

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE

CAMPUS ARACAJU

DIRETORIA DE ENSINO

COORDENADORIA DE ENGENHARIA CIVIL

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

RAFAEL DA SILVA RODRIGUES

**MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE ALVENARIA PROTENDIDA DE BLOCOS
DE CONCRETO**

MONOGRAFIA

ARACAJU

2025

RAFAEL DA SILVA RODRIGUES

**MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE ALVENARIA PROTENDIDA DE BLOCOS
DE CONCRETO**

Monografia apresentada como requisito parcial
à obtenção do título de Bacharel, da
Coordenação do Curso de Engenharia Civil, do
Instituto Federal de Sergipe – Campus Aracaju.

Orientador: Prof. Me. Marcílio Fabiano
Goivinho da Silva

ARACAJU

2025

Rodrigues, Rafael da Silva.
R696m Modelo de elementos finitos de alvenaria protendida de blocos de
concreto. / Rafael da Silva Rodrigues. – Aracaju, 2025.
53 f.: il.

Monografia – Curso de Engenharia Civil – Instituto Federal de
Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS.
Orientador: Prof. Marcilio Fabiano Goivinho da Silva.

1. Alvenaria protendida. 2. Modelagem computacional. 3.
Dano. I. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de
Sergipe - IFS. II. Silva, Marcilio Fabiano Goivinho da. III.
Título.

CDU: 624

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE

CAMPUS ARACAJU

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

TERMO DE APROVAÇÃO

Título da Monografia Nº 305

RAFAEL DA SILVA RODRIGUES

**MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE ALVENARIA PROTENDIDA DE
BLOCOS DE CONCRETO**

Esta monografia foi apresentada às 10 h 07 do dia 14 de MARÇO de 2025 como requisito parcial para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados.

Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.


Prof. M.Sc. Rodolfo Santos da Conceição

(IFS – Campus Aracaju)


Prof. Dr. Lucas da Mata Rocha Menezes

(PUC - Rio de Janeiro)


Prof. M.Sc. Marcílio Fabiano Goivinho da Silva

(IFS – Campus Aracaju)
Orientador


Prof. Dr. Pablo Gleydson de Sousa
(IFS - Campus Aracaju)
Coordenador da COEC

A Deus e à minha família

AGRADECIMENTOS

Raros são os agradecimentos que não citam a família, pois é ordinariamente ela a estrutura do caráter e o alicerce do ser. Não por causa do sangue, mas pelo amor gratuito. Por isso, agradeço primeiramente o Pai, por sustentar tudo ao redor, e à minha mãe, Maria Arionalda. Depois, sem ordem, meu pai, Ricardo, e meus irmãos, Lucas e Raianne.

Agradeço aos amigos, que são a família sem sobrenome, principalmente àqueles que estiveram comigo desde os primeiros períodos de IFS: Lara Mendonça, Evelin Nadine, Nilmar, Beatriz, Débora e Lucas. Não poderia deixar de citar outras pessoas, que apesar de chegarem um pouco depois nessa jornada, não foram menos significativas: Raian, Amanda Mendonça, Isadora, Klyzia, Eduardo Couto, Flávio Ruan, Antônio Raimundo, Rodrigo Machado, Marcos Gabriel, Luis Felipe, Flávio Pereira, José Bruno, Jonathan Vinícius e Lucas Manassés.

À minha namorada, Crislene Aragão, que é também minha melhor amiga, agradeço por aparecer no momento que mais precisava e me apoiar sempre, às vezes sem nem precisar agir, apenas pela presença, que me anima só por estar perto.

Agradeço também ao corpo docente do IFS, em especial meu orientador, Marcílio, não só pelos ensinamentos, mas também pela inspiração como profissional e pessoa.

Os meus agradecimentos às pessoas e organizações que confiaram no meu trabalho e me ajudaram financeiramente e com conhecimento através dos estágios. Pessoas importantes fizeram parte dessas experiências, que não posso deixar de nomear: Dona Mira, Dario Nunes, Vitor Fernandes, Moysés, Antônio Matias, Thanmíris, Kamyla, Luiz Gustavo e Eduardo.

É impossível citar todos aqueles que me ajudaram. De certa forma, são quase infinitas as pessoas que deveria agradecer: parentes e amigos, pessoas que tenho contato diariamente e pessoas que só conheço por livros, vivos e mortos... Até aqueles que nunca nem soube da existência, mas pelo caráter de herança cultural da sociedade me influenciaram a estar aqui. A todos esses, muito obrigado.

RESUMO

RODRIGUES, Rafael da Silva. **Modelo de elementos finitos de alvenaria protendida de blocos de concreto**. 113 p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2025.

Para fazer um modelo numérico de elementos finitos de alvenaria protendida com blocos concreto, buscou-se superar o problema da simulação do comportamento desse tipo de estrutura abrangendo a propagação de trincas nas unidades e os mecanismos de falhas das juntas, o qual ainda é tratado mais simplificada por outros trabalhos, que preferem utilizar a abordagem com macro modelagem e modelo de *smeared crack*. Pretende-se primeiramente revisar a literatura sobre elementos finitos e alvenaria protendida, depois desenvolver o modelo recorrendo à micro modelagem simplificada com lei coesiva bilinear, lei de Benzeggagh-Kenane e o *quadratic nominal stress criterion* para representar o comportamento coesivo e de dano da junta, método estendido de elementos finitos (XFEM) para simular as trincas nas unidades de alvenaria, e com controle direto de deslocamento, regularização viscosa e análise dinâmica implícita quase-estática para melhorar a convergência, utilizando como base para as propriedades dados da literatura bem como experimentais da tese do professor Parsekian, e por fim testar o modelo por meio da comparação com resultados de ensaios da literatura técnica. Com isso, criar um modelo que simula de maneira consistente o comportamento geral da estrutura, incluindo sua configuração deformada e os modos de ruptura principais referentes à junta e à unidade. O trabalho resultou num modelo que se mostrou consistente na simulação dos principais mecanismos de falha e comportamento geral da estrutura, mesmo que não necessariamente represente de maneira exata os resultados de Parsekian.

Palavras-chave: Elementos finitos; Alvenaria protendida; Modelagem computacional; Dano; XFEM.

ABSTRACT

RODRIGUES, Rafael da Silva. **Modelo de elementos finitos de alvenaria protendida de blocos de concreto**. 113 p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2025.

In order to develop a numerical finite element model of prestressed masonry with concrete blocks, we sought to overcome the problem of simulating the behavior of this type of structure by covering the crack propagation in the units and the failure mechanisms of the joints, which are still treated more simply by other works that prefer to use the macro modeling approach and the smeared crack model. The objective is first to review the literature on finite elements and prestressed masonry, then to develop the model using simplified micro-modeling with bilinear cohesive law, Benzeggagh-Kenane law and quadratic nominal stress criterion to represent the cohesive and damage behavior of the joint, Extended Finite Element Method (XFEM) to simulate cracks in the masonry units, and with direct displacement control, viscous regularization and quasi-static implicit dynamic analysis to improve convergence, using data from the literature as well as experimental data from Professor Parsekian's thesis as a basis for the properties, and finally test the model by comparing it with test results from technical literature. This resulted in a model that consistently simulated the general behavior of the structure, including its deformed configuration and the main failure modes for the joint and the unit. The work resulted in a model that proved to be consistent in simulating the main failure mechanisms and the general behavior of the structure, although it did not necessarily reproduce Parsekian's results exactly.

Keywords: Finite element analysis; Prestressed masonry; Computer modeling; Damage; XFEM.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Etapas no Abaqus	79
Gráfico 1 – Curvas compressão por deformação no trecho não-linear	73
Gráfico 2 – Curvas força por deslocamento da parede P8.....	80
Gráfico 3 – Curvas força por deslocamento da parede P7	81
Gráfico 4 – Curvas força por deslocamento da parede P7 simulada sem protensão	86
Gráfico 5 – Curvas força por deslocamento da parede P8 simulada sem protensão	86
Figura 1 – Padrões de junta. (a) Ajuste inglês; (b) Ajuste flamengo; (c) Ajuste corrente.	23
Figura 2 – Amarração direta da alvenaria.	24
Figura 3 – Amarração indireta da alvenaria.....	24
Figura 4 – Linha elástica de viga engastada-livre com carga concentrada.	33
Figura 5 – Tensão-deformação de materiais quase-frágeis. (a) Curva de tração; (b) curva de compressão.....	34
Figura 6 – Curva teórica tensão-deformação da alvenaria.....	35
Figura 7 – Superfície de escoamento do critério de Drucker-Prager.....	38
Figura 8 – Base do cone no critério de falha de Drucker-Prager no Abaqus. Base (a) para $K = 1.0$ e base (b) para $K = 0.8$	38
Figura 9 – Critério de falha de Drucker-Prager linear no Abaqus.....	39
Figura 10 – Mecanismos de falha para conjuntos de dois blocos.	40
Figura 11 – Estratégias de modelagem. (a) Alvenaria; (b) micro modelagem detalhada; (c) micro modelagem simplificada; (d) macro modelagem.	47
Figura 12 – Mecanismos de falha nas juntas. (a) Ruptura normal da junta; (b) e (c) deslizamento da junta.	48
Figura 13 – Modos puros. (a) Modo I (abertura); (b) Modo II (deslizamento); (c) Modo III (rasgo).....	52
Figura 14 – Primeiras leis coesivas. (a) Lei coesiva de Barenblatt; (b) Lei coesiva de Dugdale.....	56
Figura 15 – Lei coesiva bilinear. (a) Lei coesiva de Camacho e Ortiz no modo I; (a) lei coesiva de Camacho e Ortiz no modo II; (c) lei coesiva de Geubelle e Baylor no modo I; (d) lei coesiva de Geubelle e Baylor no modo II.	57
Figura 16 – Representação gráfica das leis coesivas em modos mistos.	59
Figura 17 – Leis coesivas com atrito. (a) Lei coesiva de Tvergaard; (b) Lei coesiva RCMM Raous et al.; (c) Lei coesiva de Chabouche et al.; (d) Lei coesiva de Geubelle e Baylor com atrito.	60
Figura 18 – Uma verificação dos modelos de dano.	61

Figura 19 – Representação gráfica do método de Euler. (a) Método de Euler explícito (progressivo); (b) método de Euler implícito (regressivo).....	67
Figura 20 – Disposição dos blocos das paredes P7 e P8	76
Figura 21 – Malha dos componentes. (a) Bloco 14x40x20; (b) bloco 14x35x20; (c) bloco 14x19x20; (d) cinta superior.	77
Figura 22 – Gráficos de carga por deslocamento de paredes protendidas com blocos de concreto. (a) Paredes de Popehn e Schultz (2011); (b) paredes de Dawe e Aridru (1993); (c) paredes de García, Bonett e Schultz (2021).	82
Figura 23 – Configurações deformadas das paredes P7 e P8. (a) P7 de Parsekian; (b) P8 de Parsekian; (c) P7 simulada; (d) P8 simulada; (e) P7 teórica; (f) P8 teórica.	84
Figura 24 – Deslocamento por altura de parede protendida de concreto ensaiada por García, Bonett e Schultz (2021).	85
Figura 25 – Modos de rupturas das paredes P7 e P8 simuladas com protensão. (a) P7 a 12 kN; (b) P7 a 18 kN; (c) locais de falha de P7; (d) P8 a 15,5 kN; (e) P8 a 20 kN; (f) locais de falha de P8.	87
Figura 26 – Trincas produzidas pelo XFEM no Abaqus antes e após a falha por cisalhamento. (a) P7 antes do cisalhamento; (b) P7 sem protensão antes do cisalhamento; (c) P8 antes do cisalhamento; (d) P8 sem protensão antes do cisalhamento; (e) P7 após cisalhamento; (f) P7 sem protensão após cisalhamento; (g) P8 após cisalhamento; (h) P8 sem protensão após cisalhamento.	89
Figura A.1 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Quads Damage</i> no Abaqus.	103
Figura A.2 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Damage Evolution</i> no Abaqus.	103
Figura A.3 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Damage Stabilization Cohesive</i> no Abaqus.	104
Figura A.4 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Density</i> no Abaqus.	104
Figura A.5 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Drucker Prager</i> no Abaqus.	104
Figura A.6 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Drucker Prager Hardening</i> no Abaqus. ...	105
Figura A.7 – Módulo <i>Materials</i> na seção <i>Elastic</i> no Abaqus.	105
Figura B.1 – Visão geral do módulo <i>Interaction</i> no Abaqus.	106
Figura B.2 – Módulo <i>Interaction</i> na seção <i>Tangential Behavior</i> no Abaqus.	107
Figura B.3 – Módulo <i>Interaction</i> na seção <i>Normal Behavior</i> no Abaqus.	107
Figura B.4 – Módulo <i>Interaction</i> na seção <i>Cohesive Behavior</i> no Abaqus.	108
Figura B.5 – módulo <i>Interaction</i> na seção <i>Damage Initiation</i> no Abaqus.	108
Figura B.6 – Módulo <i>Interaction</i> na seção <i>Damage Evolution</i> no Abaqus.	109
Figura B.7 – Módulo <i>Interaction</i> na seção <i>Damage Stabilization</i> no Abaqus.	109
Figura C.1 – Visão geral do módulo <i>Boundary Condition</i> no Abaqus.	110
Figura C.2 – Módulo <i>step</i> na seção <i>Basic</i> no Abaqus.	111
Figura C.3 – Módulo <i>Step</i> na seção <i>Incrementation</i> no Abaqus.	111

Figura C.4 – Módulo <i>Step</i> na seção <i>Other</i> no Abaqus.	112
---	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Alguns traços, resistência à compressão e uso de argamassas de cimento, cal e areia.....	25
Tabela 2 – Coeficientes de Poisson de argamassas confinadas.	27
Tabela 3 – Fatores de correção altura por espessura para resistência à compressão de prismas de alvenaria.	30
Tabela 4 – Valores característicos da resistência à tração na flexão - ftk.	31
Tabela 5 – Resumo dos parâmetros para caracterização da unidade homogeneizada.	74
Tabela 6 – Resumo dos parâmetros para caracterização da unidade grauteada homogeneizada.....	75
Tabela 7 – Resumo dos parâmetros para caracterização do aço.	76
Tabela 8 – Resumo dos parâmetros para caracterização do contato.	78
Tabela 9 – Comparação das resistências à tração e ao cisalhamento das paredes P7 e P8 com os resultados experimentais.	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE ABREVIATURAS

a.C.	Antes de Cristo
<i>et al.</i>	<i>Et alii, et aliae</i> ou <i>et alia</i>
etc.	<i>Et cetera</i>
<i>i.e.</i>	<i>Id est</i>

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CDM	<i>Concrete Damage Model</i>
ITD	Indicador de Tração Direta
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transducer</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MZC	Modelo de Zona Coesiva
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
TMS	<i>The Masonry Society</i>
XFEM	Método Estendido de Elementos Finitos
ZPF	Zona de Processo de Fratura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
2.1	Alvenaria Estrutural e Seus Componentes.....	17
2.1.1	Resumo Histórico	18
2.1.2	Vantagens e Desvantagens da Alvenaria Estrutural.....	19
2.1.3	Componentes	20
2.1.3.1	Unidades	20
2.1.3.2	Juntas.....	22
2.1.3.3	Armação	27
2.1.3.4	Graute	28
2.1.4	Propriedade Básicas da Alvenaria	29
2.1.4.1	Resistência à Compressão da Alvenaria.....	29
2.1.4.2	Resistência à Tração da Alvenaria	31
2.1.4.3	Resistência ao Cisalhamento da Alvenaria	31
2.1.4.4	Rigidez à Flexão da Alvenaria.....	32
2.1.5	Tensão-Deformação de Materiais Quase-Frágeis	33
2.1.6	Crítério de Falha de Drucker-Prager.....	36
2.1.7	Modos de Ruptura da Alvenaria	40
2.2	Alvenaria Protendida	41
2.2.1	Resumo Histórico da Alvenaria Protendida	41
2.2.2	Vantagens da Alvenaria Protendida	42
2.2.3	Aplicações da Alvenaria Protendida	43
2.2.4	Componentes da Alvenaria Protendida	43
2.2.5	Métodos de Protensão na Alvenaria.....	44
2.2.6	Ancoragem e Contenção Lateral	45
2.2.7	Método Construtivo da Alvenaria Protendida com Barra e Torquímetro	46
2.3	Análise de Elementos Finitos em Alvenarias	46
2.3.1	Estratégias de Modelagem das Juntas	47
2.3.1.1	Micro e Macro Modelos	47
2.3.1.2	Homogeneização das Grandezas	48
2.3.2	Modelo de Dano na Interface e na Alvenaria.....	50
2.3.2.1	Modelo Pré-Dano	51
2.3.2.2	Modelo de Início do Dano.....	53

2.3.2.3	Modelo Pós-Dano.....	55
2.3.2.4	Método Estendido de Elementos Finitos (XFEM)	61
2.3.3	Técnicas para solução de problemas de convergência	62
2.3.3.1	Controle direto de deslocamento	62
2.3.3.2	Regularização viscosa.....	64
2.3.3.3	Análise Dinâmica Implícita Quase-Estática	65
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA MODELAGEM DE ALVENARIA	68
4	METODOLOGIA DA MODELAGEM DE ALVENARIA.....	71
4.1	Caracterização dos Materiais.....	72
4.2	Modelagem dos Componentes e da Malha.....	76
4.3	Definição das Interações de Contato	77
4.4	Aplicação das Cargas e Condições de Contorno	79
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
	APÊNDICE A – MÓDULO <i>MATERIALS</i> NO ABAQUS.....	103
	APÊNDICE B – MÓDULO <i>INTERACTION</i> NO ABAQUS	106
	APÊNDICE C – MÓDULOS <i>STEP</i> E <i>BOUNDARY CONDITION</i> NO ABAQUS.....	110

1 INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é amplamente usado para analisar os mais variados tipos de problemas de engenharia, apresentando-se como uma solução viável para a simulação de situações complexas com precisão e realismo. O presente trabalho propõe uma abordagem para a simulação numérica de alvenaria protendida de blocos de concreto.

As simulações numéricas são imprescindíveis para dar subsídio aos parâmetros utilizados em normas técnicas, sendo, então, ferramentas fundamentais para descrever o comportamento das estruturas, incluindo as alvenarias protendidas. Porém, para o desenvolvimento de modelos confiáveis deve-se ter uma descrição completa do material e um teste adequado dos resultados (Oliveira, 2014).

Apesar da pesquisa sobre a modelagem de alvenarias protendidas terem avanços desde Ali e Page (1988), ainda são poucos os trabalhos que tratam do tema, ficando alheios aos avanços que ocorreram nas simulações de elementos finitos de alvenaria, principalmente na caracterização do comportamento das juntas e das trincas. O método geralmente adotado, o de macro modelagem, não representa bem mecanismos de falha importantes relacionados às juntas de argamassa. Quanto às trincas em blocos de concreto, estudos mais recentes têm optado pelo Método Estendido de Elementos Finitos (XFEM), que não é encontrado em publicações sobre alvenaria protendida.

A modelagem em elementos finitos de estruturas de alvenaria protendida baseada em resultados experimentais validados e em metodologias mais recentes, como em Abdulla, Cunningham e Gillie (2017), que utiliza o XFEM e uma micro modelagem simplificada para o caso de alvenarias não armadas, seria capaz de reproduzir com precisão o comportamento estrutural real, permitindo sua aplicação prática em projetos estruturais, por exemplo.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma modelagem em elementos finitos de estruturas de alvenaria protendida que se mostre precisa quanto aos mecanismos de falha e comportamento geral do elemento. Para isso, o trabalho irá:

- Revisar os conceitos importantes para entender a mecânica das alvenarias não armadas e protendidas, e então aqueles necessários para representar as interfaces de alvenaria por meio do MEF, promovendo uma conexão eficaz entre os aspectos experimentais e numéricos;
- Criar um modelo capaz de representar o comportamento das alvenarias protendidas no *software* Abaqus, incluindo os modos de ruptura referentes à junta e à unidade;
- Testar os achados com os resultados de pesquisas experimentais, analisando os resultados obtidos com o modelo.

A fim de chegar a essas metas, serão definidos os valores significativos dos materiais utilizados (bloco, graute, argamassa, aço etc.), para então modelá-los no Abaqus. Outro passo importante é determinar a malha desses componentes, de modo a não aparecer singularidades. Um dos focos principais, o modelo de contato será pormenorizado. As cargas e condições de contorno serão aplicadas e ao final o modelo será verificado comparativamente aos dados experimentais.

Busca-se explorar a criação de modelos computacionais na engenharia civil e aprimorar tanto as competências técnicas quanto teóricas. Adicionalmente, contribuir com a literatura sobre a utilização de elementos finitos em alvenaria protendida, promovendo um sistema estrutural mais previsível.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, os principais conceitos necessários ao trabalho são explicados, de modo que o leitor seja introduzido ao assunto e possa acompanhar as seções posteriores. Primeiramente será dado um enfoque nas alvenarias estruturais em geral, depois nas alvenarias protendidas e por fim no método dos elementos finitos. Por serem extensos, os assuntos serão tratados com escopo limitado ao que for estritamente relevante para a monografia.

2.1 Alvenaria Estrutural e Seus Componentes

De acordo com a ABNT NBR 16868-1:2020, A expressão “alvenaria” refere-se a unidades sobrepostas unidas, formando na maioria das vezes uma parede, que é um elemento laminar que resiste predominantemente a cargas de compressão.

As unidades de alvenaria são as entidades básicas principais da alvenaria. Por outro lado, elementos, como definidos por Ramalho e Corrêa (2004), "são uma parte suficientemente elaborada da estrutura [...]". Como exemplo de elementos podem ser citados: paredes, pilares, cintas, vergas etc.". Componente é a menor parte constituinte dos elementos da estrutura, *i.e.*, bloco, tijolo, graute e armadura. Quanto aos materiais, a alvenaria, em seus diversos tipos, emprega blocos (ou tijolos), argamassa, graute, armaduras, telas e outros materiais, como polímeros para impermeabilização (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013).

Quando a alvenaria é admitida como participante da estrutura, chama-se alvenaria estrutural. As unidades precisam atender certo limite de resistência normativo para poderem ser usadas em alvenarias estruturais. É chamada de unidade (bloco ou tijolo) estrutural quando atende esse limite e outras propriedades específicas para alvenaria estrutural presentes na ABNT NBR 15270-1:2023 (blocos cerâmicos) e ABNT NBR 6136:2016 (blocos de concreto). Caso contrário, é chamada unidade de vedação.

2.1.1 Resumo Histórico

A história da alvenaria estrutural se confunde com a própria história da civilização humana. O primeiro assentamento permanente que se tem conhecimento (9000 a 8000 a.C.), situado na região do Vale de Hula, em Israel, possuía cabanas de pedra solta, nos quais o que garantia a estabilidade da estrutura era o peso das pedras (Lourenço, 2014).

A alvenaria continuou sendo a principal forma de construção na maioria das regiões por milênios, principalmente por sua durabilidade. Os outros materiais disponíveis, como a madeira, possuíam vida útil relativamente pequena (Ramalho; Corrêa, 2004).

Até o século XX a estrutura de alvenaria era dimensionada de forma empírica, com conhecimentos passados de geração em geração. Um exemplo didático desse período é o Edifício Monadnock, de Chicago, construído no final do século XIX. Um marco na história por seus 16 pavimentos, as paredes chegavam a ter 1,8 m de espessura, o que mostra a limitação do processo de dimensionamento estrutural de alvenaria da época. Se fossem utilizados os procedimentos atuais, a espessura das paredes seria de 30 cm (Ramalho; Corrêa, 2004). A robustez elevada tornava o sistema caro e lento, o que o levou a ser substituído pelo aço e principalmente pelo concreto. Este já existia desde a Roma Antiga, porém seu uso só veio se intensificar, na modernidade, a partir de meados do século XIX, com a patente do britânico W. B. Wilkinson do concreto armado, que se mostrava um sistema mais eficiente, tanto na esbeltez quanto na liberdade arquitetônica de produzir grandes vãos (Lourenço, 2014; Mohamad, 2020).

Com a Segunda Guerra Mundial veio a escassez de concreto e aço, o que reacendeu os estudos sobre outros sistemas construtivos, entre eles a alvenaria estrutural. O suíço Paul Haller foi o principal nome dessa nova era da alvenaria, e a partir dos seus trabalhos foram criadas novas teorias e critérios de projeto, que tornaram a alvenaria estrutural viável novamente (Mohamad, 2020).

A "moderna alvenaria estrutural", assim chamada a fase em que passa a ter mais rigor teórico nos critérios de dimensionamento, chega ao Brasil na década de 60, e se concentra em São Paulo e Porto Alegre. É da capital paulista os principais marcos da alvenaria estrutural brasileira: o conjunto habitacional Central Park Lapa (1966), primeiro a usar bloco de concreto estrutural; o edifício Jardim Prudência (1977),

primeiro em alvenaria não armada; e o edifício Solar dos Alcântaras (1990), por muito tempo o mais alto em alvenaria estrutural do país, com 21 pavimentos (Mohamad, 2020).

2.1.2 Vantagens e Desvantagens da Alvenaria Estrutural

A alvenaria estrutural tem características ímpares que lhe conferem ao mesmo tempo ônus e bônus. Dentre essas características está o fato de um único elemento, a parede de alvenaria, ser capaz de realizar múltiplas funções: estrutural, proteção ao fogo, isolamento térmico e acústico, vedação e subdivisão de espaços. No entanto, o fato de as paredes fazerem parte da estrutura também implica em uma série de desvantagens. Por exemplo, os danos acidentais precisam ter atenção maior, devido à possibilidade de colapso progressivo. Também exige maior controle tecnológico dos materiais da parede e maior interferência entre o projeto estrutural com os demais, além de apresentar impossibilidade de adaptações significativas nas paredes após construídas (Hendry, 2001; Ramalho; Corrêa, 2004).

Apesar de necessitar de mão de obra qualificada, a construção com alvenaria tem a característica da simplicidade das técnicas executivas, o que facilita o controle das etapas de produção, gera menos retrabalho - portanto menos desperdício - e maior flexibilidade no planejamento da execução (Lourenço, 2014; Mohamad, 2020). Além disso, como os blocos utilizados e a execução são de melhor qualidade, há uma redução nos revestimentos e nos desperdícios por erros (Ramalho; Corrêa, 2004).

Em relação à economia, a alvenaria estrutura mostra-se viável mesmo em casos de construções de habitações de interesse social (Mohamad, 2020), desde que dentro de certos limites de arranjo e altura. Esses limites são decorrentes da baixa resistência à tração dos elementos, o que ocasiona baixa resistência a cargas horizontais, e por conseguinte, limitações quanto à altura das edificações, bem como limitações referentes ao tamanho dos vãos. Outros fatores que influem na redução de custo é a dispensa de fôrma e a grade durabilidade da estrutura, podendo resistir por séculos (Hendry, 2001; Ramalho; Corrêa, 2004).

2.1.3 Componentes

2.1.3.1 Unidades

De acordo com a ABNR NBR 16868-1:2020, se o componente básico da alvenaria, chamado usualmente de unidade de alvenaria, tiver altura maior que 115 mm, denomina-se “bloco”, caso contrário, “tijolo”, o que não depende de haver furo ou não no elemento. Estes podem ser de muitos materiais, como cerâmica, solo-cimento, concreto, material sílico-calcário (areia e cal), silhar (pedra aparelhada), pedras irregulares e vidro. Apesar de apresentarem propriedades importantes diferentes, as unidades possuem utilizações similares independentemente do material, que é escolhido com base na tradição e na disponibilidade local (Hendry, 2001; Lourenço, 2014; Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013).

As resistências à compressão, tração e cisalhamento das unidades de alvenaria dependem da definição de “área” utilizada no cálculo. Quando nos referimos à área de alvenaria, é preciso especificar de qual tipo de área estamos falando, pois as unidades e elementos podem ter vazados. A área bruta é a área de um componente ou elemento considerando-se as suas dimensões externas e desprezando-se a existência dos furos e vazados. Já a área líquida de um componente ou elemento desconta as áreas dos furos e vazados, conforme definições da ABNT NBR 16868-1:2020.

Das propriedades mecânicas dos componentes da alvenaria, a resistência à compressão da unidade é a mais importante, pois, além de ser de fácil obtenção, serve como um índice geral do comportamento da unidade e da parede, podendo a partir dela serem encontradas as outras propriedades relevantes dos componentes (Hendry, 2001; Lourenço, 2014). Esse parâmetro é obtido por ensaio de compressão em prensa. Para blocos de concreto, a norma que rege o ensaio é a ABNT NBR 12118:2013, já para blocos cerâmicos é a ABNT NBR 15270-2:2023. A resistência à compressão da unidade pode mudar se medida na direção horizontal ou vertical. Essa diferença pode ocorrer por causa da geometria da unidade e efeitos de confinamento das placas de ensaio (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013).

A formação de fissuras nas unidades da alvenaria está diretamente relacionada à resistência à tração destas, tornando-se uma propriedade importante para entender os mecanismos de ruptura da alvenaria (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013). Diferentemente de outras propriedades, é difícil achar uma relação direta entre a resistência à tração e a resistência à compressão, devido às distintas formas, materiais, processos de fabricação e área líquida das unidades, o que explica uma variabilidade considerável nos estudos que tentam achar essa proporção (Lourenço, 2014). No entanto, através de diversos estudos experimentais, é possível verificar que a resistência à tração gira em torno de 10% da de compressão, como pode ser visto em Mohamad (1998), Priestley e Yuk (1984) *apud* Calçada (1998) e Parsekian, Hamid e Drysdale (2013).

Existem três tipos de ensaios para determinar a resistência à tração: o de tração direta, o de tração na flexão e o de tração indireta. O ensaio de tração direta, apesar de ser o mais característico, é de difícil execução. O de tração na flexão se baseia na teoria da resistência dos materiais e costuma levar a resultados majorados de resistência. Esses dois métodos tendem a apresentar coeficiente de variação elevado, por isso a utilização corrente do ensaio de tração indireta, onde uma compressão transversal é aplicada e a resistência é medida por fendilhamento (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013).

A resistência ao cisalhamento das unidades é uma propriedade pouco utilizada e medida, e sua determinação, quando necessária, geralmente é feita de maneira indireta, com relações empíricas. Para componentes de concreto, a resistência máxima ao cisalhamento é em torno de 10% da sua resistência à compressão uniaxial, de acordo com os trabalhos de Wong *et al.* (2007) e Sonnenberg, Al-Mahaidi e Taplin (2003).

O módulo de elasticidade é uma propriedade fundamental dos materiais. Para blocos de concreto, é possível utilizar a fórmula do módulo de elasticidade secante do concreto, assim como feito em Mohamad (1998). A ABNT NBR 6118:2023 apresenta a seguinte equação:

$$E_{CS} = \alpha_i \cdot E_{Ci} , \quad (2.1)$$

onde

$$E_{Ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} , \quad (2.2)$$

sendo α_E igual a 1,2 para agregado de basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaiss, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito. Por fim,

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 . \quad (2.3)$$

De maneira experimental, o módulo de elasticidade será determinado junto ao ensaio de resistência à compressão da ABNT NBR 12118:2013 e ABNT NBR 15270-2:2023, para blocos de concreto e cerâmicos respectivamente.

Na fase elástica linear, pode-se usar a fórmula que relaciona o módulo de cisalhamento ao módulo de elasticidade, através do coeficiente de Poisson, como em Gere e Goodno (2019):

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} . \quad (2.4)$$

O coeficiente de Poisson, por sua vez, pode ser adotado conforme a ABNT NBR 16868-1:2020: $\nu = 0,20$, para blocos de concreto, e $\nu = 0,15$, para blocos cerâmicos.

2.1.3.2 Juntas

O termo "junta" no contexto de alvenaria tem três significados, de acordo com a Brick Industry Association (1999):

- Junta estrutural (ou amarração): Método pelo qual as unidades de alvenaria são interligadas, fazendo com que se comporte como um único elemento.
- Junta de assentamento (ou argamassa de assentamento): Elemento que liga as unidades básicas da alvenaria, verticalmente e horizontalmente, geralmente feita de argamassa, por sua propriedade adesiva.
- Padrão da junta: O padrão formado pelas unidades de alvenaria e as juntas de argamassa na face de uma parede. O padrão pode resultar do tipo de ligação estrutural usado ou pode ser puramente decorativo, sem relação com a ligação estrutural.

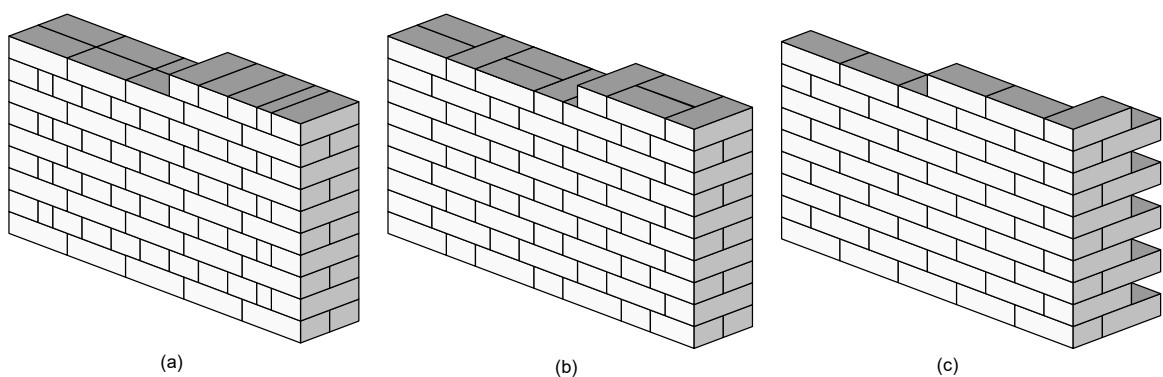
As juntas são as regiões mais frágeis da alvenaria. Desse modo, são também as partes mais importantes, pois são responsáveis pela integridade da alvenaria e por seu modo de falha (Shadlou; Ahmadi; Kashani, 2020).

A "amarração" pode se referir à amarração no plano da parede ou entre paredes. A amarração direta no plano da parede diz respeito à disposição desencontrada dos blocos ou tijolos ao longo do comprimento da parede, ou de acordo com a ABNT NBR 16868-1:2020, ao "padrão de distribuição dos blocos ou tijolos no plano da parede, no qual as juntas verticais se defasam em no mínimo 9 cm e no mínimo 1/4 do comprimento dos blocos ou tijolos". Nesse contexto, são 3 os principais tipos de amarração (Brick Industry Association, 1999; Lourenço, 2014):

- Ajuste inglês: São alternadas fiadas com os blocos na horizontal e fiadas com os blocos paralelos ao comprimento da parede. Usada em alvenaria de 1 vez (espessura da parede é o comprimento do bloco)
- Ajuste flamengo: Em cada fiada são alternados blocos na horizontal e paralelos. Usada em alvenaria de 1 vez.
- Ajuste corrente: Todos os blocos estão na horizontal, com o comprimento da unidade na direção do comprimento da parede. Usada em alvenaria a facão, também chamada de cutelo ou de meia vez (espessura da parede é a espessura do bloco).

Quando a alvenaria não é amarrada, chama-se de junta a prumo. A Figura 1 mostra os padrões de junta definidos.

Figura 1 – Padrões de junta. (a) Ajuste inglês; (b) Ajuste flamengo; (c) Ajuste corrente.



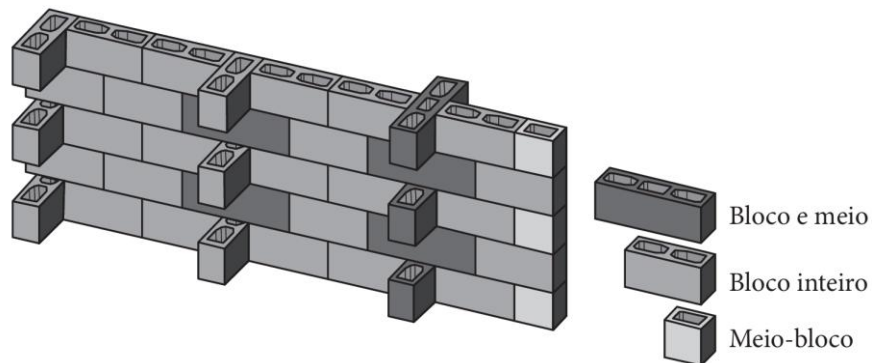
Fonte: Autoria própria (2025)

A amarração entre paredes, ou só "amarração", é o padrão de ligação de paredes, que é fundamental pois ajuda a distribuir as cargas verticais ao longo da altura do edifício (Parsekian; Medeiros, 2022). Os tipos de amarração entre paredes são:

- Amarração direta: Há intertravamento de blocos, com a interpenetração alternada das fiadas de uma parede na outra.
- Amarração indireta: A ligação é com junta vertical a prumo. Neste caso, a ligação é dada pelo atravessamento de armaduras.

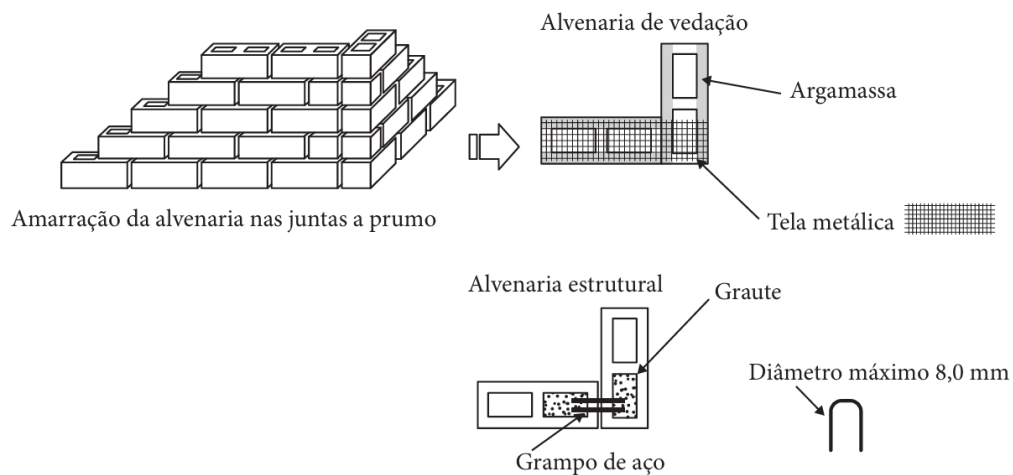
É possível ver pelas Figuras 2 e 3 a diferença entre a amarração direta e a indireta.

Figura 2 – Amarração direta da alvenaria.



Fonte: Parsekian e Medeiros (2022)

Figura 3 – Amarração indireta da alvenaria.



Fonte: Parsekian e Medeiros (2022)

Uma carga vertical localizada dispersa-se pela altura da parede segundo um dado ângulo. A ABNT NBR 16868-1:2020 prescreve esse ângulo como 45°. Em cantos e bordas a carga é distribuída de uma parede à outra, segundo o mesmo ângulo se houver amarração (principalmente a direta), porém há interrupção caso contrário (Ramalho; Corrêa, 2004).

A junta de assentamento, também chamada de argamassa de assentamento ou junta de argamassa, é o componente que liga as unidades básicas da alvenaria, verticalmente e horizontalmente, geralmente feita de argamassa, devido sua propriedade adesiva, conceito dado pela ABNT NBR 16868-1:2020. Historicamente, os tipos mais comuns de argamassas são as de argila, betume, calcário, cal e cimento. Quando a argamassa possui cimento e cal, é chamada de mista (Bastos, 2021; Lourenço, 2014). Uma mistura usual é a argamassa de cimento, cal e areia. O cimento serve para dar resistência ao material, a cal para ajudar na trabalhabilidade e a areia para diminuir o custo e atenuar a retração (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013).

As principais funções da argamassa são transmitir e uniformizar as tensões entre as unidades de alvenaria, absorver pequenas deformações e prevenir a entrada de água e de vento nas edificações. Essas funções dependem de certas características da argamassa, como a trabalhabilidade, a resistência, a plasticidade e a durabilidade. Destas, a mais importante estruturalmente é a plasticidade, pois é ela que faz a argamassa uniformizar as tensões de uma unidade para outra (Ramalho; Corrêa, 2004).

Parsekian, Hamid e Drysdale (2013) trazem alguns traços comuns de argamassa e suas principais características, descritos na Tabela 1.

Tabela 1 – Alguns traços, resistência à compressão e uso de argamassas de cimento, cal e areia.

Traço (cimento: cal: areia) em volume	Resistência à compressão esperada aos 7 dias (MPa)	Resistência à compressão esperada aos 28 dias (MPa)	Uso recomendado
1:0,25:2,5	9 a 11	14 a 17,5	Argamassa de alta resistência e, consequentemente, baixa deformabilidade, recomendada apenas para alvenaria de resistência muito elevada (blocos acima de 20 MPa). Pode eventualmente ser necessária para elementos enterrados e ambientes muito agressivos com presença de sulfatos.
1:0,5:3,5 a 4,5	5 a 7,5	8,5 a 12,5	Uso geral em elementos em contato com o solo e os que estão sujeitos a ações laterais predominantes.
1:1:4,5 a 6,0	2 a 3	3,5 a 5	Resistência à compressão moderada e boa deformabilidade. Recomendada para alvenarias não enterradas de resistência à compressão média e ação lateral não predominante (blocos de até 6,0 MPa).
Fonte: Parsekian, Hamid e Drysdale (2013)			

Nas juntas ocorre o confinamento, que é um fenômeno importante para entender o comportamento da alvenaria. O confinamento da junta de assentamento é a configuração onde a junta é comprimida nos dois sentidos, verticalmente pelas unidades, e horizontalmente. A compressão horizontal ocorre pois o módulo de elasticidade da argamassa é geralmente inferior ao do bloco (ou tijolo), porém as deformações horizontais, geradas pelo efeito de Poisson, são contidas pela aderência da argamassa com as paredes da unidade (Bastos, 2021).

Sabe-se que o confinamento diminui a probabilidade de ruptura da argamassa, e conhece-se também que quanto maior a espessura da junta, menor o efeito do confinamento, porque a aderência bloco-argamassa passa a não conseguir restringir suficientemente as deformações horizontais. Desse modo, o aumento da espessura da junta horizontal diminui a resistência da parede, o que foi comprovado pelo estudo de Francis de 1971 (Ramalho; Corrêa, 2004). Se a espessura da junta horizontal for muito pequena, as unidades se tocam gerando concentração de tensões, por isso a ABNT NBR 16868-1:2020 cita uma espessura padrão de 10 mm para as juntas de assentamento (Bastos, 2021).

A resistência à compressão da argamassa não é tão importante para a resistência à compressão da alvenaria, porém influi de maneira significativa nos mecanismos de falha ligados à interface argamassa-unidade. Para se obter esse parâmetro é realizado o ensaio de resistência à compressão, segundo a ABNT NBR 13279:2005, feito em um corpo de prova cúbico de 4 cm.

Juste (2001) apresenta duas relações empíricas entre o módulo de elasticidade da argamassa E_a e sua resistência à compressão (f_a), sendo elas:

$$E_a = 1000f_a , \quad (2.5)$$

e

$$E_a = 0,0428 \cdot \gamma_a^{1,5} \sqrt{f_a} , \quad (2.6)$$

onde γ_a é a massa unitária da argamassa em kg/m³. A BS EN 1015-11 pode ser utilizada para determinação experimental do módulo de elasticidade da argamassa, ou equivalentemente a própria NBR 13279 (Marques *et al.*, 2020).

A equação (2.4) também pode ser usada para encontrar o módulo de cisalhamento da argamassa. O coeficiente de Poisson, no entanto, difere do que é comum para o concreto. Mohamad *et al.* (2015) apresenta na Tabela 2 valores padrões, baseados em resultados experimentais, de coeficientes de Poisson para diferentes traços de argamassa e tensões laterais, tanto para tensões de compressão iniciais, *i.e.*, na fase elástica (até 30% da tensão de ruptura), quanto perto da tensão de ruptura.

Tabela 2 – Coeficientes de Poisson de argamassas confinadas.

Traço (cimento: cal: areia) em volume	Tensão lateral (N/mm ²)	Coeficiente de Poisson	
		Tensão inicial	Tensão máxima
1:0,25:3	0, 0,5, 1	0,20	0,20
	2,5	0,10	0,10
1:0,5:4,5	0	0,10	0,14
	1	0,13	0,17
	2,5	0,09	0,24
1:1:6	0	0,10	0,37
	0,5	0,07	0,11
	2,5	0,05	0,09
	4	0,02	0,09
	0	0,17	0,14
1:2:9	0,5	0,04	0,17
	1	0,05	0,07
Fonte: Mohamad <i>et al.</i> (2015)			

2.1.3.3 Armação

As armaduras são utilizadas na alvenaria para resistir a esforços solicitantes. Quando esta é passiva, chama-se o elemento de alvenaria armada, quando ativa, alvenaria protendida, definição da ABNT NBR 16868-1:2020. O aço, principalmente o passivo, é escolhido mais especificamente quando é preciso conferir ductibilidade à estrutura ou aumentar a esbeltez do elemento. Os tipos mais comuns de armaduras são as barras de aço e as armaduras de juntas, existindo ainda conectores e cabos de protensão. As barras mais usuais são as mesmas do concreto armado, sendo a

mais corriqueira a de aço CA-50 (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013; Ramalho; Corrêa, 2004).

Algumas propriedades importantes da armadura no contexto da modelagem em elementos finitos da alvenaria estrutural são o módulo de elasticidade, a densidade, o coeficiente de dilatação térmica e o coeficiente de Poisson. Quando não se tem acesso aos valores de ensaio, pode-se adotar 210 GPa para o módulo de elasticidade da armadura de alvenaria (Parsekian; Medeiros, 2022). A TMS 402/602-22 recomenda o uso de 193 GPa caso seja aço protendido, para critérios de dimensionamento. A ABNT NBR 6118:2023 indica 7850 kg/m³ para a densidade do aço, tanto para armadura passiva quanto ativa, assim como indica $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ como coeficiente de dilatação térmica do aço. Já para o coeficiente de Poisson, em consonância com as normas internacionais, a ABNT NBR 8800:2024 apresenta o valor de $\nu = 0,3$.

2.1.3.4 Graute

O graute é um material cimentício fluido utilizado para preencher espaços vazios da alvenaria. Essa definição, da ABNT NBR 16868-1, não define o graute como um concreto, ou seja, ele pode ter agregado graúdo ou não. Pode-se ainda adicionar cal, aumentando a fluidez e a plasticidade, diminuindo a retração e a possibilidade de segregação. A elevada relação água/cimento e o *slump* alto são importantes pois os furos das unidades vazadas são pequenos, o que pode causar vazios, e absorvem água muito rápido, baixando a relação água/cimento (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013).

A função do graute é solidarizar as armaduras à alvenaria e aumentar a capacidade resistente do elemento por meio do aumento da área da seção transversal das unidades. Quando o graute está completamente aderido ao bloco, e eventualmente à armadura, esse conjunto é considerado monolítico, ou seja, trabalha como uma peça única (ABNT, 2020a; Ramalho; Corrêa, 2004).

Como as propriedades do graute são parecidas com a do bloco de concreto e eles formam um conjunto monolítico, pode-se considerar que o graute nada mais faz do que aumentar a área líquida da unidade. Ou seja, as propriedades do conjunto bloco-graute serão, através dessa hipótese, uma extensão das propriedades do bloco, apenas aumentando a área considerada no cálculo dos valores.

Apesar da cerâmica e do graute rígido não serem materiais análogos, estudos experimentais indicam que considerar o emprego do graute como um aumento da área líquida do bloco cerâmico, assim como é no caso do bloco de concreto, é uma boa aproximação da relação bloco-graute (Ramalho; Corrêa, 2004). Logo, as propriedades mecânicas do bloco-graute, como módulo de elasticidade, resistência à compressão etc., podem ser consideradas como as mesmas do bloco calculadas na área líquida.

A resistência à compressão do graute deve receber uma atenção especial, pois precisa estar entre 15 MPa e 150% da resistência do bloco na área líquida. Se menor do que 15 MPa, não é possível garantir a aderência do graute com a armadura, porém não se verifica vantagem de resistência se a resistência do graute for muito maior do que a do bloco, por isso o limite de 150% (Parsekian; Medeiros, 2022).

2.1.4 Propriedade Básicas da Alvenaria

2.1.4.1 Resistência à Compressão da Alvenaria

Até recentemente, com a introdução de métodos numéricos para analisar as estruturas, a resistência à compressão longitudinal da alvenaria era o único parâmetro que recebia devida atenção (Lourenço, 2014). A resistência à compressão do elemento é diretamente proporcional à resistência à compressão da unidade, e o quociente dessas resistências é chamado de eficiência, variando com a forma, material e até mesmo com a resistência dos blocos (Ramalho; Corrêa, 2004).

A espessura da junta influi diretamente na resistência à compressão da parede, devido ao efeito do confinamento. Conforme Sahlin (1971 *apud* Ramalho; Corrêa, 2004), um aumento de 0,3 cm na espessura da junta diminui em 15% a resistência à compressão da parede. Por outro lado, a resistência da argamassa pouco intervém na resistência da alvenaria, *i.e.*, um aumento na resistência da argamassa produz um aumento não significativo na da parede. Na verdade, argamassas exageradamente resistentes podem até reduzir a resistência da parede.

Por outro lado, o graute aumenta a resistência da alvenaria onde é aplicado. Isso ocorre pois o bloco com graute tem resistência à compressão maior do que o bloco normal, já que representa um aumento na área líquida do componente.

Existem várias maneiras de obter a resistência à compressão de um elemento de alvenaria. A ABNT NBR 16868-1:2020 afirma que a resistência à compressão simples da alvenaria deve, ordinariamente, ser determinada pelo ensaio de parede, especificado na ABNT NBR 16868-3. Outro método, até mais utilizado, é o ensaio de prisma. Um prisma é um elemento de alvenaria formado pela superposição de blocos ou tijolos. O ensaio de prisma, também presente na ABNT NBR 16868-3, dá uma boa estimativa da resistência da alvenaria, porém precisa ser ajustado com um coeficiente, dependente do tipo de unidade. A ABNT NBR 16868-3:2020 apresenta os seguintes coeficientes:

- Bloco de 190 mm: 70% da resistência característica de compressão simples de prisma
- Tijolos: 60% da resistência característica de compressão simples de prisma

Já a ASTM C1342-22, indicada pela TMS 402/602-22, chama esse coeficiente de fator de correlação, e permite encontrá-lo, de maneira mais precisa do que na norma brasileira, através da sua relação com o quociente da altura do prisma pela sua espessura (h_p/t_p), presente na Tabela 3.

Tabela 3 – Fatores de correção altura por espessura para resistência à compressão de prismas de alvenaria.

h_p/t_p	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0
Fator de correlação	0,83	0,93	0,96	0,98	1,0	1,04	1,07	1,15	1,22

Fonte: The Masonry Society (2022)

Passando para as fórmulas, o Eurocode 6 (EN 1996-1-1:2005) apresenta uma relação entre a resistência à compressão da alvenaria (f'_k) e as resistências à compressão da unidade (f_b) e da argamassa (f_m), dada em conjunto com constantes não definidas K , α e β .

$$f'_k = K f_b^\alpha f_m^\beta. \quad (2.7)$$

Kaushik, Rai e Jain (2007), a partir de uma série de testes de outros pesquisadores, chegaram em $k = 0,63$, $\alpha = 0,49$ e $\beta = 0,32$.

2.1.4.2 Resistência à Tração da Alvenaria

A resistência à ruptura por tração na interface junta-bloco governa a resistência à flexão simples de alvenarias não armadas, já que ela é significativamente menor do que a resistência à compressão. Lembrando que a alvenaria é ortotrópica, com juntas verticais e horizontais, que podem ter características diferentes, portanto de maneira ideal devem ser definidas duas resistências à tração, uma perpendicular à fiada e outra paralela (Parsekian; Medeiros, 2022).

A ABNT NBR 16868-1:2020 apresenta na Tabela 4 alguns valores empíricos para a resistência, dependentes da resistência média à compressão da argamassa.

Tabela 4 – Valores característicos da resistência à tração na flexão - f_{tk} .

Resistência média a compressão da argamassa	f_{tk} (Mpa)	
	Direção da tração perpendicular à fiada	Direção da tração paralela à fiada
Entre 1,5 e 3,4 MPa	0,10	0,20
Entre 3,5 e 7,0 Mpa	0,20	0,40
Acima de 7,0 MPa	0,25	0,50

Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas (2020a)

Valores mais precisos são extraídos do ensaio de resistência à tração na flexão de prismas, que no Brasil é normatizado pela ABNT NBR 16868-3:2020.

2.1.4.3 Resistência ao Cisalhamento da Alvenaria

Pode-se utilizar o critério de Coulomb para achar a resistência ao cisalhamento nas juntas da alvenaria. Desse modo, $f_{vk} = \tau_0 + \mu\sigma_0$ onde τ_0 é a aderência inicial, ou coesão, μ o coeficiente de atrito e σ_0 é a tensão de pré-compressão, calculada considerando as ações permanente (Parsekian; Medeiros, 2022). De acordo com a ABNT NBR 16868-1:2020, no caso de alvenaria protendida, a força de protensão entra no cálculo da tensão de pré-compressão.

Para argamassas tradicionais, sem adições ou aditivos, a ABNT NBR 16868-1:2020 determina o valor padrão do coeficiente de atrito como $\mu = 0,5$, e dá a aderência inicial de acordo com a resistência média de compressão da argamassa (MPa):

- 1,5 a 3,4: $\tau_0 = 0,1$;
- 3,5 a 7,0: $\tau_0 = 0,15$;
- Acima de 7,0: $\tau_0 = 0,35$.

O parâmetro pode ser determinado também pelo ensaio de cisalhamento direto, presente em normas estrangeiras, como a BS EN 1052-3.

Existe paralelamente o fenômeno da dilatância da interface em cisalhamento, descrito pelo ângulo de dilatância (ψ), que é o aumento do volume da argamassa quando solicitada tangencialmente. Para baixas tensões de confinamento, $\tan \psi$ varia de 0,2 a 0,7 (Silva, 2020). Quanto maior for ψ , maior sua resistência, do que se sugere adotar $\tan \psi = 0,2$ quando não se conhece seu valor.

2.1.4.4 Rigidez à Flexão da Alvenaria

De acordo com a ABNT NBR 16868-1:2020, o módulo de deformação longitudinal da alvenaria pode ser encontrado pela sua relação com a resistência à compressão do prisma (f_{pk}). Para blocos ou tijolos cerâmicos, $E_a = 600 \cdot f_{pk}$. Para blocos de concreto:

- $E_a = 800 \cdot f_{pk}$, se $f_{pk} \leq 20 \text{ MPa}$;
- $E_a = 750 \cdot f_{pk}$, se $f_{pk} = 22 \text{ e } 24 \text{ MPa}$;
- $E_a = 700 \cdot f_{pk}$, se $f_{pk} \geq 26 \text{ MPa}$.

Experimentalmente, o módulo de elasticidade é tomado como o módulo de deformação secante obtido no ensaio para determinação da resistência à compressão de paredes da ABNT NBR 16868-3, 2020, calculado no intervalo de 5% a 30% da tensão de ruptura.

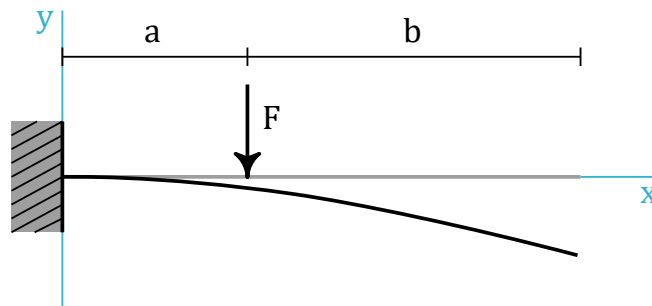
De maneira não ortodoxa e para intervalos de tensão nos quais o material apresenta comportamento elástico linear, é possível obter o módulo de elasticidade pelas equações de linha elástica quando se tem a deformação em função da força

aplicada em um elemento de alvenaria longilíneo, próximo ao comportamento de uma viga (Parsekian, 2002). Para um elemento engastado-livre com uma força concentrada, tem-se (Shigley; Budynas; Nisbett, 2015).

$$y_{AB} = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3a) \text{ e } y_{BC} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3x). \quad (2.8)$$

A Figura 4 ilustra a linha elástica resultante.

Figura 4 – Linha elástica de viga engastada-livre com carga concentrada.



Fonte: Shingley, Budynas e Nisbett (2015), adaptado

A outra parte da rigidez à flexão do elemento, o momento de inércia de área, é influenciado pelas interações entre as paredes, ou seja, se consideramos ou não a aba. A aba (ou flange) de uma parede é uma outra parede ligada transversalmente a ela. Quando há solidarização entre as elas, a aba atua como um enrijecedor, ou seja, melhora sua rigidez fora do plano (Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013; Ramalho; Corrêa, 2004). Isso ocorre porque o momento atuante passa a ser "combatido" pela aba, então é possível considerar essa aba no cálculo do momento de inércia da parede (Parsekian; Medeiros, 2022). Paredes ligadas sem amarração não se solidarizam, e, portanto, não há influência na rigidez do elemento. A ligação que proporciona melhor solidarização é a amarração direta.

2.1.5 Tensão-Deformação de Materiais Quase-Frágeis

Apesar do concreto, argamassa, rochas e cerâmicas - principais matérias-primas das alvenarias - geralmente serem descritos como materiais frágeis, seus comportamentos na verdade são quase-frágeis, ou seja, após a tensão máxima, tanto de compressão quanto de tração, há uma degradação gradual da resistência, caracterizada pelo decréscimo de tensão, fase chamada de amolecimento, parecida

com a estricção dos materiais dúcteis (Shah; Swartz; Ouyang, 1995 *apud* Nardi, 2024). Segundo Parsekian, Hamid e Drysdale (2013), “o rompimento repentino próximo ao pico de tensão é geralmente resultado da falta de possibilidade de controle do equipamento de ensaios, e não uma característica do material”. Essa não-linearidade física ocorre devido ao aumento das microfissuras, principalmente na Zona de Processo de Fratura (ZPF), região na vizinhança da ponta de trinca (*crack tip*), que, no entanto, não causa a ruptura imediata, pois são materiais heterogêneos (Hu *et al.*, 2022; Hordijk, 1991).

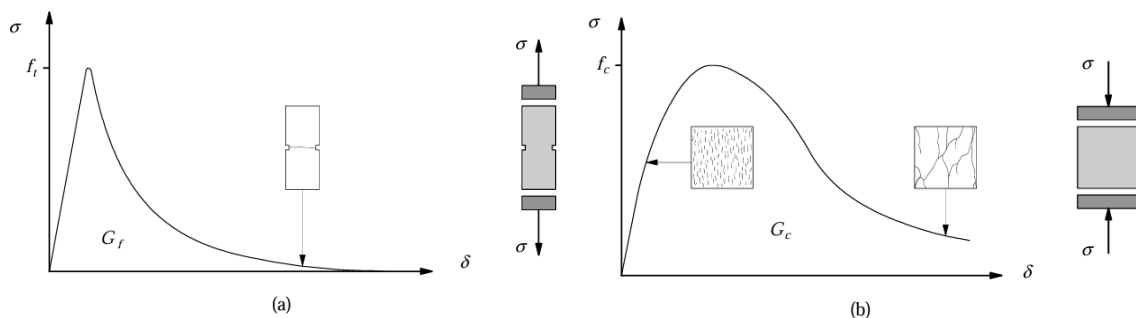
Por falta de tradução direta do termo *crack*, o presente estudo utilizará “trinca” para se referir a qualquer descontinuidade, separação, em um material, seja por abertura ou deslizamento, estando incluída nesta definição fissuras.

Segundo Rodrigues (2011), o diagrama de tensão-deformação de materiais quase-frágeis apresenta três fases distintas:

- Fase elástica-linear: As tensões são diretamente proporcionais às deformações, obedecendo à lei de Hooke;
- Endurecimento (*hardening*): As tensões aumentam com as deformações, porém de maneira não-linear, ou seja, tem-se deformações plásticas. O endurecimento indica um crescimento e evolução das microfissuras;
- Amolecimento (*softening*): Redução das tensões com o acréscimo das deformações, até a ruptura. Indica um crescimento acelerado das microfissuras e aparecimento de macro fissuras.

A Figura 5 ilustra as curvas de tensão-deformação à tração e à compressão para materiais quase-frágeis. Nota-se que na tração não há a fase de endurecimento.

Figura 5 – Tensão-deformação de materiais quase-frágeis. (a) Curva de tração; (b) curva de compressão.



Como alerta Hordijk (1991), não é correto o uso do termo “deformação normal” (*strain*), normalmente utilizado nas discussões da mecânica do contínuo, no eixo das abscissas nesse caso, pois o alongamento na fase de amolecimento é uma combinação da deformação normal e a abertura de macro fissuras. Logo, o correto é usar “deformação” (*deformation*).

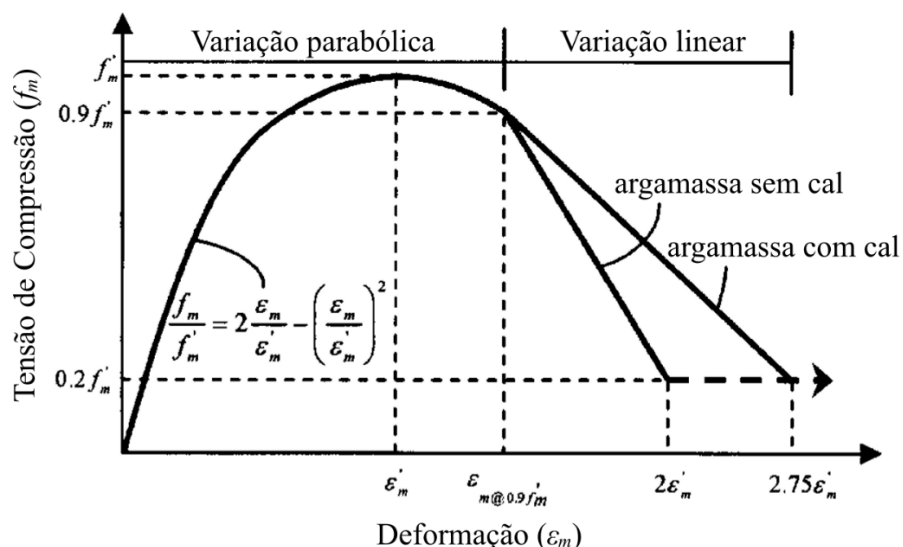
Usando dados experimentais e regressão linear, Kaushik, Rai e Jain (2007) propuseram um modelo analítico simples para obter a curva de tensão-deformação da alvenaria, baseando-se em pontos de controle bem definidos: (i) o ponto até o qual o material é aproximadamente elástico-linear; (ii) o ponto de tensão máxima; (iii) ponto a partir do qual as trincas se propagam expressivamente; (iv) ponto de máxima tensão de compressão residual.

A curva utilizada, até o ponto de controle (iii), é parabólica, expressa pela equação

$$\frac{f_m}{f'_m} = 2 \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon'_m} - \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon'_m} \right)^2, \quad (2.9)$$

onde f'_m é a resistência à compressão da alvenaria e ε'_m sua deformação. O ponto de controle (iii) ocorre em $0,9f'_m$. A partir dele, a curva pode ser simplificada como uma linha reta descendente até o ponto (iv), que em coordenadas é $(2\varepsilon'_m; 0,2f'_m)$, para alvenarias com juntas de argamassa sem cal, ou $(2,75\varepsilon'_m; 0,2f'_m)$, para argamassas com cal. A Figura 6 mostra a curva e suas características mais importantes.

Figura 6 – Curva teórica tensão-deformação da alvenaria.



Para achar ε'_m pode-se utilizar o fato de que a curva expressa por (3) deve passar pelo ponto (i), que é $(\varepsilon'_{m,0,33}; 0,33f'_m)$. Como até esse ponto o material é aproximadamente linear, $\varepsilon'_{m,0,33} = \frac{0,33f'_m}{E_a}$, onde E_a é o módulo de elasticidade da alvenaria. Substituindo ε_m e f_m por $\varepsilon'_{m,0,33}$ e $0,33f'_m$ em (2.X), implica que ε'_m é dada por

$$0,33\varepsilon_m'^2 - 0,66\frac{f'_m}{E_a}\varepsilon'_m + \left(\frac{0,33f'_m}{E_a}\right)^2 = 0. \quad (2.10)$$

2.1.6 Critério de Falha de Drucker-Prager

Os critérios de falha são métodos que utilizam as condições de falha do estado unidimensional para determinar o limite de resistência de um elemento no caso de tensões multidimensionais, seja por atingir: (i) tensão normal máxima; (ii) tensão de cisalhamento máxima; (iii) deformação normal máxima; (iv) deformação por cisalhamento máxima; (v) densidade de energia de deformação máxima. Considera-se falha quando o elemento escoar, pois atinge deformações excessivas, ou quando há ruptura, causando de fato uma quebra do material (Shame; Pitarresi, 2006).

Os elementos de alvenaria são ortotrópicos. Isso ocorre porque as juntas de argamassa agem como planos de fraqueza da alvenaria, o que a faz ter propriedades distintas nas diferentes direções. Desse modo, o comportamento da alvenaria não pode ser definido apenas por suas características sob o estado uniaxial de tensões. Para determinar a ruptura da alvenaria, o que existe, na verdade, é uma envoltória de resistência sob o estado biaxial de tensões, determinado ou pelos vetores das tensões ou pelas tensões principais (Lourenço, 2014). Análises simplificadas da alvenaria, utilizando macro modelos, devem considerar esse comportamento do elemento, já modelos mais detalhados caracterizam os materiais dos componentes e as interações. Na alvenaria armada, com barras de aço distribuídas ao longo da parede, o comportamento ortotrópico e de não linearidade física da parede é atenuado, podendo ser usadas, assim, técnicas de análise usuais ao concreto armado (Lourenço, 2014).

Um método comumente escolhido para os materiais da alvenaria foi proposto por Drucker e Prager em 1952, como uma generalização do modelo de Mohr-

Coulomb, e foi pensado inicialmente para rochas e solos (Alejano; Bobet, 2012). Em estudo realizado por Battelino (2021), concluiu-se que o modelo de Drucker-Prager apresenta em geral bons resultados para descrever componentes da alvenaria, com a vantagem de precisar de menor quantidade de dados. Apesar do *concrete damage model* (CDM) dar respostas melhores, ele pede como *input* uma extensa gama de informações, o que dificulta sua aplicação prática.

A partir do modelo de Mohr-Coulomb, Alejano e Bobet (2012) explicam que o critério de Drucker-Prager considera que a tensão de cisalhamento octaédrica, $\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}}J_2$, na falha, depende linearmente da tensão normal octaédrica, $\sigma_{oct} = \frac{1}{3}I_1$, o que equivale a afirmar que a tensão equivalente de Von Mises, $\mathbf{q}$, é linearmente proporcional à tensão normal média, $\mathbf{p}$, definidas por

$$\mathbf{p} = -\frac{I_1}{3} \quad (2.11)$$

e

$$\mathbf{q} = \sqrt{3J_2}, \quad (2.12)$$

onde J_2 é o segundo invariante do tensor tensão desviador e I_1 o primeiro invariante do tensor tensão, dados por

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.13)$$

e

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \quad (2.14)$$

onde σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões principais. Assim, o critério de Drucker-Prager pode ser expresso por

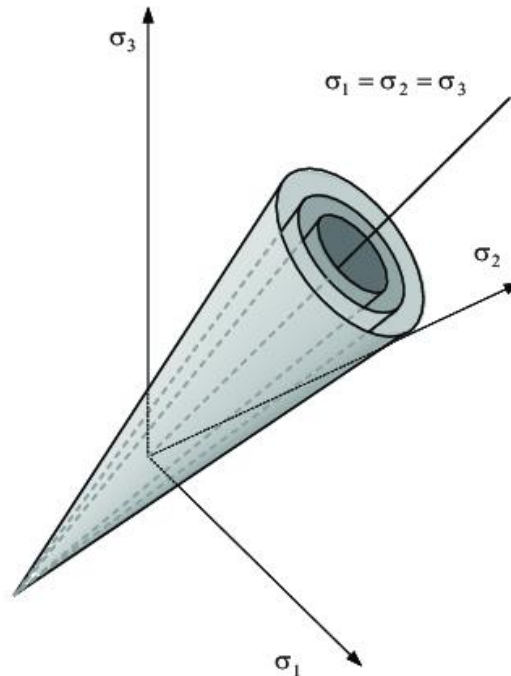
$$\sqrt{J_2} = \mu I_1 + k, \quad (2.15)$$

sendo μ um parâmetro relacionado ao ângulo de atrito interno e k um parâmetro relacionado à coesão do material (Lubarda; Mastilovic; Knap, 1996). A equação (2.15) equivale a

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \frac{\sqrt{3}\mu}{3}\mathbf{p} + \sqrt{3}k \\ \Rightarrow \mathbf{q} &= \lambda\mathbf{p} + j. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Isto produz uma superfície de escoamento em forma de cone, representada na Figura 7.

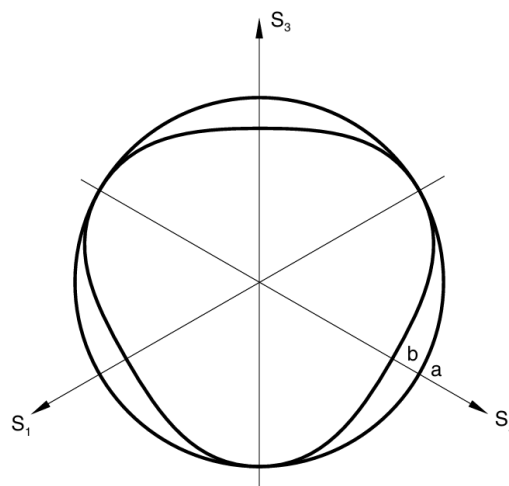
Figura 7 – Superfície de escoamento do critério de Drucker-Prager.



Fonte: Chaves (2006)

No Abaqus, é adicionado um fator de forma K no critério de Drucker-Prager, de modo que a base do cone possa ter outros formatos além do círculo (Dassault Systèmes, 2016), como ilustra a Figura 8.

Figura 8 – Base do cone no critério de falha de Drucker-Prager no Abaqus. Base (a) para $K = 1.0$ e base (b) para $K = 0.8$.



Fonte: Dassault Systèmes (2016)

Logo, tem-se a seguinte expressão para a superfície de escoamento:

$$F = t - p \tan \beta - d = 0$$

$$\Rightarrow t = \tan \beta p + d , \quad (2.17)$$

com

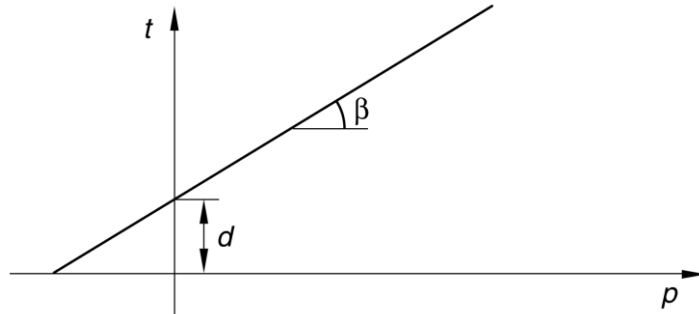
$$t = \frac{1}{2} q \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K} \right) \left(\frac{r}{q} \right)^3 \right] \quad (2.18)$$

e

$$d = \left(1 - \frac{1}{3} \tan \beta \right) \sigma_c . \quad (2.19)$$

O parâmetro σ_c é a tensão uniaxial de compressão de escoamento, r o terceiro invariante do tensor tensão desviador e β o ângulo de atrito do material (inclinação da superfície de escoamento no plano $p - t$). A Figura 9 mostra a superfície de escoamento no plano $p - t$.

Figura 9 – Critério de falha de Drucker-Prager linear no Abaqus.



Fonte: Dassault Systèmes (2016)

Nota-se que para $K = 1$, tem-se $q = t$, logo

$$q = \tan \beta p + d . \quad (2.20)$$

Comparando com a equação (2.16), observa-se que foi feito $\lambda = \tan \beta$ e $j = d$.

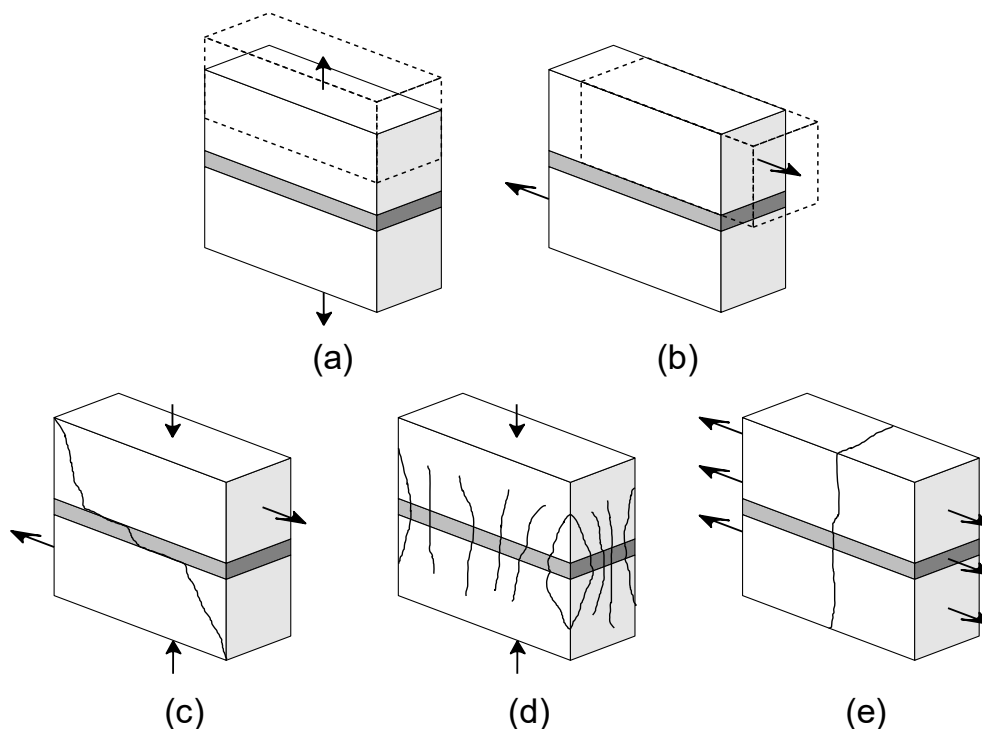
Ao longo do tempo, algumas modificações foram propostas ao modelo de Drucker-Prager. Dentre as principais, DiMaggio e Sandler (1971 *apud* Lubarda; Mastilovic; Knap, 1996) propuseram o *Drucker-Prager cap model*, que adiciona uma “tampa” ao modelo original, *i.e.*, inclui o critério de escoamento à compressão hidrostática. Outra modificação comum é a mudança da relação entre as tensões

principais no plano meridional, originalmente linear, mas que pode ser exponencial ou hiperbólica.

2.1.7 Modos de Ruptura da Alvenaria

Seguindo o que está em (Lourenço; Rots, 1997), Ghiassi e Milani (2019) apresentam os cinco mecanismos de falha básicos para conjuntos de dois blocos, representados na Figura 10: (a) Ruptura à tração na junta; (b) ruptura ao cisalhamento na junta; (c) trincas de tração diagonais nas unidades, que ocorre para tensões de compressão suficientes para ocasionar atrito nas juntas; (d) esmagamento da unidade por causa da expansão excessiva da junta de argamassa para valores muito altos de compressão; (e) trincas de tração na direção da tensão, tanto na unidade quanto na junta de argamassa. Os mecanismos (a) e (b) são governados pela junta, enquanto (e) pela unidade; (c) e (d) envolve os dois componentes (Lourenço; Rots, 1997).

Figura 10 – Mecanismos de falha para conjuntos de dois blocos.



Fonte: D'Altri *et al.* (2018), adaptado

2.2 Alvenaria Protendida

A alvenaria protendida é aquela na qual esforços internos de compressão são introduzidos para aliviar as tensões de tração produzidas pelas cargas aplicadas (The Masonry Society, 2022). Um breve histórico será apresentado no item 2.2.1, seguindo-se dos conceitos básicos para entender o sistema estrutural.

2.2.1 Resumo Histórico da Alvenaria Protendida

As tensões de tração são um constante problema ao longo da história da construção civil, sendo muitas as tentativas de evitá-la ou combatê-la. Dentre as alternativas estão as estruturas de materiais com boa resistência à tração (madeira, aço etc.), compósitos, como o concreto armado, e as estruturas de arco e antifuniculares (Todisco *et al.*, 2018).

Foi dessa necessidade que surgiu a protensão, que adiciona uma carga axial de compressão ao elemento para melhorar suas características de resistência, desempenho e durabilidade. A Inglaterra foi pioneira na protensão de alvenarias. Em 1825 a pós-tensão foi utilizada em paredes de um túnel que passava abaixo do Rio Tâmisa. Esses casos mais antigos utilizavam barras de ferro ou aço de baixa resistência. Só a partir da década de 50 é que se tem registros de alvenaria protendida com aços modernos, de alta resistência, e desde então o uso dessa alvenaria vem aumentando (Ganz, 1990; Phipps, 2000).

Normativamente, a alvenaria protendida aparece primeiro no código britânico de 1985, a BS 5628-2. A reboque, o Eurocode 6 de 1996 implementou uma seção para esse sistema que é quase idêntica à norma britânica, bem como as normas suíça e australiana, ambas de 1998. Nos Estados Unidos, apesar do sistema já ser utilizado anteriormente por empresas, ele só vem aparecer na TMS 402/602 de 1999, designada também por ACI 530, que desde então apresenta um capítulo dedicado à alvenaria protendida (Phipps, 2000). No Brasil, a ABNT NBR 15961-1:2011, posteriormente substituída pela ABNT NBR 16868-1, adicionou o Anexo B, focado em alvenaria protendida. Apesar disso, é raro encontrar registros de construções brasileiras em alvenaria protendida. De fato, no Brasil, possui essa característica

apenas algumas construções do Eladio Dieste, proeminente engenheiro uruguaio que trabalhou em países da América do Sul e na Espanha (Parsekian, 2002).

Na atualidade, a alvenaria protendida tem sido especialmente utilizada em construções de grande escala, como passarelas de alvenaria de pedra. Alguns exemplos notáveis são a passarela Inachus no Japão, a passarela de Hessenring, em Bad Homburg vor der Höhe, Alemanha, os arcos protendidos da Igreja Padre Pio em San Giovanni Rotondo, Itália, e o 'HyparGate', uma estrutura discreta em forma de parabolóide hiperbólico em Troyes, França. Talvez a mais importante construção em alvenaria protendida seja a finalização da Sagrada Família, em Barcelona. A empresa Arup, responsável pela obra, escolheu a solução pois deixaria a estrutura mais leve do que se feita com alvenaria tradicional ou concreto armado, o que alivia os esforços nas fundações (Arup, 2020; Todisco *et al.*, 2018).

2.2.2 Vantagens da Alvenaria Protendida

Dos textos de Biggs (2001) e Hendry (2004), é possível identificar as principais vantagens da alvenaria protendida. Talvez a mais notória seja a de que a compressão causada pela protensão aumenta a área da seção efetivamente resistente ao momento aplicado. Sem ela, apenas a área acima da linha neutra, comprimida, estaria resistindo ao momento. Porém, não menos importante estruturalmente é o fato da força de protensão ser acrescida na pré-compressão da alvenaria, desse modo aumentando sua resistência ao cisalhamento. Hendry (2004) apresenta um estudo comparando vigas de alvenaria protendida e armada que reforça essa afirmação. Ainda no âmbito estrutural, a protensão faz com que uma mesma variação de carga cause uma menor variação da deformação do aço, se comparada com a variação na alvenaria armada. Isso implica numa maior resistência à fadiga.

Além disso, a compressão ajuda no controle do aparecimento de trincas na unidade. Se bem determinada, a protensão possivelmente eliminará o aparecimento de trincas dentro do limite das cargas de serviço. Como há menos trincas, a alvenaria torna-se mais resistente à penetração de água. Já em termos de custos, a alvenaria protendida, em comparação com a alvenaria armada, usa menos groute e aço, porém o preço unitário da sua armadura é maior.

2.2.3 Aplicações da Alvenaria Protendida

Devido às suas características já previamente citadas, os materiais acadêmicos afirmam que a alvenaria protendida tem seu principal uso em estruturas cujo principal esforço é o de tração, como no caso de elementos com alta carga lateral (Phipps, 2000).

Um dos primeiros usos de alvenaria protendida foram os silos da Mallagh Luce & Partners, construídos entre 1952 e 1965 por todo o Reino Unido. A protensão foi feita de maneira não usual para os padrões atuais, em cabos de aço enrolados em torno do perímetro da estrutura, apertados um contra os outros e depois cobertos com concreto projetado. Isso se deve à crença, na época, que o método com macacos hidráulicos e ancoragem iria apresentar muitas perdas de protensão em uma estrutura circular (Parsekian, 2002; Wight, 2006)

São várias as edificações térreas construídas em alvenaria protendida, em especial a partir da década de 1980, sendo alguns exemplos o cinema de Wattmill, um dos anexos do Museu Alemão de Tecnologia e o Centro Comunitário Oak Tree Lane. Um caso curioso é o do *hall* de um salão do Exército da Salvação no Reino Unido, construído por W. G. Curtin and Partners por volta de 1982. Trata-se de uma parede diafragma em alvenaria protendida, dupla-aletada, com unidades cerâmicas na parede externa e blocos de concreto na parte interna. Interessante notar que, apesar da preocupação dos projetistas em achar empreiteiros capazes de realizar a obra, facilmente foram encontradas pequenas empresas dispostas a fazerem o trabalho, pois a execução é simples e similar aos procedimentos comuns de construção (Parsekian, 2002; Wight, 2006).

Outras aplicações importantes são os muros de arrimo, pilares de coberturas, tabuleiro de pontes (principalmente passarelas), vigas, grandes reservatórios de água e recuperação de prédios antigos (Parsekian, 2002; Wight, 2006).

2.2.4 Componentes da Alvenaria Protendida

Como dito no item 2.1.3.3, a diferença entre a alvenaria estrutural não armada e a protendida é o fato desta possuir armadura ativa, constituída de tendões (Parsekian, 2002). O tendão é a armadura protendida da alvenaria. Estes possuem resistências

superiores e baixa relaxação ao que se costuma notar em armaduras para concreto armado, não só com o intuito de resistir ao esforço de tração aplicado, como também para diminuir a perda de protensão por fluência e a perda pelos movimentos provenientes da variação de umidade na alvenaria (Phipps, 2000). Ele pode ser de dois tipos, barras ou cordoalhas, que são um conjunto torcido de fios de aço. Devido à dificuldade, e, portanto, ao custo, de se fazer emendas com cordoalhas, elas são mais restritas aos casos em que se tem acesso aos dois lados da alvenaria, como em vigas e painéis (Parsekian, 2002). Outra vantagem da barra é que ela consegue ficar "em pé", verticalmente, sem precisar de suportes laterais, o que facilita a execução da alvenaria (Phipps, 2000).

A protensão da alvenaria não depende do tipo material da unidade. Estes são escolhidos conforme a preponderância do material na região. A maior parte dos exemplos de construções, por virem da Europa, são de unidades cerâmicas e sílico-calcárias (Wight, 2006). Também não há necessidades especiais para a resistência à compressão dos blocos utilizados na alvenaria protendida quando comparados aos outros tipos de alvenaria estrutural. A faixa de resistência encontrada no mercado, de 4,5 a 20 MPa, é geralmente suficiente (Parsekian, 2002).

A alvenaria protendida é mais utilizada em casos nos quais há elevados esforços laterais, que exigem maior resistência ao cisalhamento e, assim, maior aderência da argamassa. Parsekian (2002) recomenda o traço 1:0,5:4,5 (cimento: cal: areia, em volume), que confere à argamassa alta resistência à compressão e elevada aderência. Apesar da resistência à compressão maior diminuir a capacidade da alvenaria em absorver deformações, isso não causa problemas à estrutura, porquanto os elementos protendidos correm menos risco de aparecimento de fissuras.

2.2.5 Métodos de Protensão na Alvenaria

São dois os métodos de protensão na alvenaria, semelhantemente ao concreto protendido (Hendry, 2004):

- Pré-tensão: Os tendões (cordoalhas ou barras) são tracionadas entre ancoragens. A alvenaria é preenchida com um material cimentício, geralmente graute, que envolve o tendão. Quando a alvenaria chega a uma resistência

suficiente, os tendões são lentamente liberados, comprimindo o preenchimento e consequentemente a alvenaria.

- Pós-tensão: Só após a alvenaria adquirir resistência adequada é que os tendões são tensionados e então presos por ancoragens externas. É um método mais fácil do que a pré-tensão.

A pós-tensão tem a vantagem de permitir a variação da excentricidade da protensão ao longo do comprimento da alvenaria. Isso permite, por exemplo, aplicar compressão apenas nas partes originalmente tracionadas das seções de uma viga de alvenaria.

Os tendões, assim como no concreto protendido, podem ser aderentes ou não aderentes. São aderentes aqueles que estão envoltos em um preenchimento da alvenaria, como o graute. Os tendões não aderentes, possíveis apenas nas alvenarias pós-tensionadas, não necessitam de graute, e as tensões são transmitidas pelas ancoragens nas extremidades do elemento, o que simplifica a execução. A vantagem é tal, que a alvenaria pós-tensionada não aderente só é preterida para peças pré-fabricadas ou quando há necessidade de aumentar a resistência da unidade, grauteando-a (Hendry, 2004; Parsekian, 2002).

2.2.6 Ancoragem e Contenção Lateral

Similarmente ao concreto protendido, os tipos de ancoragem são o de placa e rosca, usada para barras de protensão; placa e cunha, usada para cordoalhas; ancoragem fixa (ou morta), usada na face inferior; ancoragem reta (ou por aderência). Nesta última, o tendão é envolto pelo concreto da fundação, ficando fixo pela aderência quando com comprimento de ancoragem suficiente. É uma alternativa à ancoragem fixa, embora não seja recomendada por preocupações ligadas à fluência e resistência ao fogo (Biggs, 2001; Parsekian, 2002).

Outro aparato importante é a contenção lateral. Se o tendão não ficar centrado na parede, a excentricidade causará uma flexão adicional e ficará mais propensa à flambagem. Para evitar isso, principalmente em paredes altas, o deslocamento lateral do tendão é contido em pelo menos 3 pontos intermediários ao longo da altura da parede. A contenção lateral do tendão pode ser feita grauteando esses pontos intermediários. Outra possibilidade é prender na alvenaria chapas de aço com um furo

no meio, posicionadas no vazado da unidade, e fazer o tendão passar pelo furo (Parsekian, 2002).

2.2.7 Método Construtivo da Alvenaria Protendida com Barra e Torquímetro

A execução da alvenaria protendida muda se ela for aderente ou não, se pré-tensionada ou pós-tensionada, tipo de ancoragem, tipo de unidade, tipo de tendão etc. Segundo Parsekian (2002), esse é o processo construtivo de uma alvenaria protendida pós-tensionada, com barra e torquímetro:

1. O tendão, envolto em um tubo plástico, é posto na fundação;
2. As unidades são assentadas, colocando-se o tendão dentro dos furos;
3. Quando houver fiada com canaleta, inclusive a última fiada, a canaleta que fica em cima do tendão é previamente furada para poder passar a barra;
4. As emendas são feitas com uma luva metálica, protegida por manta asfáltica e papel alumínio;
5. Uma protensão parcial é feita com 3 dias da alvenaria construída;
6. A protensão total é feita com 7 dias, com torquímetro e indicadores de tração direta (ITDs), para medir a força de protensão;
7. Grauteia-se a ancoragem após a protensão.

2.3 Análise de Elementos Finitos em Alvenarias

O método numérico dos elementos finitos é um procedimento empregado para resolver equações diferenciais que governam modelos matemáticos de problemas físicos. Nele, as funções que definem espacialmente os objetos são discretizadas, formando pontos, chamados nós, e subdomínios, chamados elementos finitos. A malha é o conjunto desses nós e elementos (Bathe, 2014; Tekkaya; Soyarslan, 2014). Nesta seção será descrita as abordagens comumente usadas para modelar matematicamente as alvenarias e as estratégias adotadas para achar suas soluções com o método dos elementos finitos.

2.3.1 Estratégias de Modelagem das Juntas

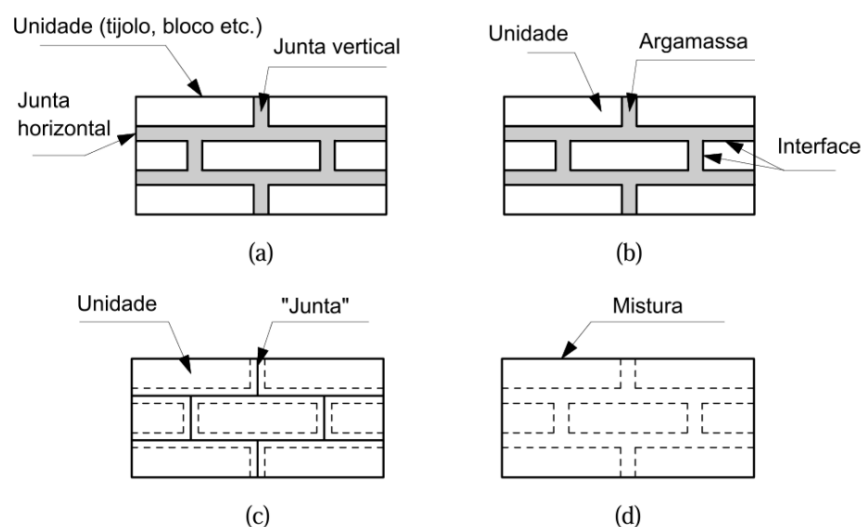
As juntas representam um desafio computacional para os modelos de elementos finitos. Ao mesmo tempo que são parte essencial no comportamento das alvenarias, sua implementação aumenta a complexidade do modelo, tornando-o inviável para certas aplicações. No item 2.3.1.1, são apresentados graus de detalhamento para essa representação de acordo com a necessidade do uso.

2.3.1.1 Micro e Macro Modelos

Uma parede de alvenaria pode ser representada em certos níveis de abstração. De acordo com Lourenço (1996), como ilustrado na Figura 11, normalmente são usadas três estratégias de modelagem, dependendo do nível de precisão desejada:

- Micro modelagem detalhada: A alvenaria e a argamassa são representadas separadamente, em elementos descontínuos;
- Micro modelagem simplificada: A alvenaria e a argamassa ao seu redor são representadas em conjunto, em elementos contínuos;
- Macro modelagem: Toda a parede é considerada como um só elemento contínuo.

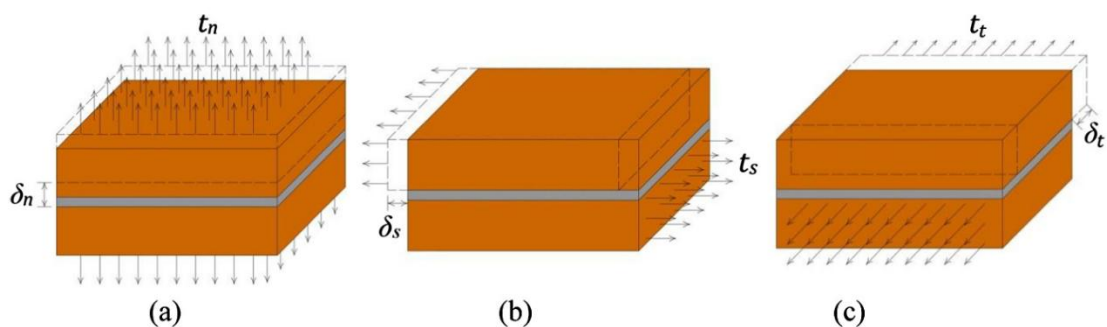
Figura 11 – Estratégias de modelagem. (a) Alvenaria; (b) micro modelagem detalhada; (c) micro modelagem simplificada; (d) macro modelagem.



Os modelos variam em precisão e potência computacional requerida, tendo cada um deles suas aplicações. As micro modelagens são utilizadas para analisar estruturas de alvenaria localmente, enquanto a macro modelagem é recomendada para análises globais ou para paredes sólidas de dimensões suficientemente grandes, devido ao tempo de processamento menor.

Para sua utilização fazer sentido, uma micro modelagem precisa incluir pelo menos os mecanismos de falha básicos de uma alvenaria. Desses mecanismos, os referentes às juntas, representados na Figura 12, são: (i) ruptura normal da junta; (ii) cisalhamento/deslizamento das juntas (Abdulla; Cunningham; Gillie, 2017). Estas fraturas podem ocorrer tanto nas juntas verticais como nas horizontais, nas duas direções.

Figura 12 – Mecanismos de falha nas juntas. (a) Ruptura normal da junta; (b) e (c) deslizamento da junta.



Fonte: Abdulla, Cunningham e Gillie (2017)

Segundo resultados de Rots (1991), foi demonstrado que a micro modelagem simplificada é capaz de simular a propagação de fraturas ao longo das juntas verticais e horizontais, bem como ao longo da alvenaria. No entanto, é inevitável uma perda de precisão em comparação à micro modelagem detalhada, uma vez que a deformação transversal da alvenaria, medida pelo coeficiente de Poisson, não está contida no modelo (Lourenço, 1996).

2.3.1.2 Homogeneização das Grandezas

Como as unidades no micro modelo simplificado são uma mescla da alvenaria com a argamassa, é necessário encontrar o módulo de elasticidade e a densidade

equivalentes da unidade. Para o módulo de elasticidade, Atamturktur e Boothby (2007) propõem a seguinte relação:

$$E_{ef} = \left(\frac{\frac{C_a}{C}}{E_a} + \frac{\frac{C_b}{C}}{E_b} \right)^{-1}, \quad (2.21)$$

onde C_a é o comprimento da argamassa, C_b o comprimento do bloco de alvenaria, C o comprimento total, E_a o módulo de elasticidade da argamassa e E_b o módulo de elasticidade da alvenaria.

Alternativamente, Abdulla, Cunningham e Gillie (2017) propõem:

$$E_{ef} = \frac{HE_bE_a}{nh_bE_a + (n-1)h_aE_b}, \quad (2.22)$$

onde n é quantidade de fiadas de blocos e h representa espessura, com H sendo a altura total. Para a densidade tem-se, através de Atamturktur e Li (2014):

$$\rho_{ef} = \frac{\rho_b L_b h_b + \rho_a (LH - L_b h_b)}{LH}, \quad (2.23)$$

sendo ρ densidade e L a largura (comprimento horizontal). O L_b é a largura de bloco através de todo o comprimento da parede, e h_b a altura de bloco através de toda a altura da parede.

A rigidez da junta também precisa ser ajustada para representar fielmente as falhas nesta região, de modo que a junta na micro modelagem simplificada, de espessura zero, seja equivalente à rigidez original das juntas sob as mesmas condições de contorno (Lourenço, 1996; Abdulla; Cunningham; Gillie, 2017). De Dassault Systèmes (2016), a rigidez de uma junta pode ser encontrada por $K = \frac{E}{T}$, ou $K = \frac{G}{T}$, onde E é o módulo de elasticidade, G o módulo de elasticidade ao cisalhamento e T a espessura da junta. Observa-se que E não é nem E_a , que é o módulo de elasticidade da junta original de argamassa, nem E_{ef} , que é o módulo de elasticidade da unidade expandida bloco-junta, mas um outro parâmetro, que está definido implicitamente na equação (2.24). Jan Rots, em CUR (1994 *apud* Lourenço, 1996), assume juntas a prumo para apresentar as seguintes equações:

$$k_n = \frac{E_b E_a}{h_a (E_b - E_a)} \quad (2.24)$$

e

$$k_s = k_t = \frac{G_b G_a}{h_a (G_b - G_a)} , \quad (2.25)$$

onde h_a é a espessura real da junta, k_n a rigidez da junta na direção normal e k_s e k_t as rigidezes nas duas direções de cisalhamento.

2.3.2 Modelo de Dano na Interface e na Alvenaria

Um modelo de interações coesivas é descrito por duas fases distintas: uma pré-dano e outra pós-dano, cada uma com sua matriz de rigidez. Antes do dano, a matriz $[K]$ pode ser considerada constante, caracterizando uma relação linear entre as tensões e o deslocamento. Já após o dano, tem-se $[(1 - D(\delta))K]$, que representa, através de uma variável $D(\delta)$, a degradação da rigidez por causa das trincas. É necessário ainda informar em que ponto há a mudança de uma matriz para a outra, isto é, o momento em que o dano inicia.

O estudo do comportamento das trincas começa com os trabalhos de Griffith (1921), que inaugura o método da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), no qual, a partir do tamanho e formato de uma trinca, pode-se achar a tensão necessária para a indução da fratura (Mouritz, 2012). No entanto, essa proposta não apresenta resultados precisos na Zona de Processo de Fratura. Para estudar situações nas quais trincas individuais têm influência significativa no comportamento estrutural como um todo e casos em que a ZPF é grande em relação ao comprimento da trinca, foram desenvolvidos os Modelos de Zona Coesiva (MZCs). Provindos primeiramente dos trabalhos de Barenblatt (1959 *apud* Chandra *et al.*, 2002) e Dugdale (1960 *apud* Chandra *et al.*, 2002), o comportamento das fraturas é descrito por relações entre a tensão e o deslocamento, chamadas de leis coesivas ou leis de tração-separação (Collins-Craft; Bourrier; Acary, 2022; Goutianos; Sørensen; Thouless, 2021).

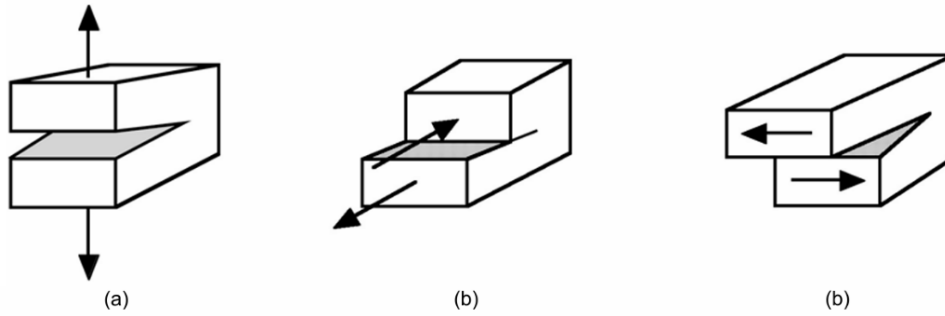
As curvas de tensão-deslocamento dos MZCs são geralmente obtidas de maneira semiempírica, e se mostram uma ferramenta computacional conveniente para a análise de elementos finitos, pois com elas é possível modelar a nucleação espontânea de trincas, bem como a ramificação e a fragmentação de trincas, ou seja, o início, evolução e direção da evolução das trincas (Wang, 2010; Paulino; Zhang, 2005).

O formato da fase descendente da curva tensão-deslocamento é usado para caracterizar os Modelos de Zona Coesiva. O formato pode ser: rígido-linear (Camacho; Ortiz, 1996; Snozzi; Molinari, 2013), bilinear (Hillerborg; Modéer; Petersson, 1976; Camanho; Dávila, 2003), trilinear (Morel *et al.*, 2010; Bisoffi-Sauve; Morel; Dubois, 2019) e exponencial (Xu; Needleman, 1993; Van den Bosch; Schreurs; Geers, 2006). Independentemente se a curva é de cisalhamento ou tensão normal, o formato da curva permanece o mesmo em geral (Venzal *et al.*, 2020).

2.3.2.1 Modelo Pré-Dano

Os deslocamentos causados por uma trinca podem ser considerados como uma combinação de três modos, conforme ilustrado na Figura 13: abertura pura normal à ponta da trinca (Modo I), deslizamento, deslocamentos tangenciais da face da trinca (Modo II) e rasgo, deslocamentos fora do plano da face da trinca (Modo III) (Sørensen, 2010). No caso de cargas combinadas de tração e cisalhamento, os comportamentos coesivos do Modo I e do Modo II podem ser acoplados ou desacoplados. O modo acoplado, mais conhecido como modo misto, é usado para descrever uma combinação do Modo I e Modo II, sendo que as trações normal e de cisalhamento dependem, as duas, dos deslocamentos normal e tangencial. Nas leis coesivas desacopladas, ou modos puros, as trações normais dependem apenas das aberturas normais, e as trações de cisalhamento dependem apenas das aberturas tangenciais (cisalhamento) em suas respectivas direções (Goutianos; Sørensen; Thouless, 2021). Os MZCs desacoplados são normalmente usados quando a separação da interface ocorre em uma única direção predefinida, enquanto as MZCs acoplados são usados para cargas complexas que levam simultaneamente a deslocamentos de abertura e de plano de cisalhamento da interface (Venzal *et al.*, 2020).

Figura 13 – Modos puros. (a) Modo I (abertura); (b) Modo II (deslizamento); (c) Modo III (rasgo).



Fonte: Reeder (2006)

Os MZCs também se diferenciam em extrínsecos e intrínsecos. No Modelo de Zona Coesiva extrínseco, o aumento inicial de tensão não causa separação do material, *i.e.*, abertura ou deslizamento de trinca, o que só começa a ocorrer após atingida a tensão crítica de início de dano. Já no modelo intrínseco, há uma curva elástica inicial, ou seja, conforme a tensão aumenta, aumenta-se também o deslocamento relativo das interfaces, no caso de delaminação, ou aumenta-se a abertura da trinca, no caso de fratura em sólidos. Essa relação inicial pode ser considerada linear, geralmente sem grande perda de precisão (Geubelle; Baylor, 1998; Paulino; Zhang, 2005)

De Dassault Systèmes (2016), $\delta = \frac{S}{K}$, onde S é a tensão nominal e δ o deslocamento. Portanto, das rigidezes homogeneizadas, tem-se um sistema linear formado por $t_n = \sigma_n = K_n \delta_n$, $t_s = \tau_n = K_s \delta_s$ e $t_t = \tau_t = K_t \delta_t$, que pode ser representado matricialmente por:

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_s & 0 \\ 0 & 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} = \mathbf{K} \delta. \quad (2.26)$$

Já no modelo de modos mistos, tem-se $t_n = K_n \delta_n + K_{ns} \delta_s + K_{nt} \delta_t$, $t_s = K_s \delta_s + K_{ns} \delta_n + K_{st} \delta_t$ e $t_t = K_t \delta_t + K_{nt} \delta_n + K_{st} \delta_s$, ou

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & K_{ns} & K_{nt} \\ K_{ns} & K_s & K_{st} \\ K_{nt} & K_{st} & K_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} = \mathbf{K} \delta. \quad (2.27)$$

Nota-se que as tensões nos modos I, II e III dependem cada um dos deslocamentos nas três direções, como é esperado de um modelo de equações

desacopladas. Se adotada uma relação linear entre tensões e deslocamentos no modelo pré-dano, então as rigidezes K serão todas constantes nesta fase.

2.3.2.2 Modelo de Início do Dano

Chama-se início do dano o momento em que a resposta coesiva no contato começa a se degradar, ou seja, quando o material atinge seu ponto de máxima resistência no contato. O critério para o início da degradação pode ser dado por sua tensão máxima, $t^{max} = t^0$, por seu deslocamento correspondente δ^0 , ou pela energia liberada, que corresponde à área da curva. Alguns exemplos são o critério da tensão máxima tangencial de Erdogan e Sih (1963), o *extension strain criterion* de Stacey (1981) e o critério da energia mínima de deformação de Sih (1991), respectivamente. Cada critério terá um valor de saída que indicará se ocorreu ou não o início do dano. Geralmente se utiliza o valor um como referência, ou seja, se esse valor de saída for maior ou igual a um, a degradação começou (Rocha, 2016; Cai *et. al*, 2004).

O primeiro critério para o início de dano foi dado por Griffith (1921). O estudo se baseava na fratura de materiais frágeis, rochas, e apenas no modo I, assumindo *a priori* a direção da trinca. Segundo ele, a ruptura, motivada pelas falhas locais dentro do material, ocorreria quando a energia armazenada na rocha superasse a energia superficial do material da rocha. As tensões de tração locais se desenvolverão perto das falhas existentes quando estas estiverem orientadas em um ângulo relativo às direções principais da tensão aplicada. O critério de Griffith pode ser dado por (Navidtehrani *et al.*, 2022),

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_t & \text{se } 3\sigma_1 + \sigma_3 \geq 0 \\ (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = -8\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_3) & \text{se } 3\sigma_1 + \sigma_3 < 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

Após a publicação, outros pesquisadores estenderam o critério de Griffith para acomodar o modo II e situações de carregamento mais complexas (Cai *et. al*, 2004).

Um critério simples e eficaz é o de falha por tensão máxima. Ele diz que o dano em cada um dos modos ocorre separadamente, quando a tensão respectiva atinge o limite de resistência no modo, que pode ser encontrado por ensaios uniaxiais. Portanto, não há interação entre tensão longitudinal e tensão transversal (Jiang *et al.*, 2018).

$$\max \left\{ \frac{t_n}{t_n^0}, \frac{t_s}{t_s^0}, \frac{t_t}{t_t^0} \right\} = 1. \quad (2.29)$$

Esse critério utiliza os modos puros, analisando a falha em cada direção de maneira separada. Assim, as resistências t_n^0 , t_s^0 e t_t^0 desconsideram a interdependência entre os deslocamentos n , s e t . Desse modo, Abdulla, Cunningham e Gillie (2017) mostram que t_n^0 é a resistência uniaxial à tração, e $t_s^0 = t_t^0$ podem ser obtidos pelo critério de Mohr-Coulomb, que afirma que

$$\tau_0 = c + \mu \sigma_n, \quad (2.30)$$

onde c é a coesão. Como supõe-se que a tensão normal não interfere na abertura de fissuras nas direções de cisalhamento, $\sigma_n = 0$, logo

$$\tau_0 = c. \quad (2.31)$$

Para representar o início do dano em situações onde se tem a ação conjunta de tensões em diferentes direções, será necessário usar critérios mais complexos. O critério de Hashin (1980), criado para representar as falhas em compósitos com fibras, vai nesse sentido, considerando modos mistos. Para isso, escolheu-se termos quadráticos, baseando-se mais em ajustes de curva do que em raciocínio físico. O critério de falha real é alguma superfície fechada no espaço de tensão, quando todas as tensões de falha são finitas (Hashin, 1980).

Hashin (1980) separou em dois os modos de falhas principais: um modo de fibra no qual o compósito falha devido à ruptura da fibra por tração ou devido à flambagem da fibra por compressão e um modo de matriz no qual ocorre uma rachadura plana paralela às fibras. Ele propõe uma equação simplificada para o critério de modo matricial com presença de tração, da forma

$$f(t_n, t_s, t_t) = \left(\frac{t_n}{t_n^0} \right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^0} \right)^2 + \left(\frac{t_t}{t_t^0} \right)^2 = 1. \quad (2.32)$$

O autor se abstém de apresentar uma equação definitiva para a compressão, pois a solução proposta, na qual se transforma t_n , t_s e t_t nas tensões principais por meio de uma rotação de base através do ângulo θ ,

$$g(\sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \theta) = 1, \quad (2.33)$$

apresenta um problema de extremo bastante complicado, e o ângulo deve ser encontrado por meio da solução de uma equação do quarto grau em $\sin 2\theta$, onde θ é aquele que dá o ponto de máximo de g .

Brewer e Lagace (1988), seguindo os avanços de Hashin (1980), utilizam critério análogo para indicar o início da delaminação de elementos de grafite/epóxi, expresso por:

$$\left(\frac{t_{tn}}{t_{tn}^0}\right)^2 + \left(\frac{t_{cn}}{t_{cn}^0}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^0}\right)^2 + \left(\frac{t_t}{t_t^0}\right)^2 = 1, \quad (2.34)$$

onde t_{tn} é a tensão normal de tração e t_{cn} a de compressão.

Pode-se dizer que é o mesmo critério de Hashin (1980), porém considerando também a compressão. A reboque dessas pesquisas, Dassault Systèmes (2016), seguindo Camanho e Dávila (2002), sugere o *Quadratic nominal stress criterion*:

$$\left(\frac{\langle t_n \rangle}{t_n^0}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^0}\right)^2 + \left(\frac{t_t}{t_t^0}\right)^2 = 1, \quad (2.35)$$

com $\langle t_n \rangle = \frac{|t_n| + t_n}{2}$, que é idêntico ao critério de Hashin (1980), porém sem uma delimitação de material e aplicado tanto para delaminação quanto para fratura. Assim sendo, ele é aplicado como um critério genérico para quaisquer modelos de modos mistos dentro do *software*, e foi aplicado com sucesso em modelo de alvenaria, como em (Nie *et al.*, 2019)

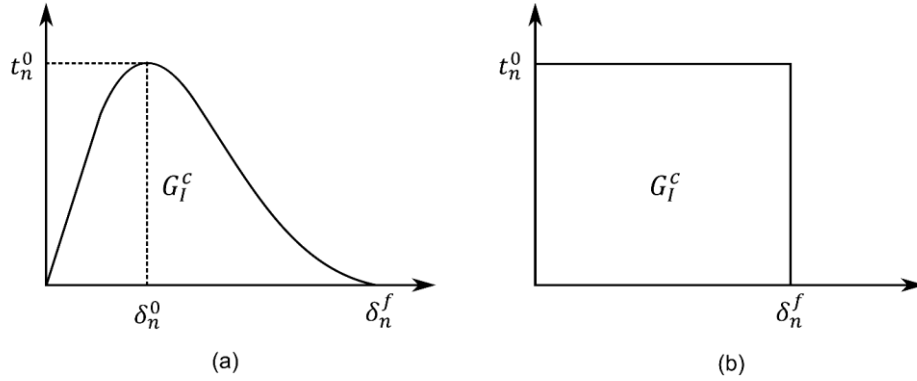
2.3.2.3 Modelo Pós-Dano

A evolução do dano é dada pela parte descendente da curva tensão-deslocamento. Essa fase fica completamente descrita caso se tenha o formato da curva, ou o deslocamento de falha completa δ^f , ou a energia de fratura G^c , também chamada de energia crítica, que é a área da curva após o início do dano.

O formato da curva tensão-deslocamento é dado pelas leis coesivas, que já consideram em suas fórmulas G^c ou δ^f . A primeira lei foi proposta por Barenblatt (1959 *apud* Chandra *et al.*, 2002), obtida de forma teórica a partir dos estudos de Griffith (1921), e é restrita ao Modo I e aos materiais perfeitamente frágeis, sendo estendida

por Dugdale (1960 *apud* Chandra *et al.*, 2002) para materiais perfeitamente plásticos. Ambas as leis estão representadas na Figura 14.

Figura 14 – Primeiras leis coesivas. (a) Lei coesiva de Barenblatt; (b) Lei coesiva de Dugdale.



Fonte: Chandra *et al.* (2002), adaptado

O próximo grande avanço no tema foi dado por Needleman (1987). Em seus trabalhos são utilizados dados empíricos de compósitos de matriz metálica para achar curvas de ajuste polinomiais e exponenciais. Especificamente em *A Continuum Model for Void Nucleation by Inclusion Debonding*, a metodologia usada foi achar a função da energia referente ao deslocamento, que é da forma

$$\phi(\delta_n, \delta_t, \delta_s) = - \int_0^\delta [t_n d\delta_n + t_t d\delta_t + t_s d\delta_s] , \quad (2.36)$$

e então derivar parcialmente essa função para encontrar $t_n(\delta_n, \delta_s, \delta_t)$, $t_t(\delta_n, \delta_t)$ e $t_s(\delta_n, \delta_s)$. Essas expressões deixam claro que se trata de modos mistos, porquanto as tensões numa direção dependem dos deslocamentos nas outras direções. Em sua pesquisa, as equações encontradas foram:

$$t_n = \frac{-27}{4} \sigma_{max} \left\{ \left(\frac{\delta_n}{l} \right) \left[1 - 2 \left(\frac{\delta_n}{l} \right) + \left(\frac{\delta_n}{l} \right)^2 \right] + \alpha \left(\frac{\delta_t}{l} \right)^2 \left[\left(\frac{\delta_n}{l} \right) - 1 \right] + \alpha \left(\frac{\delta_t}{l} \right)^2 \left[\left(\frac{\delta_n}{l} \right) - 1 \right] \right\} , \quad (2.37)$$

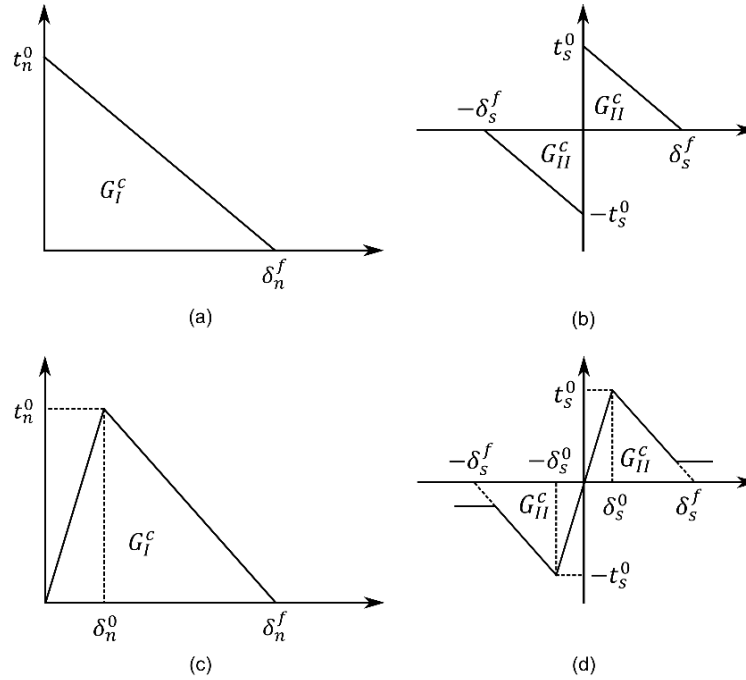
$$t_t = \frac{-27}{4} \sigma_{max} \left\{ \left(\frac{\delta_t}{l} \right) \left[1 - 2 \left(\frac{\delta_n}{l} \right) + \left(\frac{\delta_n}{l} \right)^2 \right] \right\} , \quad (2.38)$$

$$t_s = \frac{-27}{4} \sigma_{max} \left\{ \left(\frac{\delta_s}{l} \right) \left[1 - 2 \left(\frac{\delta_n}{l} \right) + \left(\frac{\delta_n}{l} \right)^2 \right] \right\} . \quad (2.39)$$

Alguns anos após Needleman, Camacho e Ortiz (1996), tomando como base Hillerborg e Modéer e Petersson (1976), propuseram um modelo extrínseco em que a

curva descendente é linear, o qual Geubelle e Baylor (1998) adaptaram para torná-lo intrínseco, ficando conhecido como lei coesiva bilinear, reproduzida na Figura 15.

Figura 15 – Lei coesiva bilinear. (a) Lei coesiva de Camacho e Ortiz no modo I; (a) lei coesiva de Camacho e Ortiz no modo II; (c) lei coesiva de Geubelle e Baylor no modo I; (d) lei coesiva de Geubelle e Baylor no modo II.



Fonte: Chandra *et al.* (2002), adaptado

Camanho e Dávila (2002) apresentaram uma forma prática de caracterizar a evolução do dano, por meio das equações

$$t_n = (1 - D_n)k_n\delta_n, \quad (2.40)$$

$$t_s = (1 - D_s)k_s\delta_s, \quad (2.41)$$

$$t_t = (1 - D_t)k_t\delta_t, \quad (2.42)$$

onde D é chamada variável de evolução do dano, e depende da lei coesiva. Para a lei de tração-separação bilinear,

$$D_i = \frac{\delta_i^f (\delta_i^{max} - \delta_i^o)}{\delta_i^{max} (\delta_i^f - \delta_i^o)}, \quad i = 1, 2, 3; D_i \in [0,1] \quad (2.43)$$

onde δ^f é o deslocamento de falha completa, δ^o é o deslocamento no começo do dano e $\delta^{max} = \max(\delta^{max}, \delta)$ é o deslocamento máximo atingido durante o histórico de carregamento. É importante notar que da área do triângulo da Figura 15,

$$G_I^c = \frac{\delta_n^f t_n^0}{2}, G_{II}^c = \frac{\delta_s^f t_s^0}{2} \text{ e } G_{III}^c = \frac{\delta_t^f t_t^0}{2}. \quad (2.44)$$

Para uma curva descendente exponencial, em vez de linear, Dassault Systèmes (2016) sugere

$$D = 1 - \left\{ \frac{\delta_i^0}{\delta_i^{max}} \right\} \left\{ 1 - \frac{1 - \exp\left(-\alpha \left(\frac{\delta_i^{max} - \delta_i^0}{\delta_i^f - \delta_i^0} \right)\right)}{1 - \exp(-\alpha)} \right\}. \quad (2.45)$$

Em testes feitos por Van der Pluijm (1992 *apud* Lourenço, 1996), a energia de fratura das unidades de alvenaria, independente se na direção normal ou longitudinal, variou de 0,06 a 0,13 Nmm/mm², para resistências à tração de 1,5 a 3,5 N/mm². A partir desses dois pontos, (1,5; 0,06) e (3,5; 0,13), mais o ponto (0; 0), é possível achar uma função da energia pela resistência à tração a partir de uma regressão polinomial com mínimos quadrados:

$$G_I^c = G_{II}^c = -0.001428571428571(t_n^0)^2 + 0.042142857142857(t_n^0) \quad (2.46)$$

O mesmo Van der Pluijm (1992 *apud* Lourenço, 1996) realizou testes com alvenarias para determinar a energia de fratura na interface bloco-argamassa. Para a ruptura no modo I, por tração, encontrou-se energias de fratura de 0,005 a 0,02 Nmm/mm² para resistências à tração na junta de 0,3 a 0,9 N/mm². Já para a ruptura no modo II, por cisalhamento, os resultados foram de 0,01 a 0,25 Nmm/mm² para coesões (aderências iniciais) de 0,1 a 1,8 N/mm² (Van der Pluijm, 1993 *apud* Lourenço, 1996). Desse modo,

$$G_I^c = 0.009259259259259(t_n^0)^2 + 0.013888888888889(t_n^0), \text{ e} \quad (2.47)$$

$$G_{II}^c = 0.022875816993462(\tau_0)^2 + 0.097712418300658(\tau_0) \quad (2.48)$$

Se houver a combinação de deslocamentos nas direções n, s e t, ou seja, um modo misto de I, II e III, é preciso encontrar a energia crítica G_T^c . Usando uma abordagem em termos de deslocamentos ao invés de energia, é como se a abertura do material ocorresse em uma direção genérica m , cujo deslocamento é

$$\delta_m = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2}. \quad (2.49)$$

A lei coesiva nessa direção m é representada na Figura 16. Pode-se observar que com G_T^c é possível encontrar δ_m^f . Na lei bilinear, essa relação é dada por

$$G_T^c = \frac{\delta_m^f t_m^0}{2} = \frac{\delta_m^f k \delta_m^0}{2}. \quad (50)$$

Assim, encontra-se D , o que descreve a lei coesiva na direção m .

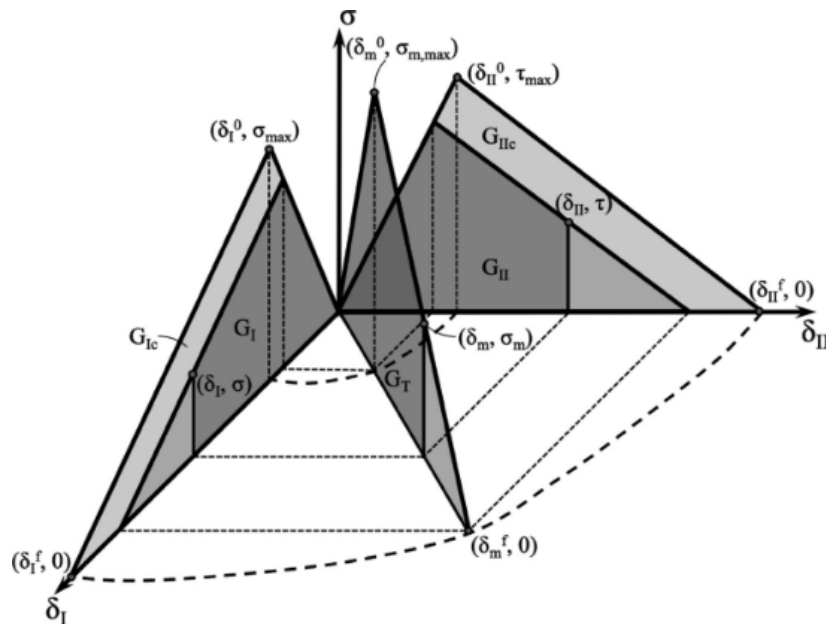
Do trabalho de Benzeggagh e Gong (1995 *apud* Benzeggagh; Kenane, 1996), sugeriu-se uma relação de G_T^c com G_I^c e G_{II}^c , as energias críticas nos modos I e II, e G_I e G_{II} , que são as parcelas da energia em cada um dos modos no momento da falha completa do modo misto. Essa relação, modificada por Camanho e Dávila (2002) para acrescentar o modo III, é expressa por:

$$G_T^c = G_I^c + (G_{II}^c - G_I^c) \left\{ \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right\}^\eta, \quad (2.51)$$

onde η é uma constante que depende do tipo de material. Para materiais frágeis, $\eta = 2$ (Benzeggagh; Kenane, 1996). De acordo com Abdulla, Cunningham e Gillie (2017), a equação acima, conhecida como lei de Benzeggagh-Kenane, é a mais adequada quando temos $G_I = G_{II}$, que é o caso das alvenarias.

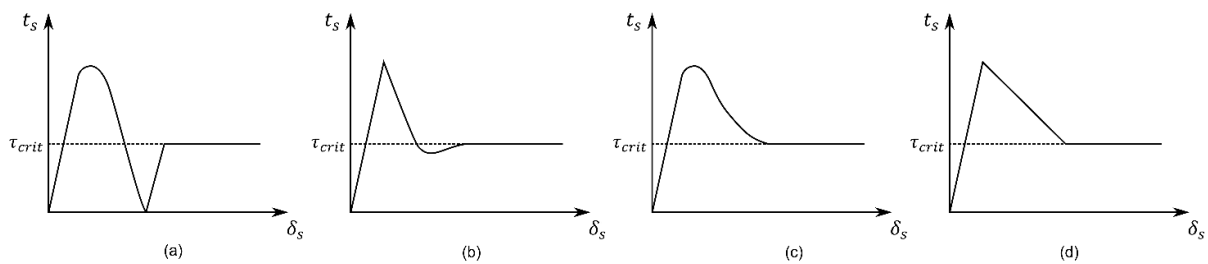
A Figura 16 retrata de maneira completa as leis coesivas, no modo I puro, modo II puro e modo misto, usando como exemplo uma lei coesiva bilinear.

Figura 16 – Representação gráfica das leis coesivas em modos mistos.



Com o avanço das pesquisas sobre as leis coesivas, considerou-se necessário incluir o atrito no modelo. A primeira representação de interface nesse sentido foi apresentada por Tvergaard (1990), na qual a adesão e o atrito foram modelados sequencialmente. Nos modelos seguintes, o atrito começa a ser considerado a partir do momento em que o dano inicia, de modo que a tensão de cisalhamento é a combinação da lei coesiva e do atrito (Nie *et al.*, 2019), por exemplo os modelos de Raous, Cangemi e Cocu (1999) e Chaboche, Feyel e Monerie (2001). O modelo de Geubelle e Baylor (1998), já previamente citado ainda neste item, possui uma versão com atrito. Essas quatro leis coesivas estão presentes na Figura 17.

Figura 17 – Leis coesivas com atrito. (a) Lei coesiva de Tvergaard; (b) Lei coesiva RCMM Raous et al.; (c) Lei coesiva de Chabouche et al.; (d) Lei coesiva de Geubelle e Baylor com atrito.



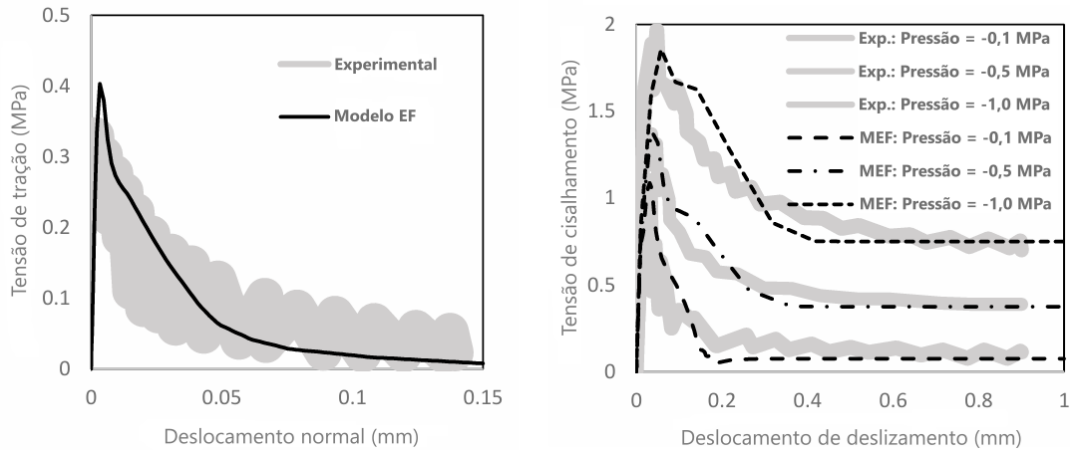
Fonte: Akay, Göktepe, Gürses (2023), adaptado

Van der Pluijm (1993 *apud* Lourenço, 1996) estudou experimentalmente as alvenarias de argila sólida e de blocos sílico-calcários, apresentando uma caracterização completa do comportamento de cisalhamento das mesmas. No seu trabalho, os resultados no modo II mostram um diagrama exponencial descendente com um nível de atrito residual. O valor da energia de fratura G_{II} depende também do nível da tensão de confinamento, uma vez que a tensão crítica aumenta com a tensão normal. O ângulo interno de atrito φ_0 (coesão c), associada ao modelo de atrito de Coulomb $\tau_{crit} = c + \mu\sigma_n$, é medida por $\tan \varphi_0$, que varia no estudo de Van der Pluijm de 0,7 a 1,2. O ângulo de atrito residual φ_r (coeficiente de atrito μ) é medido por $\tan \varphi_r$, que parece ser constante e aproximadamente igual a 0,75.

Nie *et al.* (2019), a fim de testar seu modelo de elementos finitos, construiu um pequeno modelo de dois blocos e comparou os resultados com os experimentais. Esse modelo é constituído por uma matriz de rigidezes inicialmente constantes, *Quadratic nominal stress criterion* para o início do dano e as leis de tração-separação

bilinear e de Benzeggagh-Kenane para o pós-dano, considerando também o atrito conforme os trabalhos de Van der Pluijm. Os resultados comparativos (Figura 18) mostram a eficácia dessa abordagem.

Figura 18 – Uma verificação dos modelos de dano.



Fonte: Nie *et al.* (2019), traduzido

2.3.2.4 Método Estendido de Elementos Finitos (XFEM)

O Método dos Elementos Finitos requer um grande refinamento da malha para representar uma descontinuidade, como uma trinca. Para representar a propagação dessa trinca o problema é ainda maior, já que a malha precisaria ser continuamente atualizada para coincidir com a geometria da descontinuidade. Dado isso, Belytschko e Black (1999), a partir do conceito de unidade de partição de Malenk e Babuska (1996), introduziram funções de interpolação de deslocamento enriquecidas ao modelo, que garantem a presença das descontinuidades sem necessidade de grande refinamento da malha nem de sua constante atualização.

A aproximação do vetor função de deslocamento é dada por (Dassault Systèmes, 2016):

$$u = \sum_{I \in N} N_I(x) \left[u_I + H(x) a_I + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x) b_I^{\alpha} \right], \quad (2.52)$$

onde $N_I(x)$ são as funções de forma nodais, u_I é o vetor de deslocamento nodal, a função de Heaviside $H(x)$ está associada a funções de salto descontínuas para formar o caminho da trinca, a_I é o vetor do grau de liberdade enriquecido nodal associado a

$H(x)$, $F_\alpha(x)$ são as funções elásticas assintóticas de ponta de trinca e b_I^α é o vetor do grau de liberdade enriquecido nodal associado a $F_\alpha(x)$.

Seja x um ponto de Gauss de amostragem, x^* o ponto da trinca mais próximo de x e n a normal externa unitária à trinca em x^* . Então,

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1, & \text{se } (x - x^*) \cdot n < 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

Considerando um sistema de coordenadas polares (r, θ) com origem na ponta de trinca e a tangente da trinca na ponta igual $\theta = 0$, então

$$F_\alpha(x) = \left[\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right]. \quad (2.54)$$

Diferentemente de outros métodos, o XFEM não precisa de uma especificação *a priori* da localização da fissura nem do seu caminho. A abordagem pode usar as leis de tração-separação para modelar o comportamento coesivo de começo e propagação das trincas nas superfícies (Abdulla; Cunningham; Gillie, 2017).

2.3.3 Técnicas para solução de problemas de convergência

A expressão “convergência” é usada para indicar que à medida que os termos avançam a sequência fica cada vez mais próxima de um valor específico. Em métodos numéricos iterativos, a convergência significa que foi possível achar uma solução verdadeira das equações na dada iteração. As análises de engenharia utilizam em vários momentos processos iterativos, então é comum se deparar com problemas de convergência. No contexto dos elementos finitos, modelos com linearidade geométrica não costumam apresentar problemas de iteração, porém é possível encontrá-los com frequência em problemas não lineares (Bolbes, 2019).

2.3.3.1 Controle direto de deslocamento

Análises não-lineares exigem a solução de equações não-lineares, o que torna necessário achar “trajetórias de equilíbrio”, de modo que a solução atenda aos requisitos das relações cinemáticas, das condições de equilíbrio e do modelo do material. Os processos mais utilizados baseiam-se em controlar um conjunto de

variáveis do problema em um processo incremental-iterativo, daí chamá-los de métodos de controle de análise (Fuina, 2004).

Boulbes (2019) indica a utilização do Método de Controle de Deslocamento para casos gerais de não convergência numérica:

Use preferencialmente um controle de deslocamento em vez de um controle de carga. Por exemplo, se o modelo for carregado em tensão pura, aplique um valor de deslocamento axial para simular a carga de tensão em vez de usar uma carga de força concentrada, isso minimizará o problema de convergência porque o controle de deslocamento é melhor para iterar uma solução. A solução iterada será mais estável. (Boulbes, 2019, p. 19).

Batoz e Dhat (1979) e Fuina (2004) apresentam o conceito básico do MEF, que é uma representação discreta de um problema contínuo linear escrita em uma forma de matriz como

$$[K]\{U\} = \{F\}, \quad (2.55)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez, na forma de uma matriz de banda simétrica, $\{U\}$ os deslocamentos e

$$\{F\} = \{Q\} + \lambda \cdot \{P\} \quad (2.56)$$

o carregamento, composto de dois vetores: $\{Q\}$, o vetor de forças residuais, e $\{P\}$, o vetor de cargas de referência, associado a λ , que é o fator de carga. Pode-se decompor $\{U\}$, de modo que

$$[K]\{U\}^P = \{P\}, \quad (2.57)$$

$$[K]\{U\}^Q = \{Q\}, \quad (2.58)$$

onde $\{U\} = \lambda \cdot \{U\}^P + \{U\}^Q$, ou, na forma incremental,

$$[K]\{\delta U\}^P = \{P\}, \quad (2.59)$$

$$[K]\{\delta U\}^Q = \{Q\}, \quad (2.60)$$

$$\{\delta U\} = \lambda \cdot \{\delta U\}^P + \{\delta U\}^Q. \quad (2.61)$$

O processo ocorre então do seguinte modo: define-se um valor de $\delta\lambda_j$ na j -ésima iteração, que depende do parâmetro de controle, encontrando então $\{\delta U\}_j^P$ e $\{\delta U\}_j^Q$, e, portanto, $\{\delta U\}_j$. As variáveis são então atualizadas:

$$\lambda_{j+1} = \lambda_j + \delta\lambda_{j+1}, \quad (2.62)$$

$$\{U\}_{j+1} = \{U\}_j + \{\delta U\}_{j+1}, \quad (2.63)$$

$$\{Q\}_{j+1} + \lambda_{j+1} \cdot \{P\} - \{F\}_{j+1}. \quad (2.64)$$

No método de Controle de Carga, o parâmetro de controle é a carga externa, que é incrementada em $j = 1$ por $\delta\lambda_1$ mas depois permanece constante, ou seja, $\delta\lambda = 0$. Já no Controle de Deslocamento, um dos componentes do deslocamento, k , é controlado, $\{U\}_j^k$ tendo incremento apenas em $j = 1$. Assim, a equação de restrição do método é

$$\delta U_j^k = \begin{cases} \text{Constante}, & \text{para } j = 1 \\ 0, & \text{para } j > 1 \end{cases}. \quad (2.65)$$

Logo, os fatores de carga são

$$\delta\lambda_1 = \frac{\delta U_1^k}{\delta U_1^{pk}}, \text{ para } j = 1, \quad (2.66)$$

$$\delta\lambda_j = \frac{\delta U_j^{Qk}}{\delta U_j^{pk}}, \text{ para } j > 1. \quad (2.67)$$

Como foi criado posteriormente o Método do Controle de Deslocamento Generalizado, o método original ficou conhecido por Método do Controle de Deslocamento Direto.

2.3.3.2 Regularização viscosa

Quando se usa programas de análise implícita, como o Abaqus, o comportamento de amolecimento e degradação da rigidez costuma causar sérios problemas de convergência. A regularização viscosa é um procedimento que vem para aliviar essas dificuldades, fazendo com que a matriz de rigidez do material seja definida positivamente para incrementos de tempo suficientemente pequenos (Lapczyk; Hurtado, 2007; Dassault Systèmes, 2016). Dassault Systèmes (2016) apresenta um esquema que é uma generalização do modelo de regularização de Duvaut e Lions (2011), na qual há um novo valor para a variável de degradação da rigidez D , chamada variável viscosa de evolução do dano D_v :

$$\frac{dD_v}{dt} = \frac{1}{\eta} (D - D_v), \quad (2.68)$$

em que t é o tempo e η o parâmetro de viscosidade. Quanto menor o valor de η em comparação ao incremento de tempo, geralmente melhor a convergência do modelo sem comprometer os resultados.

Uma alternativa mais simples ao modelo do Abaqus é a formulação de Gao e Power (2004 *apud* Yu *et. al*, 2016), que apresenta diretamente a tensão viscosa em função do deslocamento:

$$t_v(\delta) = t(\delta) + \eta \frac{t_c \frac{d\delta}{dt}}{\delta_c} . \quad (2.69)$$

O esquema de Gao e Power (2004 *apud* Yu *et. al*, 2016) foi inicialmente pensado para leis coesivas exponenciais, porém se mostrou aplicável para outros casos (Xia *et. al*, 2007 *apud* Yu *et. al*, 2016).

2.3.3.3 Análise Dinâmica Implícita Quase-Estática

As análises de problemas de tensão em elementos finitos podem ser divididas em estáticas, nas quais as cargas não variam com o tempo, e dinâmicas, nas quais os efeitos inerciais são relevantes. A análise dinâmica leva a equações diferenciais com funções dependentes do tempo, que podem ser resolvidas por dois tipos de métodos numéricos, os explícitos e os implícitos.

Na análise explícita, os deslocamentos e velocidades estão determinados no início de cada incremento, mas na análise implícita, para resolver as equações diferenciais, é utilizado um operador de integração cuja matriz precisa ser invertida, para então um conjunto de equações não lineares de equilíbrio serem resolvidas a cada incremento, usando, por exemplo, o método de Newton-Raphson. A principal diferença é que os métodos explícitos são condicionalmente estáveis pelo critério de estabilidade de Von Neumann, já os métodos implícitos são estáveis, incondicionalmente. Isso significa que o método explícito pode levar a incrementos de tempo muito pequenos, que são computacionalmente onerosos, o que não ocorre para os métodos implícitos, os quais não possuem limite para o tamanho do incremento de tempo (Dassault Systèmes, 2016).

Uma das aplicações do método dinâmico implícito é para processos quase-estáticos, nos quais os parâmetros variam suficientemente pouco em relação ao

tempo, de modo que é possível desprezar os efeitos inerciais. No entanto, o emprego da análise dinâmica implícita nesses casos melhora a convergência (Bathe, 2014, p. 827) e ajuda a regularizar comportamentos instáveis, como o fenômeno de *snap-through* e de corpos rígidos temporariamente irrestritos, determinando ao final uma solução essencialmente estática. Boa parte da sua utilidade vem também do fato de conseguir lidar de maneira efetiva com condições de contato (Dassault Systèmes, 2016).

No Abaqus, segundo Dassault Systèmes (2016), o método padrão de resolução de equações diferenciais para a análise dinâmica implícita é o método de integração numérica de Hilber-Hughes-Taylor, que é uma extensão do método de Newmark. Contudo, se for selecionada a aplicação em processos quase-estáticos o método escolhido é o de Euler implícito (*Backward Euler*).

O método de Euler é um dos métodos para solução de problemas de valor inicial (Griffiths; Higham, 2010), cuja forma é

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}, \quad (2.70)$$

com $f: D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, onde D é um conjunto aberto de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$, $t_0 \in \mathbb{R}$ e $y_0 \in \mathbb{R}^n$. Na forma matricial (Butcher, 2016),

$$\begin{bmatrix} y'_1(t) \\ y'_2(t) \\ \vdots \\ y'_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)) \\ f_2(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)) \\ \vdots \\ f_N(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_1(t_0) \\ y_2(t_0) \\ \vdots \\ y_N(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \vdots \\ y_{N0} \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

No método de Euler explícito, conhecido o ponto de condição inicial $(t_0, y_0) \in D$ e a expressão de $f(t, y(t))$, encontra-se $y(t)$. Para isso, assume-se que $y'(t)$ é constante no intervalo $t \in [t_i, t_{i+1}]$ e igual a $y'(t_i)$, logo

$$y(t_1) = t_0 + (t_1 - t_0)y'(t_0) = t_0 + (t_1 - t_0)f(t_0, y_0) \quad (2.72)$$

e, generalizando,

$$y(t_{i+1}) = t_i + (t_{i+1} - t_i)f(t_i, y_i). \quad (2.73)$$

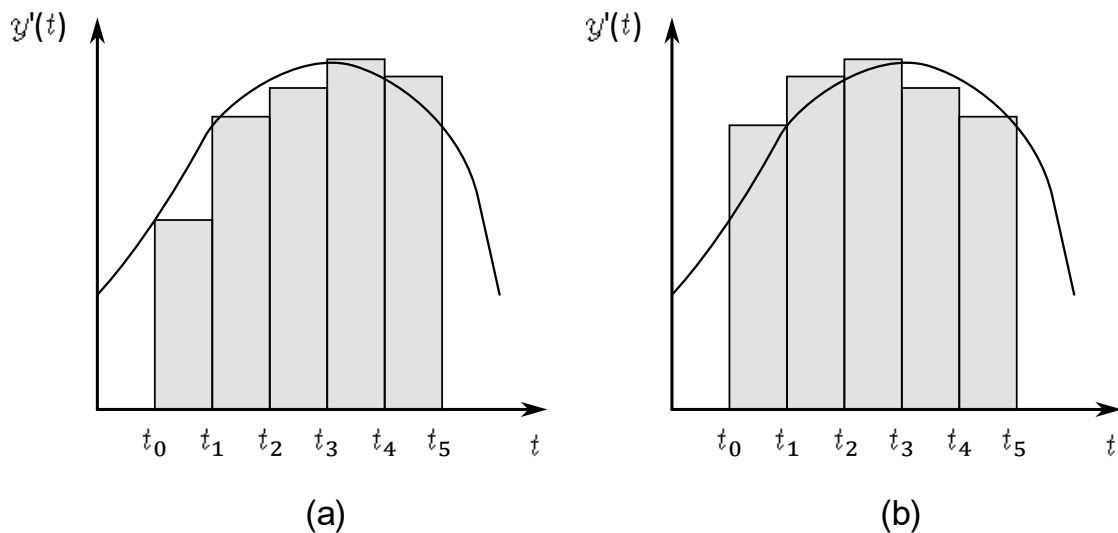
Ou seja, o método de Euler explícito aproxima a integral de $y'(t)$ em cada subintervalo $[t_i, t_{i+1}]$ pelo produto do comprimento desse intervalo com a aproximação

da altura de $y'(t)$ à esquerda. Fazendo o mesmo processo, porém usando a altura à direita, tem-se

$$y(t_{i+1}) = t_i + (t_{i+1} - t_i)f(t_{i+1}, y_{i+1}). \quad (2.74)$$

A solução da equação acima não é dada de forma explícita, isto é, não é possível simplesmente isolar $y(t_{i+1})$ para encontrá-lo, por isso o método é chamado de Euler implícito (ou regressivo). Graficamente, como mostra a Figura 19, a integral de $y'(t)$ é calculada por retângulos com altura aproximada à esquerda ou à direita.

Figura 19 – Representação gráfica do método de Euler. (a) Método de Euler explícito (progressivo); (b) método de Euler implícito (regressivo).



Fonte: Autoria própria (2025)

Para calcular $y(t_{i+1})$ na equação do método de Euler implícito, que é não linear, é necessário usar métodos numéricos de encontrar raízes (ou zeros) de funções, como o método de Newton-Raphson e o método do ponto fixo.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA MODELAGEM DE ALVENARIA

O primeiro modelo de elementos finitos de alvenaria que se tem notícia, de Rosenhaupt e Sokal (1965), era bastante simplificado, considerando a alvenaria como um elemento homogêneo, isotrópico e continuamente elástico, usando as propriedades médias do bloco e argamassa para caracterizar a parede como um todo. Só em 1978 é que se terá um avanço de abordagem, com Page (1978). Nesse trabalho, é proposta uma modelagem de elementos finitos que considera tanto as unidades quanto as juntas, as quais possuem deformações não lineares. Arya e Hegemier (1978), por outro lado, implementaram no seu modelo blocos de concreto grauteados e vazados.

Lofti e Shing (1994) foram pioneiros em modelar a junta como uma interface, além de simular com sucesso o início e propagação das trincas, utilizando um modelo de *smeared crack*. Pouco depois, Lourenço (1996) obteve êxito aplicando o critério de falha de Drucker-Prager com *cap* para modelar a interface. Nesse procedimento, a interface tem 3 tipos de ruptura: por tração, por cisalhamento e por compressão hidrostática. O dano nas unidades também foi previsto, porém era necessário indicar previamente o local das trincas. Esse trabalho também foi importante para sistematizar o conhecimento até então, além de consolidar a definição de termos importantes, como a diferença entre macro modelos e micro modelos e seus respectivos campos atuação.

Em outra abordagem, Citto (2008) criou um modelo 2D com início e evolução de trincas no meio das unidades, por tração e cisalhamento, usando o Abaqus com subrotinas. Posteriormente, Kuang e Yuen (2013) apresentou um modelo 3D bastante completo para alvenarias de vedação em estruturas de concreto armado. Recorrendo a subrotinas e análise dinâmica explícita dentro do Abaqus, foi possível melhorar a representação do início e evolução do dano nas juntas em modos mistos, por meio das leis de separação. Já Abdulla, Cunningham e Gillie (2017) trouxeram um avanço significativo ao aprimorar modelos como os de Kuang e Yuen. Foi utilizada uma análise implícita quase-estática em vez de explícita, o que torna a simulação menos exigente computacionalmente, além de adotar métodos já implementados no Abaqus, alternativos às subrotinas, logo mais fáceis de aplicar. No entanto, o maior avanço deste trabalho foi na simulação do dano das unidades através do XFEM, o que

permitiu verificar o aparecimento e propagação das trincas sem necessidade de definir previamente o local.

O primeiro passo para a possibilidade de modelagem em elementos finitos da alvenaria protendida foi dado por Ali e Page (1988). O fato das juntas e unidades serem elementos separados, possibilitou a reprodução do comportamento de alvenarias com cargas concentradas em uma pequena área, como é o caso da alvenaria protendida. Além disso, o modelo 2D proposto possuía degradação da rigidez pós-dano nas juntas, bem como trincas nas unidades com *smeared model*. Especificamente para alvenaria protendida, o primeiro modelo foi de Cerioni e Donida (1994). Foi usado um macro modelo 2D com simulação de trinca e degradação de rigidez, através do *smeared coaxial rotating cracking model*. Para melhorar a convergência, optou-se pelo método iterativo de Newton-Raphson modificado.

Baseando-se nos trabalhos de Allen e Kurama (2001) para paredes de concreto pré-fabricado com pós-tensão e aberturas, Wight (2006) adaptou o macro modelo 2D para representar uma alvenaria protendida pós-tensionada de blocos de concreto, também com aberturas. Uma evolução notória foi a utilização do recurso "*embedded*" do Abaqus, que permitiu embutir elementos de treliça (no caso os tendões de protensão) dentro de outros elementos, como os de casca (utilizado para simular a alvenaria), o que possibilitou encontrar resultados satisfatórios para a curva de força-deslocamento.

Seguindo a linha de Ali e Page (1988), Baqi e Bhandari (2007) propuseram um macro modelo 2D com propagação de trincas e degradação de rigidez. Ademais, incorporaram a simulação da interação da unidade com o tendão tracionado, bem como possibilitaram o escoamento do aço. Madan, Reinhorn e Mander (2008) e Popehn e Schultz (2011) vão em outro caminho, usando o *modified fiber-element model* presente no DRAIN-2DX para analisar alvenarias protendidas esbeltas pós-tensionadas. Madan, Reinhorn e Mander (2008) focam nas cargas cíclicas, já Popehn e Schultz (2011) em cargas laterais fora do plano.

Ryu *et al.* (2014) apresentou um modelo parecido ao de Wight (2006), porém em 3D. O software utilizado, em vez do Abaqus, foi o LS-DYNA, e há modelagem da interface de contato entre alvenaria e fundação e entre cinta e a alvenaria cerâmica. Inspirado nesse trabalho, Hassanli, ElGawady e Mills (2017), por sua vez, aplicaram modelos de *smeared-crack* e utilizaram blocos de concreto.

É possível notar que nos trabalhos sobre modelagem de elementos finitos de alvenarias protendidas não há até então nenhum que contemple a representação das juntas como interface, ou seja, são todos macro modelos, com exceção do de Ali e Page (1988), que, nas definições atuais, seria um tipo “primitivo” de micro modelo detalhado, e que mesmo assim não é um modelo específico para alvenaria protendida. Por conseguinte, não há em nenhum deles adoção do XFEM nem das leis de tração-separação e de início de dano.

O presente estudo pretende trazer, como novidade, os avanços dos modelos de alvenaria estrutural não armada para a alvenaria protendida, propondo um modelo que simula o comportamento das juntas de maneira eficiente computacionalmente e abranja os principais mecanismos de falha. Trata-se de um micro modelo simplificado com simulação de dano nas juntas, por meio de leis coesivas, e de início e propagação de trincas nas unidades, com o XFEM, sem necessidade de sub-rotinas e através de análise dinâmica implícita quase-estática, com um software amplamente conhecido, o Abaqus. Além disso, aproveita-se o recurso *embedded* do Abaqus para embutir os tendões dentro dos componentes da alvenaria e utiliza-se uma lei de expansão para simular as cargas de protensão. Os dados utilizados vieram majoritariamente de ensaios e estudos experimentais.

4 METODOLOGIA DA MODELAGEM DE ALVENARIA

Neste capítulo as estratégias de modelagem e simulação serão apresentadas, utilizando como ferramenta o software Abaqus. No entanto, não é suficiente citar os parâmetros escolhidos, pois os modelos de elementos finitos, por serem procedimentos numéricos, precisam ser testados, comparando-os com resultados experimentais (Bathe, 2014). Desse modo, logo em seguida à apresentação do procedimento utilizado dentro do programa, será feita uma aplicação prática do modelo, simulando paredes protendidas ensaiadas por Parsekian (2002).

O método demanda inicialmente o levantamento dos dados de caracterização dos materiais, seguida da modelagem dos blocos e barras e das suas malhas, depois serão definidas as interações, *i.e.*, será feita uma descrição do modelo de contato e dos seus valores, explicando como serão aplicadas as cargas e condições de contorno. Por fim, o modelo será analisado de acordo com os objetivos e seus resultados serão discutidos.

Em sua tese de doutorado, Parsekian (2002) traz um estudo extensivo da alvenaria protendida, tratando desde os conceitos teóricos básicos até critérios de execução e dimensionamento. Mais especificamente no capítulo 4, é realizado um programa experimental no qual as principais características dos componentes são determinadas, acompanhado de ensaios de dez paredes protendidas e a análise de seus resultados. As paredes dupla-aletadas de blocos de concreto (P7 e P8) serão o foco do presente trabalho, do qual é propósito representar o comportamento dessas paredes com um modelo de elementos finitos. Por fim, o modelo será executado novamente, mas sem as cargas de protensão, a fim de verificar os efeitos causados pela armadura ativa.

Nos ensaios de Parsekian (2002) foram aplicadas três cargas horizontais com macacos hidráulicos nas alturas 0,8 m, 1,8 m e 2,8 m da base de paredes protendidas de 3 m. Os deslocamentos foram medidos com três LVDTs a 0,7 m, 1,7 m e 2,7 m da base, com precisão de leitura de 0,03% sobre o fundo de escala. As paredes dupla-aletadas de bloco de concreto de 6 MPa, P7 e P8, foram feitas para simular um reservatório de água. Suas seções eram de 94 cm (abas) x 89 cm (alma). A protensão, de 81 KN $\pm$ 15%, foi aplicada por torque.

4.1 Caracterização dos Materiais

Os modelos estruturais são alimentados com dados que dizem respeito à mecânica dos materiais, como suas resistências, módulos de deformação e coeficientes característicos. Esses dados entram como *inputs* no Abaqus no módulo *materials*, o que está descrito no Apêndice A. Destes parâmetros, talvez o mais importante seja o módulo de elasticidade da unidade homogeneizada, que será tomado como o módulo de elasticidade da alvenaria. Parsekian (2002) traz um método de cálculo para o módulo de elasticidade de cada parede, que consiste em descobrir o deslocamento do elemento na altura de 2,80 m para uma determinada força F , e então calcular com as equações (2.8) o módulo de elasticidade. Seguindo este mesmo raciocínio, propõem-se um novo procedimento, no qual se calcula o módulo de elasticidade cuja curva força-deslocamento na altura 1,8 m produzida com (2) melhor se ajusta à curva força-deslocamento experimental. Desse modo, o E não se baseia apenas em um ponto da curva, mas em toda a série de dados, produzindo um resultado mais preciso.

As curvas força-deslocamento foram obtidas para as alturas de 0,7 m, 1,7 m e 2,7 m, porém é necessário tê-las para 0,8 m, 1,8 m e 2,8 m. Com esse objetivo, para cada força F será traçada a linha elástica da parede, $y = f(h)$, por interpolação polinomial com polinômio do terceiro grau através os dados dos deslocamentos y para as alturas h de 0 m, 0,7 m, 1,7 m e 2,7 m. Com a linha elástica, é possível achar os valores de y para $h = 0,8$, $h = 1,8$ e $h = 2,8$ para cada força F , e então traçar as curvas $y_{0,8} = f(F)$, $y_{1,8} = f(F)$ e $y_{2,8} = f(F)$ com o método dos mínimos quadrados. Se utilizado um ajuste para um polinômio do primeiro grau, tem-se

$$y_{1,8} = c \cdot F, \quad (4.1)$$

no qual c é uma constante. Com as equações de linha elástica (2.8), acha-se uma equação da forma

$$y_{1,8} = \frac{k}{E} \cdot F, \quad (4.2)$$

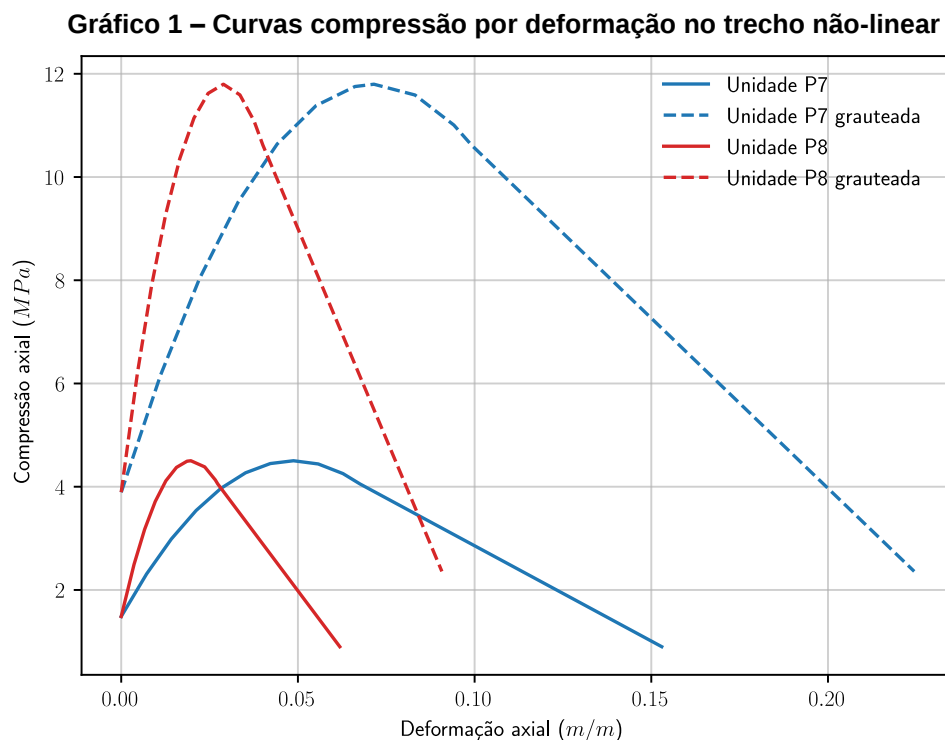
onde k é uma constante. Dessa forma, comparando as duas equações,

$$E = \frac{k}{c}, \quad (4.3)$$

que será o módulo de elasticidade usado para caracterizar a unidade homogeneizada. Para terminar a caracterização das propriedades elásticas, o coeficiente de Poisson adotado será de 0,2, conforme ABNT NBR 16868-1:2020, já que se trata de blocos de concreto.

A densidade da argamassa no estado endurecido é dada por Parsekian (2002): $1,74 \text{ g/cm}^3$. Já a densidade do bloco, presente na Tabela 5, é encontrada em Mohamad (1998), que informou a massa do mesmo tipo de bloco em seu trabalho. Com esses dois valores calcula-se a densidade da alvenaria por meio da equação (2.23).

As propriedades plásticas são aquelas do campo *Drucker-Prager* do Abaqus: Ângulo de atrito (arco tangente do coeficiente de atrito), *Flow Stress Ratio* (igual a 1), ângulo de dilatância e a curva tensão-deformação. Oliveira (2014) realizou ensaios em argamassa de mesma característica da de Parsekian (2002), encontrando o valor de 0,512 para o coeficiente de atrito. O ângulo de dilatância, como não foi determinado, será adotado igual a $\arctg 0,2 \cong 11,3099^\circ$, do aconselhado por Silva (2020). A curva tensão-deformação será conforme Kaushik, Rai e Jain (2007) e as equações (2.9) e (2.10). A resistência à compressão da alvenaria, f'_m , provém da resistência do prisma de 2 blocos, dada por Parsekian (2002), e da Tabela 3. O Gráfico 1 mostra as curvas encontradas através dessa metodologia.



Fonte: Autoria própria (2025)

Observa-se que as tensões não iniciam em zero, pois se trata de deformações não-lineares, que começam a partir de 33% da tensão máxima no critério de Kaushik, Rai e Jain (2007).

O modelo de dano nas unidades será o da lei coesiva bilinear com lei de Benzeggagh-Kenane de potência 2, e *quadratic nominal stress criterion* para o início do dano, seguindo os bons resultados de Nie *et al.* (2019) com essa configuração. O parâmetro de viscosidade adotado, $\eta = 0,002$, segue os testes de Abdulla, Cunningham e Gillie (2017). A resistência à tração bloco será de 10% da resistência à compressão (Mohamad, 1998; Priestley; Yuk, 1984 *apud* Calçada, 1998; Parsekian; Hamid; Drysdale, 2013). A resistência ao cisalhamento também será de 10% da resistência à compressão (Wong *et al.*, 2007; Sonnenberg; Al-Mahaidi; Taplin, 2003), sendo que esta foi determinada em ensaio por Parsekian (2002). As energias de fratura são encontradas pela equação (2.46). A Tabela 5 mostra um resumo dos parâmetros citados.

Tabela 5 – Resumo dos parâmetros para caracterização da unidade homogeneizada.

Parâmetros	P7	P8
Módulo de elasticidade (MPa)	137,5181	340,0885
Coefficiente de Poisson	0,2	0,2
Densidade da argamassa (g/cm ³)	1,74	1,74
Densidade da unidade (g/cm ³)	2,0375	2,0375
Densidade da unidade homogeneizada (g/cm ³)	2,0166	2,0166
Coefficiente de atrito	0,512	0,512
Ângulo de atrito (Graus)	27,1124	27,1124
Ângulo de dilatação (Graus)	11,3099	11,3099
Resistência à compressão da unidade (MPa)	9,1	9,1
Resistência à tração da unidade (MPa)	0,91	0,91
Resistência ao cisalhamento da unidade (MPa)	0,91	0,91
Energia de fratura na direção normal, Modo I (Nmm/mm ²)	0,037167	0,037167
Energia de fratura na direção do cisalhamento, Modo II (Nmm/mm ²)	0,037167	0,037167

Fonte: Autoria própria (2025)

Simplificadamente, o bloco grauteado será descrito como um bloco feito do mesmo material do bloco de concreto normal, porém totalmente preenchido, sem vazados. Portanto, as propriedades mecânicas do bloco-graute ficam determinadas sabendo-se de Parsekian (2002) que a área líquida do bloco é 56% da sua área bruta. A resistência à compressão para o cálculo da curva tensão-deformação é uma exceção, pois será utilizado ensaio de prisma com blocos grauteados feito por Parsekian (2002). A Tabela 6 traz um resumo dos valores dos parâmetros da unidade grauteada.

Tabela 6 – Resumo dos parâmetros para caracterização da unidade grauteada homogeneizada.

Parâmetros	P7	P8
Módulo de elasticidade (MPa)	245,5680	607,3010
Coefficiente de Poisson	0,2	0,2
Densidade da argamassa (g/cm ³)	1,74	1,74
Densidade do graute (g/cm ³)	1,7	1,7
Densidade do bloco grauteado (g/cm ³)	1,889	1,889
Densidade da unidade homogeneizada (g/cm ³)	1,8786	1,8786
Coefficiente de atrito	0,512	0,512
Ângulo de atrito (Graus)	27,1124	27,1124
Ângulo de dilatação (Graus)	11,3099	11,3099
Resistência à compressão da Unidade (MPa)	16,25	16,25
Resistência à tração da unidade (MPa)	1,625	1,625
Resistência ao cisalhamento da Unidade (MPa)	1,625	1,625
Energia de fratura na direção normal, Modo I (Nmm/mm ²)	0,064710	0,064710
Energia de fratura na direção do cisalhamento, Modo II (Nmm/mm ²)	0,064710	0,064710
Fonte: Autoria própria (2025)		

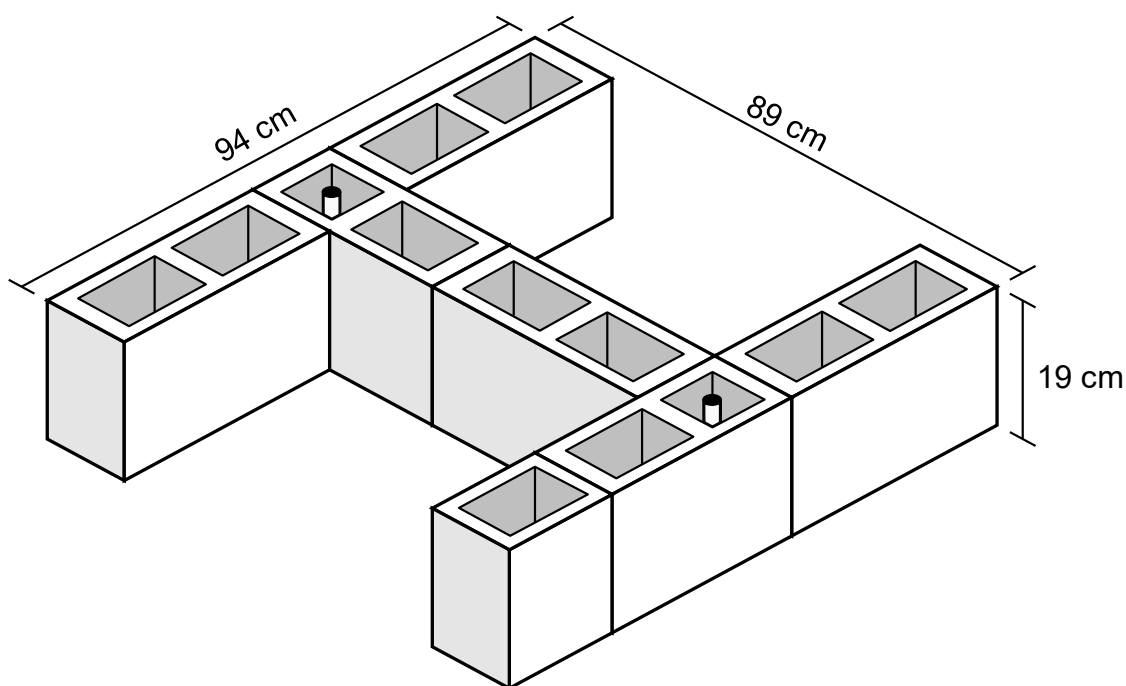
Para caracterização dos tendões, o módulo de elasticidade do aço da barra é informado por Parsekian (2002). O coeficiente de Poisson e a densidade do aço serão tomados conforme a ABNT NBR 8800:2024 e a ABNT NBR 6118:2023, respectivamente. Para o cálculo da área foi utilizada o diâmetro médio de 14,15 mm fornecido por Parsekian (2002). Os valores estão resumidos na Tabela 7.

Tabela 7 – Resumo dos parâmetros para caracterização do aço.

Parâmetros	Valores
Módulo de elasticidade (MPa)	211000
Coeficiente de Poisson	0,3
Densidade do aço (g/cm ³)	7,85
Área (mm ²)	157,2543838
Fonte: Autoria própria (2025)	

4.2 Modelagem dos Componentes e da Malha

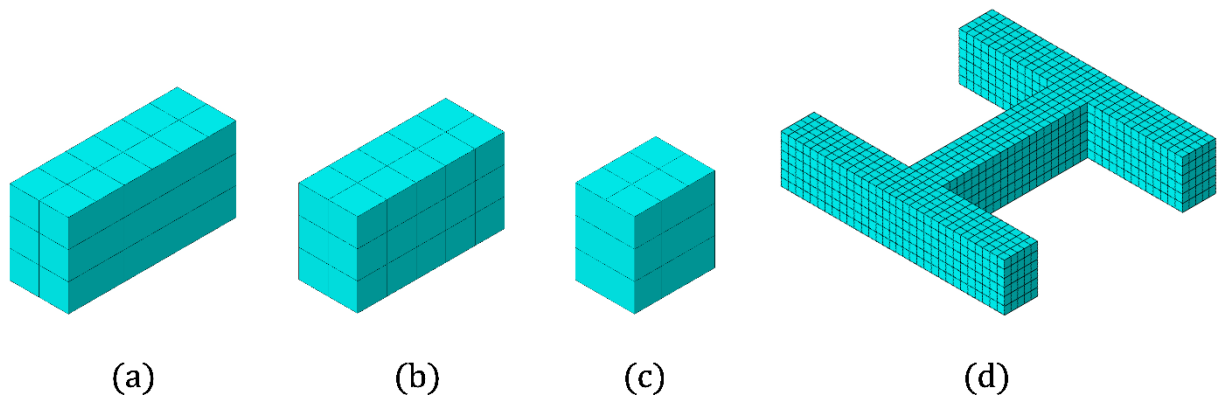
As paredes P7 e P8 consistem de 15 fiadas de blocos de concreto vazados unidos por juntas argamassa cimentícia de 10 mm de espessura. Foram utilizados três tipos de blocos, cujas dimensões em centímetros eram: 14x39x19, 14x19x19 e 14x34x19. A disposição dos blocos segue a Figura 20, que é alternada a cada 4 fiadas, ficando três delas propositalmente com juntas a prumo, pois era do interesse do autor investigar o comportamento das paredes nesse caso (Parsekian, 2002, p. 250). Na parede P8, as fiadas 4, 8, 12 e 15 são canaletas grauteadas. Já na parede P7, apenas a última fiada é constituída de canaletas.

Figura 20 – Disposição dos blocos das paredes P7 e P8

Fonte: Parsekian (2002), adaptado

No Abaqus, os blocos serão modelados usando elementos finitos lineares de oito nós em formato hexaédrico 3D com integração reduzida e controle de *hour glass* (tipo C3D8R). Como adotar-se-á um micro modelo simplificado, a espessura da junta será incorporada nas dimensões dos blocos, que serão: 14x40x20, 14x19x20 e 14x35x20. Conforme testes de Abdulla, Cunningham e Gillie (2017), os blocos de 14x40x20 serão modelados com elementos finitos de 6x2x3 e os demais com malhas correspondentes, de modo que não se tem perda de precisão em termos de padrões de falha e resposta elástica e plástica por falta de refinamento da malha (Abdulla; Cunningham; Gillie, 2017). A cinta superior, por conter a extremidade da barra protendida, precisa ter um refinamento maior em sua malha para que se evite singularidades. Adotar-se-á para ela o dobro do refinamento dos blocos. A Figura 21 mostra visualmente as malhas dos componentes.

Figura 21 – Malha dos componentes. (a) Bloco 14x40x20; (b) bloco 14x35x20; (c) bloco 14x19x20; (d) cinta superior.



Fonte: Autoria própria (2025)

4.3 Definição das Interações de Contato

Nas propriedades de contato, o coeficiente de atrito será o encontrado em Oliveira (2014), no valor de 0,512. A interação na direção normal será dada pelo modelo de “*Hard*” *Contact* do Abaqus. Para simular o comportamento coesivo, serão utilizadas as equações (2.24) e (2.25), onde os módulos de elasticidade foram dados por Parsekian (2002) e os módulos de cisalhamento calculados com a equação (2.4), na qual o coeficiente de Poisson do bloco é 0,2 e o coeficiente de Poisson da argamassa 0,1, conforme a Tabela 2.

A resistência à tração da interface é descrita por Parsekian (2002) por meio de ensaios, diferentemente da resistência ao cisalhamento, que será descrita pelo critério de Mohr-Coulomb. A coesão adotada provirá da relação da ABNT NBR 16868-1:2020 para argamassas com resistência à compressão superior a 7,0 MPa. Já a pré-compressão será a causada pela força de protensão, quando houver. As equações usadas para achar as energias de fratura estão em (2.47) e (2.48). O modelo de dano será o mesmo das unidades: Lei coesiva bilinear, lei de Benzeggagh-Kenane com potência 2 e o *Quadratic nominal stress criterion*, da equação (2.35). No Apêndice B é mostrado como as propriedades de contato foram definidas no Abaqus. Um resumo dos parâmetros de contato está presente na Tabela 8.

Tabela 8 – Resumo dos parâmetros para caracterização do contato.

Parâmetros	Valores
Coeficiente de atrito	0,512
Módulo de elasticidade do bloco (MPa)	6000
Módulo de elasticidade da argamassa (MPa)	2430
Módulo de cisalhamento do bloco (MPa)	2500
Módulo de cisalhamento da Argamassa (MPa)	1104,545455
K_{nn} , rigidez da junta na direção normal	408,4033613
K_{ss} , K_{tt} , rigidez da junta no cisalhamento	197,8827362
Resistência à tração da junta (MPa)	0,278
Coesão (MPa)	0,35
Resistência ao cisalhamento da junta com protensão (MPa)	0,5879264
Resistência ao cisalhamento da junta sem protensão (MPa)	0,35
Energia de fratura na direção normal, Modo I (Nmm/mm ²)	0,0045767037
Energia de fratura na direção do cisalhamento com protensão, Modo II (Nmm/mm ²)	0,0653549069
Energia de fratura na direção do cisalhamento sem protensão, Modo II (Nmm/mm ²)	0,0370016340
Fonte: Autoria própria (2025)	

4.4 Aplicação das Cargas e Condições de Contorno

Os esforços serão aplicados na parede na seguinte ordem, conforme o Quadro 1: Na primeira etapa, a contração axial será aplicada aos tendões, simulando a protensão, e o engaste é feito na base da parede; na segunda etapa o efeito da carga horizontal será considerado. O método de análise utilizado será a análise dinâmica implícita quase-estática, com controle de deslocamento e consideração das não linearidades geométricas.

As barras são embutidas na alvenaria nas fiadas 4, 8, 12 e 15 com o recurso *embedded* do Abaqus, simulando a aderência entre as barras e o graute, que têm a função de contenção lateral. A magnitude da variação de dimensão das barras, do tipo *Temperature* no Abaqus, é escolhida de tal modo que ao ser multiplicada pelo coeficiente de expansão gere uma deformação correspondente à força de protensão, 81 *KN*, através da lei de Hooke. Nota-se que os valores nominais do coeficiente de expansão e da variação de “temperatura” não são importantes, mas sim a deformação gerada. Patentemente a simulação sem protensão terá essa variação suprimida.

Quadro 1 – Etapas no Abaqus

Etapas	Tipo de análise	Início da aplicação
Step 1	Dinâmica implícita quase-estática	Interação de contato, engaste da base, <i>Temperature</i> (protensão)
Step 2	Dinâmica implícita quase-estática	Deslocamentos horizontais

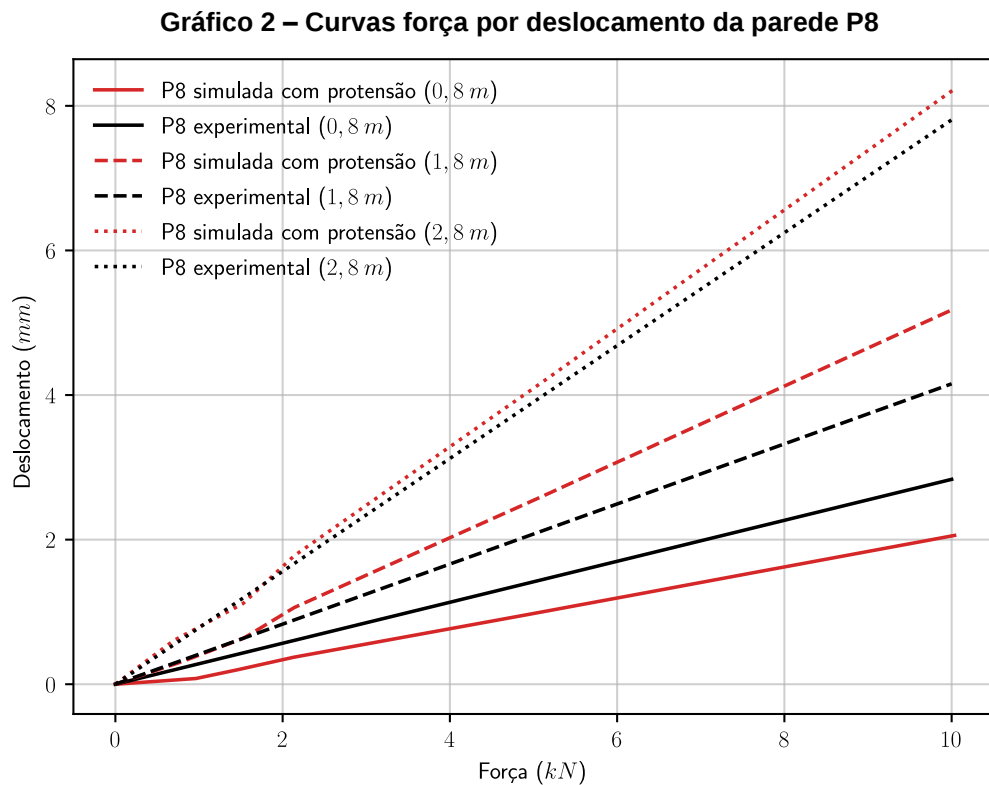
Fonte: Autoria própria (2025)

A carga horizontal, que no ensaio de Parsekian (2002) é aplicada por macacos hidráulicos, aqui será aplicada por deslocamentos horizontais prescritos nas três alturas. O modo como as condições de contorno e as ações foram aplicadas no Abaqus está descrito no Apêndice C, bem como os parâmetros usados no módulo *Step*. Na simulação, o tempo precisa coincidir com a força aplicada no ensaio, isto é, para um dado tempo na simulação, a força gerada nas três alturas deve ser a mesma. Para isso, o modelo primeiro irá ser executado com controle de força, os dados dos deslocamentos recolhidos e então aplicados no modelo em nova execução. Definir deslocamentos faz o Abaqus utilizar automaticamente o controle direto de deslocamento (Skalomenos; Papazafeiropoulos, 2019).

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O objetivo desta parte é apresentar os dados obtidos com o modelo por meio de gráficos, figuras e tabelas, interpretá-los e compará-los com aqueles obtidos na literatura e particularmente em Parsekian (2002), de modo possibilitar a análise da viabilidade do modelo para análises de elementos protendidos de alvenaria.

Foi possível recolher as curvas força-deslocamento nas alturas $h = 0,8\text{ m}$, $h = 1,8\text{ m}$ e $h = 2,8\text{ m}$ de cada simulação. Como supracitado na metodologia, Parsekian (2002) expõe esses valores para alturas diferentes, que foram “corrigidas” para que as alturas das forças e dos deslocamentos avaliados coincidam. É com elas que as funções de força por deslocamento serão comparadas. As curvas da parede P8 se aproximaram dos resultados experimentais, principalmente na altura $h = 2,8\text{ m}$, como visto no Gráfico 2.

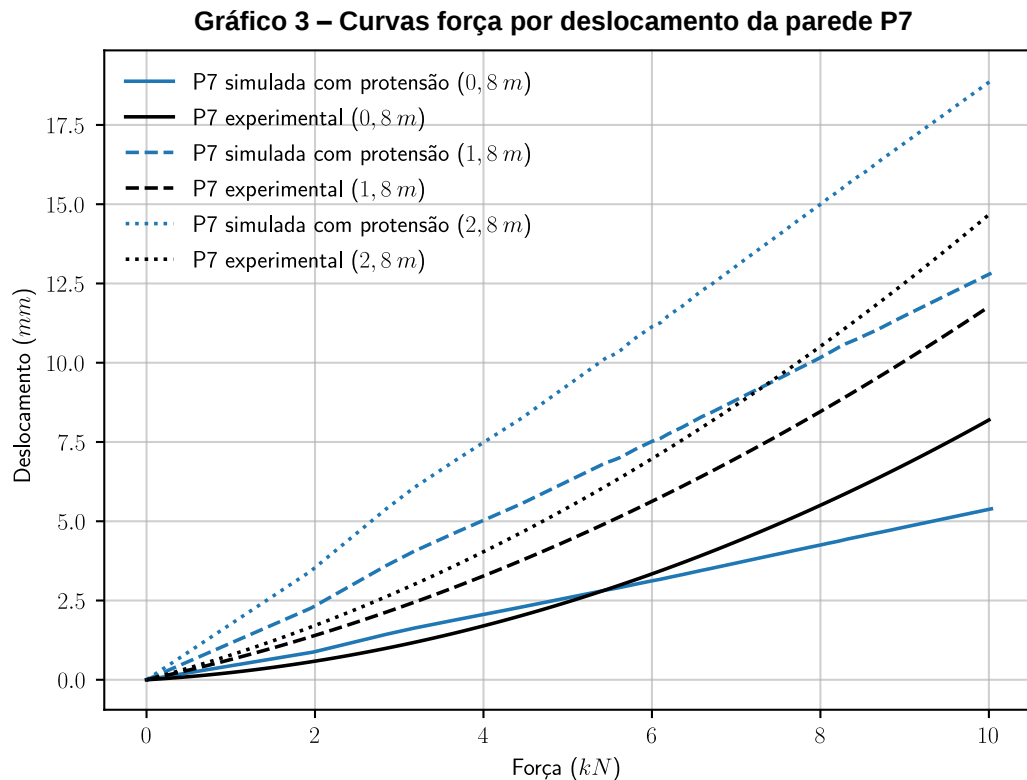


Fonte: Autoria própria (2025)

O coeficiente de determinação (R^2) para as curvas em 0,8, 1,8 e 2,8 foram, respectivamente, 0,44, 0,75 e 0,99. O R^2 tende a valores incoerentes quanto menor for a inclinação da curva, o que explica o valor baixo para a curva de $h = 0,8$, embora os valores experimentais e numéricos para P8 estejam visualmente melhor ajustados.

Alternativamente, o *root mean square* (RMS), chamado de valor eficaz, foi de 0,57, 0,70 e 0,28. Quanto menor o RMS, melhor o ajuste. O motivo da aproximação ser inesperadamente mais precisa para $h = 2,8\text{ m}$ pode ser por falhas no procedimento do ensaio, variação de rigidez ao longo da parede e outros fatores, que serão discutidos com mais detalhes no parágrafo imediatamente anterior à Figura 23. É possível notar que pelo menos até 10 kN a relação foi linear. Isso ocorre pois os materiais que compõem a parede são aproximadamente elástico lineares para tensões baixas, condizendo com o Gráfico 1.

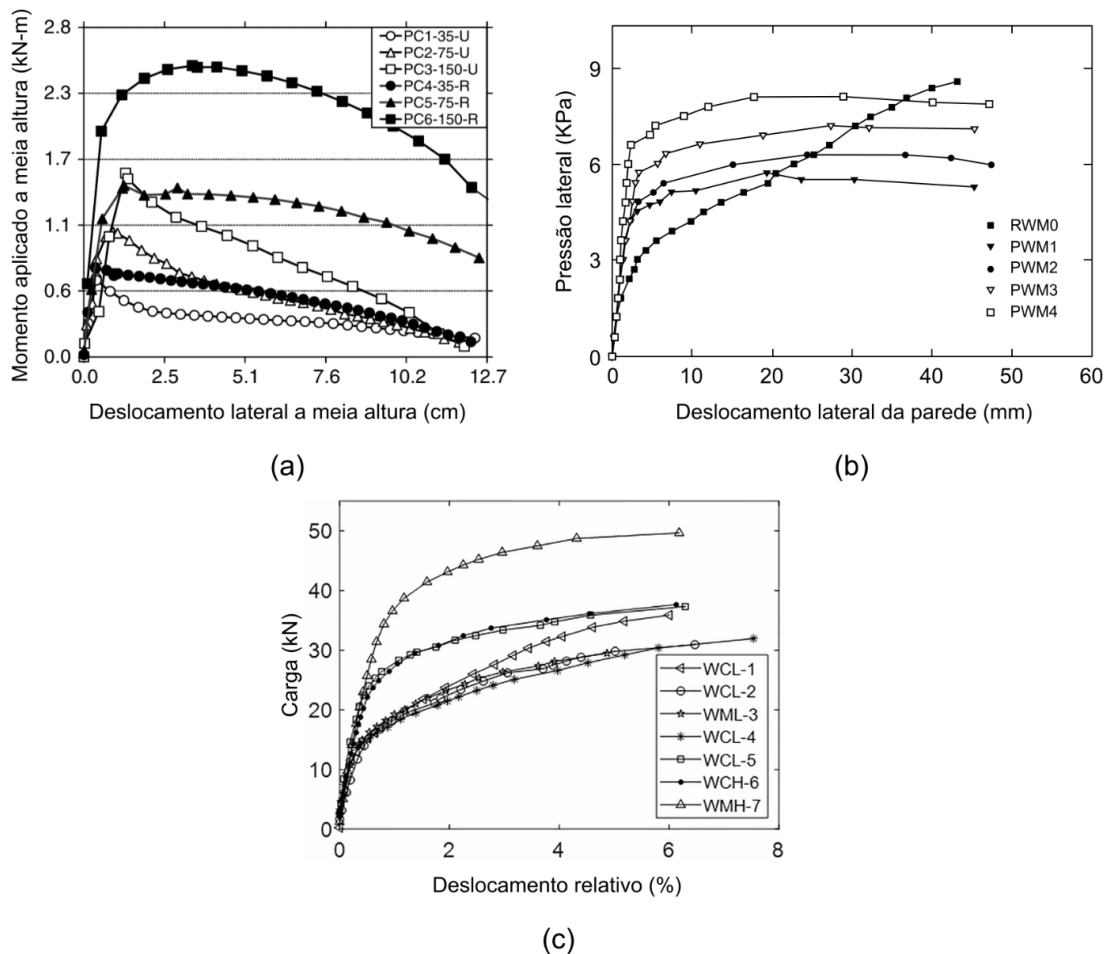
Em contrapartida aos resultados da parede P8, para a parede P7 o Gráfico 3 mostra que a simulação não previu bem os dados apresentados por Parsekian (2002), apesar de ficarem mais próximos para $h = 0,8\text{ m}$ e $h = 1,8\text{ m}$. Os RMSs para 0,8, 1,8 e 2,8 foram, respectivamente, 1,46, 0,94 e 2,88. Essa diferença entre o simulado e o ensaiado era aguardada, pois as curvas descritas por Parsekian mostram comportamento não linear desde o início do carregamento, o que fica claro com a escolha por parte de Parsekian (2002) de um polinômio do segundo grau para ajustar os dados discretos obtidos no ensaio.



Fonte: Autoria própria (2025)

Essa situação não é condizente com a literatura, que indica uma curva inicialmente linear. Em trabalhos experimentais com alvenaria protendida submetida a cargas laterais fora do plano fica evidente essa característica de linearidade inicial. Três desses estudos estão demonstrados na Figura 22. Popehn e Schultz (2011) deixam explícito: “Os espécimes de parede pós-tensionada esbeltas apresentaram resposta linear ao carregamento até o trincamento inicial, após o que o comportamento se tornou não linear”. Provavelmente ocorreu algum erro na coleta dos deslocamentos por parte de Parsekian (2002), porquanto apenas a parede P7 expôs esse comportamento, das dez testadas. Outra possibilidade é que foi inconveniente a escolha por um ajuste com polinômio do segundo grau, em vez de um polinômio do primeiro, porém essa mudança de ajuste traria um R^2 substancialmente menor.

Figura 22 – Gráficos de carga por deslocamento de paredes protendidas com blocos de concreto. (a) Paredes de Popehn e Schultz (2011); (b) paredes de Dawe e Aridru (1993); (c) paredes de García, Bonett e Schultz (2021).

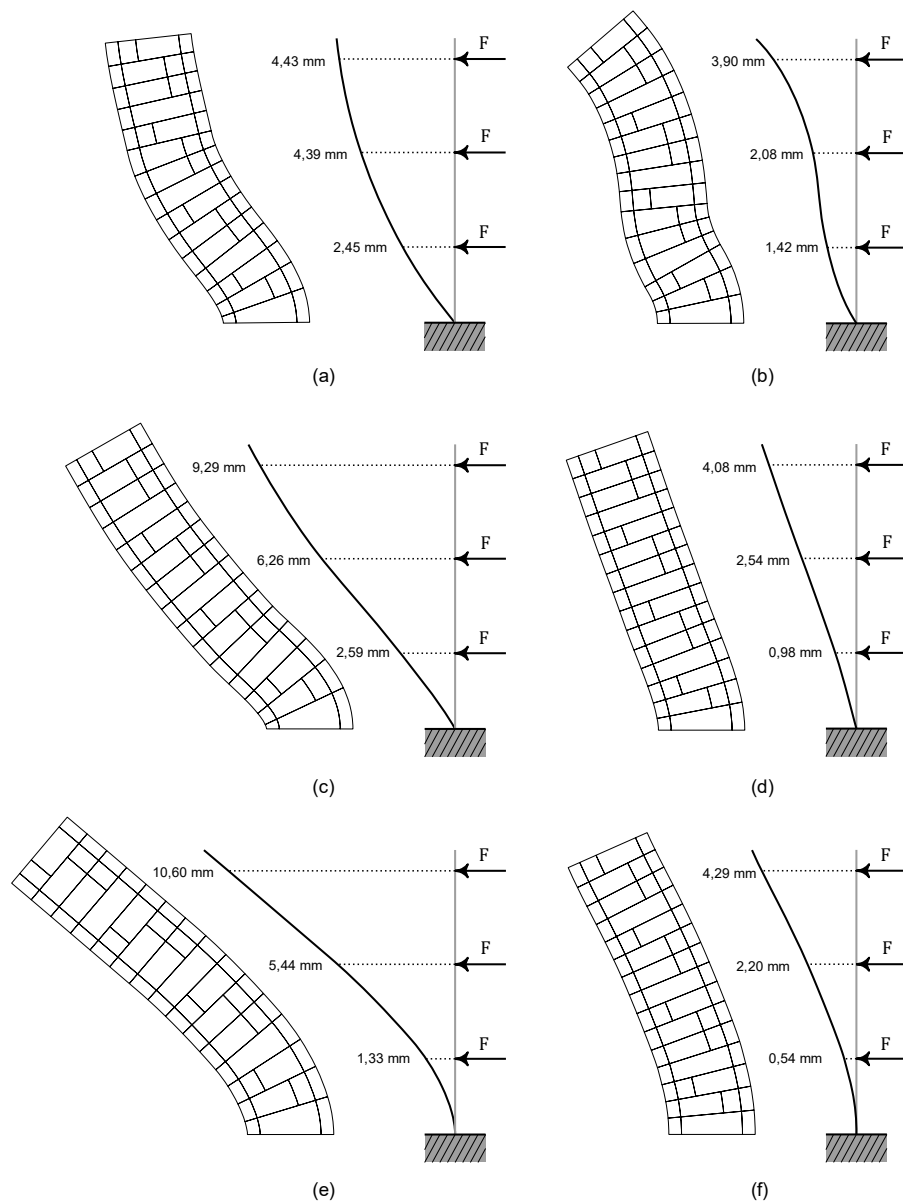


Fonte: Popehn e Schultz (2011), Dawe e Aridru (1993) e García, Bonett e Schultz (2021), adaptado

Apesar de em (a) e (b) serem utilizados o momento e a pressão, essas grandezas são diretamente proporcionais à carga lateral, logo não influenciam no formato geral das curvas.

A maior precisão do modelo para o deslocamento em algumas alturas e menor para outras indica que as configurações deformadas encontradas se assemelham ao empírico, mas têm formatos ligeiramente diferentes daqueles sugeridos nos dados. Será discutido no último parágrafo desta seção que essa diferença pode ser oriunda de falhas no procedimento executivo ou de medição nos ensaios. Outra hipótese é que as paredes reais apresentavam variação de rigidez ao longo da altura, que pode ser fruto da heterogeneidade intrínseca das unidades e da argamassa de assentamento. Não se pode descartar também a hipótese de que os modelos não simularam bem características não lineares dos elementos. Na Figura 23 é ilustrada essa desigualdade no instante cuja força é igual a 5 kN, utilizando uma interpolação polinomial para representar as linhas elásticas das paredes a partir dos dados dos deslocamentos para as quatro alturas, incluindo a altura de 0 m. Também foi feita uma comparação com a linha elástica teórica, por meio das equações (2.8).

Figura 23 – Configurações deformadas das paredes P7 e P8. (a) P7 de Parsekian; (b) P8 de Parsekian; (c) P7 simulada; (d) P8 simulada; (e) P7 teórica; (f) P8 teórica.



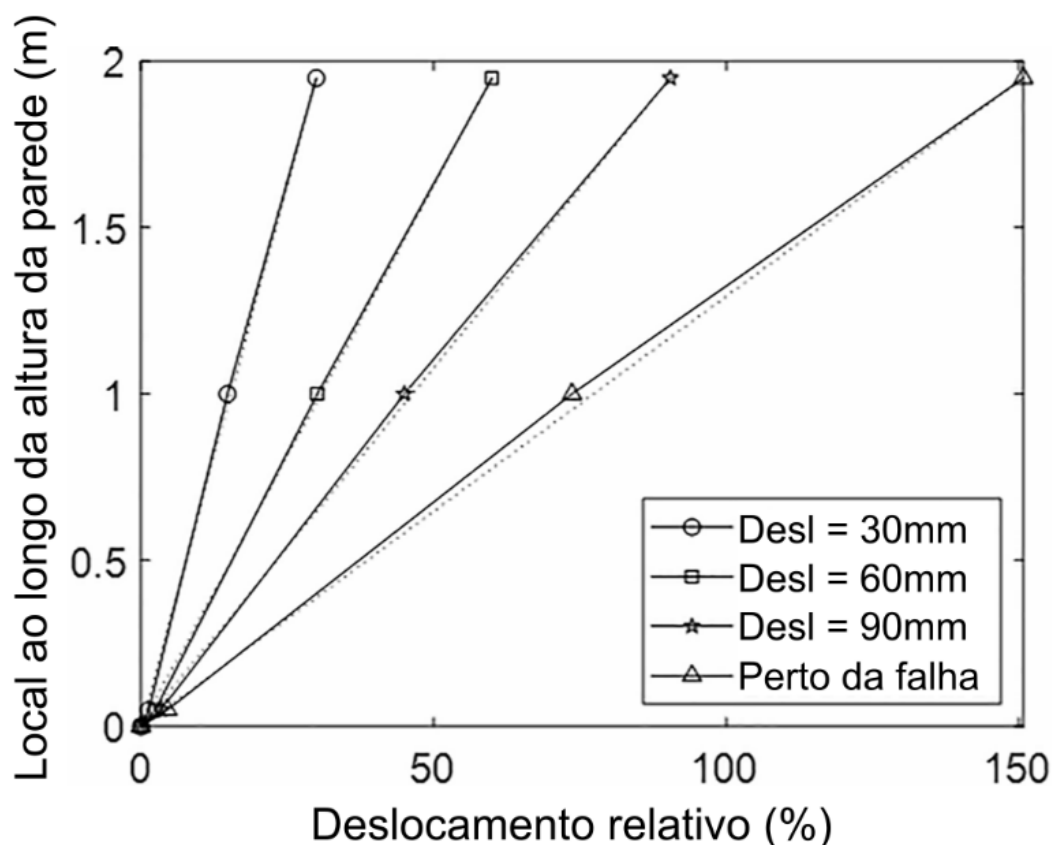
Fonte: Autoria própria (2025)

Como a alvenaria deve se comportar de maneira praticamente elástica linear para essa ordem de tensões, as linhas elásticas (e) e (f) representam boa aproximação da configuração deformada real da parede, que se assemelham bastante com (c) e (d). A conveniência dessa abordagem, utilizando-se equações clássicas da resistência dos materiais, é afirmada pelo próprio Parsekian (2002):

Exceto na P5 onde houve rompimento da aba com a alma, o rompimento a flexão ocorreu dentro do esperado e há uma distribuição linear de tensões ao longo da seção até o aparecimento de tração; desta forma o dimensionamento das paredes pela teoria clássica da resistência dos materiais é plenamente aceitável. (Parsekian, 2002, p. 209).

Verifica-se que (a) e (b) mostram curvas mais sinuosas, que destoam tanto do modelo computacional quanto do modelo analítico, de curvas quase retilíneas. García, Bonnet e Schultz (2021) realizaram testes com cargas cíclicas e monotônicas fora do plano em paredes de alvenaria protendida e acharam perfis de deslocamento também quase lineares, ilustrados na Figura 24 para uma das paredes testadas.

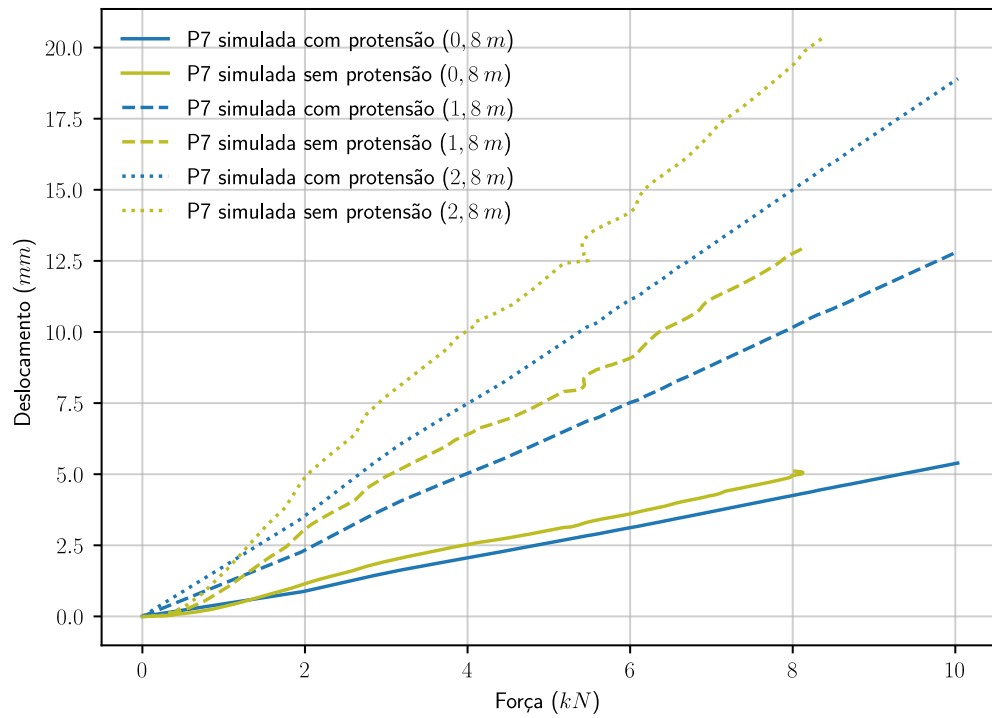
Figura 24 – Deslocamento por altura de parede protendida de concreto ensaiada por García, Bonett e Schultz (2021).



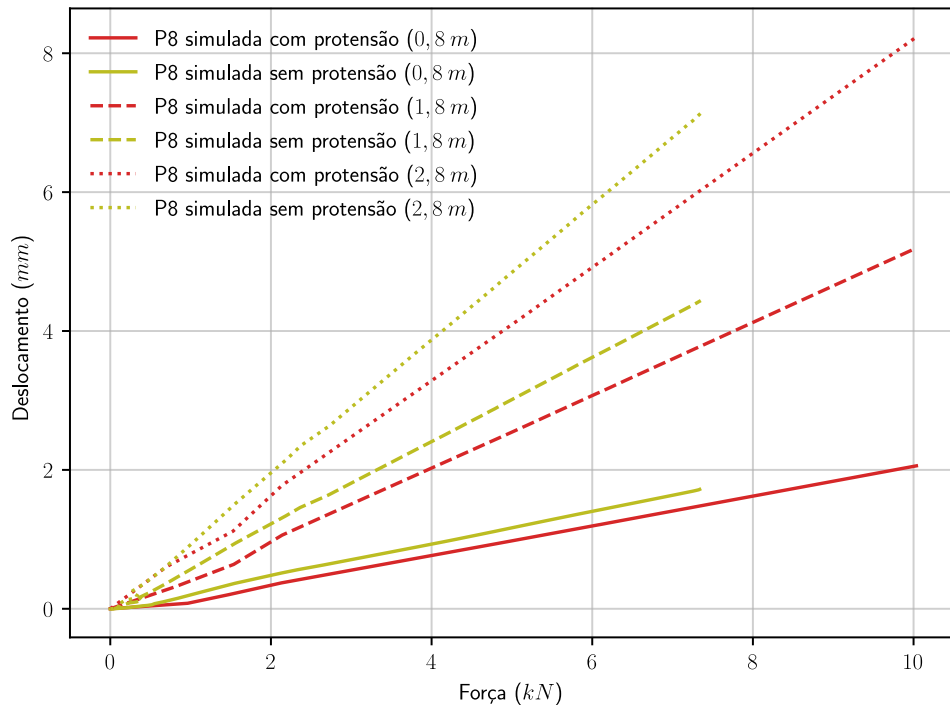
Fonte: García, Bonett e Schultz (2021), traduzido

Dessa forma, apesar dos deslocamentos obtidos com o modelo de elementos finitos proposto não serem exatos quando comparados aos de Parsekian (2002), eles concordam com as teorias clássicas e com ensaios realizados por outros pesquisadores.

É possível verificar nos Gráficos 4 e 5 que a protensão parece ter aumentado a “rigidez” do elemento, já que sem ela os deslocamentos foram maiores para P7 e P8, nas três alturas. Isso coincide com o afirmado por Hendry (2004), que cita que a protensão controla os deslocamentos da alvenaria.

Gráfico 4 – Curvas força por deslocamento da parede P7 simulada sem protensão

Fonte: Autoria própria (2025)

Gráfico 5 – Curvas força por deslocamento da parede P8 simulada sem protensão

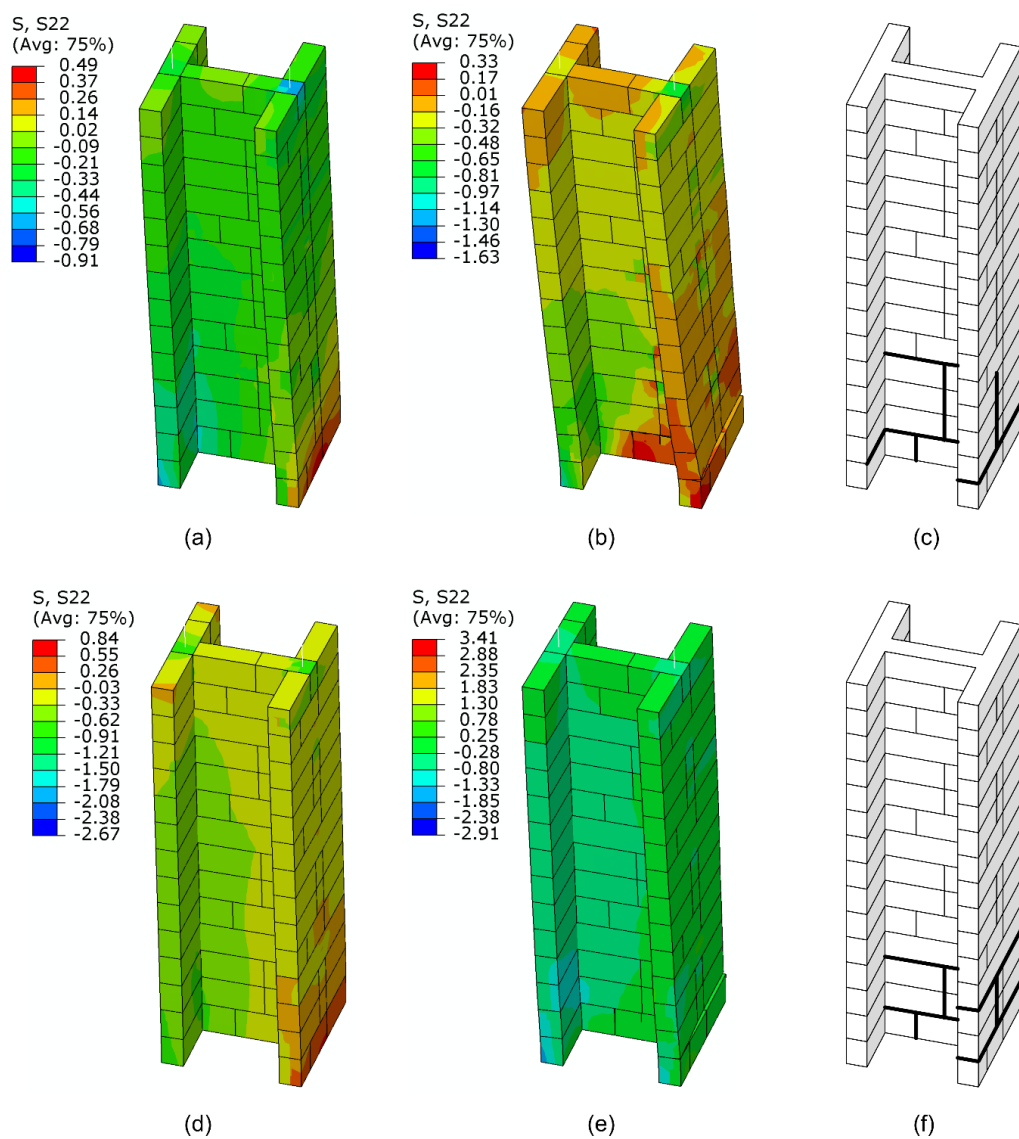
Fonte: Autoria própria (2025)

Quando um elemento protendido fica fora do prumo, o vetor da força de protensão, agora inclinado, tem uma componente horizontal no sentido contrário ao

deslocamento, o que causa esse efeito, chamado de “autocentralização” ou “autocorreção” (Wight, 2006).

Quanto aos modos de ruptura, as paredes P7 e P8 seguiram fielmente o descrito por Parsekian (2002): Primeiro uma falha por tração entre a primeira e segunda fiadas, depois falha por cisalhamento seguida de grandes deslocamentos. A Figura 25 mostra essas falhas, com um fator de escala de 5.

Figura 25 – Modos de rupturas das paredes P7 e P8 simuladas com protensão. (a) P7 a 12 kN; (b) P7 a 18 kN; (c) locais de falha de P7; (d) P8 a 15,5 kN; (e) P8 a 20 kN; (f) locais de falha de P8.



Fonte: Autoria própria (2025)

A canaleta superior foi suprimida para melhorar a visualização das tensões. No Abaqus, S22 é a tensão nos elementos finitos na direção vertical (y). No ensaio de

Parsekian (2002), o rompimento por tração na flexão foi com 12 kN e ao cisalhamento com 20 kN, para P7 e P8. Nos modelos de elementos finitos, P7 teve ruptura por tração com 12 kN e ao cisalhamento com 18 kN. A parede P8, por sua vez, apresentou falha à tração com 15,5 kN e por cisalhamento com 20 kN. As paredes sem protensão, como esperável, tiveram resistências inferiores nos dois parâmetros: inferior à tração porque não se tem a compressão gerada pelas barras protendidas para atenuar os esforços internos de tração, e inferior ao cisalhamento porque a pré-compressão é inferior sem a protensão. A Tabela 9 traz um resumo das forças horizontais necessárias para cada modo de ruptura na junta.

Tabela 9 – Comparação das resistências à tração e ao cisalhamento das paredes P7 e P8 com os resultados experimentais.

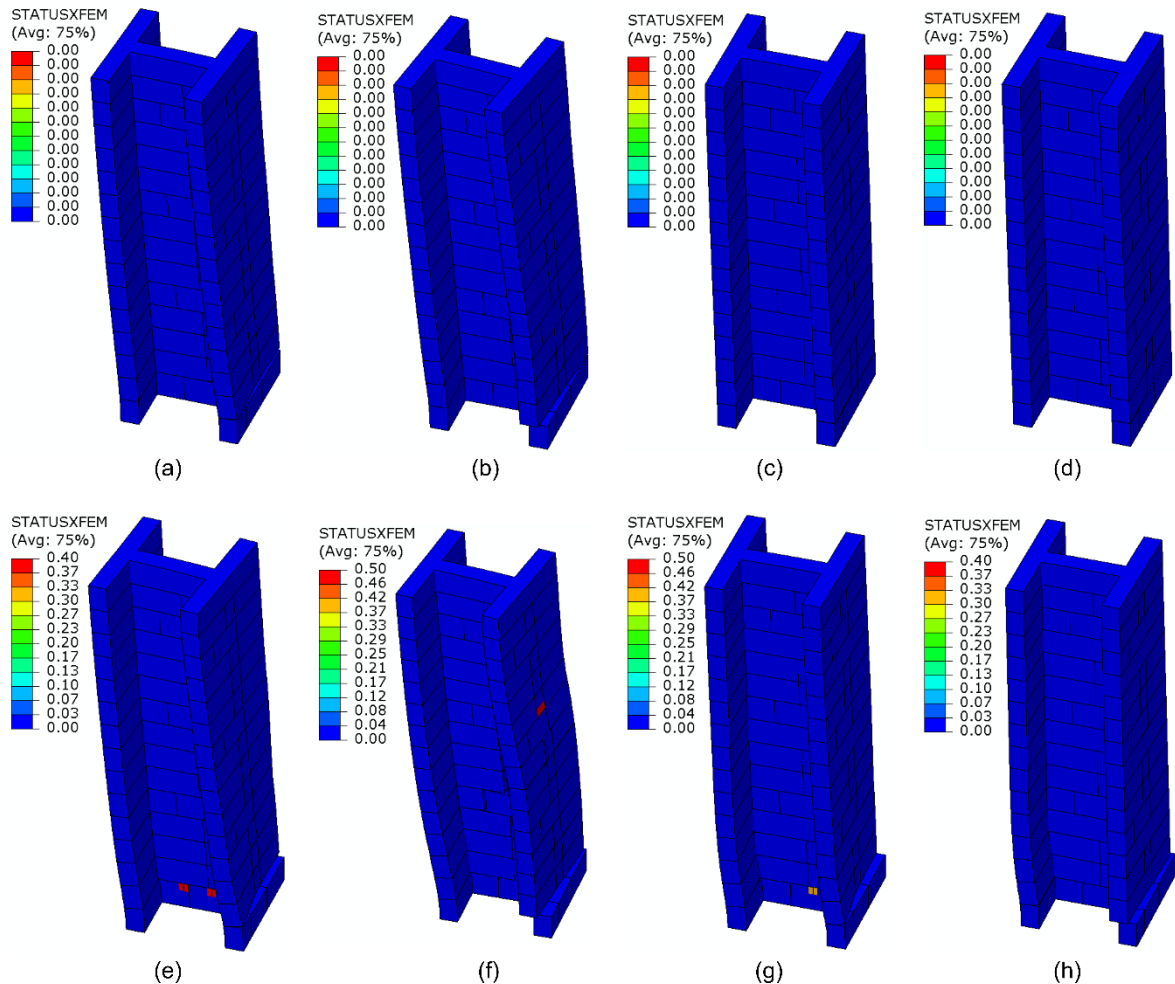
Paredes	Força lateral para falha por tração (kN)	Força lateral para falha por cisalhamento (kN)
P7 experimental	12	20
P7 simulada com protensão	12	18
P7 simulada sem protensão	8	10
P8 experimental	12	20
P8 simulada com protensão	15,5	20
P8 simulada sem protensão	7,3	9
Fonte: Autoria própria (2025)		

A partir desses valores, verifica-se que em geral a protensão aumentou de maneira relativa mais a resistência por cisalhamento do que por tração. Por cisalhamento, a força necessária para falha foi de 1,8 a 2,2 vezes maior, já na tração foi de 1,5 a 2,12 vezes maior.

Além dos mecanismos de falha na junta, a parede pode romper também por falhas na unidade de alvenaria. Conhecidamente a protensão controla o aparecimento de trincas (Hendry, 2004). Inclusive, Parsekian (2002) não relatou aparecimento de trincas nas unidades de alvenaria ensaiadas. Corroborando com isso, as simulações de XFEM no Abaqus exibiram trincas apenas após a falha por cisalhamento, na parte superior da primeira fiada, o que é aguardado já que os deslocamentos aumentam bruscamente daí em diante. Na Figura 26, o STATUSXFEM indica no *software* o “grau de trincamento” dos componentes. O valor 1 representa trincamento completo, 0 a 1 trincamento parcial e 0 nenhuma trinca.

Figura 26 – Trincas produzidas pelo XFEM no Abaqus antes e após a falha por cisalhamento.

(a) P7 antes do cisalhamento; (b) P7 sem protensão antes do cisalhamento; (c) P8 antes do cisalhamento; (d) P8 sem protensão antes do cisalhamento; (e) P7 após cisalhamento; (f) P7 sem protensão após cisalhamento; (g) P8 após cisalhamento; (h) P8 sem protensão após cisalhamento.



Fonte: Autoria própria (2025)

Como visto na Figura 26, não foram registradas trincas antes da falha por cisalhamento mesmo nas paredes sem protensão, pois os mecanismos de falha nas juntas manifestaram-se antes de se desenvolverem tensões de tração e cisalhamento suficientes nas unidades para ocasioná-las. Esse comportamento coincide com os resultados do trabalho de Mohamad *et al.* (2017), que estudou os modos de ruptura das alvenarias de blocos de concreto e chegou à conclusão que a interação entre argamassa e unidade é a responsável pelas falhas da alvenaria. Mais especificamente, se a argamassa possui um traço forte, como é o caso, a falha principal é a por tração, que se propaga através da junta.

É importante perceber que as curvas força-deslocamento experimentais dos Gráficos 2 e 3 tiveram deslocamentos muito superior ao esperado, o que resultou em módulos de deformação bem abaixo dos módulos dos ensaios de prisma na compressão e daqueles calculados por meio de fórmulas presentes na literatura e em normas técnicas. Parsekian (2002) apontou que isso poderia ter ocorrido porque a parede não estava perfeitamente engastada no bloco de fundação. No entanto, isso foi um fato que se repetiu em todas as dez paredes ensaiadas no trabalho, mas que não se verifica em outras pesquisas experimentais do mesmo tema (Dawe; Aridru, 1993; García; Bonett; Schultz, 2021; Popehn; Schultz, 2011). Além disso, não foi possível verificar evidências dessa afirmação, a exemplo de falha por tração entre a primeira fiada e o bloco de fundação (em vez de entre a primeira e a segunda fiadas), e irregularidades notáveis nas curvas força-deslocamento obtidas. Supõe-se, assim, que a causa foi alguma outra falha sistemática na execução ou medição dos ensaios das paredes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em face da dificuldade encontrada em simular numericamente alguns fenômenos de falha de alvenarias protendidas, uma série de modelos matemáticos aplicados no método dos elementos finitos foram utilizados para reproduzir o comportamento da alvenaria protendida com blocos de concreto. O Método Estendido de Elementos Finitos (XFEM) foi empregado para descrever o aparecimento e propagação das trincas, e as leis de tração-separação para prever os mecanismos relacionados ao comportamento às juntas. As falhas das unidades foram representadas via modelo de Drucker-Prager, completando então a recriação dos principais modos de ruptura da alvenaria. O controle direto de deslocamento e a regularização viscosa foram aplicados em uma análise dinâmica implícita quase-estática para melhorar a convergência do modelo, aprimorando sua eficiência.

O estudo iniciou com uma revisão dos conceitos fundamentais para a compreensão da mecânica das alvenarias não armadas e protendidas, seguida dos aspectos necessários para a representação das interfaces de alvenaria utilizando o MEF. Logo depois, foi desenvolvido um modelo no *software* Abaqus capaz de simular o comportamento das alvenarias protendidas, cujos resultados foram confrontados pela literatura técnica do tema, especialmente por meio dos dados experimentais obtidos na pesquisa de Parsekian (2002). Posteriormente, esses resultados foram analisados de maneira pormenorizada. Com isso, chega-se à conclusão que foi elaborada uma modelagem em elementos finitos de estruturas de alvenaria protendida a qual se demonstrou consistente na representação dos mecanismos de falha e do comportamento geral do elemento estrutural.

A representação do comportamento geral da estrutura, medido pelas curvas de força-deslocamento, apresentaram bons resultados para a parede P8, porém não satisfatórios para a P7 quando comparados aos de Parsekian (2002). Apesar de haver evidências de que a causa não esteja no modelo em si, é importante mais estudos para confirmar sua eficácia nesse quesito. Por outro lado, os mecanismos de falha nas juntas obtiveram ótima resposta, tanto os relacionados à tração quanto ao cisalhamento. Na unidade, o não surgimento de trincas até a falha por cisalhamento foi condizente com o esperado, porém só esta pesquisa é insuficiente para validar o

modelo nesse ponto. É necessário utilizá-lo em comparação com paredes cujas unidades sofreram efetivamente trincas, para então verificar se ele irá representá-las bem. Além de revisar e testar extensivamente o modelo proposto, é interessante que os próximos trabalhos o ampliem para unidades de outros materiais, como cerâmicas e sílico-calcárias, bem como para outras condições específicas de carregamento: carga monotônica horizontal no plano, carga monotônica horizontal fora do plano, carga vertical distribuída, carga cíclica etc. Também é importante simular as contenções laterais internas com placas metálicas e investigar a possibilidade de flambagem da alvenaria.

A pesquisa dedicou-se no embasamento teórico da criação de modelos numéricos de elementos finitos aplicados à alvenaria estrutural, mostrando ao leitor requisitos necessários para o progresso das habilidades técnicas e teóricas dos profissionais da área. Além disso, o estudo trouxe uma contribuição relevante para os textos científicos ao discutir a utilização do método de elementos finitos na análise de alvenaria protendida. Essa abordagem não só aumenta a compreensão sobre o comportamento estrutural desse sistema, mas também ajuda na criação de soluções construtivas mais previsíveis. Dessa forma, o trabalho reforça a importância da integração entre modelagem numérica computacional e a engenharia civil, a fim de otimizar o desempenho de estruturas e garantir maior confiabilidade em projetos futuros.

REFERÊNCIAS

ABDULLA, K. F.; CUNNINGHAM, L. S.; GILLIE, M. Simulating masonry wall behaviour using a simplified micro-model approach. **Engineering Structures**, v. 151, p. 349–365, nov. 2017.

AKAY, Ahmet Arda; GÖKTEPE, Serdar; GÜRSES, Ercan. Formulation of a Bilinear Traction-Separation Interface Law in Boundary Elements with Homogenization. **Procedia Structural Integrity**, v. 61, p. 138–147, 2023.

AKHAVAN-SAFAR, Alireza; et al. Cohesive Zone Modelling-CZM. **Springer Briefs in applied sciences and technology**, p. 19–42, 2022.

ALEJANO, L. R.; BOBET, A. Drucker–Prager Criterion. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 45, n. 6, p. 995–999, 18 jul. 2012.

ALLEN, M., KURAMA, Y. C. Design of Rectangular Openings in Unbonded Post tensioned Precast Concrete Walls. **Report No. NDSE-01-01**, Dept. of Civil Engineering and Geological Sciences, University of Notre Dame, abr. 2001.

ALI, SK. S.; PAGE, A. W. Finite Element Model for Masonry Subjected to Concentrated Loads. **Journal of Structural Engineering**, v. 114, n. 8, p. 1761–1784, set. 1988.

ARUP. **Completing La Sagrada Família**: A collaboration in digital and stone. Londres, 2020. Disponível em: <https://www.arup.com/projects/sagrada-familia/>. Acesso em: 7 fev. 2025.

ARYA, S.; HEGEMIER, G. On non-linear response prediction of concrete masonry assemblies. **North masonry conference Boulder**, Colorado: Masonry Society, 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13279**: Argamassa para assentamento e revestimento de paredes e tetos: Determinação da resistência à tração na flexão e à compressão. Rio de Janeiro, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15961-1**: Alvenaria estrutural: Blocos de concreto - Parte 1: Projeto. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12118**: Blocos vazados de concreto simples para alvenaria: Métodos de ensaio. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6136**: Blocos vazados de concreto simples para alvenaria: Requisitos. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16868-1**: Alvenaria estrutural: Parte 1: Projeto. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16868-3**: Alvenaria estrutural: Parte 3: Métodos de ensaio. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15270-1**: Componentes cerâmicos: Blocos e tijolos para alvenaria: Parte 1: Requisitos. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15270-2**: Componentes cerâmicos: Blocos e tijolos para alvenaria: Parte 2: Métodos de ensaios. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2023.

ATAMTURKTUR, S.; BOOTHBY, T. E. The Development of Finite-Element Models and the Horizontal Thrust of Guastavino Domes. APT Bulletin: **The Journal of Preservation Technology**, 38(4), p. 21–29, 2007. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/40004808>. Acesso em: 7 fev. 2025.

BAQI, A.; BHANDARI, N. M. Postcracking Behavior of Prestressed Masonry in Flexure. **Journal of Structural Engineering**, v. 133, n. 4, p. 507–518, abr. 2007.

BASTOS, Paulo Sérgio. **Alvenaria Estrutural**. Bauru: Universidade Estadual Paulista, jul. 2021. Disponível em: <https://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/alv.estrutural/Apost.%20Alvenaria%20Estrutural.pdf>. Acesso em: 7 fev. 2025.

BATHE, Klaus-Jürgen. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Watertown: Klaus-Jürgen Bathe, 2014. 1043 p.

BATOZ, Jean-Louis; DHATT, G. Incremental displacement algorithms for nonlinear problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 14, n. 8, p. 1262–1267, 1979.

BATTELINO, Ada Sonia. **Comparative Study of Different Numerical Models to Describe the Behaviour of Masonry Structures**. Orientador: Lorenza Petrini. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - School of Civil, Ambiental and Teritorial Engineering, Politecnico di Milano, Milão, 2021. Disponível em: <https://www.politesi.polimi.it/handle/10589/196634>. Acesso em: 23 set. 2024.

BELYTSCHKO, T.; BLACK, T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 45, n. 5, p. 601–620, 20 jun. 1999.

BENZEGGAGH, M.L.; KENANE, M. Mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites under fatigue loading. **Composites Science and Technology**, v. 57, n. 5, p. 597–605, 1996.

BIGGS, David T. Planning Projects to Use Prestressed Masonry. **ASCE Structures Congress**, Washington, D.C., mai. 2001.

BISOFFI-SAUVE, M.; MOREL, S.; DUBOIS, F. Modelling mixed mode fracture of mortar joints in masonry buildings. **Engineering Structures**, v. 182, p. 316–330, mar. 2019.

BOULBES, Raphael Jean. **Troubleshooting Finite-Element Modeling with Abaqus: With Application in Structural Engineering Analysis**. 1. ed. Cham: Springer Cham, 2019.

BREWER, J. C.; LAGACE, P. A. Quadratic Stress Criterion for Initiation of Delamination. **Journal of Composite Materials**, v. 22, n. 12, p. 1141–1155, dez. 1988.

BRICK INDUSTRY ASSOCIATION: **Technical Notes 30 - Bonds and Patterns in Brickwork**, 1999. Disponível em: www.gobrick.com/media/file/30-bonds-and-patterns-in-brickwork.pdf. Acesso em: 7 fev. 2025.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **BS EN 1052-3: Methods of test for masonry - Part 3: Determination of initial shear strength**. London: BSI, 2002.

BUTCHER, J. C. **Numerical methods for ordinary differential equations**. Chichester, UK: Wiley, 2016.

CAI, M. et al. Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 41, n. 5, p. 833–847, jul. 2004.

CALÇADA, Luciana Maltez Lengler. **Avaliação do comportamento de prismas grauteados e não grauteados de blocos de concreto**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

CAMACHO, G. T.; ORTIZ, M. Computational modelling of impact damage in brittle materials. **International Journal of Solids and Structures**, v. 33, n. 20-22, p. 2899–2938, ago. 1996.

CAMANHO, Pedro P.; DÁVILA, Carlos G. **Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials**. No. NAS 1.15: 211737, 2002.

CERIONI, R.; DONIDA, G. A finite element model for the nonlinear analysis of reinforced and prestressed masonry walls. **Computers & Structures**, v. 53, n. 6, p. 1291–1306, dez. 1994.

CHABOCHE, Jean-Louis; FEYEL, Frédéric; MONERIE, Yann. Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency. **International Journal of Solids and Structures**, v. 38, n. 18, p. 3127–3160, mai. 2001.

CHANDRA, N. et al. Some issues in the application of cohesive zone models for metal–ceramic interfaces. **International Journal of Solids and Structures**, v. 39, n. 10, p. 2827–2855, mai. 2002.

CHAVES, Eduardo W. V. Tracking 3D crack path. **International Conference on Mathematical and Statistical Modeling in Honor of Enrique Castillo**, jun. 2006.

CITTO, C. Two-dimensional interface model applied to masonry structures. **ProQuest**, 2008.

COLLINS-CRAFT, N. A.; BOURRIER, F.; ACARY, V. On the formulation and implementation of extrinsic cohesive zone models with contact. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 400, p. 115545–115545, 13 set. 2022.

D'ALTRI, A. M. et al. A 3D detailed micro-model for the in-plane and out-of-plane numerical analysis of masonry panels. **Computers & Structures**, v. 206, p. 18–30, ago. 2018.

DASSAULT SYSTÈMES. **Abaqus 2016 Documentation**. Providence, RI: Dassault Systèmes Simulia Corp., 2016.

DAWE, J. L.; ARIDRU, G. G. Prestressed concrete masonry walls subjected to uniform out-of-plane loading. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 20, n. 6, p. 969–979, dez. 1993.

DUVAUT, G.; LIONS, J. L. **Inequalities in Mechanics and Physics**. Springer Science & Business Media, 2011.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1015-11**: Methods of test for mortar for masonry, Part 11: Determination of flexural and compressive strength of hardened mortar. Brussels: CEN, 2019.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1996-1-1**: Eurocode 6 – Design of masonry structures – Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures. Brussels: CEN, 2005.

ERDOGAN, F.; SIH, G. C. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear. **Journal of Basic Engineering**, v. 85, n. 4, p. 519–525, dez. 1963.

FUINA, Jamile Salim. **Métodos de controle de deformações para análise não-linear de estruturas**. Orientador: Roque Luiz da Silva Pitangueira. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Departamento de Engenharia de Estruturas, UFMG, Belo Horizonte, 2004. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/LMCA-769HM7>. Acesso em: 7 fev. 2025.

GANZ, H. R. Post-tensioned Masonry Structures. **VSL International Ltd**. Technical Report. Berne. 1990.

GARCÍA, J. M.; BONETT, R. L.; SCHULTZ, A. E. Structural testing of ungrouted post-tensioned cantilever masonry walls under unidirectional out-of-plane monotonic and cyclic loading. **Engineering Structures**, v. 235, p. 111961, mai. 2021.

GERE, J. M.; GOODNO, B. J. **Statics and mechanics of materials**. Boston, Ma: Cengage, 2019.

GEUBELLE, P. H.; BAYLOR, J. S. Impact-induced delamination of composites: a 2D simulation. **Composites Part B-engineering**, v. 29, n. 5, p. 589–602, set. 1998.

GHIASSI, B.; MILANI, G. **Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures**. Woodhead Publishing, 2019.

GOUTIANOS, S.; SØRENSEN, B.F.; THOULESS, M.D. Mixed-mode cohesive laws and the use of linear-elastic fracture mechanics. **Engineering fracture mechanics**, v. 252, p. 107792–107792, jul. 2021.

GRIFFITH, A. A. VI. The phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character**, v. 221, n. 582-593, p. 163–198, jan. 1921.

GRIFFITHS, D. F.; HIGHAM, D. J. **Numerical methods for ordinary differential equations**: Initial value problems. London: Springer, 2010.

HASHIN, Z. Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. **Journal of Applied Mechanics**, v. 47, n. 2, p. 329–334, jun. 1980.

HASSANLI, Reza; ELGAWADY, M. A.; MILLS, J. E. In-plane flexural strength of unbonded post-tensioned concrete masonry walls. **Engineering Structures**, v. 136, p. 245–260, 20 jan. 2017.

HENDRY, E. A. W. Masonry walls: materials and construction. **Construction and Building Materials**, v. 15, n. 8, p. 323–330, dez. 2001.

HENDRY, A. W.; DAVIES, S. R.; SINHA, B. P. **Design of masonry structures**. London: E. & F.N. Spon, 2004.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, n. 6, p. 773–781, nov. 1976.

HORDIJK, Dirk Arend. **Local approach to fatigue of concrete**. 1991. Tese (Doutorado) - Technische Universiteit Delft, Delft, 1991. Disponível em: <https://resolver.tudelft.nl/uuid:fa87147b-8201-47ed-83d7-b812b09c5fbb>. Acesso em: 7 fev. 2025.

HU, X. et al. Modelling fracture process zone width and length for quasi-brittle fracture of rock, concrete and ceramics. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 259, p. 108158, jan. 2022.

JIANG, H. et al. Evaluations of failure initiation criteria for predicting damages of composite structures under crushing loading. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 37, n. 21, p. 1279–1303, 22 jun. 2018.

KAUSHIK, H. B.; RAI, D. C.; JAIN, S. K. Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 19, n. 9, p. 728–739, set. 2007.

KUANG, J. S.; YUEN, Y. P. Simulations of masonry-infilled reinforced concrete frame failure. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Engineering and Computational Mechanics**, v. 166, n. 4, p. 179–193, 18 out. 2013.

LAPCZYK, I.; HURTADO, J. A. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 38, n. 11, p. 2333–2341, nov. 2007.

LOTFI, H. R.; SHING, P. B. Interface Model Applied to Fracture of Masonry Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 1, p. 63–80, jan. 1994.

LOURENCO, P. B. **Computational strategies for masonry structures**. 1996. Tese (Doutorado) - Technische Universiteit Delft, Delft, 1991. Disponível em: <https://repository.tudelft.nl/record/uuid:4f5a2c6c-d5b7-4043-9d06-8c0b7b9f1f6f>. Acesso em: 7 fev. 2025.

LOURENÇO, P. B. Masonry Structures, Overview. **Encyclopedia of Earthquake Engineering**, p. 1–9, 2014.

LOURENÇO, P. B.; ROTS, J. G. Multisurface Interface Model for Analysis of Masonry Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 123, n. 7, p. 660–668, jul. 1997.

LUBARDA, V. A.; MASTILOVIC, Sreten; KNAP, J. Brittle-Ductile Transition in Porous Rocks by Cap Model. **Journal of engineering mechanics**, v. 122, n. 7, p. 633–642, jul. 1996.

MADAN, A.; REINHORN, A. M.; MANDER, J. B. Fiber-Element Model of Posttensioned Hollow Block Masonry Shear Walls under Reversed Cyclic Lateral Loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 134, n. 7, p. 1101–1114, 1 jul. 2008.

MELENK, J. M.; BABUŠKA, I. The partition of unity finite element method: Basic theory and applications. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 139, n. 1-4, p. 289–314, dez. 1996.

MARQUES, A. I. et al. Modulus of elasticity of mortars: Static and dynamic analyses. **Construction and Building Materials**, v. 232, p. 117216, jan. 2020.

MOHAMAD, Gihad. **Comportamento mecânico na ruptura de prismas de blocos de concreto**. Orientador: Humberto Ramos Roman. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/77746>. Acesso em: 7 fev. 2025.

MOHAMAD, G. et al. Behavior of mortar under multiaxial stress. **12th North American Masonry Conference**, Denver, Colorado, p. 1–12, mai. 2015.

MOHAMAD, G. et al. Strength, behavior, and failure mode of hollow concrete masonry constructed with mortars of different strengths. **Construction and Building Materials**, v. 134, p. 489–496, mar. 2017.

MOHAMAD, G. **Construções em Alvenaria Estrutural: Materiais, Projeto e Desempenho**. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2 ed. ampliada e revisada, 2020.

MOREL, S. et al. Bilinear softening parameters and equivalent LEFM R-curve in quasibrittle failure. **International Journal of Solids and Structures**, v. 47, n. 6, p. 837–850, mar. 2010.

MOURITZ, A. P. **Introduction to aerospace materials**. Cambridge, Uk: Woodhead Pub, 2012.

NARDI, Deborah Cristina. **The failure modelling of structures composed of quasi-brittle materials via IGABEM and the Extended Lumped Damage approach**. Orientador: Edson Denner Leonel. 2024. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-11042024-144829/pt-br.php>. Acesso em: 7 fev. 2025.

NAVIDTEHRANI, Y. et al. Griffith-based analysis of crack initiation location in a Brazilian test. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 159, nov. 2022.

NEEDLEMAN, A. A Continuum Model for Void Nucleation by Inclusion Debonding. **Journal of Applied Mechanics**, v. 54, n. 3, p. 525–531, set. 1987.

NIE, N. et al. The application of mixed-mode de-cohesion criteria in masonry finite element analysis. In: **Australian Earthquake Engineering Society 2019 Conference**, Newcastle upon Tyne, 2019. Disponível em: <https://aees.org.au/wp-content/uploads/2019/12/60-Yu-Nie.pdf>. Acesso em: 7 fev. 2025.

OLIVEIRA, Luciane Marcela Filizola de. **Estudo teórico e experimental do comportamento das interfaces verticais de paredes interconectadas de alvenaria estrutural**. 2014. Tese (Doutorado em Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.18.2014.tde-30072014-085747>. Acesso em: 7 fev. 2025.

PAGE, A. Finite Element Model for Masonry. **Journal of the Structural Division**, v. 104, n. 8, p. 1267–1285, ago. 1978.

PARSEKIAN, Guilherme A. **Tecnologia de produção de alvenaria estrutural protendida**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

PARSEKIAN, Guilherme A.; HAMID, Ahmad A.; DRYSDALE, Robert G. **Comportamento e Dimensionamento de Alvenaria Estrutural**. 2. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2013.

PARSEKIAN, Guilherme A.; MEDEIROS, Wallison A. **Parâmetros de projeto de alvenaria estrutural com blocos de concreto**. 2. ed. revista e atualizada. São Carlos: EdUFSCar, 2022.

PAULINO, Glaucio H.; ZHANG, Zhengyu. Cohesive modeling of propagating cracks in homogeneous and functionally graded composites. In: **GRACM INTERNATIONAL CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS**, 5., 2005, Limassol. *Proceedings...* Limassol: [organizador não informado], 2005.

PHIPPS, M. E. Prestressed masonry. **Progress in Structural Engineering and Materials**, v. 2, n. 3, p. 304–310, 2000.

POPEHN, J. R. B.; SCHULTZ, A. E. Finite-Element Models for Slender, Posttensioned Masonry Walls Loaded Out-of-Plane. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 12, p. 1489–1498, 26 mar. 2011.

RAMALHO, Marcio A.; CORRÊA, Márcio R. S. **Projeto de edifícios de alvenaria estrutural**. São Paulo: Pini, 2004.

RAOUS, M.; CANGEMI, L.; COCU, M. A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 177, n. 3-4, p. 383–399, 20 jul. 1999.

REEDER, James R. 3-D Mixed Mode Delamination Fracture Criteria - An Experimentalist's Perspective. In: **American society for composites 21st annual technical conference**, 2006, Dearborn. Conference Paper [...]. Dearborn: NASA Langley Research Center, 2006.

ROCCO, Filipe Oliveira. **Calibração do modelo de Drucker-Prager/CAP para simulação numérica do processo de prensagem a frio de pós metálicos**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/7170>.

ROCHA, Ricardo Jorge Braga da. **Evaluation of different damage initiation and growth criteria in the cohesive zone modelling analysis of single-lap bonded joints**. 2016. Dissertação (Mestrado em Mechanical Engineering) - Instituto Superior de Engenharia do Porto, Porto, 2016.

RODRIGUES, Eduardo Alexandre. **Um modelo constitutivo de dano composto para simular o comportamento de materiais quase-frágeis**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2011.

ROSENHAUPT, S.; SOKAL, Y. Masonry Walls on Continuous Beams, **J. Structural Division**, ASCE, Vol. 91, No ST1, pp. 155-171, 1965.

ROTS, J. G. Numerical simulation of cracking in structural masonry. **Heron Journal**, v. 36, n. 2, p. 49-63, 1991.

RYU, D. et al. Effects of Tendon Spacing on In-Plane Behavior of Posttensioned Masonry Walls. **Journal of Structural Engineering-asce**, v. 140, n. 4, abr. 2014.

SHADLOU, M.; AHMADI, E.; KASHANI, M. M. Micromechanical modelling of mortar joints and brick-mortar interfaces in masonry Structures: A review of recent developments. **Structures**, v. 23, p. 831–844, fev. 2020.

SHAMES, Irving H.; PITARRESI, James M. **Introduction to solid mechanics**. 4. ed. New Delhi: Prentice-Hall of India, 2014.

SHIGLEY, Joseph Edward; BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J KEITH . **Shigley's mechanical engineering design**. 10. ed. New York, Ny: Mcgraw-Hill Education, 2015.

SIH, G. C. **Mechanics of Fracture Initiation and Propagation: Surface and Volume Energy Density Applied as Failure Criterion**. Dordrecht: Springer, 1991. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-94-011-3734-8>. Acesso em: 7 fev. 2025.

SILVA, Carolina Rocha Fortes da. **Implementação computacional de modelos constitutivos para juntas de argamassa de estruturas de alvenaria no ANSYS**. 2021. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021. Disponível em: <http://www.bdt.d.uerj.br/handle/1/17365>. Acesso em: 7 fev. 2025.

SKALOMENOS, Konstantinos; PAPAFAEIROPOULOS, G. A computational method for performing nonlinear adaptive pushover analysis of structures through abaqus simulation. **Proceedings of the 7th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN 2015)**, p. 3955–3964, 1 jan. 2019.

SNOZZI, L.; MOLINARI, J.-F. A cohesive element model for mixed mode loading with frictional contact capability. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 93, n. 5, p. 510–526, fev. 2013.

SONNENBERG, A. M. C.; AL-MAHAIDI, R.; TAPLIN, G. Behaviour of concrete under shear and normal stresses. **Magazine of Concrete Research**, v. 55, n. 4, p. 367–372, ago. 2003.

SØRENSEN, B. F. **Cohesive laws for assessment of materials failure**: Theory, experimental methods and application. Technical University of Denmark. Denmark. Forskningscenter Risoe. Risoe-R No. 1736(EN), nov. 2010.

STACEY, T. R. A simple extension strain criterion for fracture of brittle rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, v. 18, n. 6, p. 469–474, dez. 1981.

TEKKAYA, A. E.; SOYARSLAN, C. Finite Element Method. **CIRP Encyclopedia of Production Engineering**, p. 508–514, 2014.

THE MASONRY SOCIETY. **TMS 402/602-22**: Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures. Longmont: TMS, 2022.

TODISCO, L. et al. Enhancing the Structural Performance of Masonry Structures by Post-Tensioning. **Nexus Network Journal**, v. 20, n. 3, p. 671–691, 28 mar. 2018.

TVERGAARD, Viggo. Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. v. 125, n. 2, p. 203–213, jun. 1990.

VENZAL, V. et al. Frictional cohesive zone model for quasi-brittle fracture: Mixed-mode and coupling between cohesive and frictional behaviors. **International Journal of Solids and Structures**, v. 198, p. 17–30, ago. 2020.

VAN DEN BOSCH, M. J.; SCHREURS, P. J. G.; GEERS, M. G. D. An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 73, n. 9, p. 1220–1234, jun. 2006.

WANG, John T. **Relating Cohesive Zone Model to Linear Elastic Fracture Mechanics**. Hampton, VA: NASA Langley Research Center, 2010. (Technical Memorandum, NASA/TM-2010-216692). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20100021117>. Acesso em: 7 fev. 2025.

WONG, R. C. K. et al. Shear strength components of concrete under direct shearing. **Cement and Concrete Research**, v. 37, n. 8, p. 1248–1256, ago. 2007.

XU, X.-P.; NEEDLEMAN, A. Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix. **Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering**, v. 1, n. 2, p. 111–132, jan. 1993.

YU, H. et al. Viscous regularization for cohesive zone modeling under constant displacement: An application to hydrogen embrittlement simulation. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 166, p. 23–42, 23 ago. 2016.

WIGHT, Gavin D. **Seismic Performance of a Post-tensioned Concrete Masonry Wall System**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental) - Universidade de Auckland, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Auckland, Nova Zelândia, 2006.

APÊNDICE A – MÓDULO MATERIALS NO ABAQUS

Este apêndice mostra como o módulo *Materials* do Abaqus foi preenchido no modelo proposto. Aqui são apresentadas figuras no modelo da parede P7 com protensão, porém os outros modelos são análogos.

Figura A.1 – Módulo *Materials* na seção *Quads Damage* no Abaqus.

The screenshot shows the 'Edit Material' dialog box for 'Concreto_6MPa'. The 'Material Behaviors' list on the left has 'Quads Damage' selected. The 'Quads Damage' section on the right shows the following settings:

- Direction relative to local 1-direction (for XFEM): ☒ Normal ☐ Parallel
- Position: Centroid
- Tolerance: 0.05
- Growth Tolerance: ☐ Default ☒ Specify: 0.05
- Unstable Growth Tolerance: ☐ Infinite ☒ Specify: 0
- Use Rate-dependent data: ☐
- Use temperature-dependent data: ☐
- Number of field variables: 0

The 'Data' table at the bottom is as follows:

	Nominal Stress Normal-only Mode	Nominal Stress First Direction	Nominal Stress Second Direction
1	0.91	0.91	0.91

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura A.2 – Módulo *Materials* na seção *Damage Evolution* no Abaqus.

The screenshot shows the 'Suboption Editor' dialog box for 'Damage Evolution'. The settings are as follows:

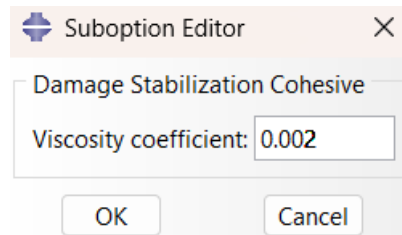
- Type: Energy
- Softening: Linear
- Degradation: Maximum
- Mixed mode behavior: BK
- Mode mix ratio: Energy
- Power: ☒ 2
- Use temperature-dependent data: ☐
- Use Rate-dependent data: ☐
- Number of field variables: 0

The 'Data' table at the bottom is as follows:

	Normal Mode Fracture Energy	Shear Mode Fracture Energy First Direction	Shear Mode Fracture Energy Second Direction
1	0.037167	0.037167	0.037167

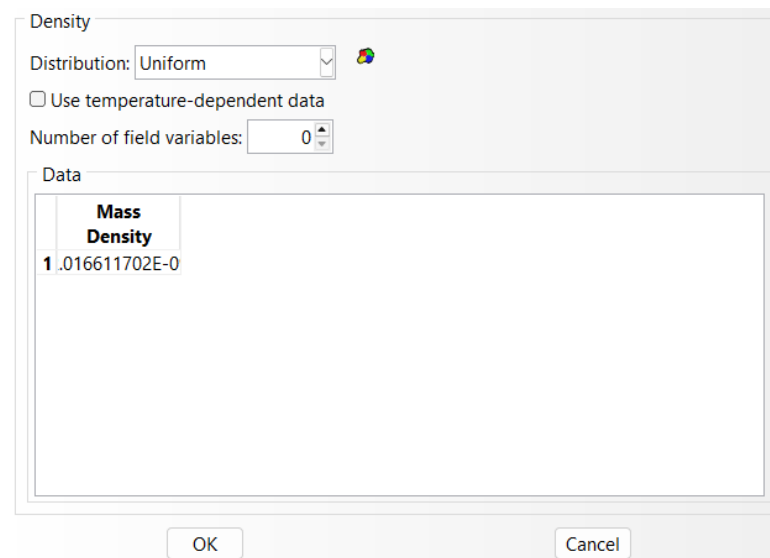
Fonte: Autoria própria (2025)

Figura A.3 – Módulo *Materials* na seção *Damage Stabilization Cohesive* no Abaqus.



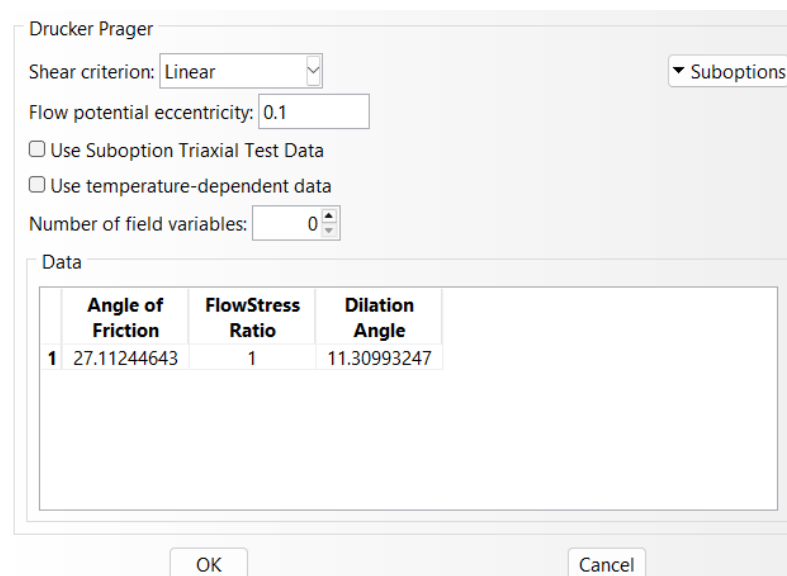
Fonte: Autoria própria (2025)

Figura A.4 – Módulo *Materials* na seção *Density* no Abaqus.



Fonte: Autoria própria (2025)

Figura A.5 – Módulo *Materials* na seção *Drucker Prager* no Abaqus.



Fonte: Autoria própria (2025)

Figura A.6 – Módulo *Materials* na seção *Drucker Prager Hardening* no Abaqus.

Suboption Editor

Drucker Prager Hardening

Hardening behavior type: ☒ Compression ☐ Tension ☐ Shear

☐ Use strain-rate-dependent data

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Yield Stress	Abs Plastic Strain
1	1.4861314	0
2	2.3109161	0.0071932
3	2.9873919	0.0141932
4	3.5394279	0.0211932
5	3.9670243	0.0281932
6	4.2701809	0.0351932
7	4.4488978	0.0421932
8	4.5034285	0.0487464
9	4.4412086	0.0557464
10	4.2545491	0.0627464
11	4.0530856	0.0675788

OK Cancel

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura A.7 – Módulo *Materials* na seção *Elastic* no Abaqus.

Elastic

Type: Isotropic

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term

☐ No compression

☐ No tension

Data

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	137.5181	0.2

OK Cancel

Fonte: Autoria própria (2025)

APÊNDICE B – MÓDULO *INTERACTION* NO ABAQUS

Este apêndice mostra como o módulo *Interaction* do Abaqus foi preenchido no modelo da parede P7 com protensão, incluindo as propriedades de contato, os *constraints* e o XFEM.

Figura B.1 – Visão geral do módulo *Interaction* no Abaqus.

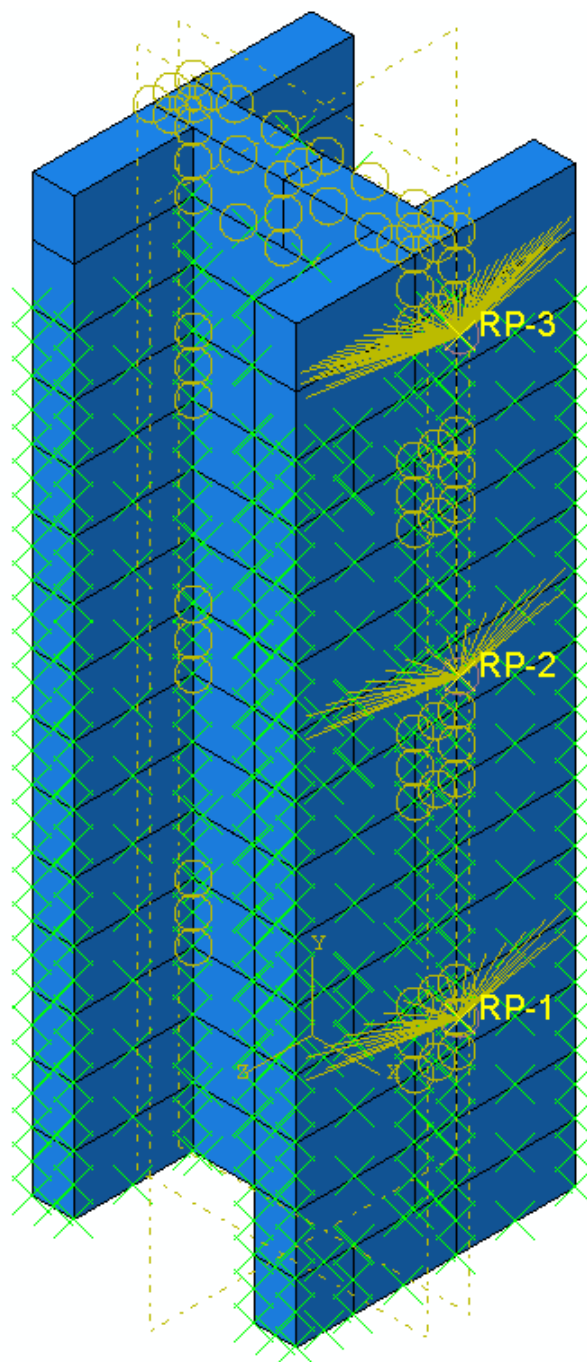
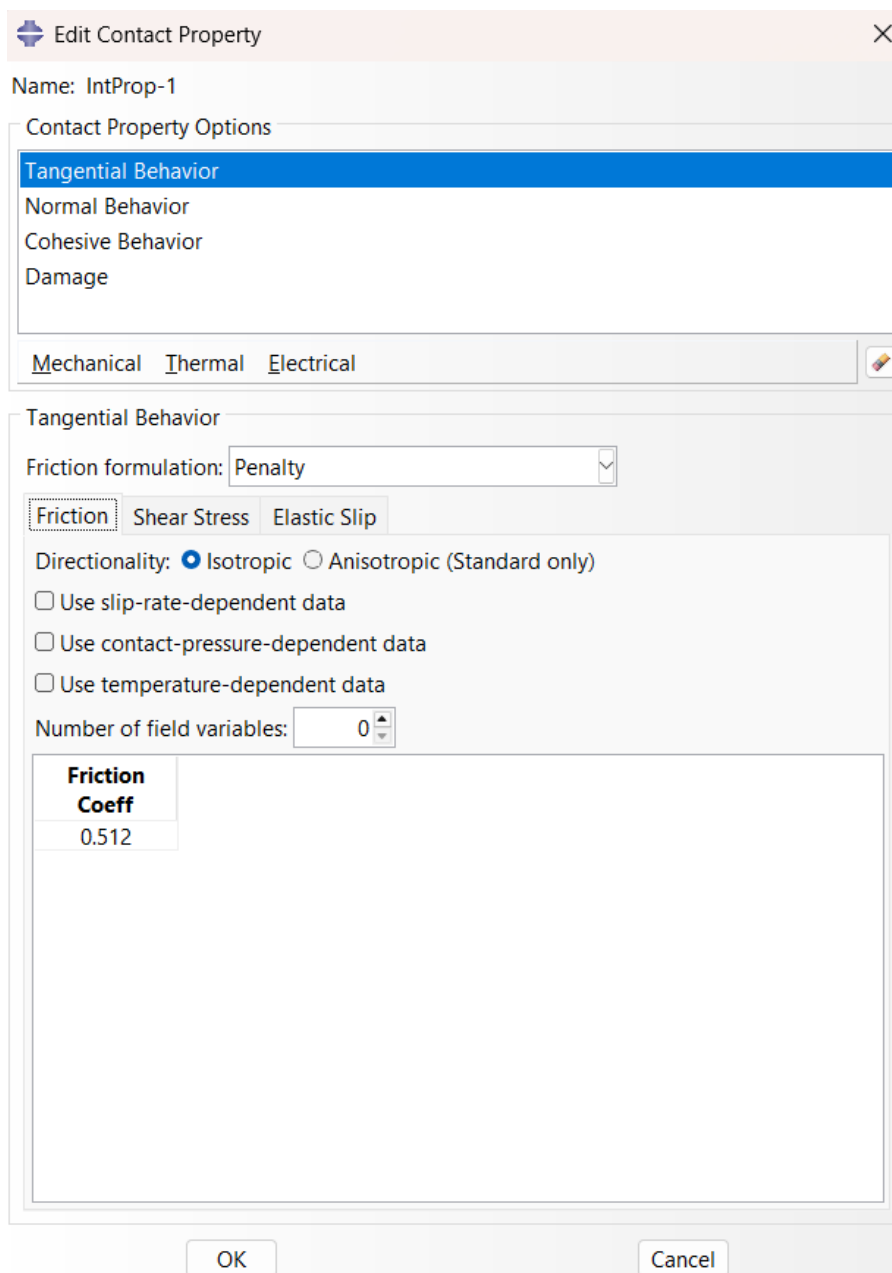


Figura B.2 – Módulo Interaction na seção Tangential Behavior no Abaqus.



Edit Contact Property [X]

Name: IntProp-1

Contact Property Options

- Tangential Behavior**
- Normal Behavior
- Cohesive Behavior
- Damage

Mechanical Thermal Electrical [Edit]

Tangential Behavior

Friction formulation: Penalty [v]

Friction | Shear Stress | Elastic Slip

Directionality: ☒ Isotropic ☐ Anisotropic (Standard only)

☐ Use slip-rate-dependent data

☐ Use contact-pressure-dependent data

☐ Use temperature-dependent data

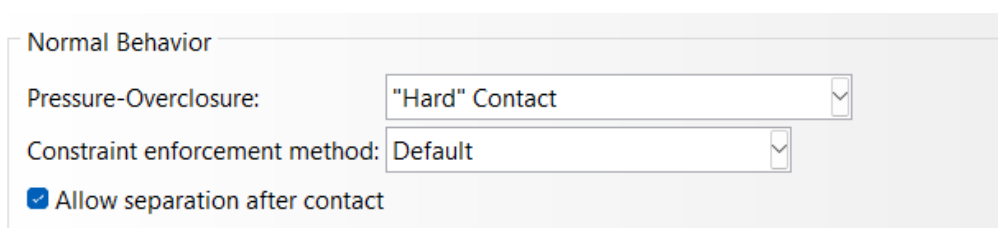
Number of field variables: 0 [v]

Friction Coeff
0.512

OK Cancel

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura B.3 – Módulo Interaction na seção Normal Behavior no Abaqus.



Normal Behavior

Pressure-Overclosure: "Hard" Contact [v]

Constraint enforcement method: Default [v]

☒ Allow separation after contact

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura B.4 – Módulo *Interaction* na seção *Cohesive Behavior* no Abaqus.

Cohesive Behavior

☐ Allow cohesive behavior during repeated post-failure contacts

Eligible Secondary Nodes

☒ Default

☐ Any secondary nodes experiencing contact

☐ Only secondary nodes initially in contact

☐ Specify the bonding node set in the Surface-to-surface Std interaction

Traction-separation Behavior

☐ Use default contact enforcement method

☒ Specify stiffness coefficients

☒ Uncoupled ☐ Coupled

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables:

Knn	Kss	Ktt
408.403	197.883	197.883

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura B.5 – módulo *Interaction* na seção *Damage Initiation* no Abaqus.

Damage

☒ Specify damage evolution

☒ Specify damage stabilization

Initiation Evolution Stabilization

Criterion: Quadratic traction

Maximum Nominal Stress

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables:

Normal Only	Shear-1 Only	Shear-2 Only
0.278	0.587926	0.587926

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura B.6 – Módulo *Interaction* na seção *Damage Evolution* no Abaqus.

Damage

☒ Specify damage evolution

☒ Specify damage stabilization

Initiation Evolution Stabilization

Type: ☐ Displacement ☒ Energy

Softening: ☒ Linear ☐ Exponential ☐ Tabular

☒ Specify mixed mode behavior:

☐ Tabular ☐ Power law ☒ Benzeggagh-Kenane

Mode mix ratio: ☒ Energy ☐ Traction

☒ Specify power-law/BK exponent: 2

Fracture Energy

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Normal Fracture Energy	1st Shear Fracture Energy	2nd Shear Fracture Energy
0.0045767	0.0653549	0.0653549

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura B.7 – Módulo *Interaction* na seção *Damage Stabilization* no Abaqus.

Damage

☒ Specify damage evolution

☒ Specify damage stabilization

Initiation Evolution Stabilization

Viscosity coefficient: 0.002

Fonte: Autoria própria (2025)

APÊNDICE C – MÓDULOS *STEP* E *BOUNDARY CONDITION* NO ABAQUS

Este apêndice mostra como os módulos *Step* e *Boundary Condition* do Abaqus foram preenchidos no modelo da parede P7 com protensão.

Figura C.1 – Visão geral do módulo *Boundary Condition* no Abaqus.

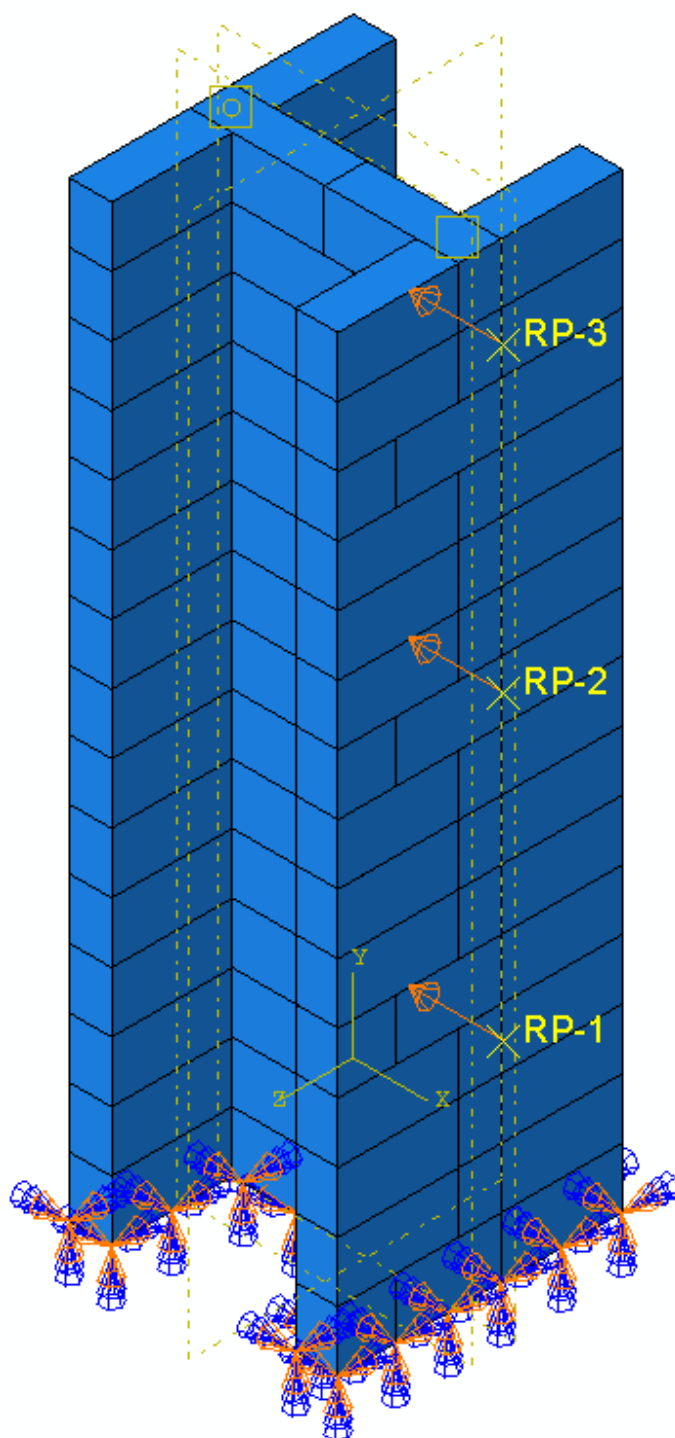


Figura C.2 – Módulo *step* na seção *Basic* no Abaqus.

✚ Edit Step ✕

Name: Step-2

Type: Dynamic, Implicit

Basic Incrementation Other

Description:

Time period:

Nlgeom: On

Application:

☐ Include adiabatic heating effects

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura C.3 – Módulo *Step* na seção *Incrementation* no Abaqus.

Name: Step-2

Type: Dynamic, Implicit

Basic Incrementation Other

Type: ☒ Automatic ☐ Fixed

Maximum number of increments:

Increment size:

Initial	Minimum
0.002	1E-15

Maximum increment size: ☒ Analysis application default
☐ Specify:

Half-increment Residual

☐ Suppress calculation

Note: May be automatically suppressed when application is not set to transient fidelity.

Tolerance: ☒ Analysis product default
☐ Specify scale factor:
☐ Specify value:

Fonte: Autoria própria (2025)

Figura C.4 – Módulo *Step* na seção *Other* no Abaqus.

Name: Step-2
Type: Dynamic, Implicit

Basic Incrementation **Other**

Equation Solver
Matrix storage: ☒ Use solver default ☐ Unsymmetric ☐ Symmetric
Warning: The analysis code may override your matrix storage choice.
See *STEP, UNSYMM in the Abaqus Keywords Reference Manual.

Solution Technique
Solution technique: ☒ Full Newton ☐ Quasi-Newton
Number of iterations allowed before the kernel matrix is reformed: 8

Convert severe discontinuity iterations: Propagate from previous step (Analysis product default)

Default load variation with time
☐ Instantaneous ☒ Ramp linearly over step

Extrapolation of previous state at start of each increment: Analysis product default

Initial acceleration calculation at beginning of step:
☐ Analysis product default ☐ Allow ☒ Bypass
☐ Accept solution after reaching maximum number of iterations
Note: Only available with fixed time incrementation. Use with caution!

Fonte: Autoria própria (2025)