, tornou-se mais viável explorar o modelo de Lenz-Ising mesmo sendo distante do comportamento real dos cristais estudados.

Onsager também focou no ponto de Curie, precisamente nas transições ferromagnéticas sem a liberação de calor latente durante a transição, ou seja, transição contínua caracterizada por um parâmetro de ordem, a magnetização. Ele também acreditava que o modelo de Lenz-Ising representava um ferromagneto, e propôs um esquema para uma classe geral de transições de fase a partir do modelo de Lenz-Ising. Todavia o foco de Onsager estava nos problemas matemáticos complexos, resolveu o problema do modelo apenas em duas dimensões e não comparou seus resultados com resultados experimentais (NISS, 2005). “As funções exatas de

partição e outras propriedades de várias outras redes bidimensionais foram deduzidas do resultado de Onsager por vários pesquisadores (BRUSH, 1967, p. 7, tradução nossa).” Entretanto, apesar das redes bidimensionais apresentarem características semelhantes em se tratando de interações magnéticas vizinhas, o problema para um campo magnético finito e o problema em três dimensões continuou sem solução (exata). Em parte isso se deu ao fato que as técnicas de solução eram muito difíceis e desconhecidas, mesmo para aqueles que se interessavam pelo modelo, além disso, o modelo acabou não despertando o interesse de matemáticos. Outros físicos criaram outros métodos na tentativa de solucionar os problemas em aberto no modelo, a saber, Waerden, Kac, Ward, Sherman e Feynman (BRUSH, 1967).

A partir da solução de Onsager, que foi apresentada em 1942, o modelo de Lenz-Ising passou a ser amplamente discutido no campo das transições de fase, visando uma melhor compreensão dos pontos em que ocorrem as transições. Onsager não comparou seus resultados com resultados experimentais, o foco do seu trabalho era essencialmente matemático. Essa ampla gama de visões acerca do modelo fez com que o físicos considerassem como sendo importante um estudo matemático aprofundado dada a grande questão sobre o realismo físico do modelo (NISS, 2005).

Os estudos acerca do modelo de Ising se estenderam para além do ferromagnetismo, outros físicos buscando uma maior compreensão sobre transições líquido-sólido estudaram versões antiferromagnéticas para o modelo (BRUSH, 1967). Lee e Yang ampliaram esse estudo aplicando ao que eles chamaram de Gás de rede, que considerava assim como o modelo de Ising as forças de atração entre os átomos vizinhos, muito estudado para transição líquido-gás e pontos críticos. Nesse modelo,

[...] a magnetização do ímã (diferença entre o número de spins ascendentes e descendentes) está diretamente relacionada à densidade do gás da rede (fração de sítios ocupados). O papel do campo magnético externo, que é um parâmetro controlável para o modelo magnético, agora é desempenhado pela fugacidade do gás de rede (BRUSH, 1967, p. 8, tradução nossa).

A inexistência de uma solução para o modelo Ising dificultou o entendimento acerca das transições de fase a princípio. Segundo Brush (1967, p. 9, tradução nossa):

[...] a falta de uma solução exata para o modelo tridimensional de Lenz-Ising havia frustrado as tentativas de chegar a conclusões definitivas sobre a natureza da transição de fase. Muitos métodos aproximados foram desenvolvidos, mas a comparação de suas previsões com a solução bidimensional exata de Onsager mostrou que as aproximações geralmente falhavam em reproduzir a natureza da singularidade no calor específico e outras funções termodinâmicas no ponto de transição. Parecia que nada menos que uma solução exata poderia oferecer qualquer evidência convincente sobre a singularidade em três dimensões.

Muitos foram os métodos desenvolvidos para explicar a natureza das singularidades de uma transição de fase, dentre esses, o método de Padé expandiu os horizontes para o modelo de Ising, pois através dele foi possível determinar o comportamento do ponto crítico e com isso expandiu a aplicabilidade do modelo para um número maior de sistemas físicos.

4.6 DA IRRELEVÂNCIA A RELEVÂNCIA

Entre 1940 e 1950 foram desenvolvidas diversas pesquisas sobre transições de fase motivadas pelos resultados experimentais termodinâmicos obtidos na época, foi um período de investigações de formulações e técnicas matemáticas que pudessem tratar esses resultados obtidos. Segundo Niss (2008, p. 8, tradução nossa) “[...] a comunidade de cientistas que se dedicavam ao estudo das de transições de fase era bastante heterogênea.”, haviam vários grupos de cientistas empenhados nos pontos de transição, físicos experimentalistas e teóricos, matemáticos, químicos (NISS, 2008).

O modelo de Lenz-Ising foi reinterpretado em termos da mecânica quântica com base em dois pressupostos fundamentais: passou a ser visto como uma rede em que o spin pode apontar para cima ou para baixo, e que o spins interagem energeticamente com os seus vizinhos mais próximos, e que essa interação é representada pela integral de troca J , sendo que essa interação pode ser positiva ou negativa a depender da configuração dos spins. Quando J é positivo ele representa um material ferromagnético, e J negativo representa um material antiferromagnético. De acordo com Niss (2008, p. 9, tradução nossa) “Com base nesses dois pressupostos, o formalismo da mecânica estatística em princípio produz todas as propriedades físicas do modelo de Lenz-Ising.”

Na década de 1950 o modelo de Lenz-Ising era considerado similar matematicamente a três modelos, a saber, o modelo de ligas binárias, ao gás de rede e a modelos magnéticos, precisamente, ferromagnetismo. No entanto isso não foi amplamente difundido e aceito pela comunidade científica, existiam outros modelos que eram considerados mais precisos. Entre 1930 e 1950 o interesse maior em relação ao modelo de Lenz-Ising estava voltando principalmente às transições de fase, sobretudo após solução exata de Onsager para o caso bidimensional em 1944, quando ele mostrou matematicamente que o modelo exibe uma transição de fase em uma temperatura chamada temperatura crítica, e que nesse ponto de transição o calor específico tende ao infinito logaritmicamente (ibid.).

No geral o que fazia um modelo ser aceito pela comunidade científica nessa época era o seu grau de realismo, e modelo de Lenz-Ising era considerado pouco realista para representar

sistemas físicos, tal fator fez com que o modelo fosse visto, segundo Niss, “O modelo Lenz-Ising, em suma, era um brinquedo-modelo, ou seja, seu único papel era nos dizer algo sobre o formalismo da estatística mecânica.” (NISS, 2008, p. 10, tradução nossa).

Em 1950 o modelo de Lenz-Ising era visto como um modelo irrelevante pela maioria dos físicos, a comunidade científica no geral era mais atraída pelo modelo de Heisenberg. No entanto, havia um físico, dentre os poucos, que se interessava pelo modelo de Lenz-Ising, o físico Cyril Domb. De acordo com Niss (2008) os poucos físicos que se atraíram pelo modelo de Lenz-Ising nessa época estavam muito mais motivados pelos aspectos matemáticos do modelo que em suas aplicações físicas. Uma questão levantada é que apesar de ser um modelo simples, a matemática por trás do modelo era de difícil resolução. Alguns físicos nessa época trataram de algumas questões relacionadas à solução de Onsager, a saber, Bruria Kaufman que calculou o comprimento de correlação entre os spins na rede, e Yang que se dedicou ao estudo da magnetização espontânea para o caso bidimensional (ibid.).

Em 1950 o modelo se tornou bastante conhecido pela comunidade que se dedicava à física do estado sólido, e outras áreas, entretanto a dificuldade para se obter uma solução matemática para o modelo de Lenz-Ising tridimensional, e até mesmo para o caso bidimensional, mesmo após a solução de Onsager, fez com que o interesse em relação ao modelo fosse reduzido nessa década. Quando Onsager pensou em sua solução, em 1944, o único sistema em que era possível comparar o modelo de Ising, e apenas para caso bidimensional, era o fenômeno de adsorção de um gás. Para o modelo tridimensional só foi possível começar confrontar o modelo com dados, a princípio de forma mais qualitativa, após 1950 com o desenvolvimento gradual de soluções numéricas. No mais, o restante dos sistemas só poderia ser comparado ao modelo tridimensional, e era esperado que o calor específico apresentasse singularidade tanto para o modelo bidimensional quanto para o modelo tridimensional (NISS, 2008).

Niss (2008) destaca a grande dificuldade em se obter resultados experimentais na época em detrimento da temperatura: “perto de um ponto crítico mesmo pequenas mudanças de temperatura produzem grandes mudanças nas quantidades físicas, por isso é essencial ter um alto grau de controle de temperatura.” (NISS, 2008, p. 15, tradução nossa). Dado essa dificuldade em controlar a temperatura, os resultados obtidos no geral eram considerados ineficientes e não eram aceitos pelos físicos, a exemplo de Guggenheim e Onsager. Dentre tantos dados considerados deficientes, alguns poucos dados de qualidade razoável serviram de inspiração para que os experimentalistas testassem o modelo de Lenz-Ising (ibid.).

Até o final da década de 1950 o modelo de Lenz-Ising só era visto como um modelo voltado para o magnetismo, e as atitudes em relação ao modelo dentro dessa área eram variadas nessa época. Niss (2008) destacou que na atualidade o mais importante é começar a estudar um dado fenômeno por modelos mais simples para só então partir para modelos mais complexos, entretanto, na década de 1950 aconteceu o contrário, a prioridade era o modelo de Heisenberg, este que era mais complexo, e só na década 1960 o modelo Lenz-Ising que é mais simples passou ser visto como relevante. John H. Van Vleck, por exemplo, que era autoridade na área do magnetismo, não inclui o modelo de Lenz-Ising em nenhum dos seus modelos sobre magnetismo, a menção apenas se referia ao modelo de Heisenberg. E no geral a questão em torno do desinteresse acerca do modelo de Lenz-Ising se dava pelo seu grau de realismo, para ele o modelo de Heisenberg era uma melhor aproximação de um ferromagneto para os físicos (ibid.)

“Uma área do magnetismo em que o modelo de Lenz-Ising foi percebido como um modelo realístico foi a de materiais extremamente anisotrópicos, como observado por Domb e Sykes.” (NISS, 2008, p. 17, tradução nossa). A partir de 1950 foram desenvolvidas várias pesquisas sobre novos materiais magnéticos anisotrópicos, e alguns desses materiais de acordo com Niss(2008) eram similares ao modelo de Lenz-Ising, por isso poderiam ser representados pelo modelo. A teoria de ligas binárias também deu destaque ao modelo de Lenz- Ising, “Mesmo que algumas de suas suposições fossem consideradas grosseiras, era considerada uma representação bastante realista para transição de ordem – desordem.” (NISS, 2008, p. 18, tradução nossa).

Niss (2008) aponta que o destaque e sucesso do modelo de Lenz-Ising principalmente em relação à teoria de ligas se deu ao fato do não violar a teoria quântica, o que era diferente quando se tratava da explicação de ímãs magnéticos, do ferromagnetismo, e esse foi um dos fatores que fez Van Vleck focar no modelo de Heisenberg, assim como outros físicos, por estar em acordo com a teoria quântica. A grande questão em volta dos modelos físicos nessa época circundava o grau de realismo, “[...]um fator importante na aceitação ou rejeição de um modelo físico na década de 1950 era seu realismo - apenas modelos realistas eram vistos como significativos.” (NISS, 2008, p. 20, tradução nossa).

Um dos grandes pioneiros que difundiu o modelo de Lenz-Ising equiparado a Onsager foi o físico Cyril Domb. Domb considerou o modelo de Lenz-Ising como sendo um modelo muito relevante ainda na década de 1950 e desenvolveu várias pesquisas no seu grupo de estudos no King's College Londres, examinando o modelo. Ele fez uma variedade de

observações mediante extensão da proposta de Onsager em duas e três dimensões, com e sem a presença de campo magnético para uma variedade de redes, e introduziu as expansões em séries que tornou-se um importante método para extração de propriedades nos pontos críticos dos modelos de rede. Suas ideias foram difundidas pelos físicos (ibid.).

Em sua tese de doutorado, Domb desenvolveu uma pesquisa sobre fenômenos cooperativos, particularmente seu foco era o modelo de Lenz-Ising. Motivado pelo seu interesse na mecânica estatística e na leitura de artigo publicado por Onsager em 1944, Domb desenvolveu perturbações para expansões do modelo de Lenz- Ising bidimensional em campos diferentes de zero e a campo zero. A obra de Domb era muito matemática, entretanto, de acordo com Niss (2008, p. 22, tradução nossa) “[...] Domb tinha uma melhor compreensão da matemática e seu uso potencial na física do que muitos outros teóricos da época.”.

Diferentemente dos seus contemporâneos, a visão de Domb acerca dos fenômenos cooperativos era mais unificada e geral, foi ele um grande que propagou a ideia que o modelo de Lenz-Ising podia ser utilizado para explicar vários fenômenos físicos diferentes. A interpretação de Domb era mais voltada para o caso particular do ferromagneto, a saber ligas binárias e fenômenos de ordem-desordem em ligas. Domb “[...] deu um grande passo para perceber o modelo de Lenz-Ising como uma estrutura matemática unificadora, em vez de vários modelos que compartilham a mesma estrutura matemática[...].” (NISS, 2008, p. 23, tradução nossa).

Segundo Niss (2008, p. 23, tradução nossa) “A aceitação do modelo Lenz-Ising por Domb foi uma escolha cuidadosa.”, isso porque ele sabia das dificuldades matemáticas existentes para descrever fenômenos cooperativos, existia uma mistura de diferentes aproximações e expansões em séries que não era possível saber se forneciam informações confiáveis de fato sobre esses fenômenos. Isso influenciou na visão que Domb passou a partilhar depois de 1950 de que modelos mais simples, como o modelo de Lenz-Ising, são essenciais em situações que envolvem problemas matemáticos complexos, que ele considerava formidáveis. Domb viu no modelo de Lenz-Ising uma forma de facilitar os cálculos por meio de sua interação simplificada, que não deixava de lado aspectos importantes dos fenômenos cooperativos (ibid.).

Domb propôs um método de expansão em série em 1949 que visava obter uma expansão da perturbação da energia livre, ele correlacionava os coeficientes de uma série e o valor do expoente crítico correspondente com o comportamento crítico de um sistema. Domb “[...] foi o

primeiro a avançar a ideia de correlacionar seus coeficientes em baixas e altas temperaturas com comportamento crítico.” (NISS, 2008, p. 25, tradução nossa). Ele testou seu método com o modelo de Lenz-Ising bidimensional e obteve resultado satisfatório comparado com outros resultados. Com isso o modelo poderia fazer previsões satisfatórias acerca das singularidades das funções. Essa proposta feita por Domb não foi bem vista por todos, entretanto isso não o impediu de aplicar seu método a modelos de rede. O seu foco estava voltado para sistemas ferromagnéticos e antiferromagnéticos. Com isso,

Domb e seus colaboradores foram os únicos físicos que obtiveram resultados para o comportamento crítico do modelo de Lenz-Ising. Isso envolveu um esforço enorme, porque não apenas cada dimensão, mas também cada tipo de rede exigia um cálculo separado, mas deu frutos: poucos anos depois que Domb terminou sua tese e este método foi visto pela maioria dos físicos como fornecendo informações confiáveis sobre o comportamento crítico de uma série de substâncias, seus calores específicos C_v , suas magnetizações em função da temperatura e suas suscetibilidades $\chi = \partial M / \partial H$ (o mudança na magnetização M de uma substância em resposta a um campo magnético externo H) (NISS, 2008, p. 27, tradução nossa).

Domb e seu grupo além de examinar a natureza técnica do modelo de Lenz- Ising destacaram a importância física do modelo. Eles levantaram a possibilidade de comparar o modelo com resultados experimentais, além da comparação de suas características com dados numéricos mesmo sem confrontar de fato o modelo de Lenz-Ising com experimentos. Isso refletiu principalmente na variante tridimensional do modelo de Lenz-Ising que após muita resistência da comunidade científica passou a ser examinada com as expansões em série e estudada em seus pontos críticos. “Ele ofereceu principalmente conclusões sobre as semelhanças e diferenças entre o tridimensional e o modelos bidimensionais para diferentes treliças.” (NISS, 2008, p. 28, tradução nossa). Domb e Fisher publicaram um artigo relacionando modelos e experimentos, e relacionaram o modelo de Lenz-Ising com a curva experimental para susceptibilidade na ausência de campo magnético que no geral era satisfatória sobrepondo a curva experimental com a curva teórica (ibid.).

Foram várias as contribuições Domb para o modelo de Lenz-Ising, desde as aproximações numéricas, inclusão de flutuações, método de expansão em série, mostrou empiricamente a adequação do modelo para substâncias isotrópicas, substâncias essas que eram de grande interesse na época, tentou confrontar o modelo com dados experimentais apesar de não ser o seu foco, usou o modelo para explicar os fenômenos de ordem-desordem. Outra contribuição importante destacada por Niss (2008) foi o fato de Domb ter associado às transições de fase e os parâmetros críticos à dimensionalidade do sistema. “Domb e seus contemporâneos concordaram que o modelo Lenz-Ising é um modelo irreal dos fenômenos

físicos que ele examinou [...]; mas ao contrário da maioria de seus contemporâneos, dedicou um esforço substancial ao exame numérico do modelo[...].” (NISS, 2008, p. 30, tradução nossa).

O interesse dos físicos em estudar os fenômenos de transições de fase fez com que o modelo de Lenz-Ising se tornasse relevante, principalmente no estudo dos fenômenos críticos, a partir da década de 1960. Um marco disso pode ser visto de acordo com Niss (2008) na conferência que aconteceu em Whashington, em abril de 1965, no National Bureau of Standards sobre fenômenos críticos. Dentre os trabalhos experimentais apresentados, alguns teóricos destacaram o papel do modelo de Lenz-Ising. A relevância do modelo a partir de 1960 se deu principalmente em se tratando em um tipo de transição específica, a transição de fase contínua.

Nessa década havia um acúmulo de dados experimentais e teóricos sobre transições e surgiram novos experimentos para vários materiais magnéticos que chamaram ainda mais a atenção para o modelo, para o utilizá-lo para descrever os fenômenos críticos. As transições de fase podem ser contínuas e descontínuas, as propriedades de substâncias que passam por essas transições dependem do tipo de transição, no caso das transições de fase contínuas, essas transições se dão em suas derivadas de ordem superior da energia livre, a saber, magnetização, densidade e energia, e as transições de fase descontínuas as derivadas de primeira ordem divergem em pontos de transição, a exemplo, calor específico e susceptibilidade (NISS, 2008).

Na década de 1960 os status teóricos dos modelos tratava-se dos que eram considerados simples, e os considerados mais simples em relação ao seu grau de realismo na discussão de fenômenos críticos. Michael E. Fisher foi um dos grandes precursores de discussões sobre os modelos nessa época, ministrando várias palestras no Instituto de Física Teórica da Universidade do Colorado, em 1964. Dentre os modelos discutidos por Fisher estava o modelo de Lenz-Ising para ligas binárias. Fisher considerava que o modelo de Lenz-Ising se enquadrava na classificação de modelo mais simples, no entanto a visão dele acerca do modelo de Lenz-Ising ainda assemelhava-se à de duas décadas anteriores. O modelo possuía limites e ao mesmo tempo continha algumas características semelhantes à realidade, visto como uma simplificação do modelo de Heisenberg. Ele associou o modelo a anisotropias a baixas temperaturas e destacou o interesse nos pontos próximos ao ponto crítico a altas temperaturas em que o modelo aparentava ser mais eficiente. Discutiu um pouco também a questão em aberto de alguns cristais magnéticos descobertos que possuíam semelhanças ao modelo de Lenz-Ising (ibid.).

O fato do modelo de Lenz-Ising consistir em uma rede faz com que consequentemente ele se enquadre como um modelo de rede, e a grande virada para os modelos de rede na década

de 1960 se deu graças a utilização do método de expansão em séries para extrair propriedades nos pontos críticos desses modelos. Além das expansões em séries, a aproximação de Padé junto às expansões possibilitaram a obtenção de informações consideradas mais confiáveis acerca dos modelos de rede (ibid.). Quanto à situação experimental do modelo de Lenz-Ising, na década de 1960 ele apresentou um bom desempenho que apesar de não ser visto dessa forma por todos dado algumas discrepâncias, segundo Niss:

Tais discrepâncias, no entanto, não diminuíram a sensação geral de que o modelo de Lenz-Ising apresentava um desempenho surpreendentemente bom. A concordância com os resultados experimentais, especialmente porque todas as teorias concorrentes previam o valor $\delta = 3$. À luz das grandes dificuldades na descrição matemática das transições de fase, isso deu credibilidade ao modelo Lenz-Ising (NISS, 2008, p. 38, tradução nossa).

Muitos foram os resultados satisfatórios comparados a resultados experimentais, estes que surpreenderam a comunidade científica no geral de forma positiva em relação ao modelo de Lenz-Ising, a partir da década de 1960. Em 1957, Domb e Sykes compararam o modelo com dados obtidos de susceptibilidade magnética para o níquel; em 1960 W. K. Robinson e S. A. Friedberg compararam resultados de calores específicos com o modelo de Lenz-Ising e observaram comportamento logaritmo na singularidade do ponto crítico para o caso bidimensional para os seguintes compostos $\text{NiCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ e o $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, este que exibem comportamento antiferromagnético (ibid.).

Outro experimento que a princípio o calor específico apresentou concordância com o modelo de Lenz-Ising foi o experimento do hélio superfluido, entretanto, segundo Niss (2008) esse resultado não foi muito aceito dado o hélio superfluido apresentar um comportamento quântico. Já as transições líquido-gás do xenônio, argônio e oxigênio apresentaram uma excelente concordância com o modelo, “As investigações dos pontos críticos de xenônio, argônio e oxigênio, que não apresentam essa deficiência não clássica, desempenhou um papel crucial na mudança da percepção dos físicos em relação ao modelo de Lenz-Ising.” (NISS, 2008, p. 35, tradução nossa). O fato do modelo ser de fácil tratabilidade e apresentar previsões consideradas significativas nos pontos críticos foi essencial para a comparação com resultados experimentais e também para mudança da percepção em relação ao modelo Lenz-Ising.

Outro ponto importante foi a concordância para o modelo do gás de rede tridimensional com o expoente β previsto pelo modelo de Lenz-Ising. Weinberger, Schneider, Fisher e Yangs apontaram que além dessas conclusões, e apesar de se tratar de um modelo grosseiro, a sua relação com a dimensionalidade e as interações de curto alcance surpreendentemente contribuíam para a descrição do comportamento crítico dos sistemas estudados. Ainda assim o

modelo de Heisenberg era visto como sendo mais adequado, mas isso não afetou o destaque para os fenômenos críticos e transições de fase para o modelo de Lenz- Ising (NISS, 2008).

De acordo com Niss (2008), em concordância com outros autores citados em seu trabalho, a mudança na percepção do modelo de Lenz-Ising em 1960 se deu graças a descrição das transições essenciais para entender o comportamento por exemplo do calor específico, susceptibilidade, magnetização nas singularidades, principalmente na transição líquido gás, à semelhança de pontos de transição de fase, o fato do modelo apresentar concordância com dados experimentais foi um fator crucial, principalmente se tratando do gás de rede. Um pouco menos influente na mudança de percepção que os fatores expostos anteriormente o modelo além de tudo poderia ser utilizado para descrever uma variedade de sistemas físicos, e também ser utilizado para simulações computacionais.

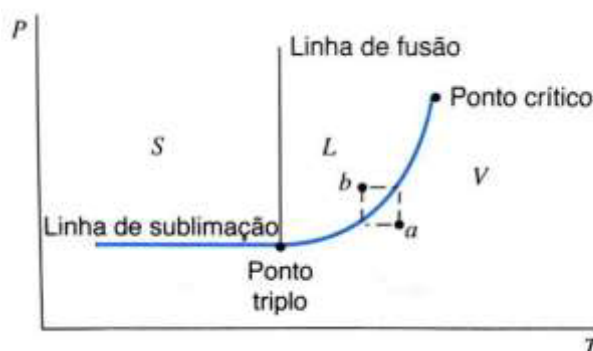
Em 1952 o modelo passou a ser utilizado em conjunto ao método de Monte Carlo, proposto F. J. Murray. Como observado no decorrer da discussão colocada por Niss (2008), a mudança da irrelevância para relevância do modelo não se deu devido ao seu realismo, nem somente à sua simplicidade, o modelo continuou sendo um modelo irrealista, mas essa mudança de percepção se deu graças aos fatores mencionados anteriormente. Apesar de tudo isso, foi na década de 1970 que o modelo de Lenz Ising apresentou de fato destaque para tratar os fenômenos críticos e transições de fase.

4.7 FENÔMENOS CRÍTICOS E A HIPÓTESE DE ESCALA

Entre 1960 e 1970 uma região chamada de região crítica que algumas substâncias apresentavam chamou a atenção dos físicos ao ponto de se tornar um campo de pesquisa. Vários são os exemplos de pontos críticos, ponto crítico da água, transições de ordem e desordem em ligas binárias, ponto crítico de opalescência, ponto crítico de Curie para os materiais ferromagnéticos e etc. De acordo com Niss (2011) dentre esses pontos críticos, o ponto crítico da água em especial serve como um protótipo. A Figura 6 apresenta o diagrama de fase da água (pressão em função da temperatura). Nesse diagrama é possível identificar as diferentes fases água, sólida, líquida e gasosa em dadas condições de pressão e temperatura, entretanto existem dois pontos peculiares nesse diagrama, o ponto triplo e o ponto crítico. No ponto triplo coexistem as três fases, e no ponto crítico “[...]este par pressão-temperatura, [...], marca um tipo limitante de transição de fase com propriedades qualitativamente novas.”, e de acordo com Borgnakke e Sonntag (2018, p. 55) “Para uma pressão superior, 22,09 Mpa, [...] não há nenhum

fenômeno de ebulição, e aquecer o líquido produzirá um vapor sem ebulição em uma transição suave.”

Figura 6- Diagrama de fase da água.



Fonte: BORGNAKKE, SONNTAG (2018, p. 55).

Matematicamente o modelo de Lenz-Ising consiste em uma rede constituída por sítios em que cada sítio na rede pode estar em dois estados, a depender da orientação dos spins. A Equação (13) é o Hamiltoniano que descreve matematicamente o modelo de Lenz-Ising na ausência de um campo magnético externo, em que “J” representa interação de troca entre os spins, essa que é da natureza eletrostática. As variáveis “ $\sigma(n)\sigma(m)$ ” representam os estados dos spins, esses que podem assumir somente dois valores (+1 ou -1), e o somatório aplica-se a todos vizinhos mais próximos de $\sigma(n)\sigma(m)$. A contribuição da interação dos spins mais próximos para energia do sistema depende do estado dos sítios em que esses spins vizinhos se encontram. O sinal de J indica o tipo de sistema: $J>0$ trata-se de um sistema ferromagnético, e $J<0$ de um sistema antiferromagnético (NISS, 2011).

$$H = - \sum_{n,m} J \sigma(n) \sigma(m) \quad (13)$$

Segundo Niss

O modelo de Lenz-Ising foi (e é hoje) visto como uma estrutura matemática que pode ser interpretado como representando um número de sistemas físicos que apresentam propriedades críticas, incluindo ferromagnetismo, antiferromagnetismo, adsorção localizada ou absorção, fenômenos gás-líquido, a transição ordem-desordem em ligas (NISS, 2011, p. 4, tradução nossa).

De acordo com Niss (2011), o ponto de partida de discussão quanto à caracterização de fenômenos críticos na década de 1960 foi a conferência que ocorreu em Washington em 1965 no National Bureau of Standards, o evento “Fenômenos na vizinhança de pontos críticos”. Foram discutidos aspectos considerados recentes na época, esses que foram mediados principalmente pelo físico estatístico Melville S. Green, que também era organizador do evento.

Dentre os aspectos discutidos estava o desacordo com modelo tridimensional de Lenz-Ising com as abordagens clássicas, tais como a teoria de transições de fase do físico Lev Landau e a teoria de campo médio. Também foram discutidas as singularidades apresentadas no calor específico do oxigênio e argônio, assim como as suas magnetizações, e a concordância entre estimativas obtidas pelo modelo e algumas curvas Lenz-Ising tridimensional numericamente (*ibid.*).

Sabia-se que quantidades físicas como a susceptibilidade, o calor específico, dentre outras divergiam para o infinito, ou convergem para zero, quando a temperatura ou outra grandeza física atingia o seu ponto crítico, e o problema e discussão central girava em torno do estabelecimento e determinação teórica e experimental de leis descrevessem esses comportamentos. Os comportamentos nessas singularidades são captados por expoentes críticos, eles fornecem as características gerais, “Os expoentes são uma maneira conveniente de descrever as singularidades do sistema, mas eles contêm consideravelmente menos informações do que a forma completa da função [...]” (NISS, 2012, p. 5, tradução nossa). Ainda segundo Niss “A justificativa para focar no expoente crítico, em vez de toda a função, foi que muitas vezes foi encontrado experimentalmente que o termo correspondente domina perto do ponto crítico.” (NISS, 2012, p. 5, tradução nossa). A magnetização na ausência de campo magnético é um exemplo dessas quantidades físicas que ao atingir a temperatura crítica ele se anula, desaparece. A Equação (14) para magnetização descreve essa proporcionalidade, em que “ T ” é temperatura, “ T_c ” é a temperatura crítica e “ β ” é o expoente crítico.

$$M(T) \propto (T - T_c)^\beta, \quad T \rightarrow T_c \quad (14)$$

A Tabela 1 mostra a notação e os valores de expoentes críticos conhecidos da década de 1960, a saber, as notações de Widom, Fisher e Lenz-Ising para líquidos e materiais magnéticos.

Tabela 1-A definição e os valores dos expoentes de ponto crítico.

Physical quantity	Exponent		Experimental value		Value for two-dimensional Lenz-Ising model ^a	Value for three-dimensional Lenz-Ising model
	Fisher's notation for fluids and magnets	Widom's notation for fluids	Fluids	Magnets		
Specific heat at constant magnetic field/volume below T_c	α'	α^*	≥ 0 (Logarithmic singularity)	$\geq 0?$	0 (Logarithmic singularity)	$\geq 0?$
Spontaneous magnetization/shape of coexistence curve	β	$1/d$	0.33–0.36	0.33 ± 0.015	1/8	$0.312 \approx 5/16$ 0.303 to 0.308
Zero-field isothermal susceptibility/compressibility below T_c	γ'	f	$\geq 1.2?$	?	7/4	1.23 to 1.32
Shape of the critical isotherm	δ	g	4.2 ± 0.1	4.22 ± 0.05	15	5.20 ± 0.15
Critical-point decay of correlation	η		$>0?$	$>0?$	1/4	$0.059 \approx 1/18 \pm 0.006$
Specific heat above T_c at constant magnetic field/volume	α	α	$\geq 0?$ ≤ 0.2	$>0?$	0 (Logarithmic singularity)	≥ 0 ≤ 0.2
Zero-field isothermal susceptibility/compressibility above T_c	γ		$>1.1?$	1.35 ± 0.02	7/4	1.1/4
Correlation length above T_c	ν		$>0.55?$	≥ 0.66	1	0.644 ± 0.002

Fonte: Niss (2011, p. 7-8).

Na década de 1960 o modelo de Lenz-Ising passou a ser visto de forma positiva dado a concordância entre resultados teóricos e experimentais, principalmente devido a concordância com a dispersão crítica da luz (opalescência) e a relação existente entre vários expoentes críticos. A dispersão crítica é a dispersão da luz na região dita região crítica, esse fenômeno foi descoberto em 1869 pelo físico e químico Thomas Andrews. Várias abordagens foram desenvolvidas para explicar esse fenômeno, tais como proposta por Albert Einstein e Marian Smoluchowski, cuja ideia principal era que havia um aumento do espalhamento da luz na região crítica, outra abordagem proposta foi a de Ornstein e Frits Zernike explicou que o fenômeno de opalescência na região crítica se deve ao fato que nessa região há um aumento nas flutuações de correlação de densidade local tendendo ao infinito no ponto crítico. As equações (15) e (16) propostas por Zernike mostram que a função de correlação decai exponencialmente para distâncias r muito distantes do átomo (ibid.).

$$g(r) \sim \frac{e^{-kr}}{r} \quad r \rightarrow \infty \quad (15)$$

$$g(r) \sim \frac{1}{r} \quad T=T_c, \quad r \rightarrow \infty \quad (16)$$

$$g(r) \sim r^{-\alpha} \quad T=T_c, \quad r \rightarrow \infty \quad (17)$$

Para o modelo tridimensional de Ising, o comportamento do comprimento de correlação em função da temperatura obedece a Equação (18).

$$k \sim (T - T_c)^\nu \quad (18)$$

Benjamin Widom foi o pioneiro nas relações entre os expoentes críticos, e o modelo de Lenz-Ising o influenciou bastante quanto a isso. Tendo como objetivo não levar em consideração resultados clássicos, Widom propôs relações e equações entre expoentes críticos para líquidos e fluídos no geral, levando em conta considerações da termodinâmica. Outra teoria que teve influência sobre suas equações foi a teoria do gradiente quadrado. Na década de 1960 faltava um sistema físico para testar essas relações entre os expoentes críticos, apesar da variedade de resultados experimentais, tal fato fez com que Widom examinasse dados obtidos para o modelo de Lenz- Ising e também para a teoria do campo médio. Juntamente com o físico e químico Rice, trabalhou na descrição do comportamento crítico de líquidos (ibid.). As equações (19), (20), (21) e (22) são equações de expoentes críticos propostas por Widom sobre o comportamento crítico de fluidos. Equações que descrevem grandezas (tal como o comprimento de correlação) físicas seguindo leis de escala na vizinhança do ponto crítico.

$$f = 2 \left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (19)$$

$$g = 1 + fd \quad (20)$$

$$\nu = \frac{f}{2} \quad (21)$$

$$\mu = \frac{f}{2} + \frac{2}{d} \quad (22)$$

A teoria do gradiente quadrado utilizada por Widom apresentou resultados que segundo Niss (2011) foram considerados resultados conclusivos para o modelo Lenz-Ising tridimensional. Foram testados para o modelo em conjunto a essa teoria resultados experimentais para gases inertes, valores numéricos para o caso tridimensional e valores exatos para o caso bidimensional do gás de rede. Entretanto o próprio Widom considerou que essa teoria contradiz resultados previstos para ν e μ para o modelo do gás de rede bidimensional. “Em suma, o modelo de gás de rede foi usado para falsear algumas teorias e verificar outras.” (NISS, 2011, p. 14, tradução nossa).

O físico, químico e matemático Michael E. Fisher também desempenhou um papel importante para o modelo de Lenz-Ising na década de 1960 quanto à determinação dos expoentes críticos. Em um artigo publicado por Fisher e John W. Essam, eles apresentaram as relações que poderiam existir entre os expoentes críticos do calor específico, magnetização espontânea e susceptibilidade para líquidos e materiais magnéticos. Essa relação foi apresentada por meio da Equação (23), em que “ α ” é o expoente do calor específico, “ β ” a magnetização espontânea e “ γ ” a susceptibilidade. Assim como Widom, Fisher também teve que lidar com a falta de resultados experimentais (ibid.).

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 2 \quad (23)$$

Essas relações entre expoentes críticos deram origem à chamada hipótese de escala (ou hipótese de homogeneidade). O modelo de Lenz-Ising teve papel importante do desenvolvimento da hipótese de escala de Widom, tal como permitiu que ele obtivesse o mesmo resultado já previsto por Onsager quanto ao calor específico, em seu cálculo ele também obteve que o calor específico diverge logaritmicamente no ponto crítico. Além do desenvolvimento da hipótese de escala, o modelo de Lenz-Ising também desempenhou papel importante na discussão sobre a sua validade, e variantes do modelo, tanto bidimensionais quanto tridimensionais, os resultados previstos pelo modelo foram próximos àqueles obtidos experimentalmente (ibid.).

Além de ser usado para compreender o comportamento de sistemas físicos reais de fenômenos críticos, o modelo de Lenz-Ising também passou a ser utilizado para entender o funcionamento de sistemas reais na década de 1960. “Os primeiros exemplos de seu uso construtivo para tarefas específicas aparecem em um artigo do Físicos sino-americanos (e irmãos) Yang e Yang (1964) e notas de aula por Fisher (1965), ministradas na Universidade do Colorado. Ambos apresentam uma estrutura construtiva semelhante ao uso do modelo[...]” (NISS, 2011, 18, tradução nossa).” Fisher propôs e chegou a conclusão que sistemas ferromagnéticos e líquidos apresentam os mesmos valores de expoentes críticos experimentais, e segundo Niss(2011, p. 19, tradução nossa) “[...] o modelo de Lenz-Ising poderia ajudar a explicar porque encontramos o mesmo comportamento em sistemas reais.”.

Algumas das conclusões obtidas por Fisher ao comparar o modelo de Lenz-Ising com dados experimentais principalmente para magnetização espontânea, expoente “ β ”, foi obtido numericamente um valor $\beta = 0,3125$ para o modelo tridimensional e esse valor foi considerado por Fisher um valor surpreendente dado a sua proximidade com valores obtidos

experimentalmente. Outro ponto destacado foi o papel da dimensionalidade como sendo uma característica crucial para a forma das curvas de magnetização do modelo. O modelo de Lenz-Ising, em duas e três dimensões, foi aplicado a diversos tipos de redes (quadrada, favo-de-mel, cúbica simples, cúbica de face centrada, etc) para a obtenção, por exemplo dos diagramas de magnetização em função da temperatura (ibid.).

O modelo Lenz-Ising desempenhou papel fundamental para o entendimento das correlações e flutuações no ponto crítico, bem como a sua importância para os fenômenos críticos a partir da década de 1960. Segundo Niss, "Benjamin Widom descreveu as propriedades de escala mais importantes, mas não discutiu como elas podem surgir." (NISS, 2011, p. 20 tradução nossa). Posteriormente, em 1966, o físico Leo Kadanoff fez algumas transformações no modelo de Lenz-Ising derivadas da lei de escala de Widom. Kadanoff se debruçou sobre o estudo das correlações em vários contextos, e o modelo de Lenz-Ising bidimensional foi a sua principal ferramenta. O problema em questão para o seu estudo se deu com base na solução de Onsager para o caso bidimensional. Kadanoff calculou correlações spin-spin do modelo de Lenz-Ising e fez a seguinte derivação da escala de Widom,

A ideia básica de sua derivação era que a singularidade na energia livre é causada pela presença de flutuações em grande escala, de modo que a correlação comprimento ξ é muito maior que o espaçamento da rede a . Isso significa que é possível encontrar um número L que satisfaça $1 \ll L \ll \xi/a$. Admitimos isso dividindo a rede em células de comprimento lateral aL . Kadanoff então formou um novo modelo Lenz-Ising percebendo cada célula da área $(aL)^2$ como um único sítio de spin com uma variável de spin com um valor igual à média da magnetização local no bloco. Isso parece razoável devido à forte correlação em curtas distâncias. A nova variável spin deve se comportar de forma essencialmente idêntica à variável original, ou seja, interações entre as células deve produzir correlações idênticas em estrutura às correlações no modelo de Lenz-Ising original. À medida que o comprimento de correlação fica cada vez maior à medida que nos aproximamos do ponto crítico, isso significa que o novo sistema está mais longe de seu ponto crítico do que o sistema originário. Supomos que o estado do sistema celular seja descrito em termos de um campo magnético efetivo e a temperatura, que medem a distância do sistema do seu ponto crítico. Eles dependem de L , bem como do campo magnético original e da temperatura (NISS, 2011, p. 21, tradução nossa).

A partir dessa derivação Kadanoff obteve as relações de escala já obtidas por Widom, entretanto, Kadanoff conseguiu justificar os seus resultados, diferentemente de Widom que não havia justificado como as propriedades em sua escala poderiam surgir. Além das correlações, o modelo de Lenz-Ising contribuiu para o entendimento e estabelecimento das flutuações críticas, contribuiu para o estudos de vários outros físicos e experimentalistas que se dedicavam a essas áreas dos fenômenos críticos. A exemplo da física experimental Johanna Levelt Sengers, o modelo a auxiliou na compreensão da região crítica de fluidos incluindo as flutuações críticas, uma vez que antes da década de 1960 não havia uma explicação e dado isso eram ignoradas,

por exemplo na teoria de campo médio e na equação de Van der Waal, desempenhando um descrédito quanto a essas teorias (NISS, 2011),

O modelo de Lenz-Ising foi extensivamente utilizado para se ter conhecimento de como as flutuações críticas regiam os fenômenos críticos, principalmente por Kadanoff, também foi citado em investigações feitas na teoria de Landau sobre transições de fase. De acordo com Niss,

Em 1967, ele e seus colaboradores argumentaram que os infinitos em derivadas termodinâmicas são causados por um comprimento de correlação que diverge. Primeiro, eles descreveram a conexão entre funções de correlação e termodinâmica na teoria das flutuações de Landau, em particular que as “flutuações de larga escala no parâmetro de ordem são a fonte das singularidades nas derivadas termodinâmicas próximas ao ponto crítico correto”,¹⁰⁰ então para investigar a correção da teoria de Landau, eles citaram resultados a partir de investigações teóricas do modelo de Lenz-Ising (KADANOFF *et al.*, 1967, pág. 400 apud NISS, 2011, p. 23, tradução nossa).

O principal objetivo da teoria de fenômenos críticos de acordo com Fisher era

O objetivo da teoria de um fenômeno complexo deve ser elucidar quais características do hamiltoniano conduziram a muitas das características e propriedades típicas observadas. Inicialmente, deve-se visar uma ampla compreensão qualitativa, refinando sucessivamente a compreensão quantitativa do problema, quando, então, fica claro que as principais características foram encontradas.¹⁰⁹(FISHER, 1967a, p. 619 apud NISS, 2011, p. 24, tradução nossa).

Em 1937 Lev Landau havia apresentado a universalidade em fenômenos de transições de fase, “[...] apontou para a universalidade entre diferentes problemas de transição de fase, fornecendo uma única formulação que, em princípio, deve conter todas as transições de fase.” (NISS, 2011, p. 27, tradução nossa), mas somente anos mais tarde, em 1970, Kadanof desenvolveu de fato a ideia de universalidade associada aos fenômenos críticos. A hipótese da universalidade destaca as propriedades que são importantes para as transições fase, dentre essas propriedades o parâmetro de ordem é um deles. Esse parâmetro possui uma característica particular abaixo e acima do ponto crítico, abaixo do ponto crítico ele é diferente de zero, e acima do ponto crítico é igual a zero, por meio desse parâmetro é possível quantificar a ordem existente na vizinhança do ponto crítico. Um exemplo de parâmetro de ordem é a magnetização na ausência de campo magnético de um material ferromagnético, abaixo da temperatura crítica ou temperatura de Curie, T_c , a magnetização é diferente zero, à medida que a temperatura se aproxima de T_c a magnetização vai reduzindo até se anular em T_c (NISS, 2011). Cyril Domb também desempenhou papel importante para o desenvolvimento da hipótese da universalidade,

[...] mencionou três passos rumo à hipótese da universalidade em seu livro sobre a história do sujeito, provavelmente identificando o essencial, se não todas as etapas:

1. A percepção de que os expoentes críticos para um determinado modelo dependem da dimensão e não na estrutura de rede apareceu primeiro para o modelo Lenz-Ising quando Domb e Sykes (1957) conjecturaram que para este modelo o expoente de suscetibilidade, γ , é igual a 5/4 para todas as redes tridimensionais.
2. Domb e Sykes (1962) sugeriram que para o modelo Lenz-Ising com spin genérico γ é independente do spin.
3. O artigo de Jasnow e Wortis (1968) discutido abaixo (NISS, 2011, p. 27).

Os físicos David Jasnow e Michael Wortis com uso do modelo de Lenz-Ising explorando os fenômenos críticos, em relação a como os expoentes críticos podem ser classificados e de como características dos sistemas, sejam essas da dinâmica ou da cinemática podem contribuir para determinar quais desses expoentes são de fato relevantes, o modelo de Lenz-Ising contribuiu para que Jasnow e Wortis conseguissem responder essas questões em um trabalho publicado em 1968 (Niss, 2011). A Equação (24) ilustra o hamiltoniano ao qual “[...] basearam sua exploração no exame de um H hamiltoniano geral, o chamado spin-infinito (clássico) Modelo de Heisenberg anisotrópico de spin infinito (clássico contínuo) que tinha o modelo de Lenz-Ising como uma instância especial.” (NISS, 2011, p. 28, tradução nossa).

$$H = - \sum_{n,m,\alpha} n\alpha J \sigma\alpha(n) \sigma\alpha(m) \quad (24)$$

A Equação (24) é uma junção do modelo de Lenz-Ising ($n_x=n_y=0, n_z=1$), do modelo clássico de Heisenberg isotrópico ($n_x=n_y=n_z=1$) e do modelo xy clássico ($n_x=n_y=1, n_z=0$), em que o somatório é aplicado sobre todos sítios vizinhos mais próximos, “J” é a interação de troca mede a energia de acoplamento entre esses sítios vizinhos, “ σ ” representa as variáveis de spin (cada componente), “n” representa o vetor de spin em cada sítio e $n\alpha$ representa os parâmetros de anisotropia. Jasnow e Wortis, estudaram o comportamento dos expoentes da susceptibilidade “ γ ” e do intervalo de correlação “ ν ” variando a anisotropia e observaram o que acontecia com esses expoentes (NISS, 2011).

Todos esses trabalhos mostram o quanto o modelo de Lenz-Ising ganhou papel de destaque na década de 1960, Niss reitera que ele desempenhou papel fundamental para hipótese da universalidade, e que em trabalhos publicados por Griffiths e Kadanoff isso também ficou evidente, “O seu papel foi construtivo na medida em que ajudou a estabelecer um ponto de vista que poderia classificar as transições de fase. No entanto, a explicação do porquê tal classificação existe teve que esperar pela técnica do grupo de renormalização.” (NISS, 2011, p. 29). De acordo com Niss a justificativa para o uso do modelo de Lenz-Ising se deu pelo fato que,

Griffiths e Kadanoff publicaram vários artigos sobre o modelo Lenz-Ising na década de 1960,¹³⁰ e fica claro pelo exposto que, embora o modelo de Lenz-Ising não seja o único modelo entre os modelos que formaram o pano de fundo da hipótese de universalidade, foi um elemento crucial nas poucas peças do quebra-cabeça que levou

a uma classificação de sistemas que exibem comportamento crítico (GRIFFITHS, 1964, 1966, 1967a, b; KADANOFF, 1966a, b apud NISS, 2011, p. 29).

Kadanoff (2009) responde à sua própria pergunta, “por que estudar um modelo simplificado como o modelo de Ising?” A estratégia de estudar questões físicas usando modelos altamente simplificados é recompensado por uma característica dos sistemas físicos chamada “universalidade”, em que muitos sistemas podem mostrar as mesmas características qualitativas, e algumas vezes até as mesmas características quantitativas. Para estudar uma determinada característica qualitativa, é muitas vezes vale a pena procurar o exemplo mais simples possível.¹³³ (KADANOFF, 2009, p. 784 apud NISS, 2011, p. 29-30).

Com isso ficou evidente o quanto o modelo de Lenz-Ising passou a ser visto de forma positiva e utilizado para tarefas específicas na década de 1960. Foi notável a mudança de percepção quanto aos critérios em que um modelo deve se basear, a princípio o foco estava voltado para o que era possível observar empiricamente através do modelo, a exemplo das comparações feitas de expoentes críticos com dados experimentais, entretanto, depois o foco passou a ser voltado para características mais gerais e abstratas a exemplo da dimensionalidade para explicar o comportamento crítico. O ponto principal em relação ao uso de características mais gerais se deve ao fato que não se pode de fato manter uma relação próxima a sistemas reais. Todos esses fatores fizeram com o modelo deixasse de ser visto e utilizado de forma negativa, desacreditando teorias e passou a ter um uso construtivo. De acordo com Niss,

A história do modelo Lenz-Ising de 1920 a 1970 é, portanto, a história de um modelo que passou de relativa obscuridade para uma posição de destaque na compreensão de fenômenos críticos, e como isso se tornou possível por uma profunda mudança em sua epistemologia (NISS, 2011, p. 30, tradução nossa).

4.8 UMA BREVE BIOGRAFIA: ERNEST ISING

O físico Ernest Ising (Figura 7), nascido em 10 de maio de 1900 na cidade de Löwe, Alemanha, filho de comerciante, inicialmente recebeu o diploma escolar em 1918, 11 anos após ter dado início a sua vida escolar. No ano seguinte, 1919, ingressou na Universidade de Göttingen para iniciar seus estudos de Física e Matemática, logo após ter passado por um treinamento militar. Após ter cursado dois semestres na Universidade de Göttingen, Ising trocou de universidade e passou a estudar na Universidade de Hamburgo. Ao adentrar na Universidade de Hamburg, Ising conheceu o professor Wilhelm Lenz, e voltou os seus estudos para a física teórica sob sua orientação, dando início em 1922 ao estudo do ferromagnetismo. Três anos após, em 1925, Ising publicou um artigo resumido da sua dissertação apresentando um cálculo exato da função de partição do seu modelo para uma rede unidimensional (BRUSH, 1967).

Ao se formar, Ising trabalhou em Berlim no departamento de pesquisa da Allgemeine Elektrizitäts Gesellschaft. No entanto, não satisfeito, voltou para universidade e se tornou professor de física. Com o início da segunda guerra mundial em 1939, Ising deixou a Alemanha e se abrigou na cidade de Luxemburgo, onde passou um tempo desligado da vida científica. Antes mesmo de iniciar a guerra, a chegada de Hitler fez com que Ising fosse dispensado das escolas públicas, e durante um período de quatro anos ele foi chefe de uma escola judaica particular. Após esse período foi para os Estados Unidos, em 1947, e lá lecionou na universidade de State Teachers College por um ano, e depois passou a lecionar na Bradley University Peoria, em 1948, até a sua aposentadoria em 1976 (BRUSH, 1967).

Figura 7- Ernest Ising.



Fonte : SciELO.

5. CONCLUSÃO

Nesse trabalho apresentamos o desenvolvimento histórico do modelo de Ising para descrever de que forma a relação estabelecida entre o realismo e irrealismo físico do modelo contribuiu para que este se estabelecesse na física teórica como um dos modelos mais utilizados para a descrição de fenômenos críticos. Investigando o desenvolvimento histórico do modelo entre 1920 e 1971, foi possível analisar as motivações da proposta feita por Lenz a Ising, os precedentes teóricos e históricos que motivaram essa proposta, o artigo de Ising, as reações contemporâneas ao período de análise em relação ao modelo, bem como o desacordo com a teoria de ferromagnetismo da época. Também foi possível analisar de que forma fenômenos cooperativas e transições de fase contribuíram para que o modelo de Ising deixasse de ser um modelo visto como irrelevante dando papel de destaque ao estudo de fenômenos críticos. Além disso foi possível examinar o papel de vários cientistas para o desenvolvimento do modelo no período em questão, em destaque para Wilhem Lenz, Ernest Ising, Peierls, Fowler, Montroll, Kramers, Wannier, Onsager, Cyril Domb, Fisher, Widom, Kadanoff, Jasnow e Wortis.

Cada fase do modelo entre essas décadas revelou que entre 1920 e 1930 o modelo não foi muito citado em trabalhos associados ao ferromagnetismo, todavia dentre os poucos cientistas que se propuseram a discutir o modelo entre essas décadas ficou evidente que a cadeia linear de Ising foi bem recebida pelos seus contemporâneos, entretanto a sua proposta para o modelo tridimensional foi considerada uma proposta negativa e raramente foi citada. O modelo era visto como pouco realista comparado ao modelo de Heisenberg. Entre 1930 e 1940, o modelo de Ising veio à tona com o desenvolvimento da teoria de ligas e fenômenos cooperativos, ascendendo o conceito e a utilização do modelo como uma ferramenta matemática. Entre 1940 e 1950, principalmente após a solução de Onsager apresentada em 1942, o modelo passou a ser amplamente discutido no campo das transições de fase, visando uma melhor compreensão dos pontos em que ocorriam as transições, e os estudos se estenderam para além do ferromagnetismo e passou a ser utilizado também para analisar, por exemplo, transições líquido-gás. Nessa época o modelo foi reinterpretado em termos da mecânica quântica, entretanto, o modelo não era amplamente aceito e difundido pois existiam outros modelos que eram considerados mais precisos.

Na década de 1950 o que fazia um modelo ser aceito pela comunidade científica era o seu grau de realismo, e o modelo de Ising era considerado pouco realista para representar sistemas físicos. Apesar de ter se tornado bastante conhecido nessa década, principalmente pela comunidade que se dedicava a física do estado sólido, a dificuldade para se obter uma solução

para o caso de tridimensional, e até mesmo para o caso bidimensional mesmo após a solução de Onsager, fez com que o interesse em relação ao modelo fosse reduzido. Somente entre 1960 e 1970 por ser considerado simples, passou a ser visto como relevante justamente por ser simples dado a mudança de percepção em relação a modelos matemáticos que aconteceu nessa época. Além da questão da simplicidade, o interesse dos físicos em estudar fenômenos críticos, também foi um dos fatores que fez com o modelo de Ising se tornasse relevante, e passasse a ser utilizado para o estudo desses fenômenos. Enquanto na década de 1950 o que fazia um modelo ser aceito era o seu grau de realismo, já na década de 1960 era a sua simplicidade.

Outro fator que contribuiu para a relevância foi a concordância entre resultados teóricos e experimentais, e a possibilidade de descrever transições essenciais para entender o comportamento do calor específico, susceptibilidade, magnetização, dentre outras propriedades nas singularidades dos pontos críticos. O modelo passou a ser utilizado para descrever uma variedade de sistemas físicos, e também ser utilizado em simulações numéricas, como foi caso das simulações em conjunto ao método de Monte Carlo a partir de 1952. Em destaque para tratar os fenômenos críticos e transições de fase, principalmente a partir de 1970.

Uma limitação para o desenvolvimento desse estudo foi o fato de não existir em língua portuguesa trabalhos que tratem do desenvolvimento histórico do modelo, a não ser breves notas introdutórias em artigos, livros, dissertações e teses, o que demandou uma grande quantidade de tempo para tradução e entendimento de materiais em língua inglesa e até mesmo em alemão, como foi o caso do artigo do próprio Ising publicado em 1925. Proposta para trabalhos futuros incluem um maior aprofundamento do período em análise desse trabalho histórico, e também até os dias atuais expandindo para novas referências, para outras áreas em que o modelo pode ser aplicado e em que passo se encontram as pesquisas mais atuais para se ter um panorama histórico completo.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, A. F. et al. The ALPS Project release 1.3: Open-source software for strongly correlated systems. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**. v. 310, n. 2, p. 1187-1193, 2007.

BARANA, Alzira C.M. Stein; YOSHIDA, Makoto; LÍBERO, Valter L. A aproximação de campo médio de Bethe-Peierls. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, n. 4, p. 385-393, Jan./ Set. 2004. Disponível em: [SciELO - Brasil - A aproximação de campo médio de Bethe-Peierls A aproximação de campo médio de Bethe-Peierls](#). Acesso em: 27 maio 2023.

BAUER, B. *et al.* The ALPS project release 2.0: open source software for strongly correlated systems. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**. v. 2011, n. 05, p. P05001, 2011. Acesso em: 28 set. 2021.

BERCHE, B.; HENKEL, M.; KENNA, R. Fenômenos críticos: 150 anos desde Cagniard de la Tour*. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 31, n. 2, 2602, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/4RvVnxxHBxsHZ3Tq5Kgmgsq/>. Acesso em: 27 maio 2023.

BORGNAKKE, Claus; SONNTAG, Richard. E. **Fundamentos da termodinâmica**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2018. ISBN: 978-212-1280-5.

BRUSH, Stephen G. History of the Lenz-Ising Model. *Reviews Of Modern Physics*. v. 39. n. 4. p. 883-895. Out. 1967. Disponível em :<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.39.883>. Acesso em: 27 maio 2023.

FREITAS, A. S. *Estudo de sistemas magnéticos desordenados via modelos clássicos de spins por meio de técnicas analíticas*. 2014. Tese (Doutorado em Física)- Universidade Federal de Sergipe, São Cristovão, 2014. 113 f. Disponível em : https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5250/1/AUGUSTO_SANTOS_FREITAS.pdf. Acesso em : 15 Jul. 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. ISBN 85-224-3169-8.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010. ISBN 978-85-224-5823-3.

GLERIA, Iram; MATSUSHITA, Raul; SILVA, Sergio Da. Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, n. 2, p. 99-108, 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/T5LKgJHpdMJrXZnNsML5pRJ/>. Acesso em: 27 maio 2023.

GUIMARÃES, Alberto Passos. **Magnetismo e ressonância magnética em sólidos**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2009. ISBN 978-85-314-0946-2.

ISING, Ernest. Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus. *Zeitschrift für Physik*. v. 31, p. 253-258. 1925.

KITTEL, Charles. **Introdução a física do estado sólido**. 8. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. ISBN 978-8521615057.

LEITE, F. T. **Metodologia Científica**: métodos e técnicas de pesquisa: monografias, dissertações, teses e livros. Aparecida-SP: Ideias & Letras, 2008. ISBN 978-85-98239-94-1.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da metodologia científica**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 2003. ISBN 85-224-3397-6.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos da metodologia científica**: projetos de pesquisa/ pesquisa bibliográfica/ teses de doutorado, dissertações de mestrado, trabalhos de conclusão de curso. 8.ed. São Paulo: Atlas, 2018. ISBN 978-85-97-01066-4.

MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. 1. Ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. ISBN 978-85-7861-110-1.

NISS, Martin. History of the lenz-ising model 1920–1950: from ferromagnetic to cooperative phenomena. *Arch. Hist. Exact Sci.* p. 267-318. 2005. DOI: 10.1007/s00407-004-0088-3. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00407-004-0088-3>. Acesso em: 10 de abr. de 2023.

NISS, Martin. History of the Lenz–Ising Model 1950–1965: from irrelevance to relevance. *Arch. Hist. Exact Sci.* p. 243–287. 2008. DOI: 10.1007/s00407-008-0039-5. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00407-008-0039-5>. Acesso em: 16 de abr. de 2023.

NISS, Martin. History of the Lenz–Ising model 1965–1971: the role of a simple model in understanding critical phenomena. *Arch. Hist. Exact Sci.* p. 625–658. 2011. DOI: 10.1007/s00407-011-0086-1. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00407-011-0086-1>. Acesso em: 16 de abr. de 2023.

RIGO, Vagner Alexandre. **Estudo das propriedades térmicas de nanofios de silício**. 2006. 81 f. Dissertação (Mestrado em Física)- Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/9174/2006_RIGO%2cVagnerAlexandre.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 25 Set. 2022.

SANTOS, Murilo Lacerda. **Simulação de Monte Carlo no modelo de Ising na rede quadrada**. 2014. 64 f. Dissertação (Mestrado em Mecânica Estatística) -Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUBD-9VEGVJ/1/dissertation_6_.pdf. Acessado em: 04 Jun. 2023.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. 1. ed. 22. reimpr. São Paulo: Atlas, 2013. ISBN 978-224-0273-1.