AVENTURA COM OS NÚMEROS

Divisão em Z

Thais Dantas Souza Pinto
Lenira Pereira da Silva

AVENTURA COM OS NÚMEROS: DIVISIBILIDADE EM Z

Thais Dantas Souza Pinto
Lenira Pereira da Silva

Ministério da Educação

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS)

Presidente da República

Luiz Inácio Lula da Silva

Ministro da Educação

Camilo Sobreira de Santana

Secretário da Educação Profissional e Tecnológica

Getúlio Marques Ferreira

Reitora do IFS

Ruth Sales Gama de Andrade

AVENTURA COM OS NÚMEROS

Divisão em Z

Thais Dantas Souza Pinto
Lenira Pereira da Silva

Editora-chefe
Kelly Cristina Barbosa

Planejamento e Coordenação Gráfica
Erik Daniel dos Santos

Revisor
Lucas dos Santos Fontes

Projeto Gráfico da Capa e Diagramação
Erik Daniel dos Santos
Pedro Henrique Oliveira dos Santos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas do IFS

Pinto, Thais Dantas Souza

P659a Aventura com os números, divisão em Z. / Thaís Dantas Souza Pinto, Lenira Pereira da Silva. - Aracaju: EDIFS, 2024.

67 p.; il.

ISBN: 978-85-9591-226-7

1. Matemática. 2. Divisão Euclidiana – Matemática. 3. História em Quadrinhos. I. Silva, Lenira Pereira da. II. Título.

CDU 51:741.5

Elaborada pela Bibliotecária Kelly Cristina Barbosa CRB 5/1637

[2024]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS)
Rua Dom José Thomaz, 194 - São José, Aracaju - SE, 49015-090
TEL.: +55 (79) 3711-3146 E-mail: edifs@ifs.edu.br
Impresso no Brasil

Apresentação

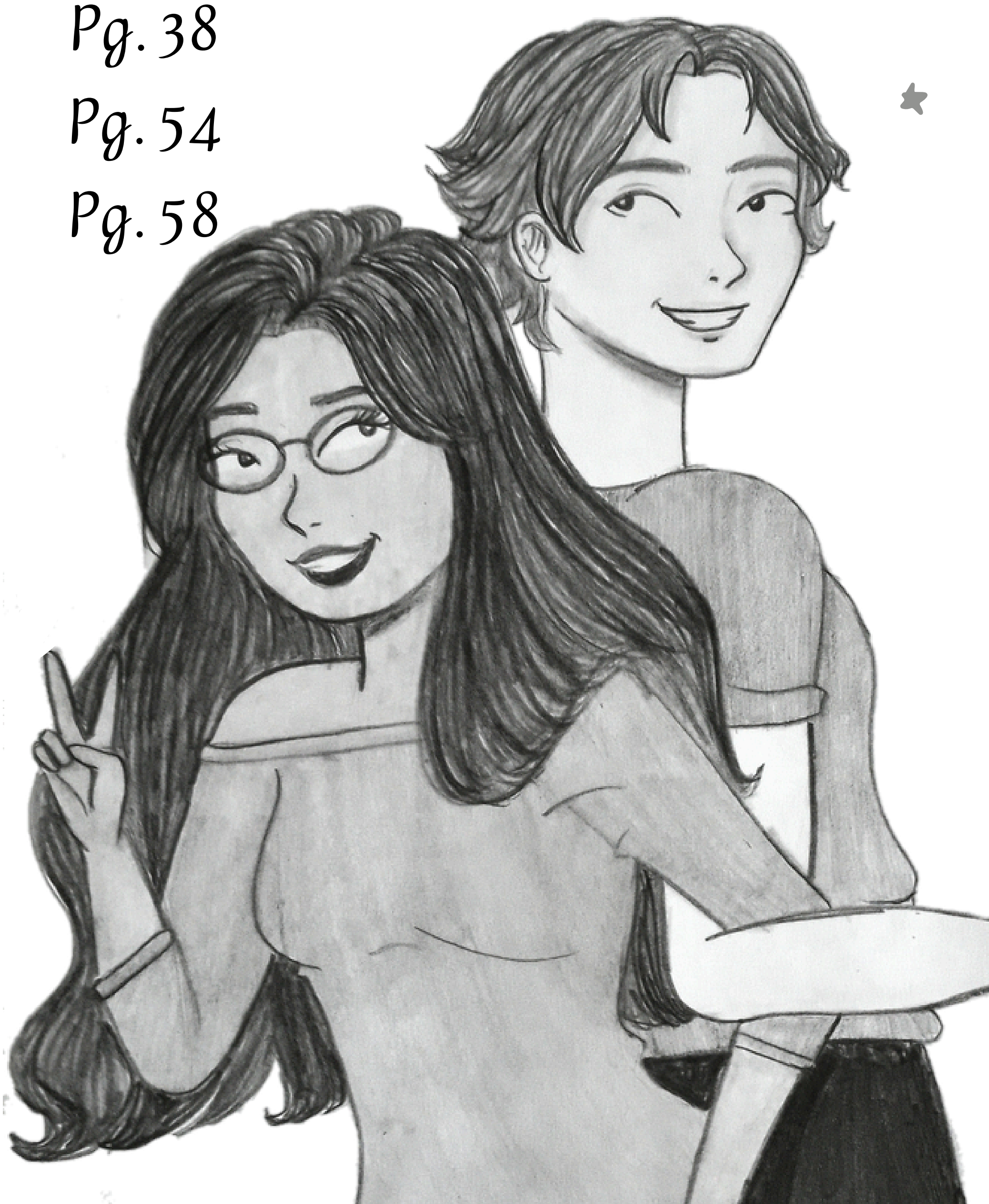
Danilo Lemos Batista

Quando se pensa em um recurso didático no contexto da graduação, as histórias em quadrinhos raramente são consideradas uma opção. Na área da Matemática, principalmente! Como leitor de HQ's desde a adolescência e apaixonado por esse tipo de narrativa (e suas aplicações nos contextos educacionais), eu sei que um dos motivos para que isso aconteça é a falta de boas produções na área, aliado à percepção errônea de que "gibi é coisa de criança" e não tem valor formativo. Pois, o que você tem nas mãos é uma obra feita para quebrar esse paradigma. E ela faz isso muito bem! Quem diria que a aventura de estar na graduação, quando a gente conhece um universo novo de saberes e relações (no universo da Matemática e no pessoal...), poderia inspirar um produto que harmoniza tão bem o "rigor" de um tema tão importante na formação de estudantes de licenciatura em Matemática aos "dramas" da vida universitária.

Só há uma forma de você descobrir como Thaís e Lenira fizeram isso aqui......

Boa leitura!

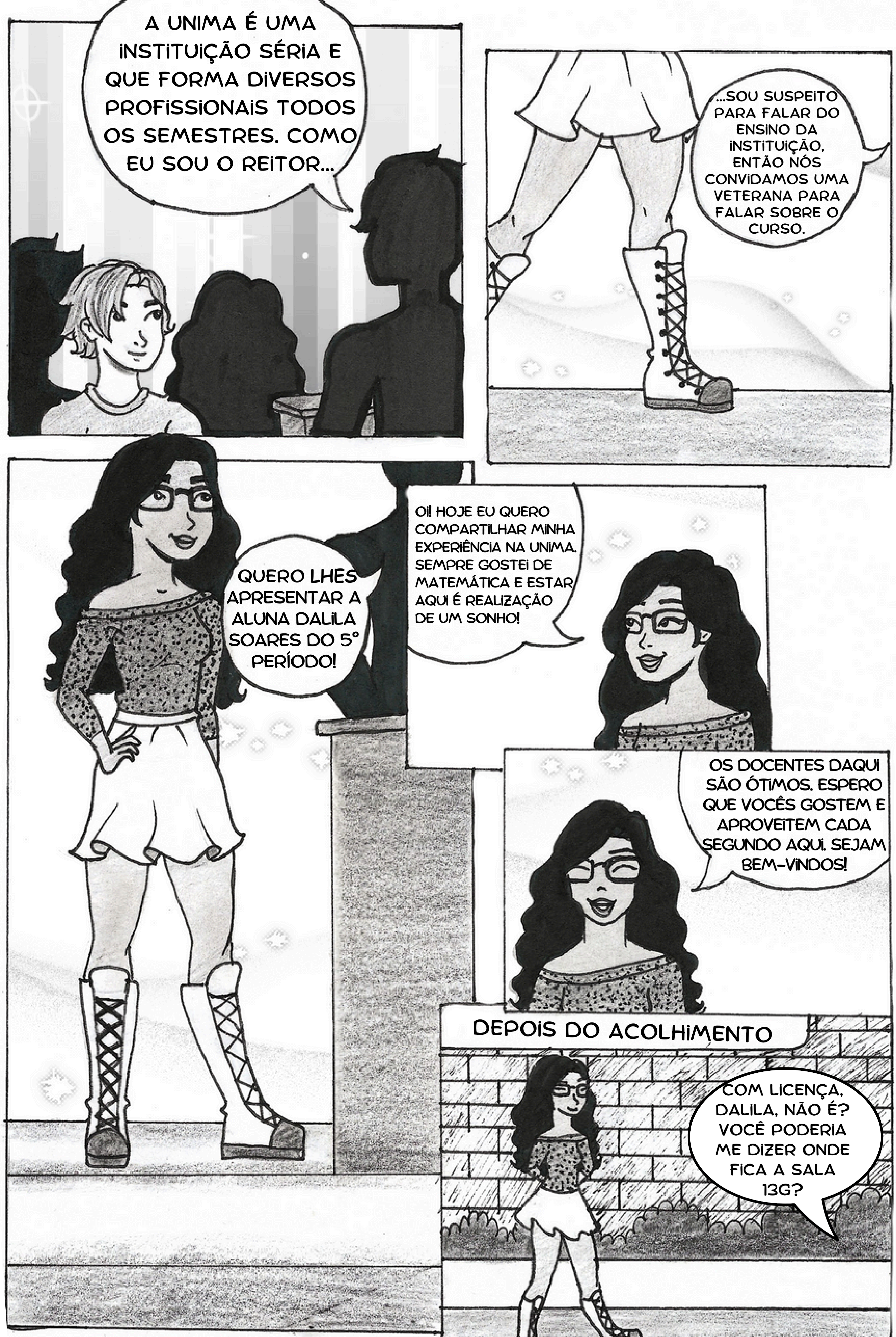
Índice



PRÓLOGO

O ENCONTRO


UNIVERSIDADE MATEMÁTICA, 12:50
UNIMA
UNIM
Thaís Dantas
Thaís Dantas
PRIMEIRO DIA DE AULA... AFFF! ESTOU TOTAL-MENTE DESANIMADO, QUERIA ESTAR EM CASA!
Thaís Dantas
MAS SE EU TENHO QUE FAZER ISSO, ENTÃO É MELHOR FAZER LOGO.
NOSSA! COMO O CAMPUS DA UNIMA* É BONITO!
MELHOR EU IR LOGO PARA NÃO PERDER O ACOLHIMEN-TO.
Thaís Dantas

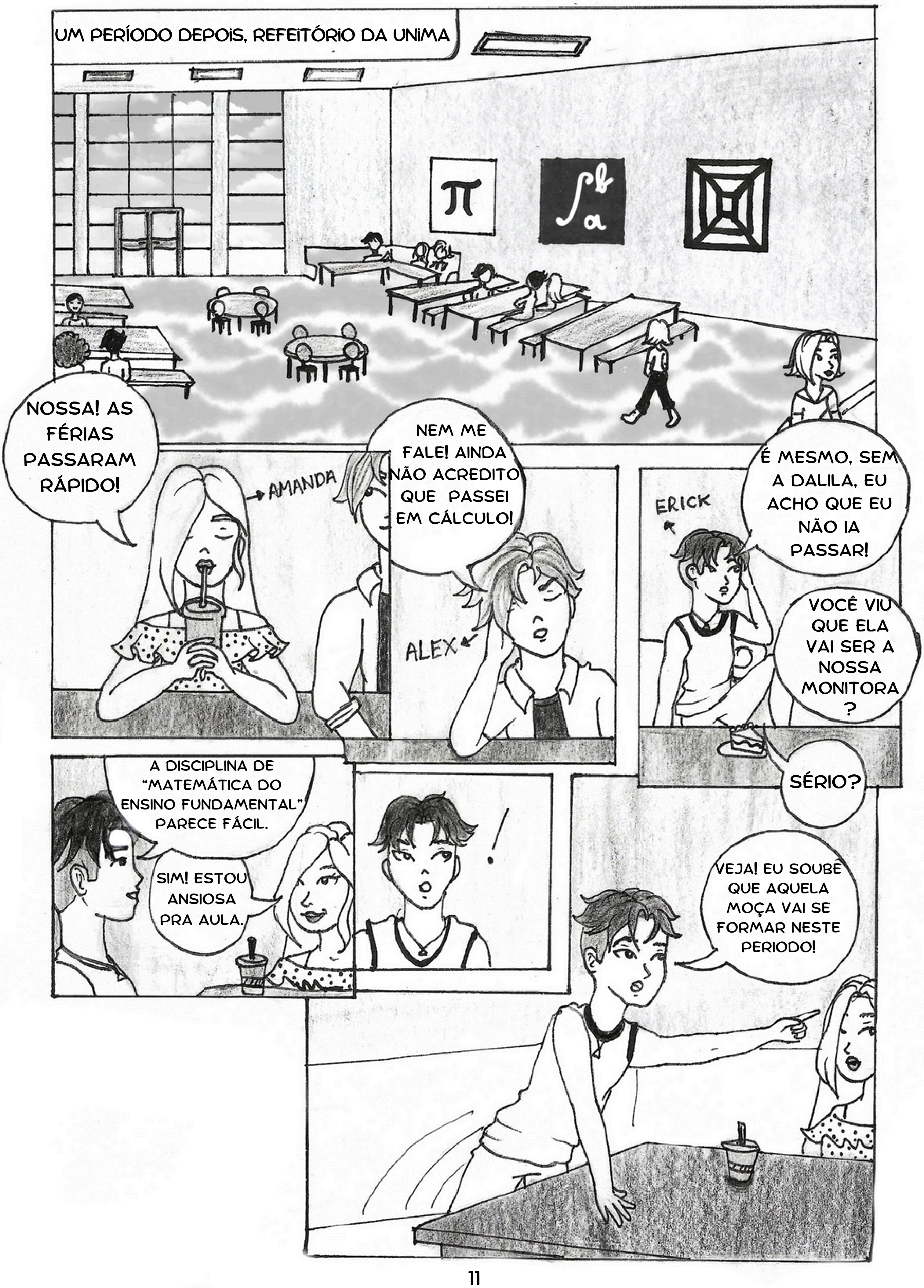

A UNIMA É UMA INSTITUIÇÃO SÉRIA E QUE FORMA DIVERSOS PROFISSIONAIS TODOS OS SEMESTRES. COMO EU SOU O REITOR...
...SOU SUSPEITO PARA FALAR DO ENSINO DA INSTITUIÇÃO, ENTÃO NÓS CONVIDAMOS UMA VETERANA PARA FALAR SOBRE O CURSO.
QUERO LHES APRESENTAR A ALUNA DALILA SOARES DO 5° PERÍODO!
OI! HOJE EU QUERO COMPARTILHAR MINHA EXPERIÊNCIA NA UNIMA. SEMPRE GOSTEI DE MATEMÁTICA E ESTAR AQUI É REALIZAÇÃO DE UM SONHO!
OS DOCENTES DAQUI SÃO ÓTIMOS. ESPERO QUE VOCÊS GOSTEM E APROVEITEM CADA SEGUNDO AQUI. SEJAM BEM-VINDOS!
DEPOIS DO ACOLHIMENTO
COM LICENÇA, DALILA, NÃO É? VOCÊ PODERIA ME DIZER ONDE FICA A SALA 13G?

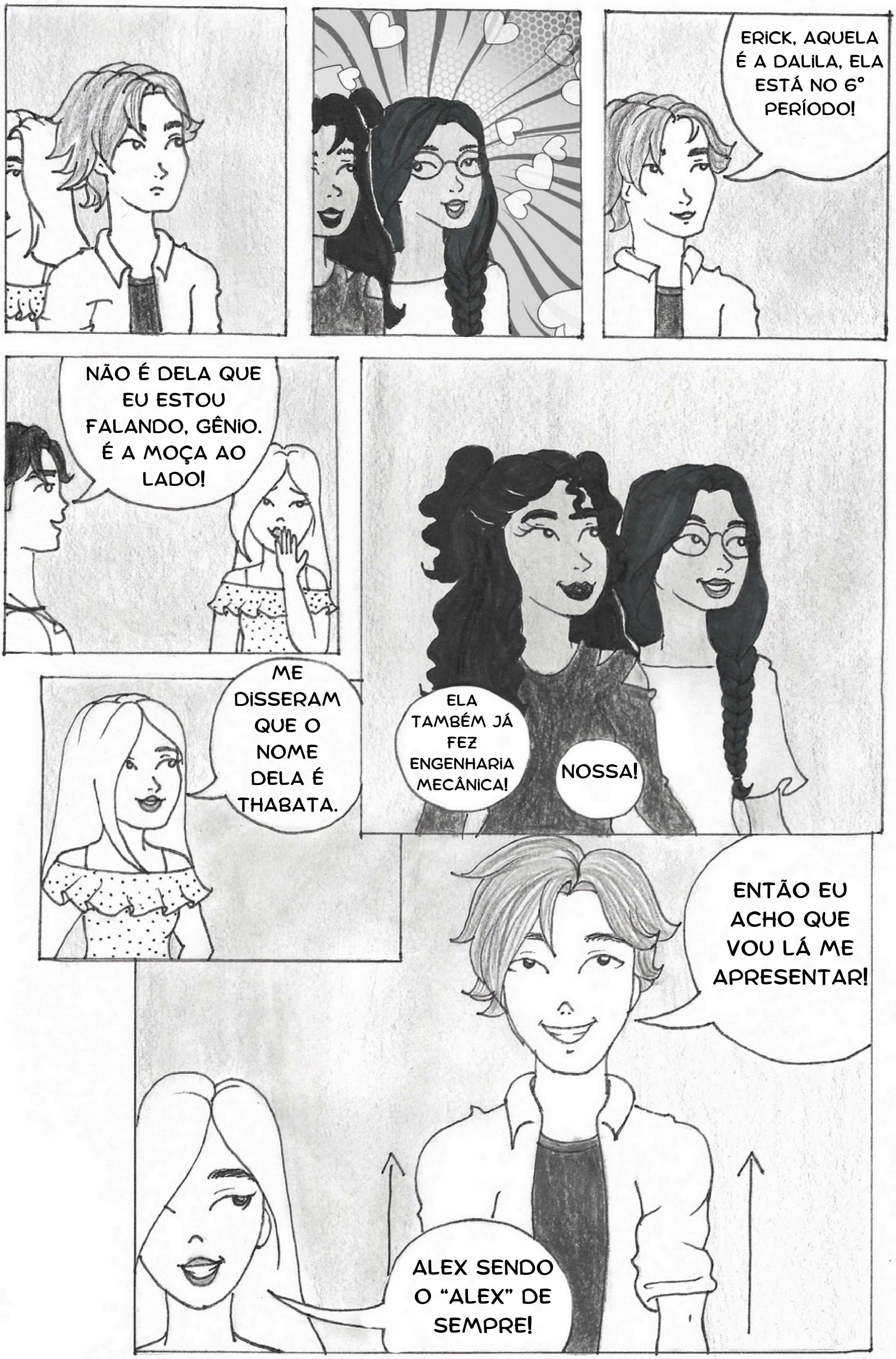

ISSO, A SALA FICA... ESPERA AÍ, VOCÊ É CALOURO?
ISSO! É MEU PRIMEIRO DIA! MEU NOME É ALEX!
ENTÃO É MELHOR EU TE LEVAR, O CAMPUS É GRANDE.
MUITO OBRIGADO!
Thaís Dantas
ALEX, POR QUE VOCÊ ESCOLHEU FAZER MATEMÁTICA?
ISSO É MEIO CHATO DE EXPLICAR... ESTOU AQUI POR CAUSA DO MEU PAI.
ELE É PROFESSOR E QUER QUE EU SIGA SEUS PASSOS.
MAS EU NÃO TENHO INTERESSE PELA MATEMÁTICA... EU ACHO QUE EU NÃO CONSIGO APRENDER NADA RELACIONADO A ELA.
VOU TE AJUDAR A APRENDER E GOSTAR DA MATEMÁTICA, PODE CONTAR COMIGO!
NÃO SE PREOCUPE ...
MAS COMO EU VOU FAZER ISSO?
Thaís Dantas

TEMPO DEPOIS, NO QUARTO DA DALILA
ONDE FOI QUE EU FUI ME METER!? AFFF!!
EU E MINHA MANIA DE TENTAR AJUDAR TODO MUNDO, PRINCIPALMENTE QUANDO SE FALA EM MATEMÁTICA.
E AGORA, O QUE POSSO FAZER? PRECISO DE UMA LUZ!
EI, ESTÁ MUITO TARDE!
MANA, COMO EU POSSO FAZER PARA UMA PESSOA APRENDER MATEMÁTICA?
BEM, EU NÃO SEI UMA RESPOSTA CERTA, MAS EU ACHO QUE A PESSOA APRENDE MAIS PRATICANDO E APLICANDO O ASSUNTO NO COTIDIANO!
ENTÃO, SE EU CRIAR ALGO QUE ESTIMULE UM ALUNO, ISSO PODE AUMENTAR SUA COMPREENSÃO DO CONTEÚDO?
EUREKA!
CUIDADO LILA! VOCÊ DERRUBOU OS SEUS ÓCULOS, ELES VÃO QUEBRAR...

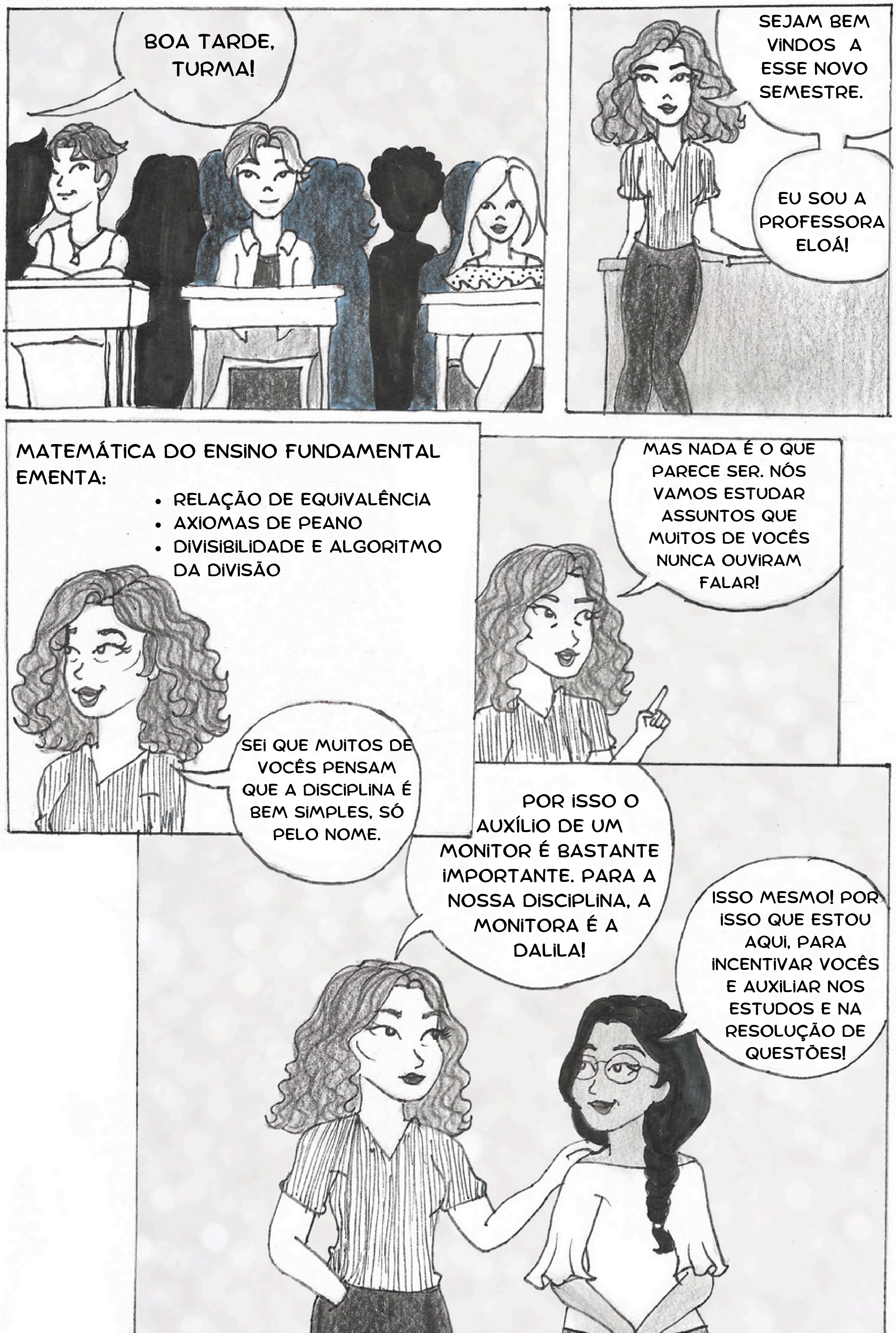
CAPÍTULO 1

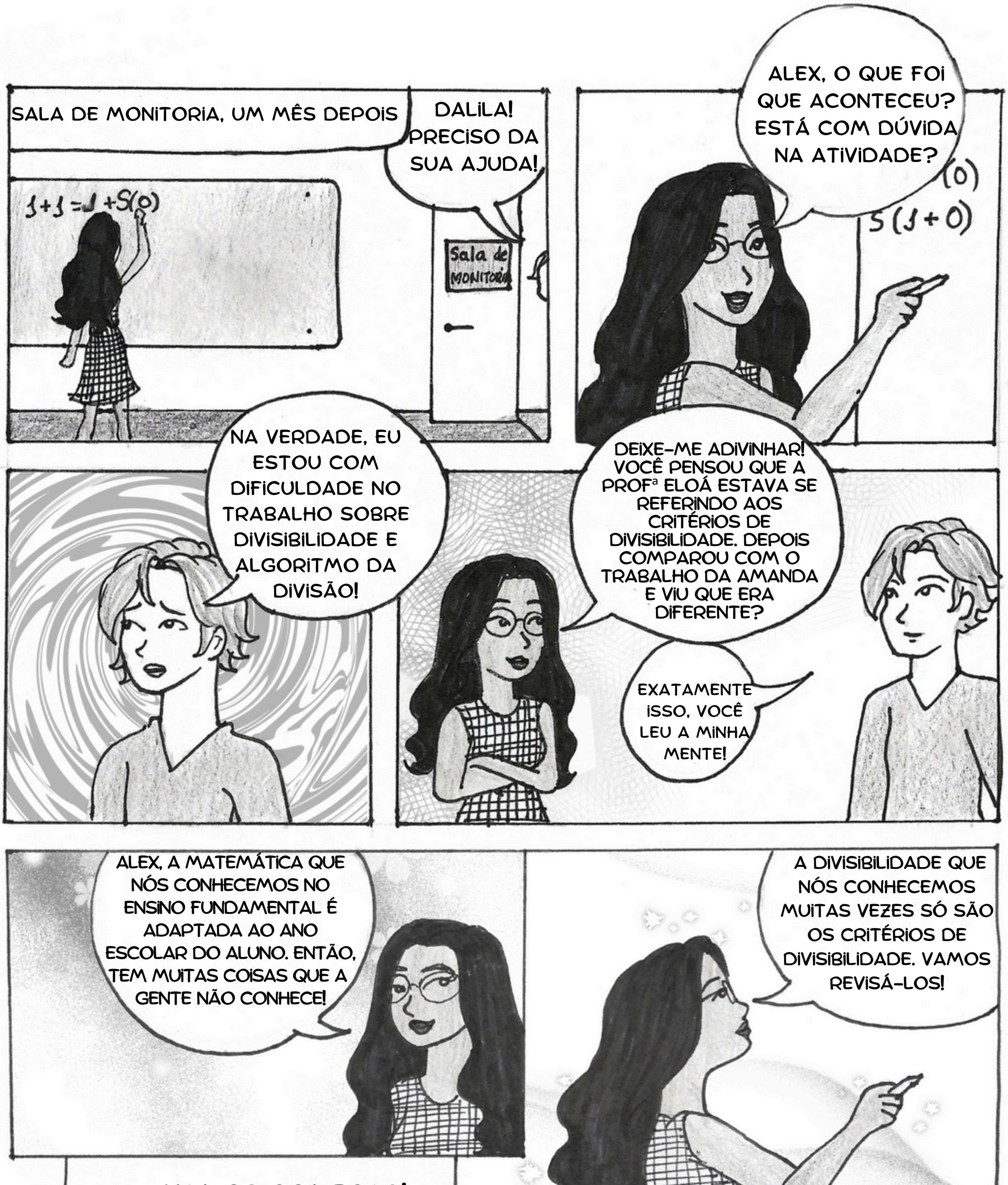
ALGO NÃO TÃO FUNDAMENTAL


UM PERÍODO DEPOIS, REFEITÓRIO DA UNIMA
NOSSA! AS FÉRIAS PASSARAM RÁPIDO!
AMANDA
NEM ME FALE! AINDA NÃO ACREDITO QUE PASSEI EM CÁLCULO!
ALEX
ERICK
É MESMO, SEM A DALILA, EU ACHO QUE EU NÃO IA PASSAR!
VOCÊ VIU QUE ELA VAI SER A NOSSA MONITORA ?
SÉRIO?
A DISCIPLINA DE "MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL" PARECE FÁCIL.
SIM! ESTOU ANSIOSA PRA AULA.
!
VEJA! EU SOUBE QUE AQUELA MOÇA VAI SE FORMAR NESTE PERIODO!


ERICK, AQUELA É A DALILA, ELA ESTÁ NO 6° PERÍODO!
NÃO É DELA QUE EU ESTOU FALANDO, GÊNIO. É A MOÇA AO LADO!
ME DISSERAM QUE O NOME DELA É THABATA.
ELA TAMBÉM JÁ FEZ ENGENHARIA MECÂNICA!
NOSSA!
ENTÃO EU ACHO QUE VOU LÁ ME APRESENTAR!
ALEX SENDO O "ALEX" DE SEMPRE!


DALILA!
ALEX! EU QUERO TE APRESENTAR PARA UMA PESSOA MUITO ESPECIAL. ESTA É A THABATA!
A MINHA IRMÃ MAIS VELHA!
PODE ME CHAMAR DE THABBY! ENTÃO VOCÊ É O FAMOSO ALEX!
PRAZER EM CONHECÊ-LA, THABBY!
TRIMMMMMMMMMMMMMM!!!!
XIII! O SINAL TOCOU, MELHOR EU IR PARA A AULA DE VARIÁVEIS COMPLEXAS!
ATÉ MAIS TARDE, PESSOAL!
DALILA, EU TAMBÉM TENHO QUE IR PARA A AULA!
EU VOU COM VOCÊ, A PROFESSORA ELOÁ ME CHAMOU PARA FALAR COM A TURMA.


BOA TARDE, TURMA!
SEJAM BEM VINDOS A ESSE NOVO SEMESTRE.
EU SOU A PROFESSORA ELOÁ!
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL
EMENTA:
• RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA
• AXIOMAS DE PEANO
• DIVISIBILIDADE E ALGORITMO DA DIVISÃO
SEI QUE MUITOS DE VOCÊS PENSAM QUE A DISCIPLINA É BEM SIMPLES, SÓ PELO NOME.
MAS NADA É O QUE PARECE SER. NÓS VAMOS ESTUDAR ASSUNTOS QUE MUITOS DE VOCÊS NUNCA OUVIRAM FALAR!
POR ISSO O AUXÍLIO DE UM MONITOR É BASTANTE IMPORTANTE. PARA A NOSSA DISCIPLINA, A MONITORA É A DALILA!
ISSO MESMO! POR ISSO QUE ESTOU AQUI, PARA INCENTIVAR VOCÊS E AUXILIAR NOS ESTUDOS E NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES!



VAMOS COMEÇAR!
SÓ VOU EXPLICAR OS CRITÉRIOS ATÉ O NÚMERO 10

- <u>DIVISIBILIDADE POR 2</u>

UM NÚMERO SÓ É DIVISÍVEL POR 2 QUANDO FOR PAR, OU SEJA, SE TERMINAR COM: 0, 2, 4, 6, 8.

EX.: 502 – É DIVISÍVEL POR 2, PORQUE O ALGARISMO DAS UNIDADES É PAR.

503 – NÃO É DIVISÍVEL POR 2, POIS O ALGARISMO DAS UNIDADES NÃO É PAR.

- <u>DIVISIBILIDADE POR 3</u>

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 3 QUANDO A SOMA DOS VALORES ABSOLUTOS DE SEUS ALGARISMOS FOR UM NÚMERO MÚLTIPLO DE 3.

EX.: 249→É DIVISÍVEL POR 3, POIS 15 (2+4+9 = 15) É DIVISÍVEL POR 3;

283→NÃO É DIVISÍVEL POR 3, POIS 13 (2+8+3 = 13) NÃO É DIVISÍVEL POR 3.

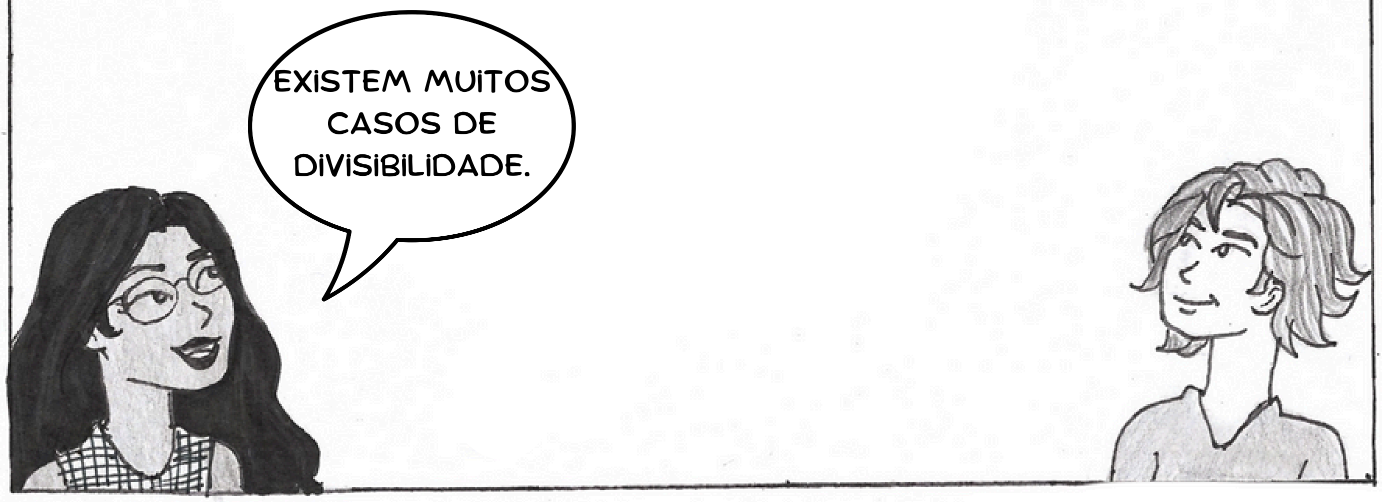
- <u>DIVISIBILIDADE POR 4</u>

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 4 QUANDO O NÚMERO FORMADO PELOS SEUS DOIS ÚLTIMOS ALGARISMOS DA DIREITA (OS ALGARISMOS DAS UNIDADES E DAS DEZENAS) FOR UM NÚMERO DIVISÍVEL POR 4, OU FOR DOIS ZEROS.

EX.: 3640 – É DIVISÍVEL POR 4, POIS TERMINA EM 40, QUE É MÚLTIPLO DE 4;

3600 – É DIVISÍVEL POR 4, POIS TERMINA EM DOIS ZEROS;

3601 – NÃO É DIVISÍVEL POR 4, POIS NÃO RECAI EM NENHUM DOS DOIS CASOS PREVISTOS DE DIVISIBILIDADE POR 4.



• DIVISIBILIDADE POR 5

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 5 SE O ALGARISMO DAS UNIDADES FOR O (ZERO) OU 5.

EX.: 75 – É DIVISÍVEL POR 5, POIS TERMINA EM CINCO;

30 – É DIVISÍVEL POR 5, POIS TERMINA EM ZERO.

• DIVISIBILIDADE POR 6

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 6 QUANDO FOR DIVISÍVEL SIMULTANEAMENTE POR 2 E POR 3, OU SEJA, O ÚLTIMO ALGARISMO PRECISA TERMINAR COM 0, 2, 4, 6 OU 8; E QUANDO A SOMA DOS VALORES ABSOLUTOS DE SEUS ALGARISMOS FOR MÚLTIPLO DE 3.

EX.: 8460 – É DIVISÍVEL POR 2(POIS TERMINA COM ZERO) E POR 3(POIS 8+4+6+0=18 E 18 É MÚLTIPLO DE 3), LOGO É DIVISÍVEL POR 6.

8350 – É DIVISÍVEL POR 2, MAS NÃO É POR 3. LOGO, NÃO É DIVISÍVEL POR 6.

- DIVISIBILIDADE POR 7

ESSE CRITÉRIO É DIFERENTE DOS DEMAIS, MAS É BEM SIMPLES. PARA VERIFICARMOS SE UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 7, BASTA MULTIPLICAR O ÚLTIMO ALGARISMO POR 2 E COM O RESULTADO SUBTRAIR DOS NÚMEROS QUE SOBRARAM (NÃO INCLUI O ÚLTIMO), SE ESSE RESULTADO FOR DIVISÍVEL POR 7, O NÚMERO É DIVISÍVEL POR 7. SE O NÚMERO FOI GRANDE, REPETIR O PROCESSO ATÉ CONSEGUIR VERIFICAR SE O NÚMERO É DIVISÍVEL POR 7.

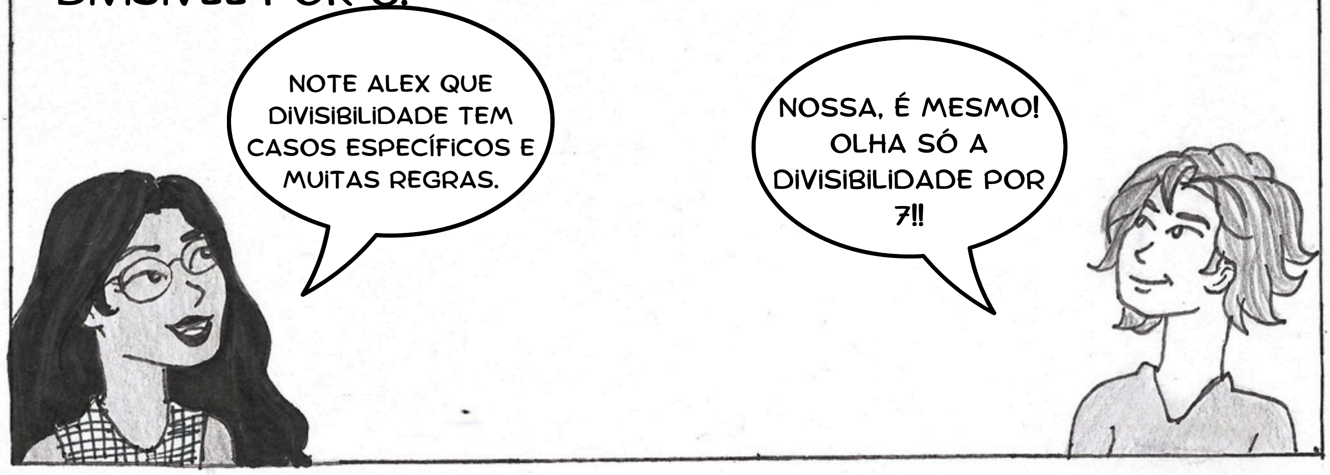
EX.: 574 - SEPARAR O ÚLTIMO NÚMERO E MULTIPLICAR POR 2, TEMOS, 4 X 2 = 8. DESSE RESULTADO, SUBTRAIR DO NÚMERO QUE SOBROU 57 - 8 = 49. COMO 49 É DIVISÍVEL POR 7, ENTÃO, O NÚMERO 574 É DIVISÍVEL POR 7.

- DIVISIBILIDADE POR 8

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 8 SE O NÚMERO FORMADO PELOS SEUS TRÊS ÚLTIMOS ALGARISMOS É DIVISÍVEL POR 8, OU FOR TERMINADO COM TRÊS ZEROS.

EX.: 16000 - É DIVISÍVEL POR 8, POIS TERMINA COM TRÊS ZEROS

4321 - NÃO É DIVISÍVEL POR 8, POIS 321 NÃO É DIVISÍVEL POR 8.



- <u>DIVISIBILIDADE POR 9</u>

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 9 SE A SOMA DOS SEUS ALGARISMOS É DIVISÍVEL POR 9.

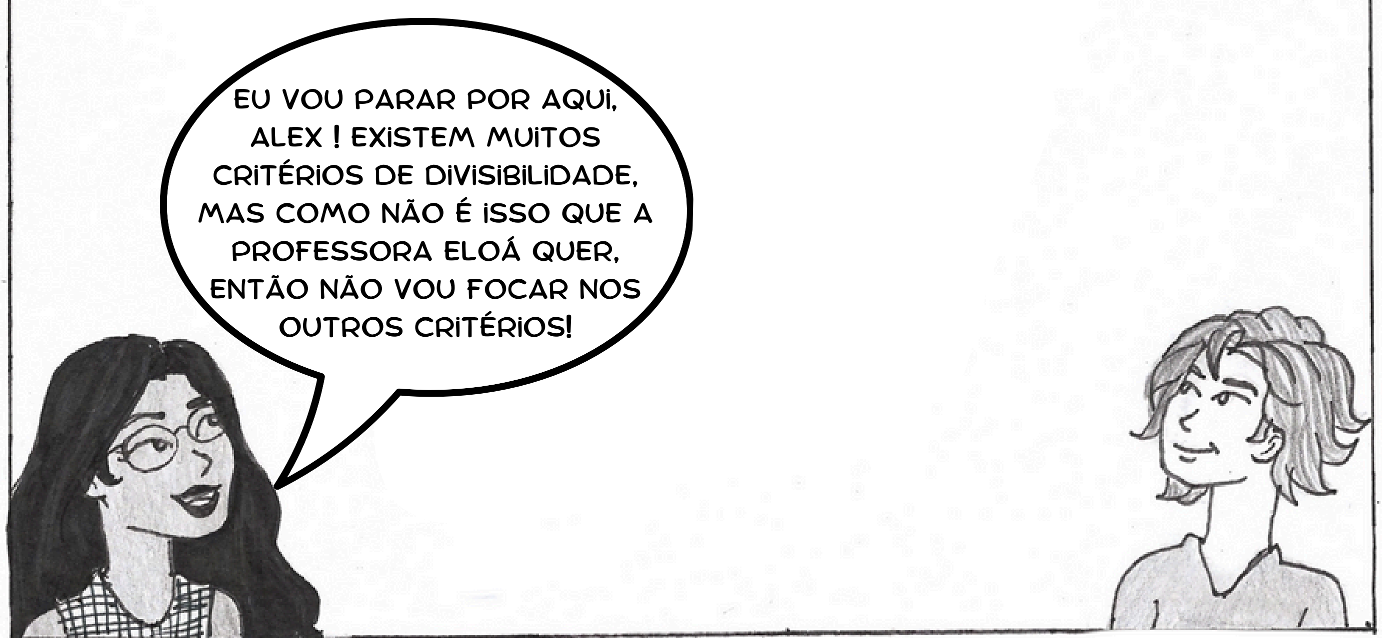
EX.: 1935 – É DIVISÍVEL POR 9 POIS: 1+9+3+5=18 QUE É DIVISÍVEL POR 9

5381 – NÃO É DIVISÍVEL POR 9 POIS: 5+3+8+1=17 QUE NÃO É DIVISÍVEL POR 9.

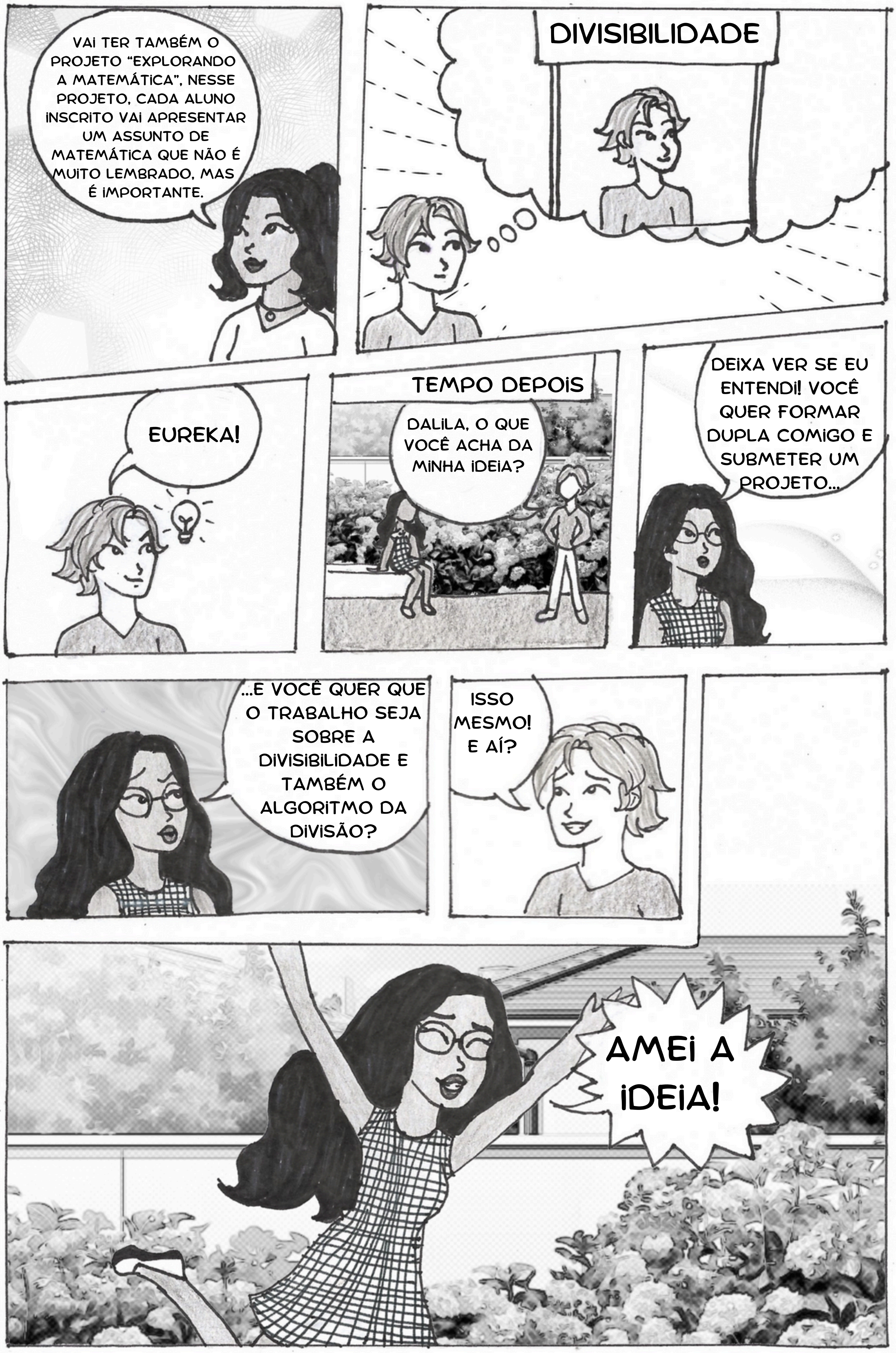
- <u>DIVISIBILIDADE POR 10</u>

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 10 SE TERMINA COM O ALGARISMO 0 (ZERO).

EXEMPLOS: 5420 – É DIVISÍVEL POR 10 POIS TERMINA EM 0 (ZERO), MAS 6342 NÃO TERMINA EM 0 (ZERO).



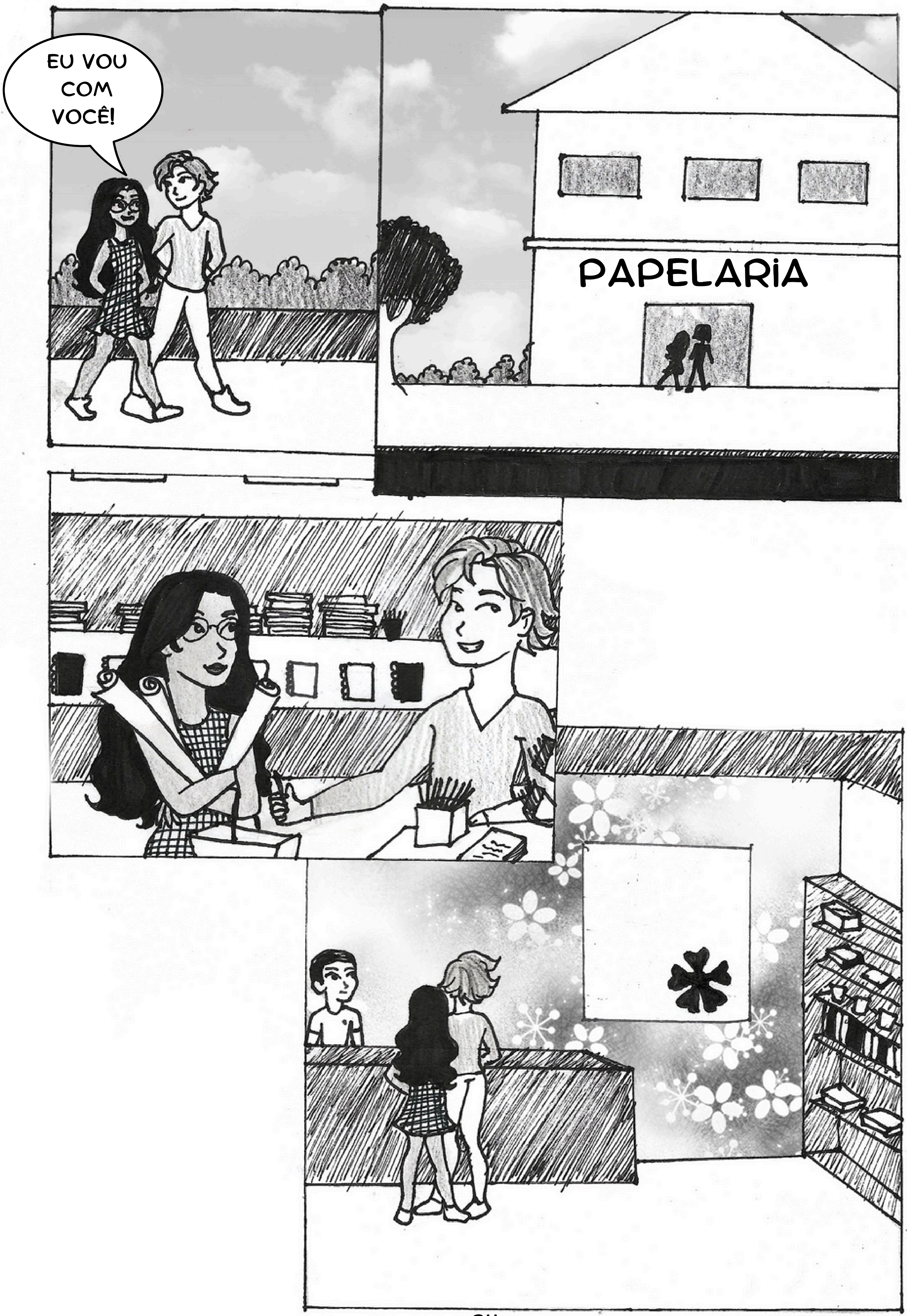

SE PARECE COM O QUE NÓS JÁ ESTUDAMOS ATÉ HOJE NA DISCIPLINA?
NÃO! ESTOU ATÉ SEM GRAÇA POR ACHAR QUE A PROFª ELOÁ IA QUERER ISSO NO TRABALHO!
VOCÊ VIU QUANTOS CRITÉRIOS NÓS USAMOS PARA SABER SE UM NÚMERO É MESMO DIVISÍVEL POR OUTRO?
SIM! VOU FAZER O POSSÍVEL PARA NÃO ERRAR MAIS. VOU PROCURAR MAIS EM LIVROS AGORA.
ISSO MESMO, USE LIVROS OU E-BOOKS CONFIÁVEIS. MUITAS COISAS QUE NÓS ACHAMOS NA INTERNET NÃO SÃO CONFIÁVEIS E NÃO SE APROFUNDAM NOS CONTEÚDOS.
OI, GÊNIOS! POSSO ENTRAR? TENHO MUITAS NOVIDADES PRA CONTAR PARA VOCÊS!
CLARO QUE PODE!
GENTE EU TENHO UMA NOVIDADE! COMO VOCÊS JÁ SABEM, DIA 6 DE MAIO É O DIA DA MATEMÁTICA! E ESSE ANO, A UNIMA RESOLVEU FAZER UM EVENTO MAIOR DO QUE NOS OUTROS ANOS!


VAI TER TAMBÉM O PROJETO "EXPLORANDO A MATEMÁTICA", NESSE PROJETO, CADA ALUNO INSCRITO VAI APRESENTAR UM ASSUNTO DE MATEMÁTICA QUE NÃO É MUITO LEMBRADO, MAS É IMPORTANTE.
DIVISIBILIDADE
EUREKA!
TEMPO DEPOIS
DALILA, O QUE VOCÊ ACHA DA MINHA IDEIA?
DEIXA VER SE EU ENTENDI! VOCÊ QUER FORMAR DUPLA COMIGO E SUBMETER UM PROJETO...
...E VOCÊ QUER QUE O TRABALHO SEJA SOBRE A DIVISIBILIDADE E TAMBÉM O ALGORITMO DA DIVISÃO?
ISSO MESMO! E AÍ?
AMEI A IDEIA!

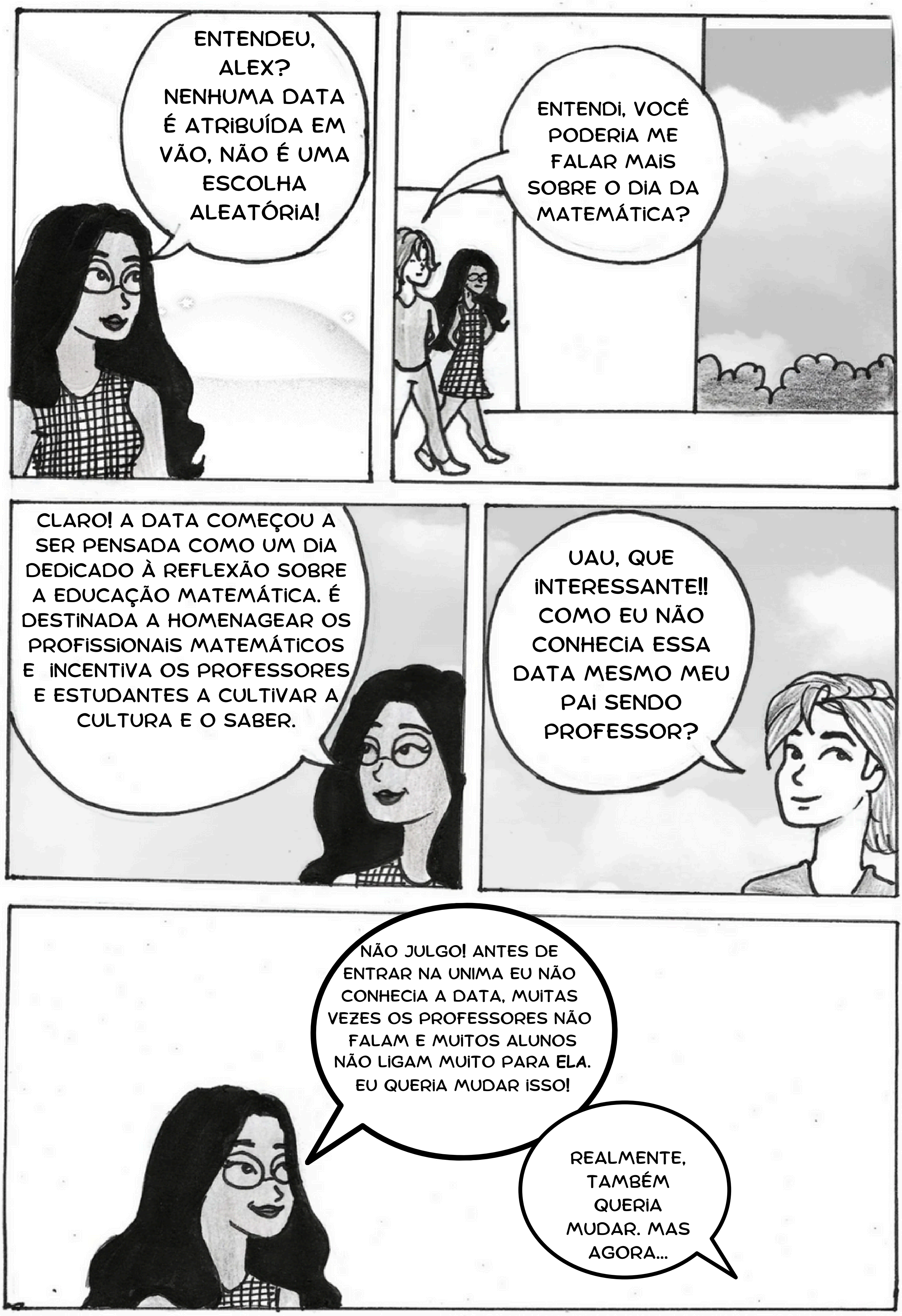
CAPÍTULO 2

OS PREPARATIVOS


PEGUEI AS REGRAS PARA SUBMETER O NOSSO TRABALHO!
ÓTIMO! AGORA É SÓ LER E COLOCAR A MÃO NA MASSA!
VEJA, NÃO TEM MUITOS CRITÉRIOS! BASICAMENTE SÓ É UMA APRESENTAÇÃO DE ESTUDOS!
1. O TRABALHO SUBMETIDO DEVE TER UMA EQUIPE DE NO MÁXIMO 4 ALUNOS
2. É NECESSÁRIO QUE O TRABALHO SEJA REFERENTE A UM ASSUNTO DA MATEMÁTICA QUE VOCÊ CONSIDERA IMPORTANTE E QUE MUITAS VEZES NÃO É LEMBRADO
3. SOLTE A SUA CRIATIVIDADE!
PRONTO, JÁ TEMOS O CONTEÚDO! VOCÊ CONCORDA COM A DIVISIBILIDADE NOS INTEIROS MESMO?
CLARO! AGORA SÓ PRECISAMOS NOS PREPARAR. EU FAÇO O BANNER!
CERTO, MAS EU TAMBÉM QUERO FAZER ALGUMAS DECORAÇÕES PARA A MESA. ESTOU PENSANDO EM IR ATÉ A PAPELARIA.


EU VOU COM VOCÊ!
PAPELARIA


ALEX, POR ACASO VOCÊ SABE O MOTIVO DO DIA DA MATEMÁTICA SER CELEBRADO NO DIA 6 DE MAIO?
PENSANDO BEM, NÃO SEI! ACHO QUE DEVE SER UM DIA ALEATÓRIO!
NÃO É UMA DATA ALEATÓRIA! COMO É A SUA PRIMEIRA VEZ CELEBRANDO O DIA DA MATEMÁTICA, PROVAVELMENTE NINGUÉM COMPARTILHOU ESSA INFORMAÇÃO COM VOCÊ.
ESSA DATA FOI ESCOLHIDA PARA HOMENAGEAR O MATEMÁTICO, ESCRITOR E EDUCADOR BRASILEIRO JÚLIO CÉSAR DE MELLO E SOUZA, QUE TEM O PSEUDÔNIMO, "MALBA TAHAN". ELE NASCEU EM 6 DE MAIO DE 1895, NO RIO DE JANEIRO!
ELE CONTRIBUIU BASTANTE NA LITERATURA E NA FORMA DE TRAZER A MATEMÁTICA, "O HOMEM QUE CALCULAVA" É A SUA OBRA DE MAIOR SUCESSO, NO BRASIL E NO MUNDO, ELE JÁ FOI TRADUZIDO EM 12 IDIOMAS. MALBA TAHAN TROUXE MUITAS CONTRIBUIÇÕES PARA A MATEMÁTICA COMO O USO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO, COM UMA ABORDAGEM CULTURAL E DIFERENCIADA PARA OS PADRÕES DA ÉPOCA. HOJE, PODERÍAMOS DIZER QUE ELE UTILIZOU A ETNOMATEMÁTICA, SENDO, PORTANTO, UM DOS PIONEIROS NO BRASIL.


ENTENDEU, ALEX? NENHUMA DATA É ATRIBUÍDA EM VÃO, NÃO É UMA ESCOLHA ALEATÓRIA!
ENTENDI, VOCÊ PODERIA ME FALAR MAIS SOBRE O DIA DA MATEMÁTICA?
CLARO! A DATA COMEÇOU A SER PENSADA COMO UM DIA DEDICADO À REFLEXÃO SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. É DESTINADA A HOMENAGEAR OS PROFISSIONAIS MATEMÁTICOS E INCENTIVA OS PROFESSORES E ESTUDANTES A CULTIVAR A CULTURA E O SABER.
UAU, QUE INTERESSANTE!! COMO EU NÃO CONHECIA ESSA DATA MESMO MEU PAI SENDO PROFESSOR?
NÃO JULGO! ANTES DE ENTRAR NA UNIMA EU NÃO CONHECIA A DATA, MUITAS VEZES OS PROFESSORES NÃO FALAM E MUITOS ALUNOS NÃO LIGAM MUITO PARA ELA. EU QUERIA MUDAR ISSO!
REALMENTE, TAMBÉM QUERIA MUDAR. MAS AGORA...


...VAMOS TOMAR SORVETE?
VAMOS!
O NOSSO PROJETO JÁ ESTÁ SE FORMANDO, AINDA BEM!
VOCÊ PODERIA ME EXPLICAR MAIS SOBRE O QUE É DIVISIBILIDADE?
CLARO! LÁ NA MONITORIA EU TE EXPLIQUEI A DIFERENÇA ENTRE DIVISIBILIDADE ESTUDADA NO ENSINO FUNDAMENTAL, AGORA EU VOU FALAR SOBRE A TEORIA DELA, NO ENSINO SUPERIOR.
SE PEGARMOS DOIS NÚMEROS INTEIROS E CHAMARMOS DE A E B, ONDE A DIVIDE B, PODEMOS ESCREVER DESSA FORMA SIMBÓLICA: A|B, (A≠0).
E PODEMOS ESCREVER NA FORMA ALGÉBRICA: B = A.C, ONDE, C É UMA CONSTANTE QUE PERTENCE AOS NÚMEROS NATURAIS(ℕ).
LEMBRANDO QUE ESSE "TRAÇINHO" NÃO PODE SER ESCRITO DESSAS FORMAS: / OU \. ELE TEM QUE ESTAR RETO, CASO CONTRÁRIO, NÃO ESTÁ SE REFERINDO À DIVISIBILIDADE.
SE NÃO FOR DIVISÍVEL, ESCREVEMOS A ∤ B.

EXEMPLIFICANDO:

$1|0$; $2|0$; $2|6$; $3|9$; $7|7$,

COMO EXPOSTO ANTERIORMENTE, PODEMOS ESCREVER NA SEGUINTE FORMA: $B = A.C$. ASSIM, RESPECTIVAMENTE PODEMOS ESCREVER:

$0 = 1.C \Rightarrow C = 0$, POIS $C = \frac{0}{1} = 0$

$0 = 2.C \Rightarrow C = 0$, POIS $C = \frac{0}{2} = 0$

$2|6 \Rightarrow 6 = 2.C \Rightarrow C = \frac{6}{2} = 3$ E DAÍ $6= 2.3$

$3|9 \Rightarrow 9 = 3.C \Rightarrow C = \frac{9}{3} = 3$ E DAÍ $9=3.3$

$7|7 \Rightarrow 7 = 7.C \Rightarrow C = \frac{7}{7} = 1$ E DAÍ $7= 7.1$

LEMBRE QUE QUANDO A É DIFERENTE DE ZERO, DIZEMOS QUE B É DIVISÍVEL POR A, CASO CONTRÁRIO, A NÃO DIVIDE B.

EXEMPLIFICANDO: $5\nmid 3$; $9\nmid 7$, OU TAMBÉM PODEM SER ESCRITOS COMO, RESPECTIVAMENTE:

$$\frac{3}{5} , \frac{7}{9}$$

$5\nmid 3$ POIS $3=5.C$, ONDE C É UM NÚMERO NATURAL, MAS COMO NÃO ENCONTRAMOS UM VALOR NATURAL QUE SATISFAÇA A IGUALDADE, ENTÃO 5 NÃO DIVIDE 3. A MESMA COISA ACONTECE PARA $9\nmid 7$.


DEIXE-ME VER UM EXEMPLO NA PRÁTICA, PARA VOCÊ ENTENDER MELHOR...
JÁ SEI!
OBSERVE O SEU SORVETE, VOCÊ PEGOU 4 BOLAS, ENTÃO É DIVISÍVEL POR NÓS DOIS!
ICYSHOP
2|4
JÁ O MEU SORVETE, EU PEGUEI 3 BOLAS, ENTÃO NÃO É DIVISÍVEL POR NÓS DOIS!
ICYSHOP
2∤3
MAS EU POSSO PEGAR A METADE DE UMA BOLA DE SORVETE!
NÃO É BEM ASSIM. O ASSUNTO QUE NÓS ESTAMOS ESTUDANDO ESTÁ APENAS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS, ENTÃO NÃO EXISTE ISSO DE "PEGAR A METADE"
2∤1
VOU PEGAR OUTRO EXEMPLO, VAMOS FINGIR QUE VOCÊ TEM DOIS COMPROMISSOS MARCADOS NA MESMA HORA, NÃO TEM COMO VOCÊ ESTAR NOS DOIS COMPROMISSOS AO MESMO TEMPO, ENTÃO VOCÊ NÃO É DIVISÍVEL POR 2. OU AINDA, SE VOCÊ TEM DUAS BOLAS DE SORVETE E NINGUÉM PARA DIVIDIR, VOCÊ TOMA SOZINHO!

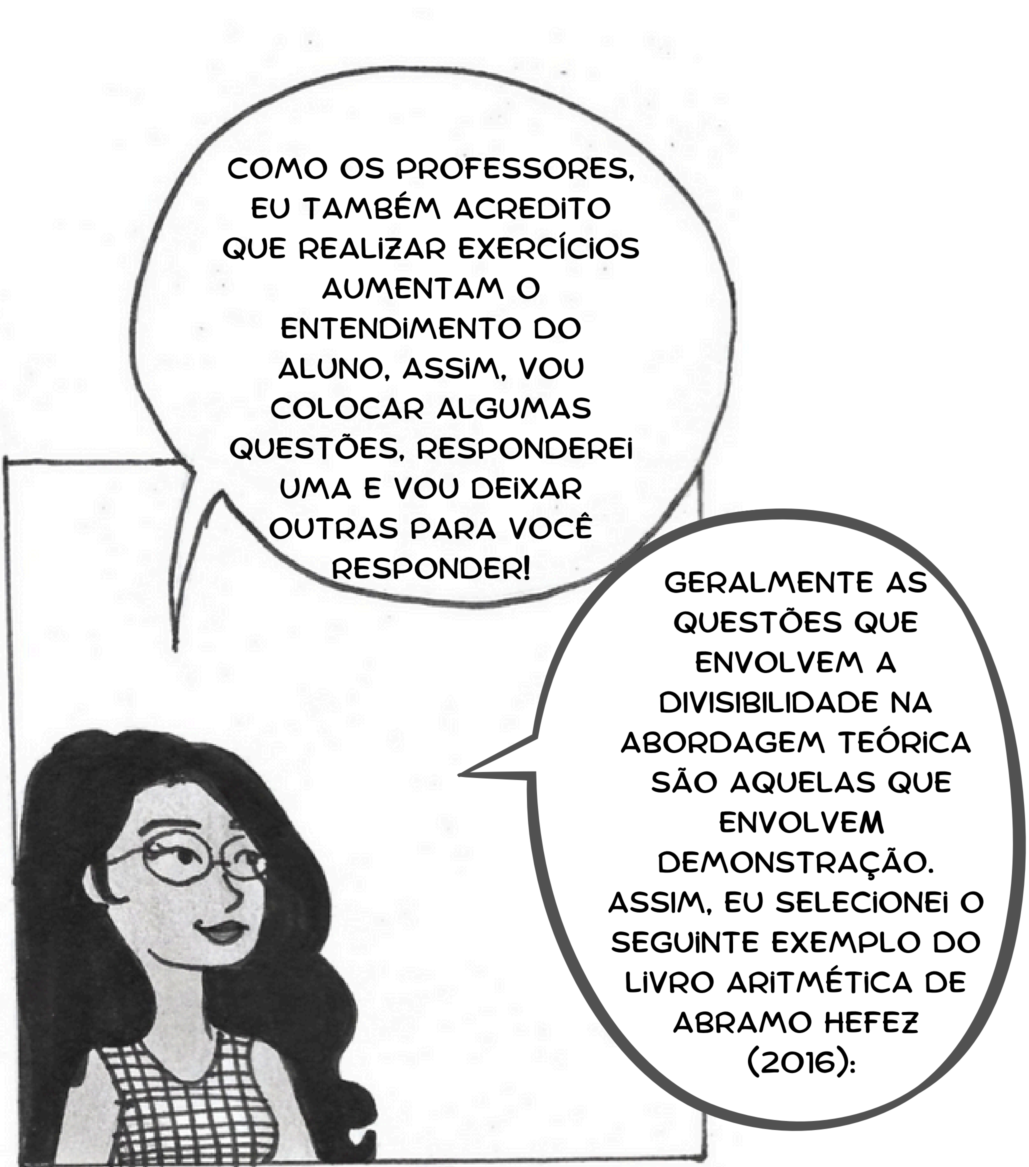

ENTENDEU? NÃO PODEMOS USAR NÚMEROS RACIONAIS AQUI. ALÉM DISSO, QUANDO DIZEMOS QUE A|B, ENTÃO EXISTE UM C QUE PERTENCE AOS NÚMEROS NATURAIS, ONDE ACONTECE: B = A.C E A PRECISA SER DIFERENTE DE ZERO!
NÓS TAMBÉM TEMOS MUITAS PROPOSIÇÕES NA DIVISIBILIDADE, EXEMPLO DELAS SÃO:
P1) 1|A, A|A E A|0.
P2) 0|A SE, E SOMENTE SE A=0.
P3) A DIVIDE B SE, E SOMENTE SE |A| DIVIDE |B|.
P4) SE A|B E B|C, ENTÃO A|C.
OUTRAS PROPOSIÇÕES:
P5) SE A, B, C $\in \mathbb{Z}$, ENTÃO, SE A|B E C|D, ENTÃO A.C|B.D;
P6) SE A, B, C $\in \mathbb{Z}$ SÃO TAIS QUE A|B E A|C, ENTÃO PARA TODO X, Y $\in \mathbb{Z}$. A|(X.B+Y.C).
P7) SEJAM A, B, C $\in \mathbb{Z}$, TAIS QUE A|(B+C) OU A|(B-C). ENTÃO A|B SE, E SOMENTE SE A|C.
P8) DADOS A, B $\in \mathbb{Z}$, ONDE B $\neq$ 0, TEMOS QUE: A|B $\Rightarrow$ |A| $\leqslant$ |B|
P9) SE A|B, ENTÃO PARA TODO INTEIRO M, TEM-SE QUE A|M.B;
• ENTRE OUTRAS PROPOSIÇÕES QUE FORTALECEM A DEFINIÇÃO DE DIVISIBILIDADE.
VOCÊ PODERIA ME LEMBRAR O QUE SIGNIFICA UMA "PREPOSIÇÃO"?
HAHAHA, NÃO É "PREPOSIÇÃO", É PROPOSIÇÃO! PROPOSIÇÃO É UM TERMO USADO EM LÓGICA, PARA DECLARAR SE UMA ORAÇÃO PODE SER CLASSIFICADA COMO VERDADEIRA OU FALSA.
SENTENÇA
CONCEITO 1
CONCEITO 2
RELAÇÃO
PROPOSIÇÃO


VOU EXPLICAR UM POUCO MAIS SOBRE ESSAS PROPOSIÇÕES PARA AS PROPOSIÇÕES: 1|A E A|A. EM 1|A, VAMOS SUPOR QUE UMA PESSOA COMPRA UM SORVETE COM DUAS BOLAS (A=2), ENTÃO AQUELA QUANTIDADE É DIVISÍVEL PARA ELA MESMA, POIS 2=1.2, OU SEJA, QUALQUER NÚMERO É DIVISÍVEL POR UM.
PARA A|A, VAMOS SUPOR NOVAMENTE QUE UMA PESSOA COMPROU SORVETE, MAS AGORA SÓ COM UMA BOLA (A=1), COM ISSO PODEMOS CONCLUIR QUE AQUELA ÚNICA BOLA É DIVISÍVEL POR AQUELA ÚNICA PESSOA, POIS 1=1.1. DE MODO GERAL, QUANDO A QUANTIDADE DE PESSOAS E DE BOLAS DE SORVETE SÃO A MESMA, ENTÃO É DIVISÍVEL ENTRE ELES, POIS CADA UM VAI FICAR UMA QUANTIDADE INTEIRA, QUE SERIA 1 BOLA DE SORVETE.
1|1


AINDA PARA A PROPOSIÇÃO A|A. VAMOS SUPOR QUE DUAS PESSOAS COMPRARAM DOIS POTES DE SORVETES E EM CADA UM DESSES POTES TEM APENAS UMA BOLA (A=2), ENTÃO ESSES DOIS POTES SÃO DIVISÍVEIS PARA AS DUAS PESSOAS, POIS CADA UMA VAI FICAR COM UM POTE CONTENDO UMA BOLA DE SORVETE. VALE LEMBRAR QUE NÓS ESTUDAMOS AGORA A DIVISIBILIDADE NOS NÚMEROS INTEIROS, ENTÃO NÃO TEM COMO ALGUMA DESSAS PESSOAS PEGAR UM POUCO DO SORVETE DO OUTRO, POIS NÃO SERIA MAIS UM NÚMERO EM Z.
2|2
PARA A PROPOSIÇÃO A|0, VAMOS SUPOR QUE DUAS PESSOAS CHEGARAM NA SORVETERIA E NÃO COMPRARAM NADA, ENTÃO AQUILO QUE NÃO FOI COMPRADO É DIVISÍVEL POR ELAS, POIS PODEMOS DIVIDIR ZERO POR QUALQUER NÚMERO E O RESULTADO SEMPRE SERÁ 0 (ZERO), POIS 0=A.0 ACHO QUE ESSE EXEMPLO FICOU UM POUCO VAGO. VAMOS SUPOR QUE A AMANDA E A THABBY ESTAVAM JUNTAS E A AMANDA OFERECEU SORVETE PARA A THABBY, MAS ELA NÃO TINHA NENHUM SORVETE PARA OFERECER.
1|0
2|0
ENTÃO QUER DIZER QUE ELA OFERECEU ALGO QUE ELA NÃO TEM E O RESULTADO DISSO É QUE AS DUAS FICARAM SEM NADA. ANTES ERA SÓ A AMANDA QUE NÃO TINHA SORVETE, MAS AGORA A THABBY TAMBÉM NÃO TEM. DESSA FORMA O 0 (ZERO)SORVETE FOI DIVIDIDO PARA AS DUAS.


PARA A PROPOSIÇÃO P5: SE A|B E C|D, ENTÃO A.C|B.D VOU NOVAMENTE USÁ-LAS COMO EXEMPLO. VAMOS SUPOR QUE A AMANDA COMPROU UM POTE DE SORVETE COM DUAS BOLAS (B=2) E THABBY COMPROU UM POTE COM QUATRO BOLAS (D=4), ELAS DUAS QUEREM DIVIDIR OS POTES ENTRE ELAS, OU SEJA, VAMOS CONSIDERAR QUE A=2=C (THABBY+AMANDA). TERMOS ASSIM:
SE EU PEGAR O PRIMEIRO POTE COM DUAS BOLAS E DIVIDIR PARA AS DUAS, ENTÃO 2|2. O SEGUNDO POTE, QUANDO DIVIDIR PARA AS DUAS, VAI SER 2|4, ASSIM, APLICANDO A PROPOSIÇÃO, O RESULTADO É 2.2|2.4= 4|8 (A.C|B.D). ATENÇÃO!!! ISSO SÓ NA TEORIA DA PROPOSIÇÃO, POIS SOMANDO OS DOIS POTES NÃO TEMOS OITO BOLAS DE SORVETE, MAS SEIS BOLAS E SÓ 2 PESSOAS!!! E 2|6. NEM SEMPRE CONSEGUIMOS APLICAR NUM EXEMPLO REAL!!!!
2|2
2|4
A.C|B.D
2.2|2.4
4|8


PARA A PROPOSIÇÃO P1: 0|A...
A
0
ESPERAAA! ISSO É UMA INDETERMINAÇÃO!
DE FATO, É UMA INDETERMINAÇÃO! SE O DENOMINADOR É ZERO, NÃO TEMOS NENHUMA DIVISÃO A FAZER!!! FICAMOS COM O VALOR TOTAL, SEM DIVIDIR. NO ENTANTO, PELA PROPOSIÇÃO P2, ENTENDEMOS ESSA EXPRESSÃO CONFORME A DIVISÃO EUCLIDIANA
ATRAVÉS DESSA PROPOSIÇÃO, PODEMOS ENTENDER QUE 0(ZERO) É DIVISÍVEL 0 (ZERO) POR , POIS 0 = 0.C (C = QUALQUER QUANTIDADE)



- *Sejam a, b e c elementos que pertencem aos números inteiros, onde c é diferente de 0. Mostre que $a.c|b.c$ se, e somente se, $a|b$.*

Solução.: Temos que, se $a|b$, então $b = a \,.\, q$, com q um número natural diferente de zero.

Dessa forma, partindo de $a.c|b\,c$ temos que $b.c = (a\,c).q$

Usando a lei de cancelamento da multiplicação nos números inteiros, temos que:

$$b.c = (a.c).q$$

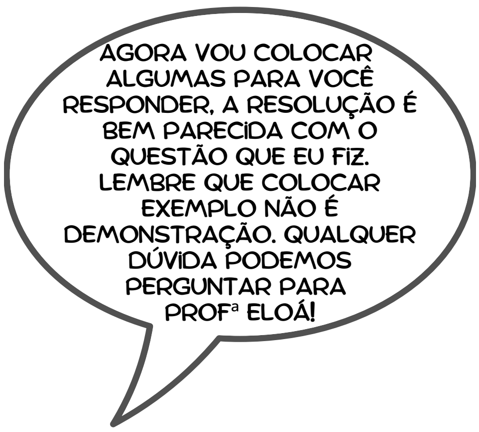
$b = a.q$, logo $a|b$, como queríamos demonstrar.

Fazendo a volta de $a|b$ até chegar em $ac|bc$. Temos que $b = a.q$, multiplicando o elemento c em ambos lados da igualdade, temos

$$b.c = a.q.c$$

$$b.c = (a.c).q$$

Assim temos, $ac|bc$.



Resolva!

1) Determine se os números são divisíveis ou não-divisíveis:

a) $3|8$

b) $4|12$

c) $2|6$

d) $1|7$

e) $5|25$

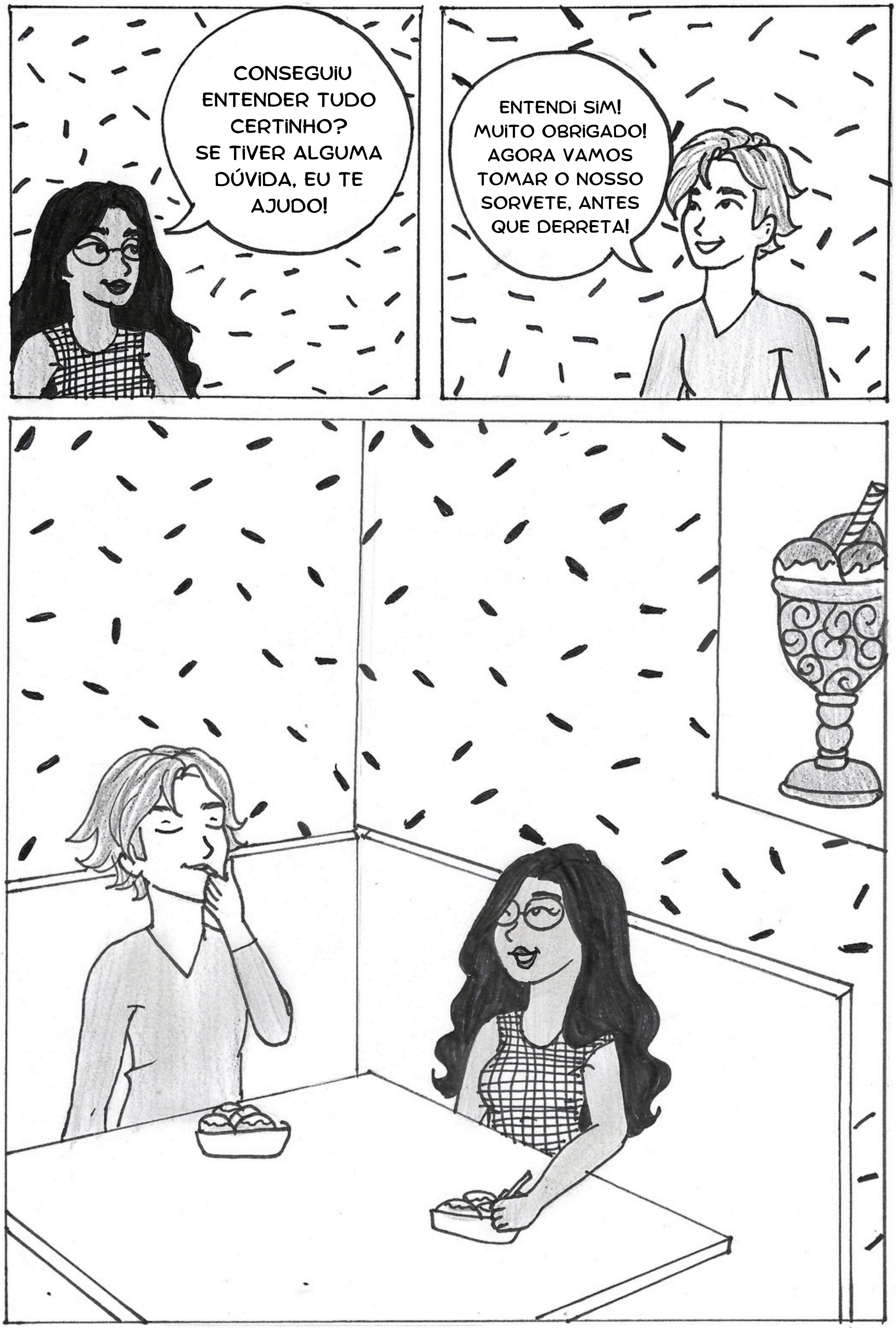
2) Demonstre as seguintes proposições:

a) Se a, b e c pertencem a $\mathbb{Z}$ são tais que $a|b$ e $a|c$, então para todos x e y pertencente a Z . $a|(xb + yc)$.

b) Se $a|b$ e $b|c$, então $a|c$; quando a, b, c pertencem aos conjunto $\mathbb{Z}$.

c) Se a, b, c e d pertencem a $\mathbb{Z}$, então $a|b$ e $c|d$ implica $ac|bd$.

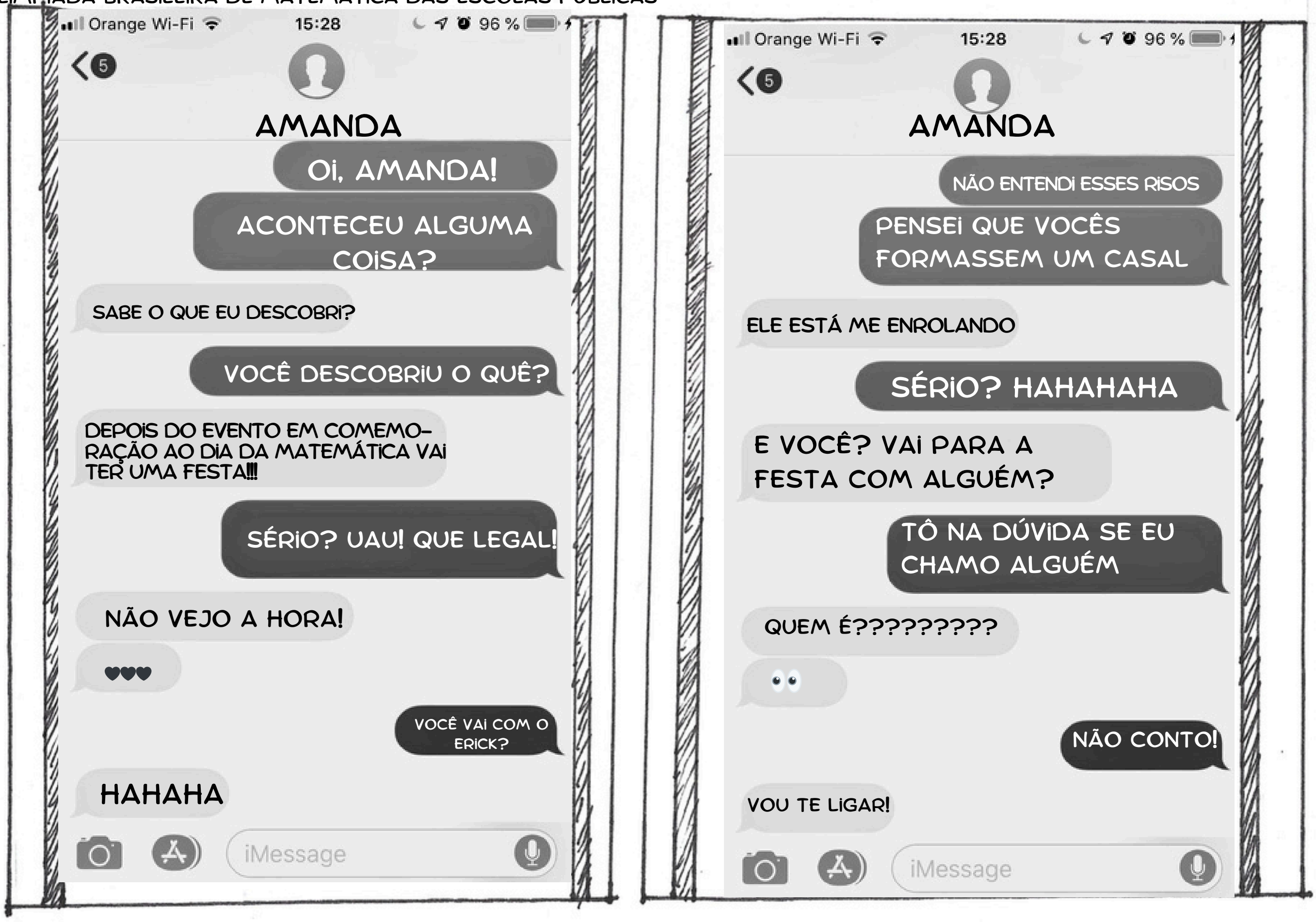
d) Sejam a, b e c pertencente ao conjunto $\mathbb{Z}$, tais que $a|(b-c)$. Então $a|b$ implica $a|c$.


CONSEGUIU ENTENDER TUDO CERTINHO? SE TIVER ALGUMA DÚVIDA, EU TE AJUDO!
ENTENDI SIM! MUITO OBRIGADO! AGORA VAMOS TOMAR O NOSSO SORVETE, ANTES QUE DERRETA!

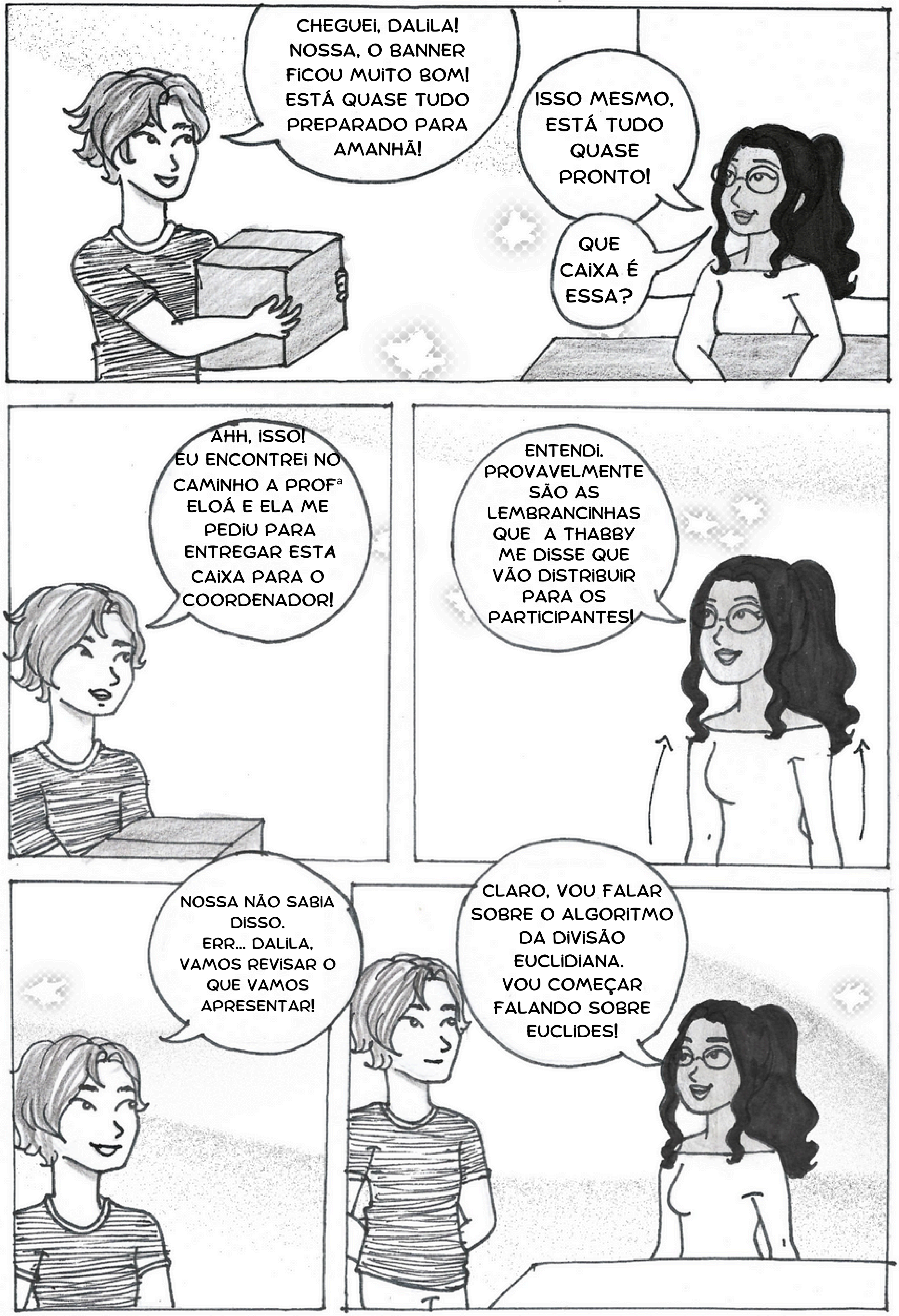
CAPÍTULO 3

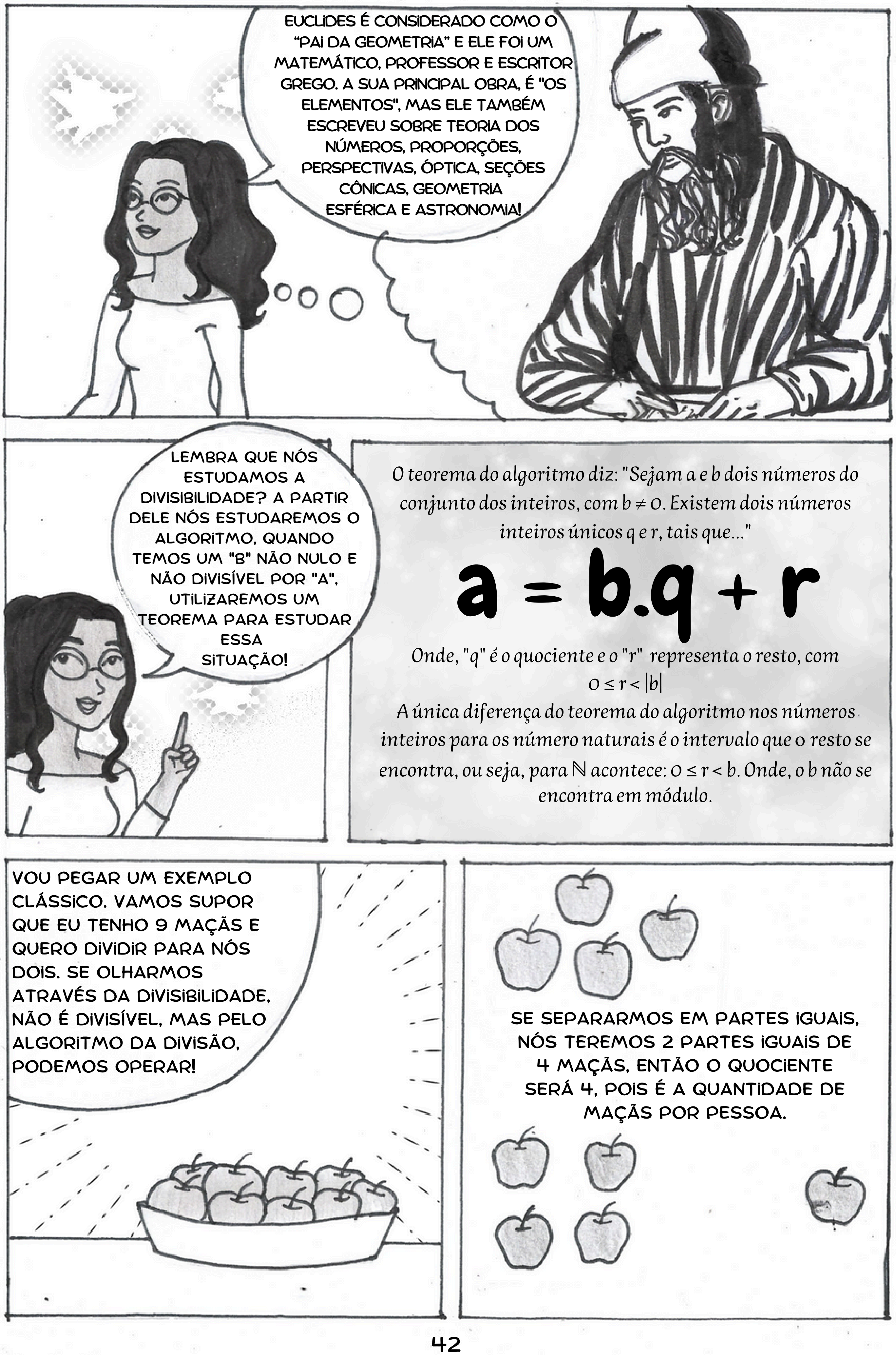
O ALGORITMO

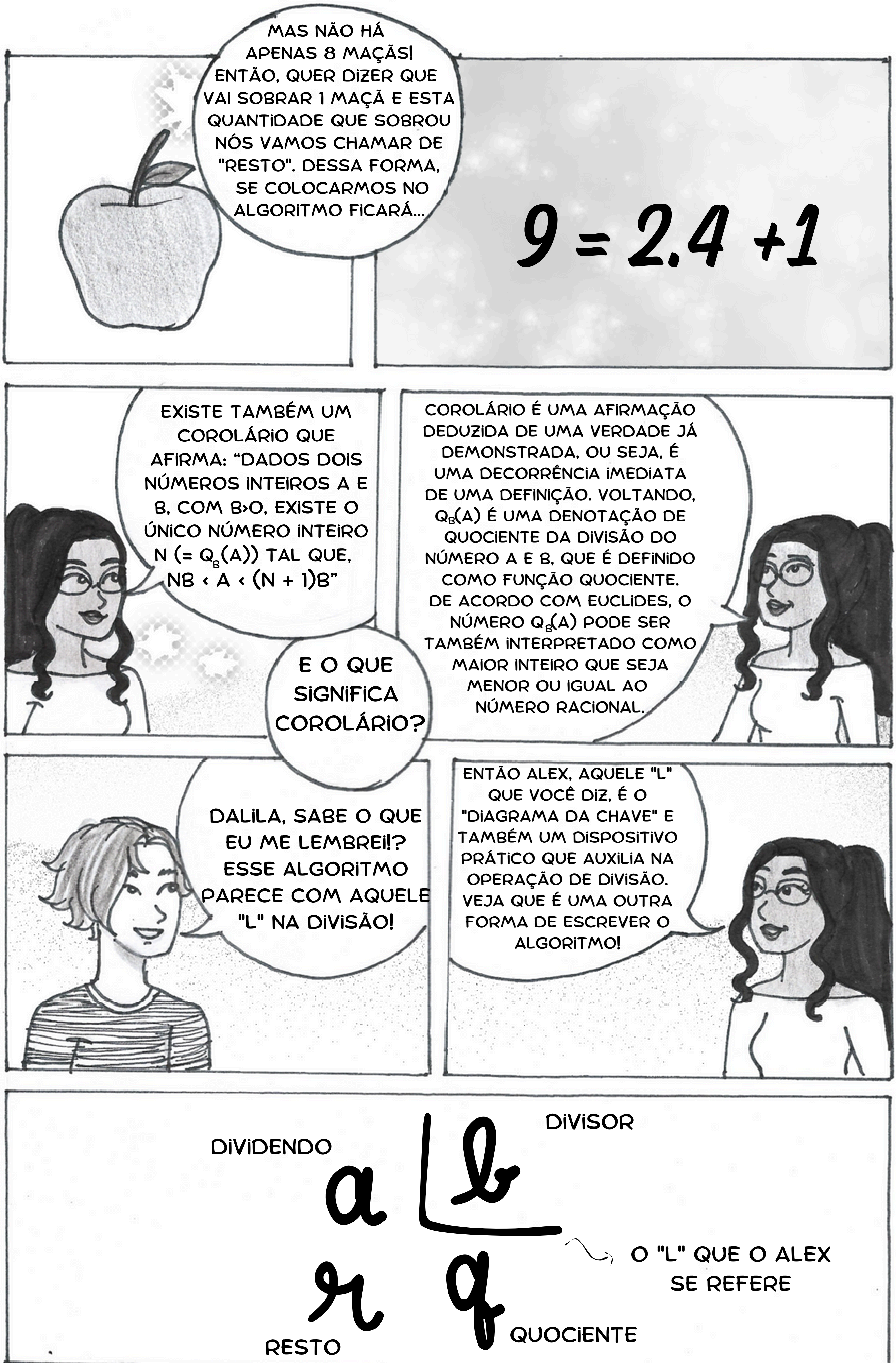
*OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS




OI AMANDA, QUE HISTÓRIA É ESSA DE FESTA? ENTÃO VOCÊ VAI CHAMAR O ERICK?
NÃO MUDE DE ASSUNTO ENGRAÇADINHO! QUEM É A SORTUDA?
VOU TE CONTAR A VERDADE, ESTOU PENSANDO EM CHAMAR A DALILA, PRA IR COMIGO!
ESTAVA IMAGINANDO, MAS POR QUE VOCÊ ESTÁ HESITANDO? SE VOCÊ CHAMAR A DALILA, EU CHAMO O ERICK!
VOU PENSAR NO SEU CASO, AGORA EU PRECISO IR. TENHO QUE ARRUMAR O STAND PRA AMANHÃ.
TCHAU, ALEX! MAS PENSE NO QUE EU TE DISSE!
UNIMA, DIA 5 DE MAIO
DIA DA MATEMÁTICA


CHEGUEI, DALILA! NOSSA, O BANNER FICOU MUITO BOM! ESTÁ QUASE TUDO PREPARADO PARA AMANHÃ!
ISSO MESMO, ESTÁ TUDO QUASE PRONTO!
QUE CAIXA É ESSA?
AHH, ISSO! EU ENCONTREI NO CAMINHO A PROFª ELOÁ E ELA ME PEDIU PARA ENTREGAR ESTA CAIXA PARA O COORDENADOR!
ENTENDI. PROVAVELMENTE SÃO AS LEMBRANCINHAS QUE A THABBY ME DISSE QUE VÃO DISTRIBUIR PARA OS PARTICIPANTES!
NOSSA NÃO SABIA DISSO. ERR... DALILA, VAMOS REVISAR O QUE VAMOS APRESENTAR!
CLARO, VOU FALAR SOBRE O ALGORITMO DA DIVISÃO EUCLIDIANA. VOU COMEÇAR FALANDO SOBRE EUCLIDES!


EUCLIDES É CONSIDERADO COMO O "PAI DA GEOMETRIA" E ELE FOI UM MATEMÁTICO, PROFESSOR E ESCRITOR GREGO. A SUA PRINCIPAL OBRA, É "OS ELEMENTOS", MAS ELE TAMBÉM ESCREVEU SOBRE TEORIA DOS NÚMEROS, PROPORÇÕES, PERSPECTIVAS, ÓPTICA, SEÇÕES CÔNICAS, GEOMETRIA ESFÉRICA E ASTRONOMIA!
LEMBRA QUE NÓS ESTUDAMOS A DIVISIBILIDADE? A PARTIR DELE NÓS ESTUDAREMOS O ALGORITMO, QUANDO TEMOS UM "B" NÃO NULO E NÃO DIVISÍVEL POR "A", UTILIZAREMOS UM TEOREMA PARA ESTUDAR ESSA SITUAÇÃO!
O teorema do algoritmo diz: "Sejam a e b dois números do conjunto dos inteiros, com $b \neq 0$. Existem dois números inteiros únicos q e r, tais que..."
$$a = b.q + r$$
Onde, "q" é o quociente e o "r" representa o resto, com $0 \leq r < |b|$
A única diferença do teorema do algoritmo nos números inteiros para os número naturais é o intervalo que o resto se encontra, ou seja, para $\mathbb{N}$ acontece: $0 \leq r < b$. Onde, o b não se encontra em módulo.
VOU PEGAR UM EXEMPLO CLÁSSICO. VAMOS SUPOR QUE EU TENHO 9 MAÇÃS E QUERO DIVIDIR PARA NÓS DOIS. SE OLHARMOS ATRAVÉS DA DIVISIBILIDADE, NÃO É DIVISÍVEL, MAS PELO ALGORITMO DA DIVISÃO, PODEMOS OPERAR!
SE SEPARARMOS EM PARTES IGUAIS, NÓS TEREMOS 2 PARTES IGUAIS DE 4 MAÇÃS, ENTÃO O QUOCIENTE SERÁ 4, POIS É A QUANTIDADE DE MAÇÃS POR PESSOA.

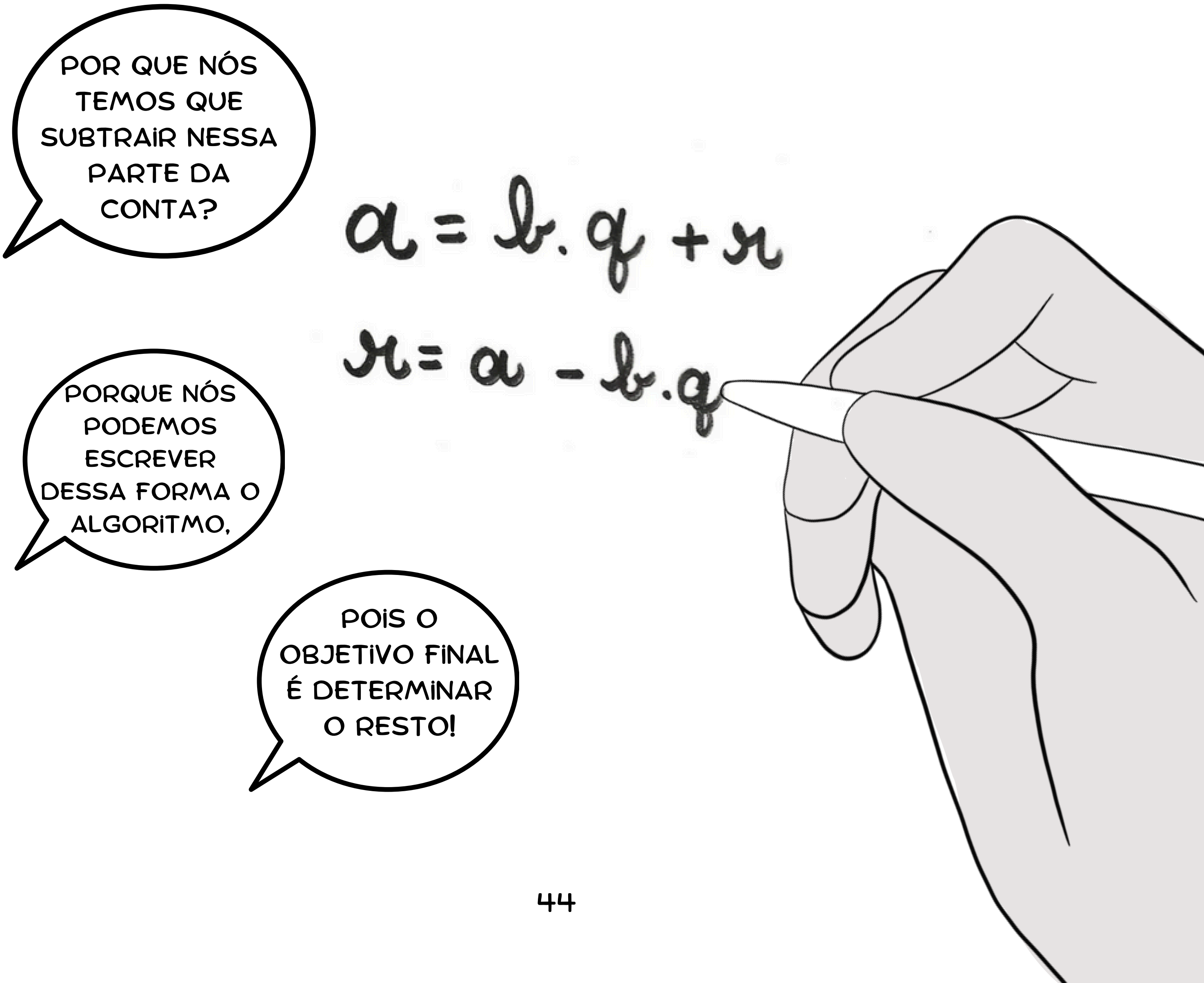

MAS NÃO HÁ APENAS 8 MAÇÃS! ENTÃO, QUER DIZER QUE VAI SOBRAR 1 MAÇÃ E ESTA QUANTIDADE QUE SOBROU NÓS VAMOS CHAMAR DE "RESTO". DESSA FORMA, SE COLOCARMOS NO ALGORITMO FICARÁ...
9 = 2.4 +1
EXISTE TAMBÉM UM COROLÁRIO QUE AFIRMA: "DADOS DOIS NÚMEROS INTEIROS A E B, COM B>0, EXISTE O ÚNICO NÚMERO INTEIRO N (= $Q_B(A)$) TAL QUE, NB < A < (N + 1)B"
E O QUE SIGNIFICA COROLÁRIO?
COROLÁRIO É UMA AFIRMAÇÃO DEDUZIDA DE UMA VERDADE JÁ DEMONSTRADA, OU SEJA, É UMA DECORRÊNCIA IMEDIATA DE UMA DEFINIÇÃO. VOLTANDO, $Q_B(A)$ É UMA DENOTAÇÃO DE QUOCIENTE DA DIVISÃO DO NÚMERO A E B, QUE É DEFINIDO COMO FUNÇÃO QUOCIENTE. DE ACORDO COM EUCLIDES, O NÚMERO $Q_B(A)$ PODE SER TAMBÉM INTERPRETADO COMO MAIOR INTEIRO QUE SEJA MENOR OU IGUAL AO NÚMERO RACIONAL.
DALILA, SABE O QUE EU ME LEMBREI!? ESSE ALGORITMO PARECE COM AQUELE "L" NA DIVISÃO!
ENTÃO ALEX, AQUELE "L" QUE VOCÊ DIZ, É O "DIAGRAMA DA CHAVE" E TAMBÉM UM DISPOSITIVO PRÁTICO QUE AUXILIA NA OPERAÇÃO DE DIVISÃO. VEJA QUE É UMA OUTRA FORMA DE ESCREVER O ALGORITMO!
DIVIDENDO
a
DIVISOR
b
r
q
O "L" QUE O ALEX SE REFERE
RESTO
QUOCIENTE

Vou escrever isso, nós temos esse dispositivo:

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} & q \\ \hline r & \end{array}$$

Aqui tem subtração

Aqui tem multiplicação



Então, voltando para o dispositivo

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} -b\cdot q & q \\ \hline r & \end{array}$$

Dessa forma, temos,

Aqui tem multiplicação

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ \cline{2-2} -2\cdot 4 & 4 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Aqui tem subtração

só basta agora resolver essas outras operações e, assim, você saberá qual é o resto.

DALILA, FIQUEI COM UMA DÚVIDA, O QUE A GENTE PODE FAZER QUANDO A OU B FOR NEGATIVO?

UAU! ELE ESTÁ REALMENTE ENTENDENDO E INTERESSADO!

ÓTIMA PERGUNTA! POIS ELES FAZEM PARTE DOS NÚMEROS INTEIROS, ENTÃO A, B SÃO VALORES POSITIVOS OU NEGATIVOS. PRECISAMOS RELEMBRAR AS REGRAS DOS SINAIS E TAMBÉM AJUSTAR O TEOREMA DA DIVISÃO PARA ESSE CASO

LEMBRANDO QUE OS TEOREMAS SÃO PROPOSIÇÕES QUE POSSUEM DEMONSTRAÇÕES E, ASSIM, PODEM SER COMPROVADAS COMO VERDADEIRAS.

Teorema (Regra dos sinais)

Esse teorema afirma que, se a e b pertencem aos números inteiros, então

$$(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$$

$$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$$

Exemplificando,

$$(-2) \cdot 1 = -2 \cdot 1 = -2$$

$$(-2) \cdot (-3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot (-2) = -2 \cdot 2 = -4$$

ENTÃO, NÓS VAMOS USAR O TEOREMA DO JOGO DOS SINAIS NO ALGORITMO QUANDO ESTAMOS USANDO A PARTE NEGATIVA DOS NÚMEROS INTEIROS?

ISSO, É AQUI ONDE NÓS VAMOS USAR O JOGO DOS SINAIS, NA MULTIPLICAÇÃO DO DIVISOR E DO QUOCIENTE!

Para a ou b negativos

Temos dois casos: quando a ou b for negativo ou quando os dois são negativos, vou pegar um exemplo para cada.

Para $a = 100$ e $b = -7$, ou seja $a>0$ e $b<0$

temos $q = -14$ e $r = 2$, pois

$$100 = (-7) \cdot (-14) + 2.$$

(note que $0<2<|-7|$, conforme Teorema da página 42)

NO DISPOSITIVO

$$\begin{array}{r|l} 100 & -7 \\ \cline{2-2} -98 & -14 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Para $a = -100$ e $b = -7$, ou seja, $a<0$ e $b<0$

temos $q = 15$ e $r = 5$ pois,

$$-100 = (-7) \cdot 15 + 5.$$

(note que $0<5<|-7|$, conforme Teorema da Divisão de Euclides)

NO DISPOSITIVO

$$\begin{array}{r|l} -100 & -7 \\ \cline{2-2} -(-105) & 15 \\ \hline 5 & \end{array}$$

NOTE QUE NO DISPOSITIVO PRÁTICO, USAMOS A REGRA DOS SINAIS QUANDO MULTIPLICAMOS O DIVISOR PELO QUOCIENTE E TAMBÉM PARA DETERMINAR O RESTO!

AGORA VAMOS ESCOLHER ALGUMAS QUESTÕES PARA EXERCITAR ESSE CONTEÚDO. TODAS UTILIZAM O ALGORITMO DE EUCLIDES PARA RESOLVER!

Resolva!

1) Ache o quociente e o resto da Divisão euclidiana de a por b no seguintes casos:

a) $a = 390, b = 74$

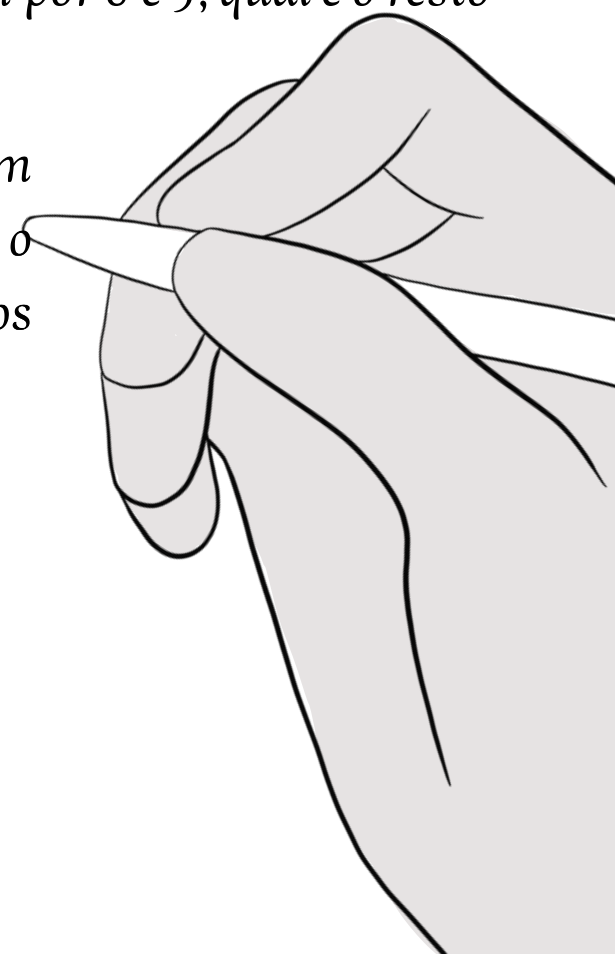
b) $a = -124, b = 18$

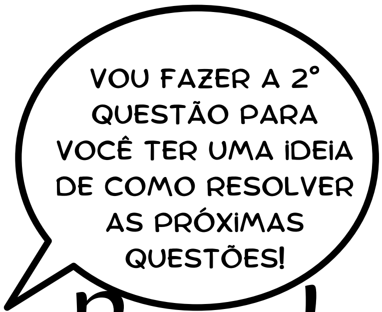
c) $a = -420, b = 58$

2) Seja m um número inteiro cujo o resto da divisão por 6 é 5. Mostre que o resto da divisão de m por 3 é 2.

3) Se o resto da divisão euclidiana de m por 8 é 5, qual é o resto da divisão de m por 4?

4) Na divisão euclidiana de -345 por um número inteiro $b>0$, o resto é 12. Ache o divisor e o quociente em todos os casos possíveis.





Resolvendo a 2° questão

2) Seja m um número inteiro cujo o resto da divisão por 6 é 5. Mostre que o resto da divisão de m por 3 é 2.

<u>Solução</u>

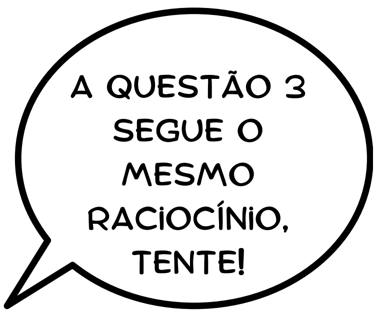
Temos que o algoritmo é dado como: $a = b.q + r$, *assim,* $m = 6 \,.\, q + 5$ *que podemos escrever da seguinte forma:*

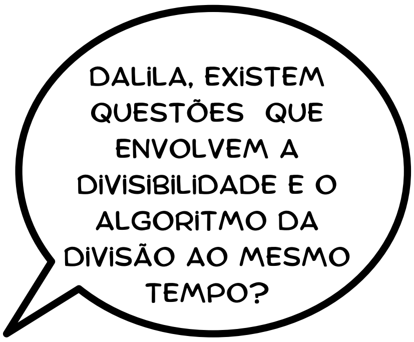
$m = 3 \,.\, 2 \,.\, q + 3 + 2$ *vamos colocar o fator 3 em evidência. Daí., segue que*

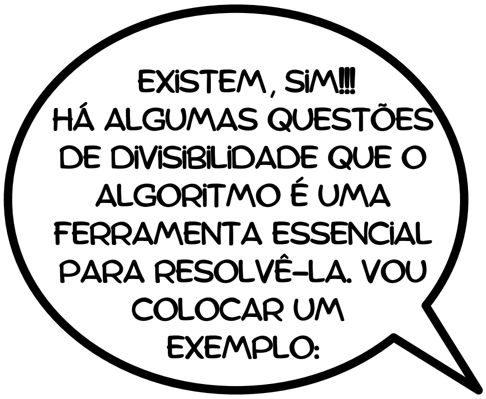
$m = 3\,(2q + 1) + 2$ *. Agora renomeei* $2q+1 = q'$ *.*

Assim,

$m = 3.\, q' + 2$ *é o formato desejado para a demonstração*







5) Mostrar que, se a é um número inteiro qualquer, então um dos inteiros a, $a+2$, $a+4$ é divisível por 3.

<u>Demonstração</u>

De acordo com o algoritmo da divisão,

$$a = 3q \text{ ou } a = 3q+1 \text{ ou } a = 3q+2.$$

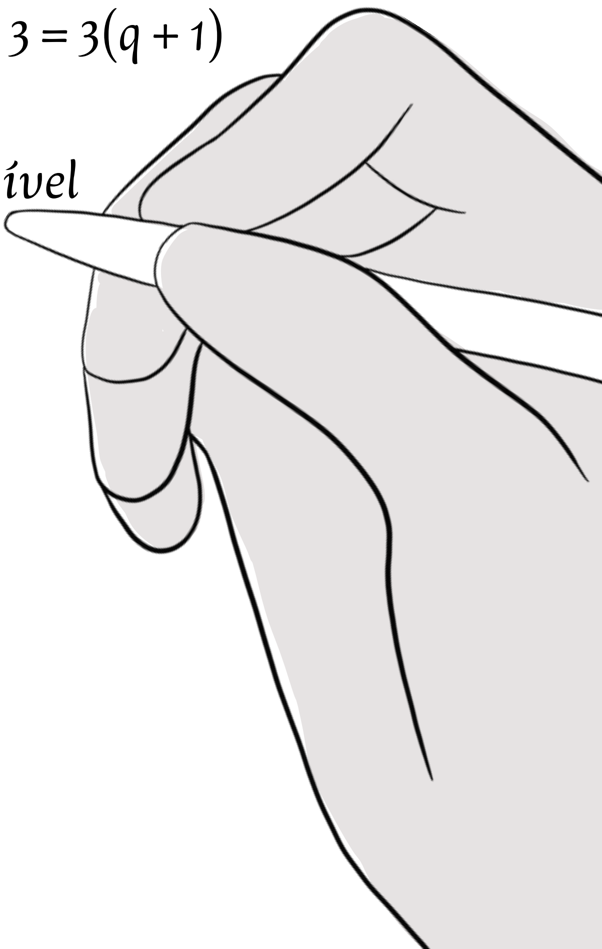
Isto é, os restos da divisão por 3 somente podem ser 0, 1 ou 2(pois $0 \leq r < |b|$)

Se $a = 3q$, está comprovada a hipótese, porque o resto é zero.

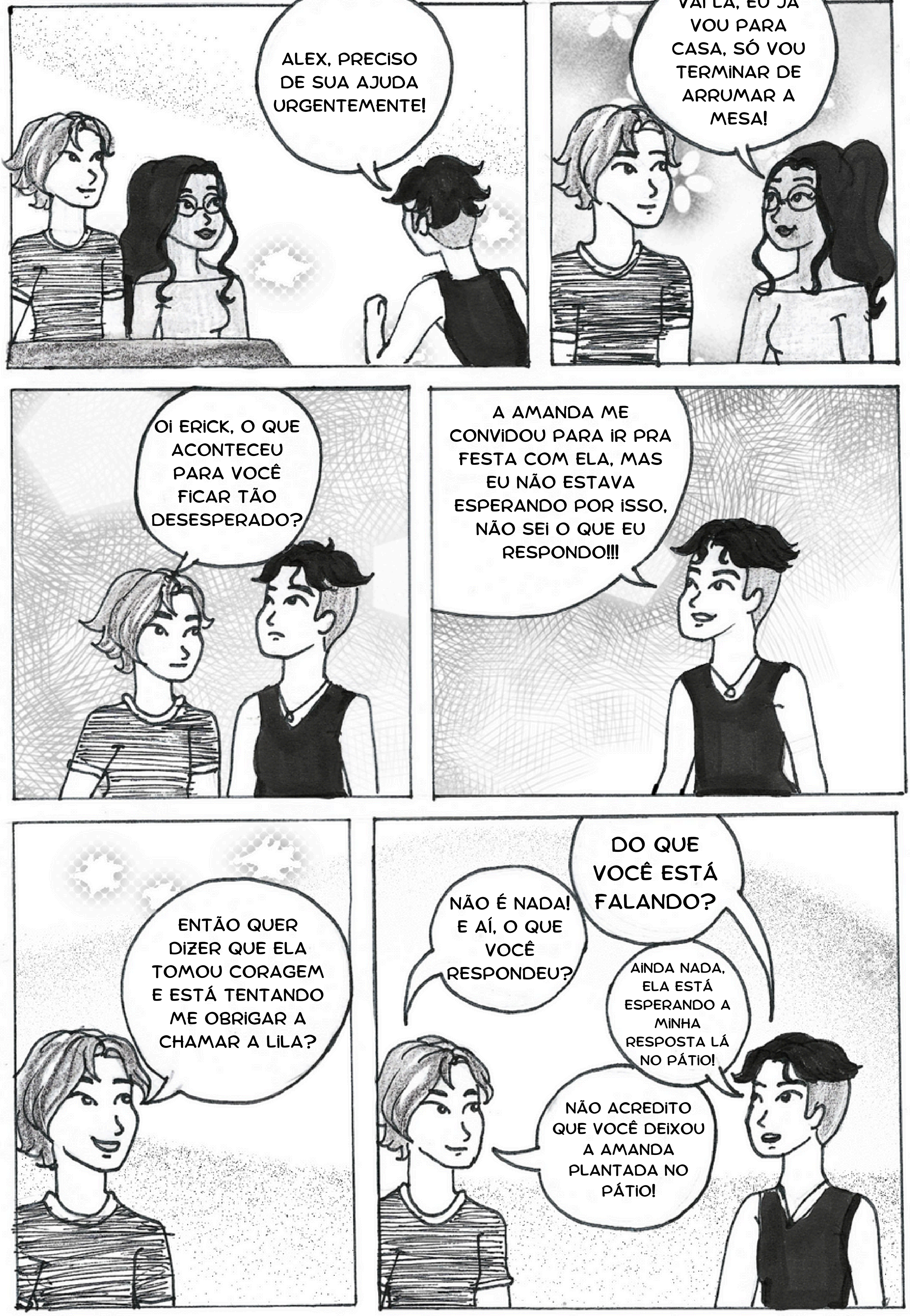
Se $a = 3q + 1$, então $a + 2 = 3q + 2 + 1 = 3q + 3 = 3(q+1) \Rightarrow a + 2$ é divisível por 3.

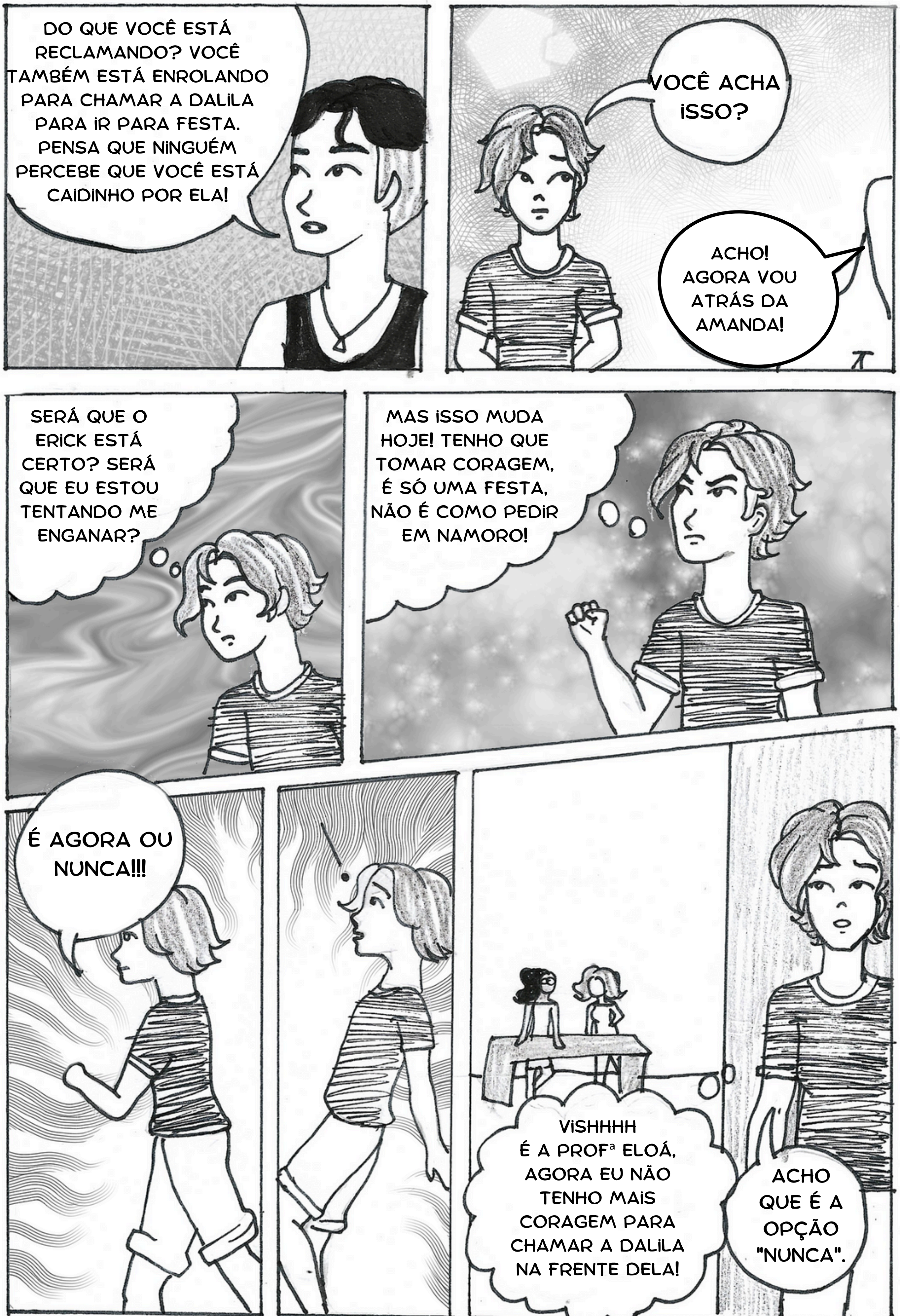
Se $a = 3q + 2$, então $a + 1 = 3q + 2 + 1 = 3q + 3 = 3(q+1)$ onde, $3(q+1) \Rightarrow a + 1$ é divisível por 3.

Portanto, uma das três formas será divisível por 3.




Exemplo: Dados a =13, b =3 e q = 4, qual será o resto?
r = 13 - 3 . 4
r = 13 -12
r = 1
Ou seja, o resto será igual a 1.
E AÍ, O QUE VOCÊ ACHOU DA MINHA APRESENTAÇÃO? DEU PARA ENTENDER TUDO CERTINHO?
DEU SIM, PARABÉNS!
OLÁ DALILA E ALEX! BOA TARDE! ALEX, ELOÁ TE ENTREGOU UMA CAIXA?
SIM, AQUI ESTÁ! AVISO, ESTÁ PESADA!
IMAGINEI, A UNIMA ENCOMENDOU UM MONTE DE BROCHES PARA DISTRIBUIR PARA OS PARTICIPANTES E CONVIDADOS!
CERTO, AGORA ESTÁ TUDO ARRUMADO PARA AMANHÃ, NÃO É? EU VOU TREINAR MAIS PARA A APRESENTAÇÃO E TE ACONSELHO A FAZER O MESMO!


ALEX, PRECISO DE SUA AJUDA URGENTEMENTE!
VAi LÁ, EU JÁ VOU PARA CASA, SÓ VOU TERMiNAR DE ARRUMAR A MESA!
Oi ERiCK, O QUE ACONTECEU PARA VOCÊ FiCAR TÃO DESESPERADO?
A AMANDA ME CONViDOU PARA iR PRA FESTA COM ELA, MAS EU NÃO ESTAVA ESPERANDO POR iSSO, NÃO SEi O QUE EU RESPONDO!!!
ENTÃO QUER DiZER QUE ELA TOMOU CORAGEM E ESTÁ TENTANDO ME OBRiGAR A CHAMAR A LiLA?
DO QUE VOCÊ ESTÁ FALANDO?
NÃO É NADA! E AÍ, O QUE VOCÊ RESPONDEU?
AiNDA NADA, ELA ESTÁ ESPERANDO A MiNHA RESPOSTA LÁ NO PÁTiO!
NÃO ACREDiTO QUE VOCÊ DEiXOU A AMANDA PLANTADA NO PÁTiO!


DO QUE VOCÊ ESTÁ RECLAMANDO? VOCÊ TAMBÉM ESTÁ ENROLANDO PARA CHAMAR A DALILA PARA IR PARA FESTA. PENSA QUE NINGUÉM PERCEBE QUE VOCÊ ESTÁ CAIDINHO POR ELA!
VOCÊ ACHA ISSO?
ACHO! AGORA VOU ATRÁS DA AMANDA!
SERÁ QUE O ERICK ESTÁ CERTO? SERÁ QUE EU ESTOU TENTANDO ME ENGANAR?
MAS ISSO MUDA HOJE! TENHO QUE TOMAR CORAGEM, É SÓ UMA FESTA, NÃO É COMO PEDIR EM NAMORO!
É AGORA OU NUNCA!!!
VISHHHH É A PROFª ELOÁ, AGORA EU NÃO TENHO MAIS CORAGEM PARA CHAMAR A DALILA NA FRENTE DELA!
ACHO QUE É A OPÇÃO "NUNCA".

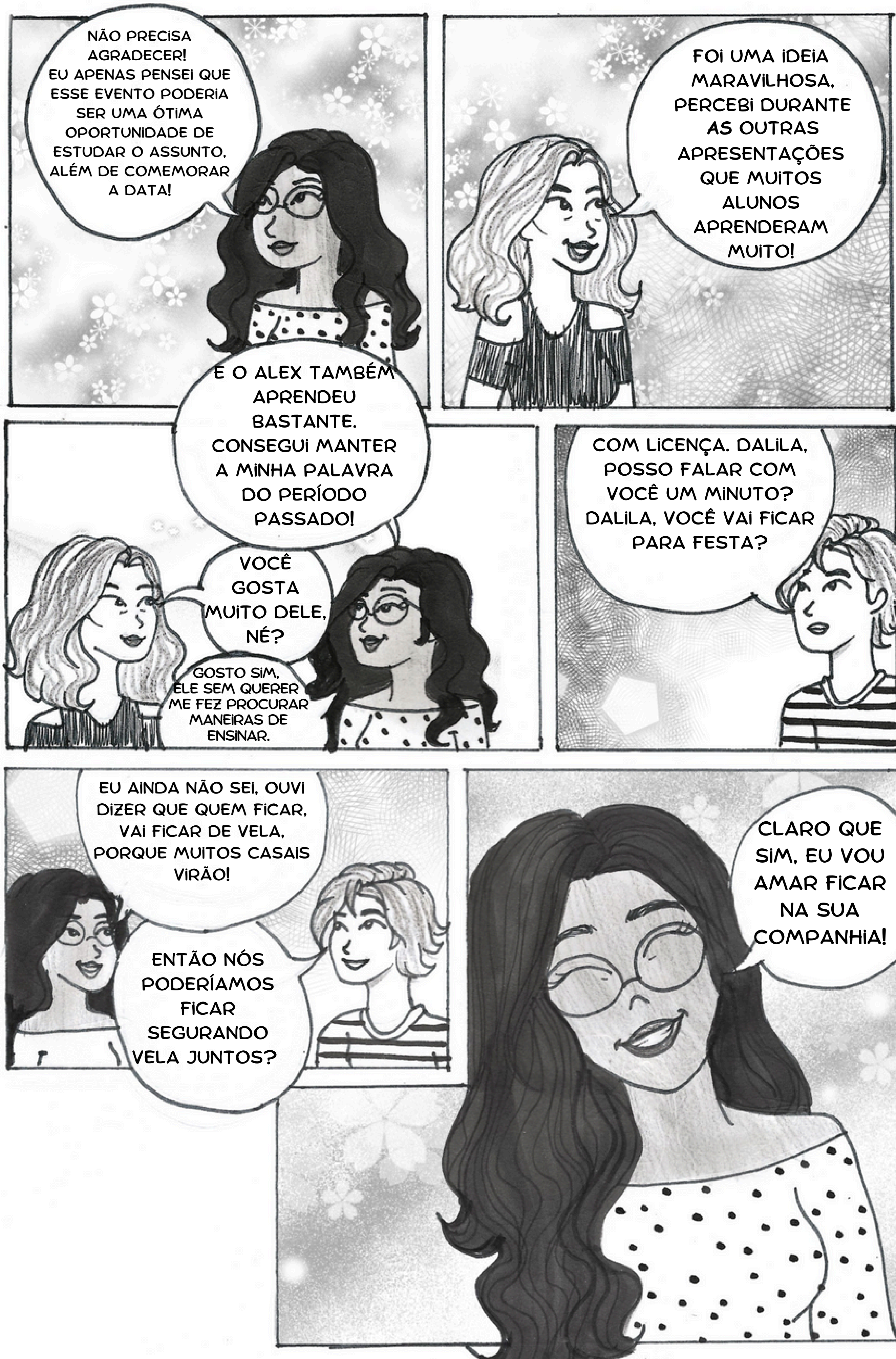
CAPÍTULO 4

O DIA DA MATEMÁTICA


UNIMA, DIA 6 DE MAIO
DIA DA MATEMÁTICA


... COM ISSO QUE A DALILA FALOU ANTERIORMENTE PODEMOS CONCLUIR QUE A DIVISIBILIDADE QUE NÓS ESTUDAMOS NO ENSINO SUPERIOR É MUITO ALÉM DOS CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE QUE SÃO ESTUDADOS NO ENSINO FUNDAMENTAL.
ISSO É TUDO E OBRIGADA PELA ATENÇÃO. FELIZ DIA DA MATEMÁTICA!


TEMPO DEPOIS
PARABÉNS, DALILA E ALEX. GOSTEI MUITO!
MUITO OBRIGADO, PROFESSORA!
ALEX, PERCEBI QUE VOCÊ ENTENDEU BEM O ASSUNTO, ENTÃO SÓ FALTA ESCREVER A ATIVIDADE!
CERTO, PROFESSORA! VOU ESCREVER TUDO E ENTREGO NA PRÓXIMA AULA
EI ALEX, QUERO FALAR COM VOCÊ!
CERTO!
COM LICENÇA!
DALILA, SUA IDEIA FOI INCRÍVEL, QUEM DIRIA QUE ESSE EVENTO TODO FARIA O ALEX SER ESTIMULADO A PROCURAR ENTENDER O ASSUNTO!
A COORDENAÇÃO DA UNIMA JÁ ESTAVA SEM IDEIA DO QUE FAZER ESSE ANO PARA O DIA DA MATEMÁTICA. MUITO OBRIGADA POR SUGERIR ESSE EVENTO!

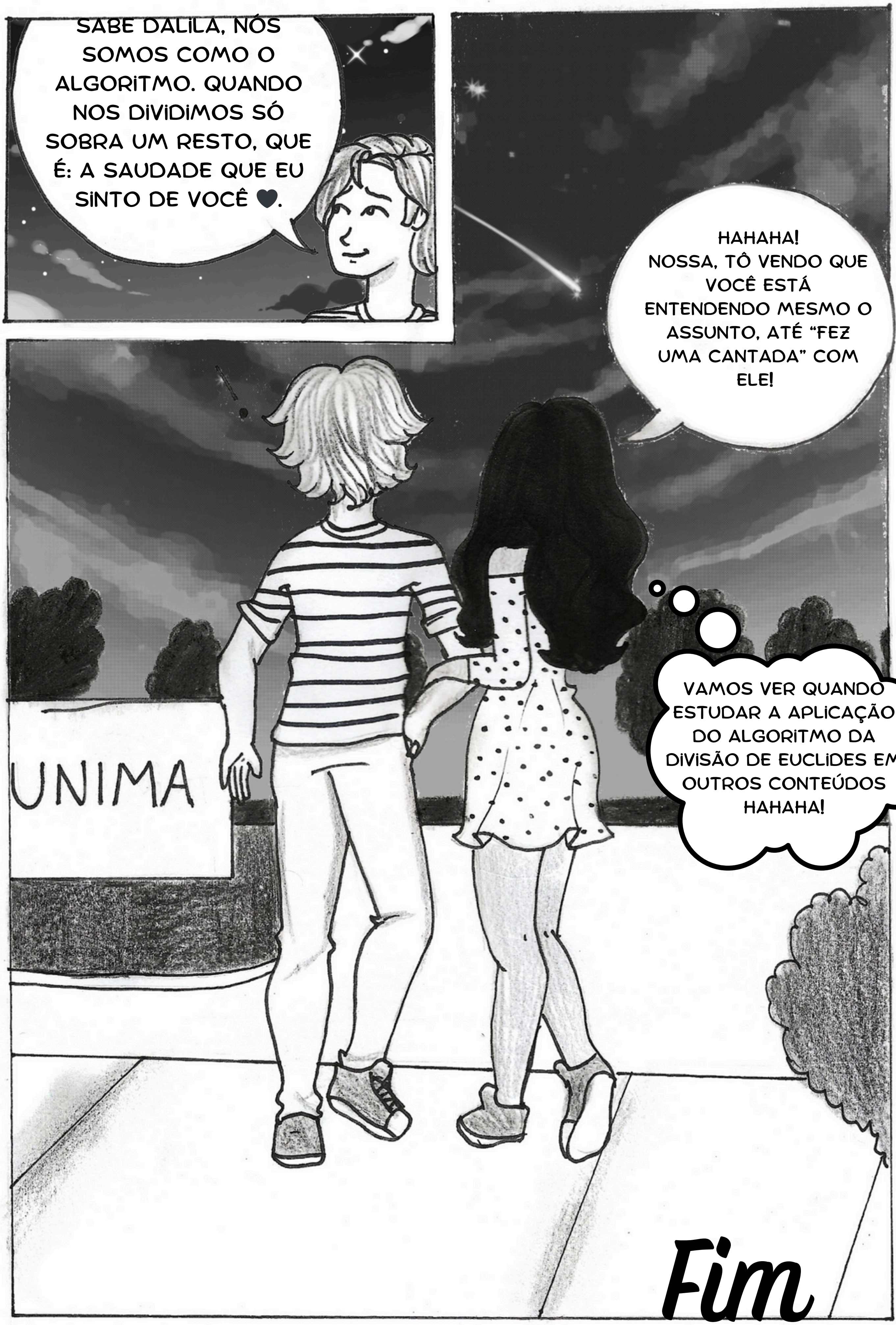

NÃO PRECISA AGRADECER! EU APENAS PENSEI QUE ESSE EVENTO PODERIA SER UMA ÓTIMA OPORTUNIDADE DE ESTUDAR O ASSUNTO, ALÉM DE COMEMORAR A DATA!
FOI UMA IDEIA MARAVILHOSA, PERCEBI DURANTE AS OUTRAS APRESENTAÇÕES QUE MUITOS ALUNOS APRENDERAM MUITO!
E O ALEX TAMBÉM APRENDEU BASTANTE. CONSEGUI MANTER A MINHA PALAVRA DO PERÍODO PASSADO!
VOCÊ GOSTA MUITO DELE, NÉ?
GOSTO SIM, ELE SEM QUERER ME FEZ PROCURAR MANEIRAS DE ENSINAR.
COM LICENÇA. DALILA, POSSO FALAR COM VOCÊ UM MINUTO? DALILA, VOCÊ VAI FICAR PARA FESTA?
EU AINDA NÃO SEI, OUVI DIZER QUE QUEM FICAR, VAI FICAR DE VELA, PORQUE MUITOS CASAIS VIRÃO!
ENTÃO NÓS PODERÍAMOS FICAR SEGURANDO VELA JUNTOS?
CLARO QUE SIM, EU VOU AMAR FICAR NA SUA COMPANHIA!

EPÍLOGO

O ALGORITMO ENTRE NÓS


NÃO ACREDITO QUE PRECISOU A AMANDA PUXAR A SUA ORELHA PARA VOCÊ ME CHAMAR PARA FESTA.
TÔ TE DIZENDO, FOI UMA LOUCURA!
NÃO SEI O PORQUÊ DE VOCÊ FICAR COM VERGONHA DE ME CHAMAR. A GENTE JÁ SE CONHECE HÁ UM TEMPO!
NÃO CONSEGUI CONTROLAR. FIQUEI COM MEDO DE PARECER ABUSADO!
VOCÊ NÃO SERIA ABUSADO, EU JÁ TE CONSIDERO UM GRANDE AMIGO
NOSSA, VOCÊ SABIA QUE VOCÊ MUDOU MUITO DO PERÍODO PASSADO PRA CÁ?
COMO ASSIM? NÃO ME SINTO DIFERENTE
DESCULPE PELO O QUE EU VOU DIZER, MAS QUANDO EU TE CONHECI VOCÊ ERA UM POUCO METIDINHO E ACHAVA QUE NÃO CONSEGUIA APRENDER E GOSTAR DE MATEMÁTICA, MAS HOJE VOCÊ ARRASOU NA APRESENTAÇÃO!
É MESMO, NÃO É? EU SEMPRE ACHEI QUE NÃO CONSEGUIA ENTENDER MATEMÁTICA, TÃO POUCO GOSTAR DELA, MAS SÓ ESTAVA FALTANDO ALGO QUE ME CONECTASSE A ELA E VOCÊ É A PESSOA QUE MAIS ME MOTIVA A BUSCAR CONHECIMENTO!


AWNNN, QUE FOFO! MAS AGORA EU TENHO UMA PERGUNTA: VOCÊ PRETENDE CONTINUAR NO CURSO E SER PROFESSOR?
CLARO, AGORA MEU PAI NÃO É O MOTIVO PARA EU CURSAR MATEMÁTICA, COMECEI A GOSTAR DE VERDADE DA MATEMÁTICA ...
...E COMPREENDER A IMPORTÂNCIA DE UM BOM PROFESSOR, PRINCIPALMENTE DE MATEMÁTICA. MUDANDO DE ASSUNTO, VOCÊ É MUITO ESPERTINHA, NÉ?
COMO ASSIM???
EU SEM QUERER ESCUTEI A SUA CONVERSA COM A PROFª ELOÁ, MUITO OBRIGADO POR SE DEDICAR TANTO PARA ME AJUDAR A ENTENDER OS ASSUNTOS.
AHHH NÃO PRECISA AGRADECER. SOBRE ISSO ...
... EU SÓ ESTAVA TENTANDO CUMPRIR COM A MINHA PALAVRA!
CONSEGUI!


SABE DALILA, NÓS SOMOS COMO O ALGORITMO. QUANDO NOS DIVIDIMOS SÓ SOBRA UM RESTO, QUE É: A SAUDADE QUE EU SINTO DE VOCÊ ♥.
HAHAHA! NOSSA, TÔ VENDO QUE VOCÊ ESTÁ ENTENDENDO MESMO O ASSUNTO, ATÉ "FEZ UMA CANTADA" COM ELE!
UNIMA
VAMOS VER QUANDO ESTUDAR A APLICAÇÃO DO ALGORITMO DA DIVISÃO DE EUCLIDES EM OUTROS CONTEÚDOS HAHAHA!
Fim

Até a próxima aventura!

Thais Dantas Souza Pinto

Amante da arte e de HQ desde criança, criando sua primeira história em quadrinhos aos 11 anos. É licencianda em matemática do Instituto Federal de Sergipe, campus Aracaju desde 2021 e aproveitou a experiência como monitora da disciplina Matemática do Ensino Fundamental e a obrigatoriedade de fazer uma pesquisa para estruturar essa HQ. Utilizou os personagens Alex e Dalila que estavam aguardando um momento para atuarem desde 2016 e foi preciso evoluir em suas personalidades para encaixá-los aqui.

Lenira Pereira da Silva

É licenciada em matemática, mestre em matemática aplicada e doutora em educação matemática. Está na Rede Federal de Ensino desde 1995 e atuou na criação, implantação e reformulações do curso de Licenciatura em Matemática do IFS, campus Aracaju. Leciona disciplinas no curso desde 2007, incluindo Matemática do Ensino Fundamental e Pesquisa, focos desse trabalho.

Resoluções e Dicas

Página 36

1) a) Não-divisível

b) Divisível

c)Divisível

d)Divisível

e)Divisível

2) a)Dica: use as propriedades P9 e P7

b) Usando definição, existem inteiros d e d', tais que ad = b e bd' = c. Substituindo o valor de b dado pela primeira igualdade, temos c = (ad)d' = a (dd') logo a | c.

c) Se a|b e c|d, então $\exists$ f, g $\in \mathbb{Z}$, b = fa e d= gc. Portanto, bd=(fg)(ac), logo, ac|bd.

d) Existem inteiros d e d' tais que ad = b e ad' = c. Subtraindo ambas as igualdades, temos: a (d - d') = b - c, donde a | (b - c)

Página 48

1)a) q = 5 e r = 20

b) q = -6 e r = 16

c) q = -7 e r = 14

2) Resolução na página 49.

3) Dica: mesma ideia de resolução da questão anterior.

4) -344 = b.q + 12 (12<b). Daí -357 = bq (b > 12). Onde as possibilidadessãoas seguintes: b = 17 e q = -21 ou b = 21 e q = -17

Bibliografia

AMARAL, J. T. do (Amp). Minimanual compacto de matemática: teoria e prática, ensino fundamental. Supervisão de João Tomás do Amaral. São Paulo. Editora Rideel. 1999.

CAMPOS,C. C. De O..Quadrinhos e o incentivo à leitura. 2013. Monografia - Universidade de Brasília (UnB). Brasília. 2013.

DOMINGUES, Hygino H.. Fundamentos de Aritmética. São Paulo: Atual. 1991. Disponível em:

FERREIRA, Jamil. A construção dos Números. 4. ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2022.

HEFEZ, Abramo. Aritmética. 2° ed. Coleção PROFMAT. SBM. Rio de Janeiro. 2016.

LUCCHETTI, M. A.; LUCCHETTI, R. F. . História em Quadrinhos: uma Introdução. Revista USP, São Paulo, SP, v. 16, p. 24-35, 1993.

MORAES, Priscila. HQ e Matemática. 2009, Trabalho PESSOA, A.R.; COSTA, G. L. . Histórias em Quadrinhos e materiais orais como projeto didático de ensino. Imaginário!, v. 9, p. 118-140, 2020.

PESSOA, A.R.. A Linguagem Das Histórias Em Quadrinhos. 01. ed. João Pessoa: Editora UFPB, 2016. v. 01. 81p .

SILVA, N. B. Dos S. Média Aritmética: investigando o uso de HQ com licenciandos em Matemática. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática - licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

SOUSA, L. S. De. Aplicações do algoritmo de Euclides. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática). Instituto Federal da Paraíba. Cajazeiras. 2022.

Educação Matemática 1957-1974. Malba Tahan. 2017. Disponível em: <https://malbatahan.com.br/biografias/1957-1974/#:~:text=Malba%20Tahan%20foi%20um%20dos,diferentes%20contextos%2C%20povos%20e%20cultura
s>

Se aventure com os números no conjunto dos números inteiros!

Alex é calouro no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Matemática (UNIMA) e no momento em que ele pensa que o curso não é para ele, Dalila surge para mostrar que é possível aprender e gostar da matemática, olhando para a ciência de uma forma diferente. Com isso, os dois partem em uma jornada para aprender como acontece a divisibilidade nos números inteiros numa abordagem teórica, contendo o Algoritmo da Divisão Euclidiana (que é visto no ensino regular na forma de dispositivo prático). O resultado disso tudo será apresentado no projeto do Dia da Matemática que se aproxima..