



INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE
COORDENADORIA DE ENGENHARIA CIVIL
NAYARA BISPO BARROS

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA IMEDIATA EM
VIGAS DE CONCRETO ARMADO

ESTÂNCIA
2024

NAYARA BISPO BARROS

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHAS IMEDIATAS
EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Instituto Federal de Sergipe como pré-requisito para
à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Adysson André Fortuna de
Souza

ESTÂNCIA
2024

Barros, Nayara Bispo.
B277a Análise estatística de métodos de cálculo de flecha imediata em vigas de
concreto armado. / Nayara Bispo Barros. - Estância, 2024.
41 f.; il.

Monografia (Graduação) – Bacharelado em Engenharia Civil. Instituto
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS, 2024.

Orientador: Prof. Me. Adysson André Fortuna de Souza.

1. Estruturas de concreto armado. 2. Estado limite de serviço. 3. Cálculo
de flechas. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe
- IFS. II. Souza, Adysson André Fortuna de. III. Título.

CDU:624.012.45

NAYARA BISPO BARROS

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA IMEDIATA EM
VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Instituto Federal de Sergipe como pré-requisito para
à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em: 27/09/2024

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 ADYSSON ANDRE FORTUNA DE SOUZA
Data: 06/10/2024 01:21:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Msc. Adysson André Fortuna de Souza
Instituto Federal de Sergipe

Documento assinado digitalmente
 GILBERTO MESSIAS DOS SANTOS JUNIOR
Data: 04/10/2024 20:37:25-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Esp. Gilberto Messias dos Santos Júnior
Instituto Federal de Sergipe

Documento assinado digitalmente
 NORA NEI JESICA OLIVEIRA SANTANA
Data: 04/10/2024 21:01:05-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Msc. Nora Nei Jesica Oliveira Santana
Universidade Federal de Alagoas

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado vida e saúde para realizar esse sonho, agradeço aos meus pais Lucineide e José Carlos, Mônica e George, por toda confiança, amor e carinho dedicados a mim, por sempre investirem na minha educação e principalmente pelo apoio incondicional em todos os momentos da minha vida. Aos meus irmãos, pela amizade e constante incentivo, por me dar forças e vontade de querer ser melhor a cada dia. Aos meus amigos, em especial ao Henrique por sempre me apoiar na minha vida acadêmica e sempre estar preocupado comigo, mesmo quando eu não queria falar.

Agradeço de coração ao meu orientador Adyson André, por toda paciência, confiança, disponibilidade, força, amizade, por não desistir de mim e por todo empenho no desenvolvimento do presente trabalho. Agradeço também por todo conhecimento transmitido de forma tão prática e inspiradora ao longo dos últimos anos, conhecimentos esses que levarei para minha vida pessoal e profissional.

Agradeço a todos professores de Engenharia Civil do Campus Estância, pelos conhecimentos compartilhados e postura ética com todos os alunos.

Agradeço ao Instituto Federal de Sergipe (IFS) pela estrutura disponibilizada.

RESUMO

O cálculo da flecha é uma etapa indispensável no dimensionamento de estruturas, esse cálculo faz parte da verificação do estado limite de serviço, que no caso do concreto armado, a norma brasileira segue o modelo de cálculo sugerido por Branson, que propôs um momento de inércia equivalente baseado numa média ponderada entre o momento de inércia no estágio I e o momento de inércia no estágio II. Este momento de inércia segundo a norma brasileira deve ser adotado quando a carga de utilização da estrutura encontra-se no estágio II. Contudo, há outros métodos de cálculo de flecha que são utilizados pelo mundo, como por exemplo, o método Bilinear que é utilizado em países da Europa, que também propõe um momento de inércia equivalente para estruturas no estágio II. Desta forma, o presente trabalho teve o objetivo de comparar estatisticamente a semelhança entre os dois métodos de cálculo e o resultado experimental de flechas imediatas de vigas de concreto armado ensaiadas por outros autores e que estão disponíveis na literatura. Após a análise foi verificado que a um nível de significância de 95%, os resultados numéricos dos dois métodos de cálculo não são estatisticamente equivalentes ao resultado experimental, embora o Método Bilinear tenha uma aproximação um pouco melhor em relação ao experimento que a fórmula de Branson.

Palavras chaves: Estruturas de concreto armado. Estado limite de serviço. Cálculo de flechas.

ABSTRACT

Calculating the deflection is an essential step in the design of structures. This calculation is part of the verification of the serviceability limit state. In the case of reinforced concrete, the Brazilian standard follows the calculation model suggested by Branson, who proposed an equivalent moment of inertia based on a weighted average between the moment of inertia in stage I and the moment of inertia in stage II. According to the Brazilian standard, this moment of inertia should be adopted when the structure's operating load is in stage II. However, there are other methods of calculating deflection that are used throughout the world, such as the bilinear method used in European countries, which also proposes an equivalent moment of inertia for structures in stage II. Thus, the present study aimed to statistically compare the similarity between the two calculation methods and the experimental results of immediate deflections of reinforced concrete beams tested by other authors and which are available in the literature. After the analysis, it was found that at a significance level of 95%, the numerical results of the two calculation methods are not statistically equivalent to the experimental result, although the Bilinear Method has a slightly better approximation in relation to the experiment than the Branson formula.

Keywords: Reinforced concrete structures. Service limit state. Calculation of deflection.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Flexão em quatro pontos	18
Figura 2 – Viga no estágio I	19
Figura 3 – Viga no estágio II	19
Figura 4 – Viga no estágio III	19
Figura 5 – Efeito da fissuração em vigas	20
Figura 6 – Seção composta da viga no estágio II	21
Figura 7 – Modelo de ensaio	25
Figura 8 – Modelo de ensaio para análise estatística	31
Figura 9 – Comparativo entre resultados de flecha.....	36
Figura 10 – Gráfico de efeitos de todos os dados da amostra.....	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados do trabalho experimental de Ashour 1998	25
Tabela 2 – Resultados do trabalho experimental de Bernardo e Lopes (2004)	26
Tabela 3 – Resultados do trabalho experimental de Elrakib (2013)	26
Tabela 4 – Resultados do trabalho experimental de Gribniak (2009)	27
Tabela 5 – Resultados do trabalho experimental de Maghsoudi e Bengar (2006)	27
Tabela 6 – Resultados do trabalho experimental de Mousa (2015)	28
Tabela 7 – Resultados do trabalho experimental de Rashid e Mansur (2005)	28
Tabela 8 – Resultados do trabalho experimental de Sharif (2012)	29
Tabela 9 – Resultados do trabalho experimental de Silva (2014)	29
Tabela 10 – Resultados do trabalho experimental de Yang, Joh e Kim (2018)	30
Tabela 11 – Média dos percentuais de desvios em módulo.....	33
Tabela 12 – Comparações Múltiplas de todos os dados da amostra.....	36

LISTA DE QUADROS

Quadro1 – Combinação de ações de serviço.....	17
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CEB	Manual de Projeto de Fissuração e Deformação
CF	Combinações frequentes de serviço
CFRP	Polímero reforçado com fibras de carbono
CQP	Combinações quase permanentes de serviço
CR	Combinações raras de serviço
ELS	Combinações de serviço
FRP	Polímero reforçado com fibras
GFRP	Polímero reforçado com fibras de vidro
HSC	Concreto de alta resistência
IFS	Instituto Federal de Sergipe
NBR	Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Distância da carga aplicada ao apoio em vigas biapoiadas com aplicação de duas cargas concentradas
b	Base da seção transversal
b_w	Largura da alma de uma viga
A_s	Área de armadura tracionada de aço
A_s'	Área de armadura comprimida de aço
d	Altura útil de uma seção transversal
d'	Distância do centro de gravidade da armadura de compressão à face mais próxima
E_{ci}	Módulo de elasticidade inicial
E_{CS}	Módulo de elasticidade secante
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_{exp}	Flecha experimental
f_{ck}	Resistência característica do concreto
f_{tk}	Resistência característica à tração do concreto
$F_{d,ser}$	Valor de cálculo das ações para combinações de serviço;
F_{q1k}	Valor característico das ações variáveis principais diretas;
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
f_{ct}	Resistência à tração direta do concreto
h	Altura da seção transversal
I_c	Momento de inércia da seção bruta de concreto
I_{II}	Momento de inercia da seção fissurada do concreto no estado II
L	Comprimento do vão de uma viga

M_a	Momento fletor atuante na seção crítica
M_r	Momento de fissuração
P_{serv}	Carga de Serviço
W_I	é a flecha da viga no estágio I;
W_{II}	a flecha da viga calculada no estágio II puro;
W	Valor estimado da flecha entre os estádios;
η	Coefficiente de interpolação
y_t	Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
α	Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta
α_e	Razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto
ψ_1	Fator de redução de combinação frequente para ELS;
ψ_2	Fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	15
1.2	OBJETIVOS	15
1.2.1	Objetivo geral	15
1.2.2	Objetivos específicos	15
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	AÇÕES E SEGURANÇA NAS ESTRUTURAS	16
2.2	PROCESSO DE COLAPSO EM VIGAS	18
2.2.1	Efeitos da Fissuração na Viga de Concreto	20
2.3	MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA	20
2.3.1	Fórmula de Branson	21
2.3.2	Método Bilinear	23
2.4	TRABALHOS EXPERIMENTAIS	24
2.4.1	Ashour (1998)	25
2.4.2	Bernardo e Lopes (2004)	25
2.4.3	Elrakib (2013)	26
2.4.4	Gribniak (2009)	27
2.4.5	Maghsoudi e Bengar (2006)	27
2.4.6	Mousa (2015)	28
2.4.7	Rashid e Mansur (2005)	28
2.4.8	Sharif (2012)	29
2.4.9	Silva (2014)	29
2.4.10	Yang, Joh e Kim (2018)	30
2.5	MÉTODOS ESTATÍSTICOS	30
3.	METODOLOGIA	32
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	33
4.1	TESTE DE WILCOXON SIGNED SUM TEST	33
4.2	TESTE DE KRUSKAL-WALLIS	36
5.	CONCLUSÃO	38
	REFERÊNCIAS	39

1. INTRODUÇÃO

A estrutura de concreto armado é muito utilizada no Brasil, devido a vários fatores como durabilidade, resistência à compressão á tração, resistência ao fogo, resistência ao tempo, resistência ao choque, maleabilidade, pouco permeável e baixo custo em sua manutenção quando comparado com outros tipos de matérias. (PINHEIRO, 1986).

Entretanto, a durabilidade e o desempenho das estruturas de concreto dependem diretamente da verificação de deformações, como a flecha, que será o foco deste estudo. Existem muitas pesquisas realizadas para aprimorar o conhecimento sobre o material e os métodos de cálculo. Dentre elas estão as verificações do estado limite de serviço (ELS), em que são verificados deslocamentos, abertura de fissuras e vibrações (CARVALHO; FIGUEIREDO, 2015).

No dimensionamento de vigas de concreto armado, uma das principais etapas é a verificação e o cálculo de flecha, que são fundamentais para o desenvolvimento do projeto estrutural. Neste trabalho, será estudada em detalhes essa importante consideração, cujo objetivo é garantir a segurança e a funcionalidade da estrutura ao evitar excessivos deslocamentos que possam vir a comprometer o desempenho estrutural da viga em serviço.

Atualmente, a ABNT NBR 6118: 2023 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, assim como normas de outros países, adotam a fórmula desenvolvida por Branson (1963) para o cálculo do momento de inércia efetivo utilizado no cálculo da flecha. Porém, em países da União Europeia, é utilizado o método Bilinear.

Para avaliar qual dos métodos de cálculo tem uma maior aproximação com a flecha real de vigas de concreto armado, é realizada uma comparação entre os métodos de cálculo de flecha e trabalhos experimentais disponíveis na literatura.

A comparação será realizada utilizando testes de hipóteses de análise estatística, por meio do *software action stat*, no qual, é verificado a semelhança entre os métodos de cálculo e o resultado experimental ao nível de significância de 95%.

Essa abordagem permite avançar no conhecimento sobre os métodos de cálculo de flecha em viga de concreto armado, fornecendo contribuições relevantes para o desenvolvimento de projetos estruturais ainda mais seguros e eficientes.

1.1 JUSTIFICATIVA

O cálculo da flecha é uma etapa indispensável no desenvolvimento do projeto de estruturas, pois é de fundamental importância que na fase de projeto tenha-se os valores de deformações mais próximas do real da estrutura em situação de serviço.

Desta forma, é de fundamental importância utilizar um método de cálculo que se aproxime melhor do comportamento real da estrutura, para garantir uma maior segurança e economia. Sendo assim, a pesquisa apresentada visa demonstrar o método de cálculo de flecha que tenha uma maior aproximação dos valores experimentais.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Realizar análise comparativa entre método Bilinear e formula de Branson que são métodos de cálculo de flecha imediata para vigas de concreto armado, comparando-os com resultados experimentais de flechas disponíveis na literatura, utilizando métodos estatísticos.

1.2.2 Objetivos específicos

- Verificar a eficiência do método de cálculo de flecha de Branson, comparando-o com o resultado experimental através de análise estatística;
- Verificar a eficiência do método de cálculo de flecha de Bilinear, comparando-o com o resultado experimental através de análise estatística;
- Verificar a semelhança estatística entre os dois métodos de cálculo estudado.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo trata dos conteúdos básicos que nortearão o desenvolvimento da pesquisa que será realizada, abordando conteúdos relevantes ao estudo do cálculo da flecha imediata das vigas de concreto armado.

No capítulo 3 será apresentada a metodologia utilizada para realizar a análise comparativa entre os métodos de cálculo de flecha e os resultados experimentais.

Por fim, o capítulo 4 apresenta os resultados e discussões, e o capítulo 5 apresenta a conclusão desta pesquisa.

2.1 AÇÕES E SEGURANÇA NAS ESTRUTURAS

Quando um projeto de estruturas de concreto armado é realizado, utiliza-se o método dos estados limites. O conceito de dimensionamento por este método foi desenvolvido na Rússia, no período de 1947 a 1949, foi aprovado em 1955 e introduzido na engenharia civil em 1958 (SÁLES, MUNAIAR NETO e MALITE, 2015).

Segundo a ABNT NBR 8681: 2004 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento, estados limites de uma estrutura refere-se ao estado a partir do qual a estrutura apresenta desempenho inapropriado para a finalidade que ela foi concebida. A mesma norma também define estados limites últimos e estados limites de serviço, como:

- Estado limite último – Estado em que a estrutura deve ser desativada, total ou parcialmente, para garantir a segurança no uso da construção.
- Estado limite de serviço – Estado que, por sua ocorrência, repetição ou duração, causam efeitos estruturais que não respeitam as condições adequadas para o uso da construção, e também, que são indícios de fatores que comprometam a durabilidade da estrutura.

O cálculo da flecha em vigas de concreto armado é uma verificação que deve ser feita utilizando as combinações do estado limite de serviço. A ABNT NBR 6118: 2023 traz o Quadro 1 com as combinações que devem ser utilizadas nas verificações do estado limite de serviço.

Quadro 1 - Combinação de ações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$Fd_{,ser} = \sum F_{q1,k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$Fd_{,ser} = \sum F_{q1k} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$	$Fd_{,ser} = \sum F_{q1k} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qjk}$
Onde $Fd_{,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS; Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Em trabalhos experimentais normalmente adota-se as cargas de serviço com 70% do valor da carga de ruptura, (SANTOS, 2006).

2.2 PROCESSO DE COLAPSO EM VIGAS

Uma viga de concreto armado biapoiada, submetida a um carregamento crescente que promova a flexão pura na região central da viga (Figura 1), partindo do momento zero até o momento de ruptura, faz com que está passe por três níveis de deformação, denominados de estádios (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2015).

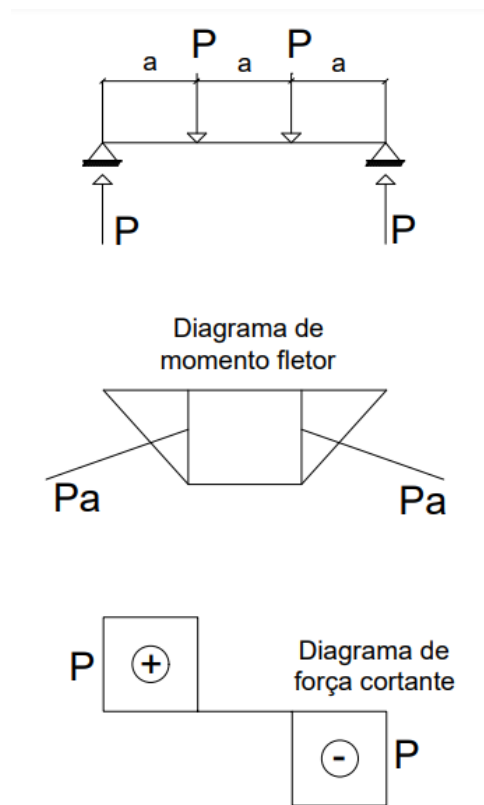


Figura 1 – Flexão em quatro pontos. Fonte: Autora.

Cada estágio é caracterizado de forma resumida pelas seguintes características:

Estádio I – A tensão de tração no concreto não ultrapassa a resistência característica à tração (f_{tk}), conforme ilustrado na Figura 2.

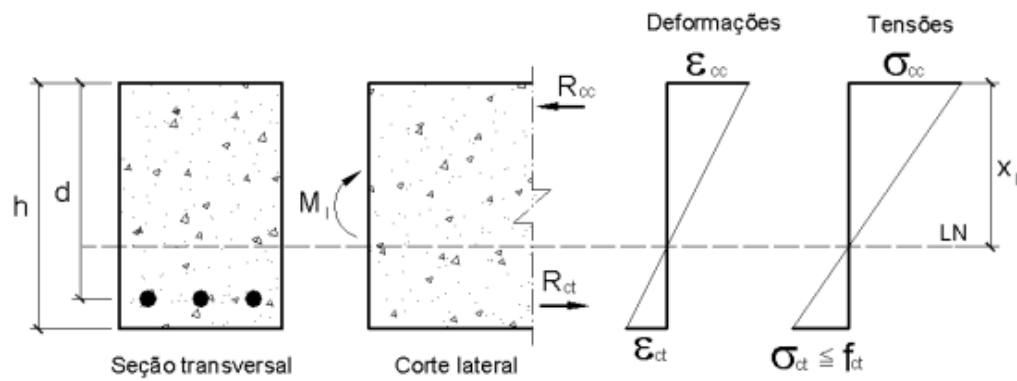


Figura 2 – Viga no estágio I. Fonte: Pinheiro *et al* (2003).

Estádio II – As tensões de tração na maioria dos pontos que ficam abaixo da linha neutra terão valores superiores ao do f_{tk} , conforme ilustrado na Figura 3.

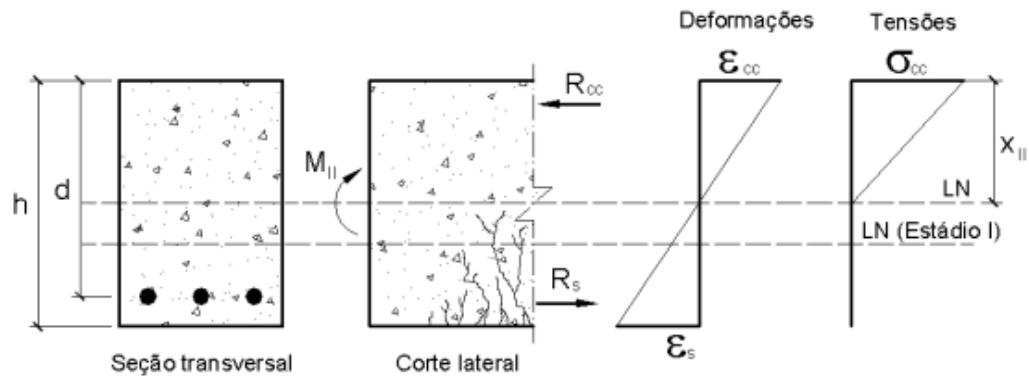


Figura 3 – Viga no estágio II. Fonte: Pinheiro *et al* (2003).

Estádio III – O concreto aproxima-se da ruína, conforme ilustrado na Figura 4.

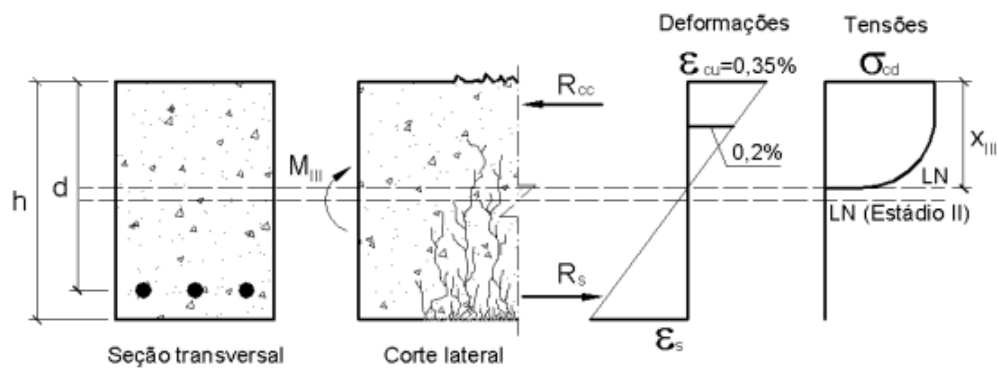


Figura 4 – Viga no estágio III. Fonte: Pinheiro *et al* (2003).

Os estádios I e II correspondem às situações de serviço, logo, é fundamental entender o comportamento da viga nesses estádios.

2.2.1 Efeitos da Fissuração na Viga de Concreto

Dependendo do estágio em que a viga se encontra, ela terá um comportamento diferente quanto a flecha. Esse comportamento pode ser visualizado através do trabalho desenvolvido por Gilbert (2008), como apresentado na Figura 5.

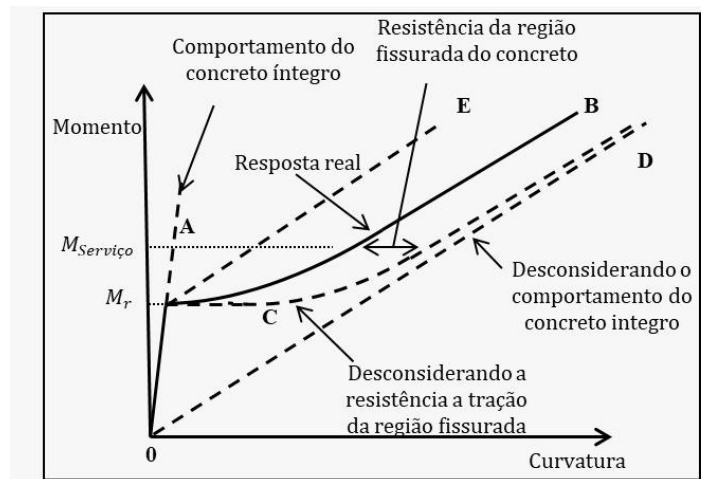


Figura 5 – Efeito da fissuração em vigas. Fonte: Souza (2019).

Cada curva da Figura 5 representa a seguinte condição:

- A linha tracejada da reta A representa o comportamento que o concreto teria caso não houvesse abertura de fissuras;
- A curva B representa a deformação real da viga após a abertura de fissuras;
- A curva C representa a deformação que a viga de concreto teria caso as partes íntegras da viga não contribuíssem com a sua resistência;
- A reta D representa o comportamento da viga de concreto caso ela tivesse um comportamento linear apenas trabalhasse no estágio II;
- A reta E representa o comportamento do concreto caso após a fissuração sua deformação fosse linear.

2.3 MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA

Seja uma viga em equilíbrio, indeformada, reta, submetida a um momento fletor. Esta viga deixa de ser reta e assume uma nova configuração deformada. Admitisse que as seções da

viga terão um deslocamento perpendicular em relação ao seu eixo. O maior desses deslocamentos é denominado como flecha.

Em vigas de concreto armado a flecha obedece ao regime elástico linear apenas no estágio I, já no estágio II, a flecha não tem comportamento elástico linear. Para prever esses comportamentos há alguns métodos de cálculo, porém, o presente trabalho abordará apenas os dois métodos apresentados a seguir.

2.3.1 Fórmula de Branson

Branson (1963) *apud Junges* (2011) realizou um estudo sobre a flecha imediata em vigas de concreto armado com seção transversal em forma de “T” aplicando um carregamento de curta duração uniformemente distribuído. Com base nesse estudo ele propôs um momento de inércia efetivo para ser usado no cálculo de flecha de vigas de concreto armado, dado pela Equação 1.

$$I_e = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \quad (1)$$

Onde:

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, calculado conforme a Equação 2.

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (2)$$

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada do concreto no estado II, conforme ilustrado na Figura 6.

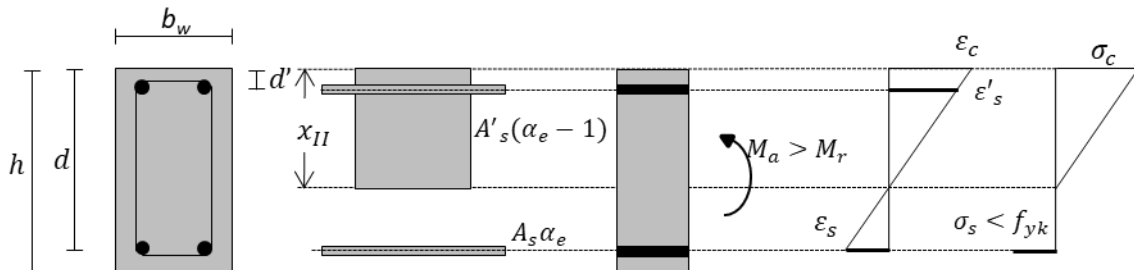


Figura 6 – Seção composta da viga no estágio II. Fonte: Souza (2019).

No Estádio II, o momento de inércia é calculado levando em consideração apenas a seção comprimida do concreto armado e a armadura, conforme mostrado na Equação 3.

$$I_{II} = \frac{bx_{II}^3}{12} + bx_{II} \left(\frac{x_{II}}{2} \right)^2 + \alpha_e A_s (d - x_{II})^2 + (\alpha_e - 1) A'_s (d - x_{II})^2 \quad (3)$$

Em que, a posição da linha neutra pode ser obtida através da Equação 4.

$$\frac{b}{2} x_{II}^2 + [\alpha_e A_s + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s] x_{II} - [\alpha_e A_s d + (\alpha_e - 1) A'_s d'] = 0 \quad (4)$$

E_{CS} é o modulo de elasticidade secante do concreto, que pode ser obtido experimentalmente, ou estimado com base no f_{ck} do concreto. Onde a norma brasileira NBR 6118: 2023 adota:

$$E_{CS} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (5)$$

Em que:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (6)$$

Para concreto com f_{ck} entre 20 MPa e 50 MPa o E_{ci} é dado conforme a Equação 7.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (7)$$

Para concretos com f_{ck} entre 55 MPa e 90 MPa o E_{ci} é dado conforme a Equação 8.

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (8)$$

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito;

M_a momento fletor na seção crítica do vão considerado.

M_r é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, caso seja utilizada barras lisas, esse valor será reduzido a sua metade, calculado conforme a Equação 9.

$$M_r = \frac{\alpha_{fct} l_c}{y_t} \quad (9)$$

Sendo:

$\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,3$ para seções I ou T invertido;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares.

Em que:

α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

l_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, conforme 8.2.5 da ABNT NBR 6118: 2023 com o quantil apropriado a cada verificação particular. Para determinação do momento de fissuração, deve ser usada o $f_{ctk,inf}$ no estado-limite de formação de fissuras e o $f_{ct,m}$ no estado-limite de deformação excessiva.

No caso da utilização de armaduras ativas, deve ser considerado o efeito da protensão no cálculo do momento de fissuração.

2.3.2 Método Bilinear

O Método Bilinear utilizado para o cálculo de flechas no estágio II, foi descrito pelo CEB “*Design Manual on Cracking and Deformation*” (1985). Esse método estima um valor intermediário entre o valor da flecha calculada com rigidez da viga no estágio I e a flecha

calculada no estádio II puro. Para encontrar esse valor intermediário, o método utiliza um coeficiente para fazer a interpolação entre as flechas, com base na Equação 10 (Junges, 2011).

$$W = (1 - \eta)W_I + \eta W_{II} \quad (10)$$

Em que:

W_I é a flecha da viga no estádio I;

W_{II} a flecha da viga calculada no estádio II puro;

W é o valor estimado da flecha entre os estádios;

η é o coeficiente de interpolação, que é calculado através das Equações 11 e 12.

$$\eta = 0, \quad se \quad M_a < M_r \quad (11)$$

$$\eta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2, \quad se \quad M_a \geq M_r \quad (12)$$

Em que:

β_1 assumirá o valor 1 para barras de alta aderência e 0,5 para barras lisas. Já o coeficiente;

β_2 assumirá o valor 1 para o primeiro carregamento e 0,5 para cargas de longa duração ou para grande número de ciclos (ARAÚJO, 2014).

2.4 TRABALHOS EXPERIMENTAIS

Diversos autores realizaram trabalhos experimentais onde foram medidas as flechas em vigas de concreto armado. Para a realização desta pesquisa serão analisados resultados de experimentos de dez autores, que juntos ensaiaram cento e quatro vigas.

Todas as vigas ensaiadas foram submetidas à flexão em quatro pontos conforme ilustrado na Figura 7.

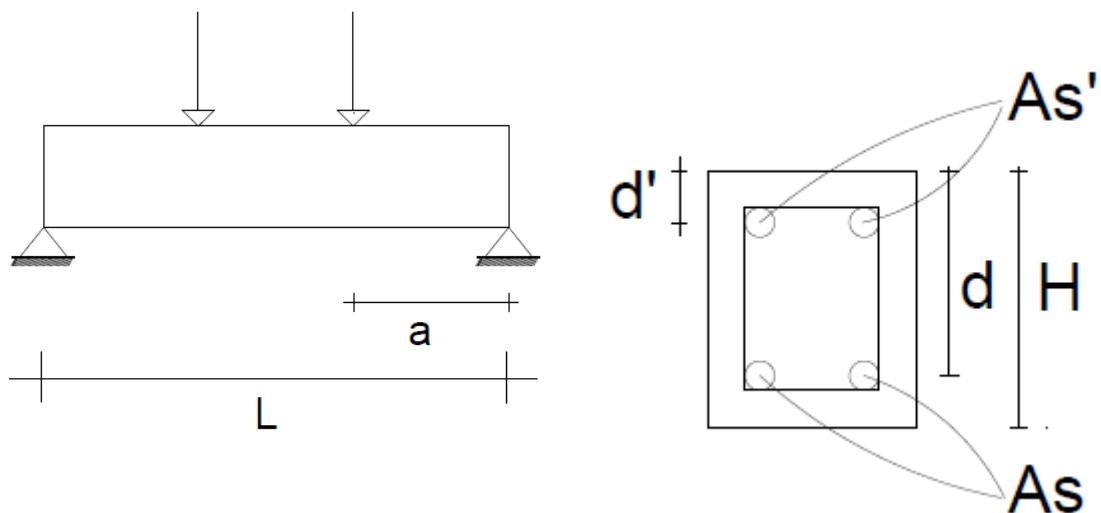


Figura 7 – Modelo de ensaio. Fonte: Autora

2.4.1 Ashour (1998)

Este autor pesquisou o efeito da resistência à compressão do concreto e taxa de armadura de tração sobre o comportamento à flexão de vigas de concreto. Os resultados obtidos em seu trabalho são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Resultados do trabalho experimental de Ashour (1998).

Viga	b_w (mm)	h (mm)	A_s (mm ²)	A_s' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	P_{serv} (kN)	f_c (MPa)	f_{exp} (mm)
B-N2	200	250	508,94	0	198	0	3080	1290	53,18	48,61	10,70
B-N3	200	250	763,41	0	198	0	3080	1290	76,19	48,61	12,47
B-N4	200	250	1017,88	0	198	0	3080	1290	96,81	48,61	13,70
B-M2	200	250	508,94	0	198	0	3080	1290	55,00	78,50	10,73
B-M3	200	250	763,41	0	198	0	3080	1290	80,29	78,50	13,14
B-M4	200	250	1017,88	0	198	0	3080	1290	104,09	78,50	13,94
B-H2	200	250	508,94	0	198	0	3080	1290	55,69	102,40	11,53
B-H3	200	250	763,41	0	198	0	3080	1290	81,84	102,40	13,72
B-H4	200	250	1017,88	0	198	0	3080	1290	106,85	102,40	13,44

Fonte: Autora

2.4.2 Bernardo e Lopes (2004)

Esta pesquisa teve como objetivo entender a profundidade do eixo neutro versus ductilidade flexural em vigas de concreto de alta resistência e os resultados estão dispostos na Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados do trabalho experimental de Bernardo e Lopes (2004).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
A1	120	270	452,39	56,55	238	18	2800	1000	74,13	62,90	10,16
A2	120	270	628,32	56,55	237	18	2800	1000	106,07	64,90	12,15
A3	120	270	628,32	56,55	237	18	2800	1000	105,90	64,10	10,95
A4	120	270	804,25	56,55	234	18	2800	1000	128,27	63,20	15,07
A5	120	270	804,25	56,55	234	18	2800	1000	128,95	65,10	15,35
B1	120	270	452,39	56,55	237	18	2800	1000	75,10	79,20	12,67
B2	120	270	628,32	56,55	242	18	2800	1000	111,05	78,90	14,13
B3	120	270	628,32	56,55	242	18	2800	1000	110,99	78,50	14,55
C1	120	270	628,32	56,55	242	18	2800	1000	111,60	82,90	16,34
C2	120	270	628,32	56,55	242	18	2800	1000	111,73	83,90	17,35
C3	120	270	804,25	56,55	239	18	2800	1000	137,18	83,60	18,25
C4	120	270	804,25	56,55	244	18	2800	1000	140,37	83,40	16,99
D1	120	270	402,12	56,55	247	18	2800	1000	75,79	88,00	12,79
D2	120	270	1030,44	56,55	238	18	2800	1000	169,34	85,80	19,35
D3	120	270	1030,44	56,55	238	18	2800	1000	169,41	86,00	15,11
E1	120	270	804,25	56,55	239	18	2800	1000	139,22	94,60	15,17
E2	120	270	804,25	56,55	239	18	2800	1000	138,46	90,20	16,89
F1	120	270	628,32	56,55	230	18	2800	1000	107,40	100,30	14,62
F2	120	270	804,25	56,55	234	18	2800	1000	137,55	105,20	15,58

Fonte: Autora

2.4.3 Elrakib (2013)

Nessa pesquisa, o autor avaliou o desempenho de vigas HSC (Concreto de alta resistência) com baixa armadura de flexão. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Resultados do trabalho experimental de Elrakib (2013).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
B501	250	400	157,08	100,53	372	27	3300	1300	29,93	52,00	0,61
B502	250	400	226,19	100,53	371	27	3300	1300	45,88	52,00	0,83
B503	250	400	304,73	100,53	371	27	3300	1300	61,50	52,00	3,59
B751	250	400	191,64	100,53	371	27	3300	1300	39,09	73,00	2,53
B752	250	400	270,18	100,53	371	27	3300	1300	54,92	73,00	4,46
B753	250	400	383,27	100,53	371	27	3300	1300	77,51	73,00	4,67
B1001	250	400	235,62	100,53	372	27	3300	1300	44,97	96,50	2,86
B1002	250	400	314,16	100,53	372	27	3300	1300	59,81	96,50	3,70
B1003	250	400	417,83	100,53	371	27	3300	1300	84,76	96,50	7,61

Fonte: Autora

2.4.4 Gribniak (2009)

A Tabela 4 mostra os resultados da influência da retração na tensão-enrijecimento de estruturas de concreto.

Tabela 4 - Resultados do trabalho experimental de Gribniak (2009).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
S-1	280	300	309,00	56,60	276	23	3000	1000	65,68	47,30	8,25
S-1R	281	299	309,00	749,00	276	28	3000	1000	65,68	47,30	7,53
S-2	280	300	309,00	56,60	282	25	3000	1000	67,20	48,70	7,96
S-2R	282	300	309,00	749,00	279	31	3000	1000	66,46	48,20	8,02
S-3	277	300	303,00	56,60	277	26	3000	1000	61,74	41,10	9,35
S-3R	281	299	303,00	749,00	281	28	3000	1000	62,69	41,20	8,41
S-4	277	300	303,00	56,60	277	26	3000	1000	62,21	54,20	8,90
S-4R	283	301	303,00	749,00	283	29	3000	1000	63,62	54,20	9,50

Fonte: Autora

2.4.5 Maghsoudi e Bengar (2006)

Maghsoudi e Bengar (2006) realizaram experimentos para demonstrar a ductilidade flexural de membros HSC, os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Resultados do trabalho experimental de Maghsoudi e Bengar (2006).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
BC1	200	300	307,88	307,88	254	42	1700	450	94,39	56,31	6,00
B1	200	300	307,88	0,00	254	0	1700	450	94,85	69,50	5,24
BC2	200	300	628,32	307,88	250	47	1700	450	186,81	63,48	4,98
B2	200	300	628,32	0,00	250	0	1700	450	187,73	70,50	5,75
BC3	200	300	1017,88	562,35	251	42	1700	450	275,61	63,21	4,90
B3	200	300	1017,88	0,00	251	0	1700	450	277,85	70,80	5,33
BC4	200	300	1256,64	622,04	250	47	1700	450	359,41	71,45	7,26
B4	200	300	1256,64	0,00	250	0	1700	450	360,01	72,80	7,18
BC5	200	300	2463,01	307,88	256	40	1700	450	668,36	72,98	6,62
B5	200	300	2463,01	0,00	256	0	1700	450	664,90	71,00	6,38
BC6	200	300	2463,01	628,32	256	40	1700	450	669,11	73,42	6,90
BC7	200	300	2463,01	1231,50	256	40	1700	450	668,36	72,98	5,63

Fonte: Autora

2.4.6 Mousa (2015)

Mousa (2015) desenvolveu na Tabela 6 resultados de experimentos para a previsão do momento de inércia efetivo de vigas de concreto reforçado com FRP (Polímero reforçado com fibras) com base em resultados experimentais.

Tabela 6 - Resultados do trabalho experimental de Mousa (2015).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
A1	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	37,84	55	3,26
A2	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	37,84	55	3,11
A3	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	37,84	55	3,64
A4	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	37,84	55	2,82
B1	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	4,29
B2	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	4,09
B3	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	3,25
B4	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	3,53
B5	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	3,97
B6	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	3,96
B7	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	3,26
B8	150	200	226,19	157,08	168	31	2000	666,67	38,13	65	3,09
B9	150	200	402,12	157,08	166	31	2000	666,67	64,73	65	5,86
B10	150	200	402,12	157,08	166	31	2000	666,67	64,73	65	4,59
B11	150	200	402,12	157,08	166	31	2000	666,67	64,73	65	4,37
B12	150	200	402,12	157,08	166	31	2000	666,67	64,73	65	4,80
B13	150	200	226,19	157,08	153	46	2000	666,67	34,59	65	2,41
B14	150	200	226,19	157,08	153	46	2000	666,67	34,59	65	3,61

Fonte: Autora

2.4.7 Rashid e Mansur (2005)

A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos no estudo de vigas de concreto armado de alta resistência à flexão, realizados por Rashid e Mansur (2005).

Tabela 7 - Resultados do trabalho experimental de Rashid e Mansur (2005).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
A211	250	400	1963,50	265,46	357,5	36,5	3400	1200	324,39	42,80	9,64
B211a	250	400	1963,50	265,46	357,5	36,5	3400	1200	346,29	73,60	10,83
B311	250	400	2945,24	265,46	357,5	36,5	3400	1200	495,86	72,80	13,67
B312	250	400	2945,24	265,46	357,5	36,5	3400	1200	495,86	72,80	13,92
B313	250	400	2945,24	265,46	357,5	36,5	3400	1200	495,86	72,80	13,40

B321	250	400	2945,24	530,93	357,5	38	3400	1200	499,63	77,00	14,39
B331	250	400	2945,24	804,25	357,5	36,5	3400	1200	495,86	72,80	14,73
C211	250	400	2365,62	265,46	357,5	36,5	3400	1200	415,89	85,60	12,98
C311	250	400	2767,74	265,46	357,5	36,5	3400	1200	480,51	88,10	14,70
C411	250	400	3573,56	265,46	357,5	36,5	3400	1200	598,96	85,60	15,30
C511	250	400	4329,11	265,46	357,5	36,5	3400	1200	707,01	88,10	18,04
D211	250	400	1963,50	265,46	357,5	36,5	3400	1200	357,15	114,50	11,44
E211	250	400	1963,50	265,46	357,5	36,5	3400	1200	358,97	126,20	12,28

Fonte: Autora

2.4.8 Sharif (2012)

O autor realizou uma pesquisa para avaliar o desempenho estrutural do concreto autoadensável utilizado em vigas de concreto, os resultados da sua pesquisa estão dispostos na Tabela 8.

Tabela 8 - Resultados do trabalho experimental de Sharif (2012).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f _{exp} (mm)
SCCB1	200	300	307,88	307,88	258	42	2700	1050	40,48	31,60	7,05
SCCB2	200	300	628,32	307,88	255	42	2700	1050	77,91	32,84	8,33
SCCB3	200	300	1218,94	562,35	256	43	2700	1050	134,10	28,84	19,24
SCCB4	200	300	628,32	622,04	255	43,5	2700	1050	76,41	27,39	5,55
SCCB5	200	300	760,27	798,75	254	45	2700	1050	90,71	29,53	5,87
SCCB6	200	300	1231,50	307,88	251	42	2700	1050	129,87	27,20	6,38

Fonte: Autora

2.4.9 Silva (2014)

O autor estudou o comportamento de vigas de concreto armado com barras de CFRP (polímero reforçado com fibras de carbono) e GFRP (polímero reforçado com fibras de vidro) para infraestrutura de transportes, os resultados do seu trabalho são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Resultados do trabalho experimental de Silva (2014).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f _{exp} (mm)
V25ASub	150	150	157,08	39,27	118,7	28,8	1350	450	28,58	27,40	2,13
V25ASuper	150	150	314,16	39,27	103,7	28,8	1350	450	45,56	35,77	2,36
V50ASub	150	150	157,08	39,27	118,7	28,8	1350	450	30,29	56,27	1,06
V50ASuper	150	150	314,16	39,27	103,7	28,8	1350	450	48,99	53,90	2,65

Fonte: Autora

2.4.10 Yang, Joh e Kim (2018)

Yang, Joh e Kim (2018) realizaram pesquisa sobre o estudo experimental comparativo do comportamento à flexão de concreto de alta resistência reforçado com fibras e vigas de concreto de alta resistência, os resultados estão dispostos na Tabela 10.

Tabela 10 - Resultados do trabalho experimental de Yang, Joh e Kim (2018).

Viga	bw (mm)	h (mm)	As (mm ²)	As' (mm ²)	d (mm)	d' (mm)	L (mm)	a (mm)	Pserv (kN)	fc (MPa)	f,exp (mm)
H100-R1	200	250	402,12	0,00	202	66	3000	1200	55,49	96,90	14,55
H100-R2	200	250	603,19	0,00	202	66	3000	1200	81,65	96,90	15,57
H100-R3	200	250	804,25	0,00	202	66	3000	1200	106,75	96,90	17,54
H120-R1	200	250	402,12	0,00	202	66	3000	1200	54,80	118,30	12,58
H120-R2	200	250	603,19	0,00	202	66	3000	1200	80,95	118,30	15,09
H120-R3	200	250	804,25	0,00	202	66	3000	1200	106,26	118,30	16,37

Fonte: Autora

2.5 MÉTODOS ESTATÍSTICOS

Para realizar uma análise de resultados adequado é fundamental utilizar recursos estatísticos. Para esse fim diversos métodos de análise podem ser utilizados. A natureza dos dados é um caminho utilizado para determinar o método estatístico que será utilizado.

O presente trabalho irá utilizar o mapa mental elaborado por Lopes *et al.* (2013) apresentado na Figura 8 e para realizar a análise estatística será utilizado o software *action stat*.

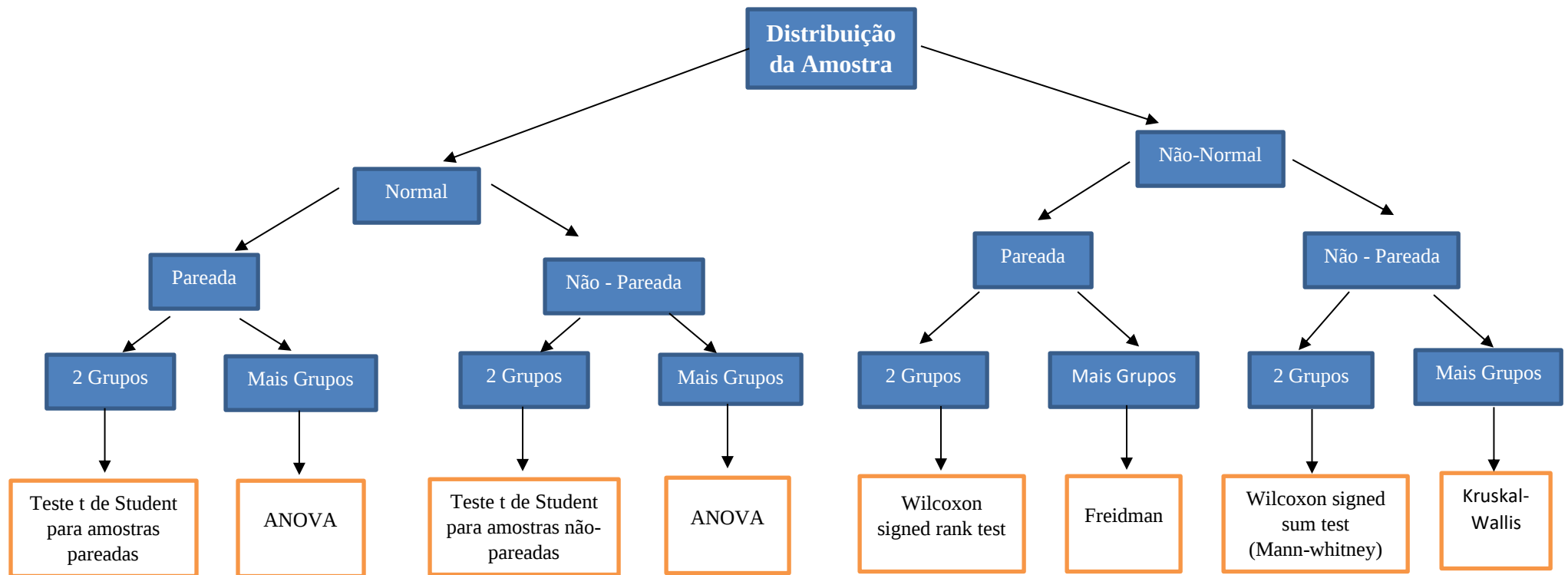


Figura 8 – Modelo de ensaio para análise estatística. Fonte: Autora

3. METODOLOGIA

Para realizar a análise comparativa serão utilizados os trabalhos experimentais desenvolvidos por outros autores, que estão disponíveis na literatura.

Foram estudadas vigas escolhidas aleatoriamente, mas que apresentarão características diferentes quanto as dimensões, resistência do concreto e taxa de armadura, mas todas as vigas estudadas foram ensaiadas com ensaio de flexão em 4 ponto, esse ensaio consiste em aplicar cargas em dois pontos de uma viga bi apoiada, e essas cargas precisam ser aplicadas em distâncias simétricas dos apoios.

O procedimento de análise estatística será realizado conforme os dados que serão obtidos, caso o resultado seja não normal, será utilizado a análise estatística correspondente com o problema observado, que será dividido em 3 etapas.

A análise comparativa será realizada em três etapas:

- Etapa 1: Média dos percentuais de desvios em módulo entre o experimento e o método de cálculo;
- Etapa 2: Análise estatística comparativa entre os percentuais de desvio dos métodos de cálculo;
- Etapa 3: Análise comparativa entre o experimento e os métodos de cálculo;

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após os testes de normalidade e de homoscedasticidade, foi verificado que os dados utilizados não têm distribuição normal e não apresentam distribuição homogênea, sendo assim, foram utilizados testes não paramétricos Wilcoxon e Kruskal-Wallis, esses testes foram realizados com a utilização do programa *Action Stat*, e os seus resultados são apresentados a seguir.

4.1 TESTE DE WILCOXON SIGNED SUM TEST

Com a aplicação do teste de Wilcoxon em todos os dados da amostra, obtivemos o valor-p de 0,50552394, o que implica em dizer que não há diferença significativa entre os dois métodos de cálculo.

Depois do teste de Wilcoxon, foi realizado o cálculo da média dos desvios em módulo, desvios estes calculados pela diferença entre o resultado do experimento e os resultados dos modelos de cálculo, os valores obtidos são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 - Média dos percentuais de desvios em módulo entre o experimento e o método de cálculo

Experimentos		Branson			Bilinear			
f_{exp} (mm)	Flecha	Desvio	Desvio	Desvio %	Flecha	Desvio	Desvio	Desvio %
10,70	12,0377	-1,33	1,33	12%	11,9974	-1,29	1,29	12%
12,47	13,2086	-0,73	0,73	6%	13,0638	-0,59	0,59	5%
13,70	13,7938	-0,09	0,09	1%	13,6801	0,02	0,02	0%
10,73	10,9789	-0,25	0,25	2%	11,3649	-0,63	0,63	6%
13,14	12,9769	0,17	0,17	1%	12,8409	0,30	0,30	2%
13,94	13,9001	0,04	0,04	0%	13,7417	0,20	0,20	1%
11,53	9,97129	1,56	1,56	14%	10,8415	0,69	0,69	6%
13,72	12,6786	1,05	1,05	8%	12,6083	1,12	1,12	8%
13,44	13,8322	-0,40	0,40	3%	13,656	-0,22	0,22	2%
10,16	9,47851	0,68	0,68	7%	9,35333	0,81	0,81	8%
12,15	10,8196	1,33	1,33	11%	10,7294	1,42	1,42	12%
10,95	10,8027	0,15	0,15	1%	10,7136	0,24	0,24	2%
15,07	11,3284	3,74	3,74	25%	11,2658	3,80	3,80	25%
15,35	11,3877	3,96	3,96	26%	11,3231	4,02	4,02	26%
12,67	9,46778	3,21	3,21	25%	9,33245	3,34	3,34	26%
14,13	10,6051	3,53	3,53	25%	10,5035	3,63	3,63	26%
14,55	10,5999	3,95	3,95	27%	10,4988	4,05	4,05	28%
16,34	10,6539	5,68	5,68	35%	10,547	5,79	5,79	35%
17,35	10,6652	6,68	6,68	39%	10,5571	6,79	6,79	39%
18,25	11,3071	6,94	6,94	38%	11,2297	7,02	7,02	38%

16,99	11,0377	5,95	5,95	35%	10,9666	6,02	6,02	35%
12,79	9,42078	3,37	3,37	26%	9,28705	3,51	3,51	27%
19,35	11,7385	7,61	7,61	39%	11,686	7,67	7,67	40%
15,11	11,743	3,37	3,37	22%	11,6904	3,42	3,42	23%
15,17	11,3299	3,84	3,84	25%	11,2418	3,92	3,92	26%
16,89	11,2702	5,62	5,62	33%	11,1864	5,71	5,71	34%
14,62	11,1998	3,42	3,42	23%	11,0606	3,56	3,56	24%
15,58	11,5996	3,98	3,98	26%	11,4941	4,08	4,08	26%
0,83	0,6871	0,14	0,14	17%	0,84889	-0,02	0,02	2%
3,59	1,84959	1,74	1,74	49%	3,49981	0,09	0,09	3%
4,46	0,63973	3,82	3,82	86%	0,34598	4,12	4,12	92%
4,67	2,0431	2,63	2,63	56%	3,62715	1,05	1,05	22%
7,61	1,56366	6,05	6,05	79%	2,93282	4,68	4,68	61%
8,25	4,85771	3,39	3,39	41%	6,68561	1,57	1,57	19%
7,53	4,86253	2,67	2,67	35%	6,58993	0,94	0,94	12%
7,96	4,88498	3,07	3,07	39%	6,56522	1,39	1,39	17%
8,02	4,76923	3,25	3,25	41%	6,49487	1,53	1,53	19%
9,35	5,27743	4,07	4,07	44%	6,68273	2,66	2,66	28%
8,41	5,23435	3,18	3,18	38%	6,45599	1,95	1,95	23%
8,90	3,80996	5,09	5,09	57%	5,79204	3,11	3,11	35%
9,50	3,70225	5,80	5,80	61%	5,5296	3,97	3,97	42%
6,00	1,03655	4,96	4,96	83%	1,56133	4,44	4,44	74%
5,24	0,72718	4,51	4,51	86%	1,26013	3,98	3,98	76%
4,98	2,4571	2,52	2,52	51%	2,48744	2,49	2,49	50%
5,75	2,38568	3,36	3,36	59%	2,45257	3,30	3,30	57%
4,90	2,68521	2,22	2,22	45%	2,63663	2,27	2,27	46%
5,33	2,72368	2,61	2,61	49%	2,67809	2,65	2,65	50%
7,26	3,0309	4,23	4,23	58%	2,9852	4,27	4,27	59%
7,18	3,11157	4,07	4,07	57%	3,06688	4,11	4,11	57%
6,62	3,45291	3,17	3,17	48%	3,43812	3,18	3,18	48%
6,38	3,51776	2,86	2,86	45%	3,50341	2,88	2,88	45%
6,90	3,37888	3,53	3,53	51%	3,36398	3,54	3,54	51%
5,63	3,24877	2,38	2,38	42%	3,23395	2,40	2,40	43%
3,26	5,37243	-2,11	2,11	65%	5,59359	-2,33	2,33	72%
3,11	5,37243	-2,26	2,26	73%	5,59359	-2,48	2,48	80%
3,64	5,37243	-1,73	1,73	48%	5,59359	-1,95	1,95	54%
2,82	5,37243	-2,56	2,56	91%	5,59359	-2,78	2,78	99%
4,29	5,01013	-0,72	0,72	17%	5,40367	-1,12	1,12	26%
4,09	5,01013	-0,92	0,92	22%	5,40367	-1,31	1,31	32%
3,25	5,01013	-1,76	1,76	54%	5,40367	-2,15	2,15	66%
3,53	5,01013	-1,48	1,48	42%	5,40367	-1,87	1,87	53%
3,97	5,01013	-1,04	1,04	26%	5,40367	-1,43	1,43	36%
3,96	5,01013	-1,05	1,05	26%	5,40367	-1,44	1,44	36%
3,26	5,01013	-1,75	1,75	54%	5,40367	-2,14	2,14	66%
3,09	5,01013	-1,92	1,92	62%	5,40367	-2,32	2,32	75%

5,86	6,65703	-0,80	0,80	14%	6,56957	-0,71	0,71	12%	
4,59	6,65703	-2,07	2,07	45%	6,56957	-1,98	1,98	43%	
4,37	6,65703	-2,28	2,28	52%	6,56957	-2,20	2,20	50%	
4,80	6,65703	-1,86	1,86	39%	6,56957	-1,77	1,77	37%	
2,41	4,90228	-2,49	2,49	104%	5,79538	-3,39	3,39	141%	
3,61	4,90228	-1,29	1,29	36%	5,79538	-2,18	2,18	60%	
9,64	8,88168	0,76	0,76	8%	8,81869	0,82	0,82	9%	
10,83	8,77556	2,06	2,06	19%	8,66777	2,16	2,16	20%	
13,67	9,4969	4,17	4,17	31%	9,44169	4,23	4,23	31%	
13,92	9,4969	4,43	4,43	32%	9,44169	4,48	4,48	32%	
13,40	9,4969	3,90	3,90	29%	9,44169	3,96	3,96	30%	
14,39	9,25819	5,13	5,13	36%	9,19914	5,19	5,19	36%	
14,73	8,07168	6,66	6,66	45%	8,01705	6,71	6,71	46%	
12,98	9,0113	3,97	3,97	31%	8,91613	4,07	4,07	31%	
14,70	9,27783	5,43	5,43	37%	9,20154	5,50	5,50	37%	
15,30	9,80162	5,50	5,50	36%	9,75539	5,55	5,55	36%	
18,04	10,1502	7,89	7,89	44%	10,1176	7,92	7,92	44%	
11,44	8,58285	2,86	2,86	25%	8,43436	3,01	3,01	26%	
12,28	8,55595	3,72	3,72	30%	8,39894	3,88	3,88	32%	
7,05	4,25415	2,79	2,79	40%	4,63572	2,41	2,41	34%	
8,33	6,03234	2,30	2,30	28%	5,92799	2,41	2,41	29%	
19,24	6,38271	12,86	12,86	67%	6,33998	12,91	12,91	67%	
5,55	5,95101	-0,40	0,40	7%	5,84969	-0,30	0,30	5%	
5,87	6,06338	-0,19	0,19	3%	5,97346	-0,10	0,10	2%	
6,38	6,57389	-0,19	0,19	3%	6,53101	-0,15	0,15	2%	
2,13	4,36764	-2,23	2,23	105%	4,34725	-2,21	2,21	104%	
2,36	5,6267	-3,26	3,26	138%	5,57361	-3,21	3,21	136%	
1,06	3,52989	-2,47	2,47	234%	3,88177	-2,83	2,83	268%	
2,65	5,51868	-2,87	2,87	108%	5,49877	-2,85	2,85	108%	
14,55	9,8407	4,71	4,71	32%	11,1898	3,36	3,36	23%	
15,57	12,9995	2,57	2,57	17%	13,0376	2,53	2,53	16%	
17,54	14,2399	3,31	3,31	19%	14,0784	3,47	3,47	20%	
12,58	8,38401	4,20	4,20	33%	10,3358	2,25	2,25	18%	
15,09	12,3083	2,78	2,78	18%	12,5296	2,56	2,56	17%	
16,37	13,857	2,51	2,51	15%	13,7163	2,65	2,65	16%	
Média				40%	Média				39%

Legenda:

Desvio = Valor da flecha experimental menos Valor da flecha do método de cálculo;

$|\text{Desvio}|$ = Desvio em módulo;

Desvio % = Valor do desvio em módulo dividido pela flecha experimental;

Média = Média dos percentuais de desvio.

Fonte: Autora

A partir da análise dos desvios, foi verificado que os dois métodos têm uma dispersão semelhante em relação aos experimentos, sendo o Método de Branson com um desvio

percentual médio de 40% e o Método Bilinear com um desvio percentual médio de 39%. Corroborando assim com o teste de Wilcoxon feito anteriormente.

Os valores da flecha Experimental, Método de Branson e Método Bilinear assim como suas variações podem ser observadas também através da Figura 9.

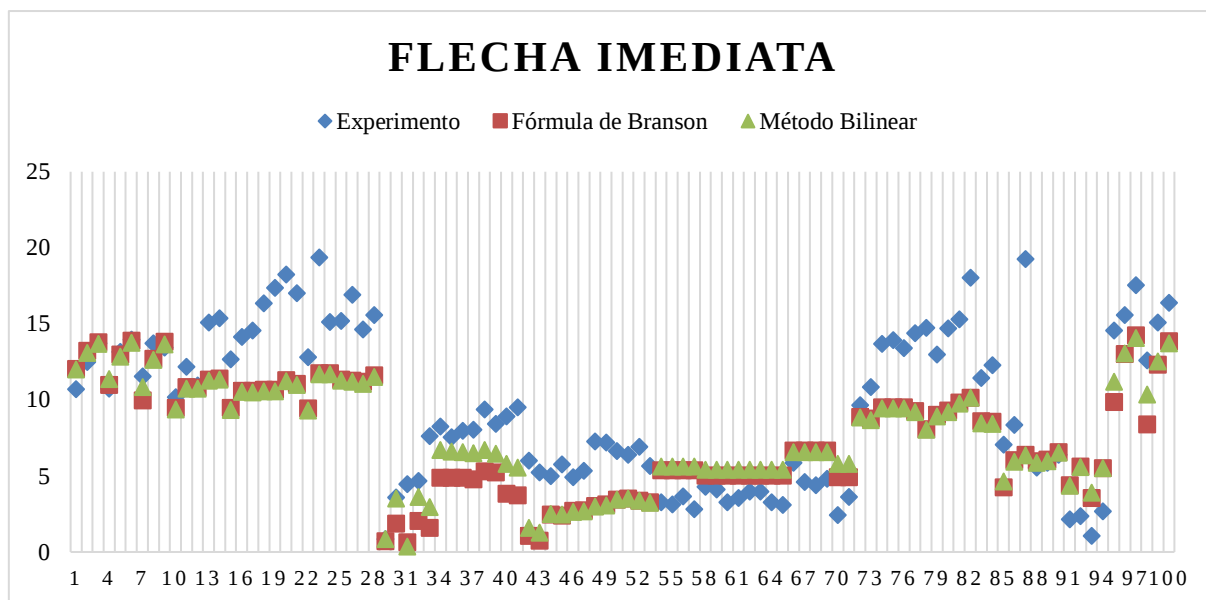


Figura 9 - Comparativo entre resultados de flecha. Fonte: Autora

4.2 TESTE DE KRUSKAL-WALLIS

O valor-p encontrado após a aplicação do teste foi de 0,004800611 o que indica que pelo menos um dos grupos analisados é estatisticamente diferente. O teste de comparações múltiplas mostra que existe diferença estatística tanto entre o experimento e a Fórmula de Branson, quanto entre o experimento e o Método Bilinear, já quando o teste é feito entre os métodos de cálculo essa diferença estatística não existe. Esses resultados podem ser visualizados através da Tabela 12.

Fatores Comparados	Diferença Observada	Diferença Crítica	Diferença
A - B	37,9	29,36897	Sim
A - C	30,26	29,36897	Sim
B - C	7,64	29,36897	Não
A – Resultado do Experimento			
B – Fórmula Branson			
C – Método Bilinear			

Tabela 12 - Comparações Múltiplas de todos os dados da amostra

A Tabela 12 apresenta também que a diferença observada entre a Flecha experimental (A) e o Método Bilinear (C) é de 30,26 o que permite concluir que o Método de cálculo Bilinear se distancia menos dos valores do experimento, quando comparado com os resultados encontrados entre o experimento e o Método de cálculo de Branson que apresentou uma diferença observada de 37,9. Sendo possível uma melhor visualização através do gráfico de efeitos da Figura 10.

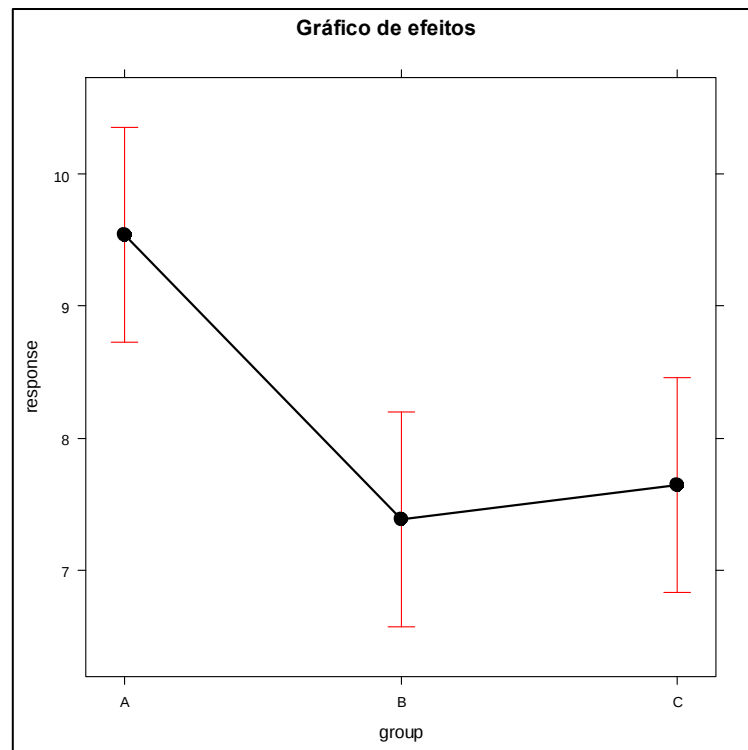


Figura 10 - Gráfico de efeitos de todos os dados da amostra (Experimental (A), Método Branson (B), Método Bilinear (c)). Fonte: Autora

É importante ressaltar que a diferença crítica calculada é de 29,36897, ou seja, se a diferença observada tivesse valor inferior a diferença crítica, seria considerado que não haveria diferença estatística. Como o Método Bilinear obteve uma diferença observada de 30,26, este método ficou próximo de ser considerado sem diferença estatística para o nível de significância de 5%. Esta aproximação também é possível de ser vista no gráfico da Figura 10.

5. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve o objetivo de fazer uma análise comparativa entre os métodos de cálculo de flecha imediata para vigas de concreto armado, com resultados experimentais de flechas disponíveis na literatura, utilizando métodos estatísticos.

Após a análise foi possível verificar que dentre as vigas analisadas a análise estatística mostrou que há uma diferença estatística entre o resultado dos experimentos e os métodos de cálculo de flecha. Por meio da análise também foi possível identificar que os métodos de cálculo são estatisticamente equivalentes.

Dentre as vigas ensaiadas o método que obteve uma melhor aproximação foi o Método Bilinear que obteve melhor aproximação aos resultados experimentais, com uma menor diferença observada. Contudo, ambos os métodos de cálculo obtiveram na maioria das vigas analisadas um valor de flecha superior as experimentais, o que contribui para a segurança da estrutura, pois os valores calculados tendem a ser conservadores. Desse modo, a adoção de qualquer um dos métodos estudados pode garantir a segurança estrutural, ao prever flechas maiores que as experimentais.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8681: **Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2004.

ARAÚJO, J. M. **Projeto estrutural de edifícios de concreto armado**. Vol. 1, 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2014.

ASHOUR, S. A. **Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams**. *Engineering Structures*, v. 22(9), p. 1145–1158, 1998.

BERNARDO, L. F. A.; LOPES, S. M. R. Neutral Axis Depth versus Flexural Ductility in High-Strength Concrete Beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 130(3), p. 452–459, 2004.

BRANSON, D. E. Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams. **HPR Report**, N° 7, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, 1963.

BRITISH STANDARD. Structural use of concrete – Part 1: **Code of practice for design and construction**, 8110-1. Londres, Inglaterra, 1997.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. São Carlos, SP: 2015.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Design manual on cracking and deformations, Bulletin d'Informtion No. 185-E**. Paris, France, 1985.

ELRAKIB, T. M. Performance evaluation of HSC beams with low flexural reinforcement. **HBRC Journal**, v. 9(1), p. 49–59, 2013.

GILBERT, R. I. **Calculation of long-term deflection**. Centro for infrastructure Engineering and Safety. The Univesity of New South Wales. 2008.

GRIBNIAK, V. **Shrinkage Influence on Tension-Stiffening of Concrete Structures**. 2009. Thesis – Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, 2009.

- JUNGES, E. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2011.
- MAGHSOUDI, A. A.; AKBARZADEH BENGAR, H. Flexural ductility of HSC members. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 24(2), p. 195–212, 2006.
- MOUSA, M. I. Flexural behaviour and ductility of high strength concrete (HSC) beams with tension lap splice. **Alexandria Engineering Journal**, v. 54(3), p. 551–563, 2015.
- PINHEIRO, Libânio Miranda e GIONGO, José Samuel. **Concreto armado. Propriedades dos materiais**. Sao Carlos: EESC, Acesso em: 25 mar. 2024, 1986.
- RASHID, M. A.; MANSUR, M. A. Reinforced high-strength concrete beams in flexure. **ACI Structural Journal**, v. 102(3), p. 462–471, 2005.
- SÁLES, J. J.; NETO, J. M.; MALITE, M. **Segurança nas estruturas**. Editora Elsevier. Rio de Janeiro. 2015.
- SANTOS, E. **Reforço de vigas de concreto armado à flexão por encamisamento parcial**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.
- SHARIFI, Y. Structural performance of Self-Consolidating Concrete used in reinforced concrete beams. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 16(4), p. 618–626, 2012.
- SILVA, R. C. B. **Comportamento de Vigas de Concreto Armadas com Barras de CFRP e GFRP para Infraestrutura de Transportes**. 2014. Dissertação – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2014.
- SOUZA, A. A. F. **Teoria do dano concentrado aplicada ao cálculo da flecha imediata em vigas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2019.