



UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR AO ESTUDO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO

GT5 – Educação, Comunicação e Tecnologias.

André Luís Canuto Duarte Melo¹
Gilmar Silvestre da Cruz Silva²

RESUMO

Esse artigo expõe a utilização do software Geogebra no ensino da Matemática dos níveis escolares fundamentais e médio, sob o ponto de vista das competências e habilidades relativas, visando à promoção de reflexões sobre as funcionalidades desse aplicativo computacional na produção do conhecimento matemático a partir do olhar e do fazer dos educadores. Essa análise foi aplicada ao caso específico das funções quadráticas, com o cerne de tal proposta na articulação de ideias e ferramentas intelectuais que antecedem o desenvolvimento histórico das funções de segundo grau e o potencial das novas tecnologias. O software em apreço foi empregado no estudo de algumas situações-problema envolvendo tais funções e as relações entre seus gráficos e os respectivos coeficientes, demonstrando ser efetivo na visualização comportamental gráfica dos diversos parâmetros das equações analisadas e na viabilização da comunicação matemática focalizada na prática dinâmica.

Palavras-chave: Matemática. Função Quadrática. Geogebra. Ferramentas Computacionais.

ABSTRACT

This paper explains the use of the software Geogebra in mathematics education of elementary and middle school levels, from the point of view of the skills and abilities related, aiming to promote reflections on the computational features of this application in the production of mathematical knowledge from the look and to educators. This analysis was applied to the specific case of quadratic functions, with the core of such a proposal in the articulation of ideas and intellectual tools that predate the historical development of the functions of the second degree and the potential of new technologies. The software in question was used in the study of some problem situations involving such functions and relations between their graphs and their coefficients, proving to be effective in behavioral graphical display of the various parameters of the equations and analyzed the viability of mathematical communication focused on dynamic practice.

Keywords: Mathematics. Quadratic function. Geogebra. Computational tools.

¹ Autor: Especialista em Docência do Ensino Superior, professor efetivo do Instituto Federal de Sergipe é pesquisador membro do grupo de pesquisa MAVICOM – Matemática Aplicada à Visão Computacional (CNPq / IFS). Contato: andre.canuto@ifs.edu.br

² Coautor: Pós-Graduando em Sistemas de Telecomunicações, professor efetivo do Instituto Federal de Sergipe é pesquisador membro do grupo de pesquisa em Metrologia Aplicada (CNPq / IFS). Contato: gilmar.silva@ifs.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Os alunos que cursam o ensino fundamental e médio apresentam grande dificuldade de compreensão da matemática. Para melhorar essa situação, faz-se necessária a utilização de sequências didáticas em que o conteúdo programático da disciplina seja ministrado com recursos didáticos que contribuam para o melhor rendimento possível do processo ensino-aprendizagem, dando maior visualização espacial e significatividade aos conceitos aprendidos.

Muitos dos livros didáticos utilizados no ensino da matemática, particularmente das funções de segundo grau – as funções quadráticas –, iniciam o estudo das mesmas com uma noção intuitiva do conteúdo a ser abrangido ou com situações que recaem em uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ilustrando uma situação corriqueira, tal qual uma queda livre; explicando, subsequentemente, as sentenças que aplicam a lei de formação de tal função e apresentando a sua definição com exemplos restritos.

Nos cursos de formação, assegura Pierre (1993), a tecnologia deve ter seu uso incentivado, inovando no repasse do conhecimento aos professores e os tornando multiplicadores na forma de impregnar, de forma diferenciada, o tema estudado nos seus alunos. Dessa forma, pode-se verificar que a velocidade de transformação dos equipamentos eletrônicos tem potencializado as possibilidades de sua utilização, ou seja, há uma redefinição no conceito de aprender, incluindo o meio digital e o ambiente interativo da internet.

Para Lévy:

A multimídia interativa ajusta-se particularmente aos usos educativos. [...] quanto mais ativamente uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender. Ora, a multimídia interativa, graças à sua dimensão reticular ou não-linear, favorece uma atitude exploratória, ou mesmo lúdica, face ao material a ser assimilado. É, portanto um material bem adaptado a uma pedagogia ativa. (LÉVY, 1999, p. 40).

Dessa forma, o escopo deste artigo tem por objetivo fornecer uma aplicação das funcionalidades do software Geogebra que podem ser direcionadas ao estudo das funções quadráticas. A importância desse estudo se justifica pela necessidade de apresentar novos métodos, aos professores de Matemática, para auxiliar na elaboração de recursos pedagógicos que objetivem a superação das dificuldades de aprendizagem dessa ciência, sem a qual, o mundo moderno não existiria.

Por essa razão, foi desenvolvida uma sequência de atividades que possa ser aplicada, com o software educativo de geometria dinâmica Geogebra, durante a ministração do conteúdo das funções do segundo grau. A escolha desse programa de computador se deve ao fato de possuir um ambiente interativo, cujo objetivo é explorar objetos geométricos e algébricos dinamicamente, conforme explica Mattos (2008).

Uma nova cultura apoiada em tecnologia que suporta e integra processos de interação e comunicação (...) e implica em redimensionar o papel que o professor deverá desempenhar na formação do cidadão do século XX. (...) introduzir mudanças no processo ensino-aprendizagem e ainda nos modos de estruturação e funcionamento da escola e das relações com a comunidade. (MATTOS, 2008, p. 119).

Por fim, perpetra-se uma discussão sobre o uso das tecnologias computacionais e de software educacional e das vantagens do uso destes ambientes virtuais em sala de aula. Apesar dessa realidade se encontrar instalada na sociedade atual, e das escolas serem objeto de ampla transformação em seus métodos de ensino. Com base na experiência docente dos autores desse tratado nas áreas correlatas à Matemática com alunos da educação básica, notou-se que a inserção de recursos tecnológicos na ministração do conteúdo das disciplinas da área das ciências exatas auxilia na compreensão dos parâmetros curriculares gerando, nos alunos, motivação para a interação com o professor e os tópicos aprendidos.

2. A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DAS FUNÇÕES DE SEGUNDO GRAU

Para Damm (1999), a matemática trabalha com objetos abstratos, isto é, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção necessitando, para a sua compreensão, do uso de uma representação. Nesse caso, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos e desenhos são bastante significativas, permitindo a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento ao admitirem diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático.

O aprendizado das equações do segundo grau, das funções quadráticas e da construção de seus gráficos, obtenção dos zeros de uma função quadrática e a interpretação gráfica dos mesmos, estudo dos vértices da parábola e dos valores mínimo e máximo das referidas funções se torna parte importante do currículo dos alunos, que deverão adquirir competências no procedimento de verificar as propriedades e teoremas referentes às formas de cálculos de

incógnitas. Ao desafiar a mente humana, de acordo com Dante (2010), as situações sugeridas provocam o pensamento lógico, direcionando os estudantes aos resultados numéricos cujo caráter de generalização, próprio da matemática, levou os estudiosos a avanços grandiosos.

1. Histórico e Aplicação das Funções Quadráticas

O interesse pelas equações de segundo grau – segundo Bosquilha, Corrêa e Viveiro, (2003, p. 27) –, data de cerca de 2.000 a.C. Os matemáticos babilônios já resolviam algumas equações do 2º grau nessa época, utilizando regras ou figuras nas resoluções. Por não fazerem uso de letras para simbolizar números, consequentemente, não tinham fórmulas.

As equações eram resolvidas, na Índia, completando quadrados. Essa forma de resolução foi apresentada pelo matemático árabe Al-Khowarizmi, no século IX, onde se descartavam raízes negativas por não serem adequadas e aceitavam raízes irracionais. A resolução das equações de segundo grau, na China, era conseguida com o uso do método fan-fan introduzido por Zhu Shijie, no século XIII. Esse método foi redescoberto no século XIX, pelos ingleses William George Horner e Theophilus Holdred e o italiano Paolo Ruffini. O método fan-fan ficou conhecido na Europa como método de Horner, mas já havia sido antecipado por Isaac Newton em 1669.

Foi o matemático hindu Bhaskara (1114–1185 d.C.) que encontrou a resolução da equação do 2º grau relacionado apenas os coeficientes da mesma, sem recorrer a figuras geométricas ou reduções de termos. Somente no século XVI, quando o matemático francês François Viète começou a usar letras simbolizando coeficientes e incógnitas, a fórmula de Bhaskara adquiriu o formato que é conhecido hoje.

Na prática as funções quadráticas têm uma vasta gama de aplicações. Por exemplo, quem gosta de esportes, provavelmente se lembrará do saque “Jornada nas Estrelas”. Nesse tipo de arremesso, o jogador dá um impulso inicial à bola de baixo para cima, fazendo com que ela atinja cerca de 15 m de altura, caindo diretamente no campo adversário. A trajetória percorrida pela bola é uma curva denominada parábola. Algebricamente, essa curva representa uma função do 2º grau do tipo $y = -ax^2 + bx$, onde y representa a altura e x , o tempo durante o qual a bola permanece no ar.

Outra aplicação importante destacada por Bosquilha, Corrêa e Viveiro (2003) desse tipo de variação numérica é no estudo do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Tal movimento é descrito por uma equação do segundo grau do tipo

$x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, onde x representa a posição do móvel em determinado instante t , x_0 é a distância em relação ao referencial em t_0 , V_0 simula a velocidade inicial em t_0 e a , é a aceleração do mesmo durante o percurso considerado.

2. Considerações dos PCNs Sobre Funções

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) tratam do tema das funções quadráticas ao destacar que:

O conceito de função desempenha papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. (BRASIL, 1998, p. 42).

As orientações curriculares apontam alguns aspectos importantes a serem trabalhados no conteúdo de funções quadráticas. A matemática, por meio de situações-problemas próprios da vivência do aluno e que o façam realmente pensar, analisar, julgar e decidir pela melhor solução, dispõe de ferramentas para resolver diversos enigmas que poderão desencadear numa aplicação que requeira o uso de tais funções que têm inúmeras aplicações, tanto na Matemática, quanto em outras áreas do conhecimento. Ela deve ser explorada a partir de situações-problema do cotidiano do aluno, para que ele perceba as várias formas do conteúdo proposto ser aplicado e reutilizado nas diversas atividades do dia a dia.

3. A IMPORTÂNCIA DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS DE GEOMETRIA DINÂMICA PARA O ENSINO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Aqui são apresentados os aspectos metodológicos objetos desse tratado. O software Geogebra foi concebido por Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg com o escopo de viabilizar a comunicação matemática nas escolas. Foi utilizado para estudar a função quadrática e as relações entre o gráfico de tais funções e os seus coeficientes. O Geogebra é um software livre, distribuído sob a licença GPL e que reúne em uma única área de trabalho os recursos de geometria, álgebra e cálculo.

Por ser um sistema de geometria dinâmica, permite realizar construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônica, além da construção de gráficos de funções que podem ser modificados posteriormente de forma dinâmica. Equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente, assim, o software tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos, permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas visões caracterizam o software como de tal maneira que uma expressão em álgebra corresponda a um objeto concreto na geometria e vice-versa.

O Geogebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a zona gráfica, a zona algébrica (ou numérica) e a folha de cálculo (figura 1). Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (pontos e gráficos de funções), algebricamente (coordenadas de pontos e equações) nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados.

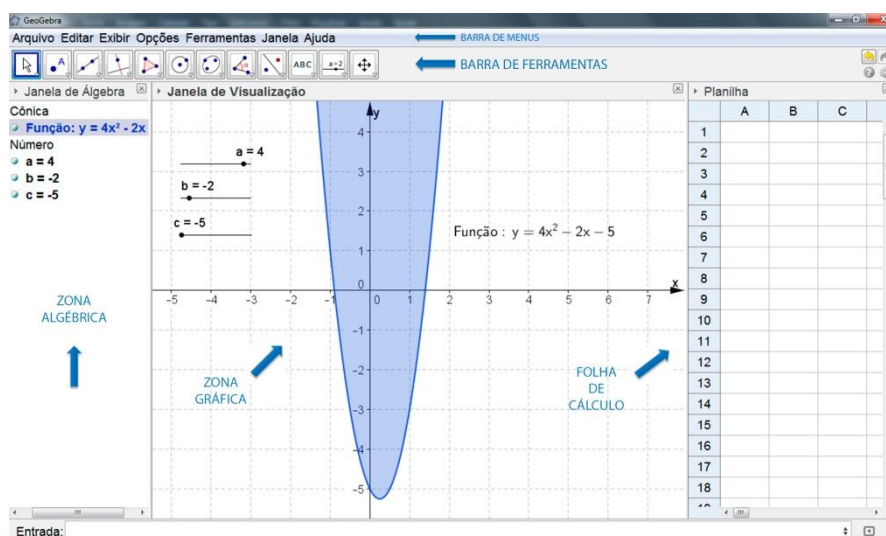


Figura 1 - Apresentação do Software Geogebra.
(Fonte: Autores.)

3.1. Importância dos Recursos Computacionais de Geometria Dinâmica

É necessário compreender que a utilização de softwares de geometria dinâmica permite tornar efetiva a pesquisa sobre as propriedades geométricas, cujos resultados dificilmente seriam obtidos sem esse recurso, utilizando apenas quadro e giz. Esses programas

podem ser entendidos, de acordo com Moran (2007), como tecnologias que representam e medeiam o conhecimento do mundo que rodeia os alunos, sendo pontes para abrir a sala de aula ao mundo.

Um software de geometria dinâmica é um ambiente que permite simular construções geométricas por quem o está utilizando, ao contrário do que acontece com a régua e o compasso tradicional. As construções obtidas com este tipo de software são eficazes e interativas, o que faz do programa uma excelente ferramenta de aprendizagem da matemática.

No estudo da família de funções quadráticas, os alunos podem realizar investigações com a ajuda do software Geogebra, efetuando um estudo intuitivo das suas propriedades no que diz respeito ao domínio e contradomínio da função, os pontos notáveis, isto é, as intersecções com os eixos coordenados, a monotonia e continuidade da função, os extremos relativos e absolutos.

Os professores podem submeter os estudantes a um momento formal de avaliação através da realização de um teste em grupo com recorrência ao software. A avaliação de tal teste pode incidir nos conhecimentos matemáticos que os alunos manifestarem ter adquirido no que diz respeito ao seu raciocínio, pensamento científico e espírito crítico, no saber trabalhar em grupo.

É justamente numa situação desse tipo, que o docente pode avaliar a capacidade de comunicação, argumentação e a ajuda mútua entre seus alunos e os respectivos colegas de grupo. O ambiente coletivo favorece no desenvolvimento da criatividade dos mesmos e na familiarização com o software Geogebra. A calculadora gráfica pode ser esporadicamente utilizada, uma vez que essas ferramentas constituem não apenas em instrumentos auxiliares de aprendizagem e de cálculo, são meios incentivadores para o espírito de pesquisa.

3.2. Algumas Situações-problema Resolvidas Com o Software Geogebra

As atividades aqui propostas devem ser realizadas no laboratório de informática da escola. Cada computador deverá ser utilizado apenas por dois alunos para que o trabalho se torne mais fácil, tendo a participação de todos. O professor deverá conversar com os estudantes, repassando as informações gerais sobre a atividade e tendo em mente que os objetivos somente serão atingidos se todos caminharem juntos, ou seja, realizarem a atividade “passo a passo”, a fim de que a concluam juntos.

As ferramentas disponíveis no Geogebra devem ser demonstradas previamente aos estudantes para que os mesmos as dominem completamente.

3.2.1. Primeira Situação-problema

A proposta é explorar os valores dos diversos parâmetros da função quadrática, com base no seu gráfico. A atividade sugerida em 3.2.2.1 versará sobre o sentido da concavidade, interseção com os eixos vertical e horizontal, simetria e vértice da parábola. Será utilizado o software Geogebra para exercitar a teoria que abrange o conteúdo sobre as funções quadráticas, a fim de estabelecer uma percepção dinâmica dos resultados que cada coeficiente da função exerce sobre a construção do gráfico.

3.2.2.1. Determinação gráfica das raízes de uma função quadrática

A função a ser estudada nesse tópico será a seguinte: $y = x^2 - 4x + 3$. O gráfico da mesma foi gerado no Geogebra, como mostra a figura 2. O aluno deverá clicar na janela “Novo Ponto”, em seguida, na opção “intersecção entre dois objetos”, clicando na intersecção da curva com o eixo x para obter as raízes da equação. Logo após, deverá repetir o procedimento, mas capturando o cruzamento do eixo vertical com a parábola, para obter o valor do coeficiente “c” da função. Observa-se que a curva intercepta o eixo vertical no ponto (0, 3), conforme apresentado no gráfico. Se na função considerada, o valor de x é zero, então se tem que $f(0) = c = 3$.

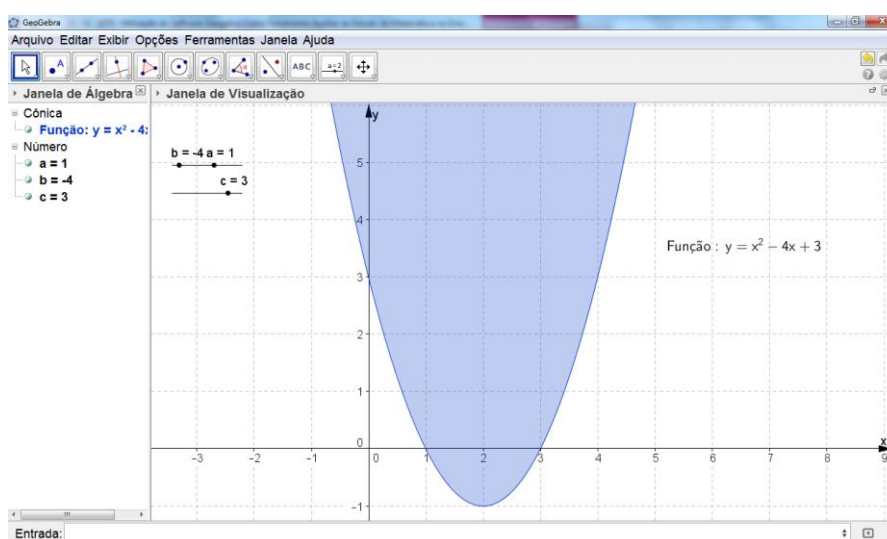


Figura 2 - Gráfico da função $y = x^2 - 4x + 3$.
(Fonte: Autores.)

3.2.2.2. Análise do sentido da concavidade

O coeficiente “a” da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, interfere diretamente no sentido e na abertura da parábola. A concavidade da curva é voltada para cima se o valor do coeficiente “a” da função é positivo e, para baixo, caso negativo. Verificar, conforme a figura 3, o que acontece com a parábola $y = x^2$ ao atribuir o valor 1 ao coeficiente “a” da mesma.

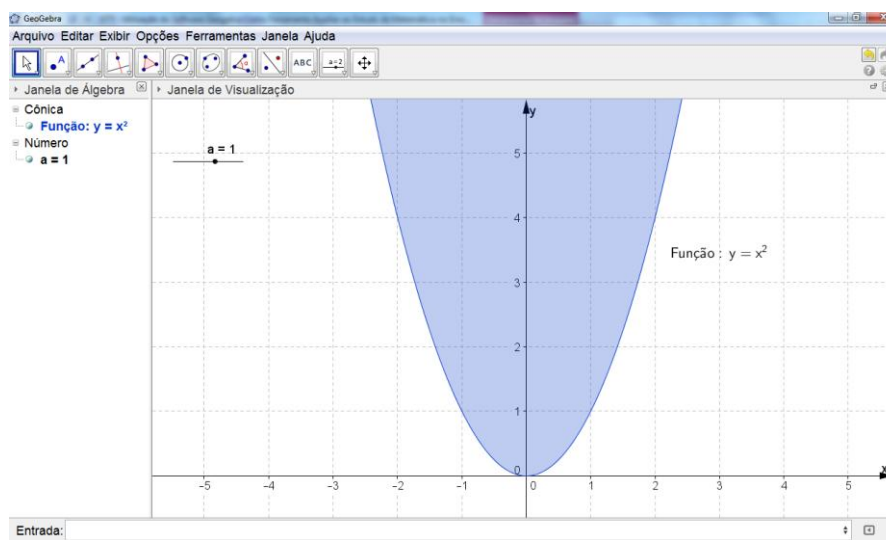


Figura 3 - Gráfico da função $y = x^2$.
(Fonte: Autores.)

Observar agora a curva anterior, na figura 4, apenas alterando o sinal do coeficiente a:

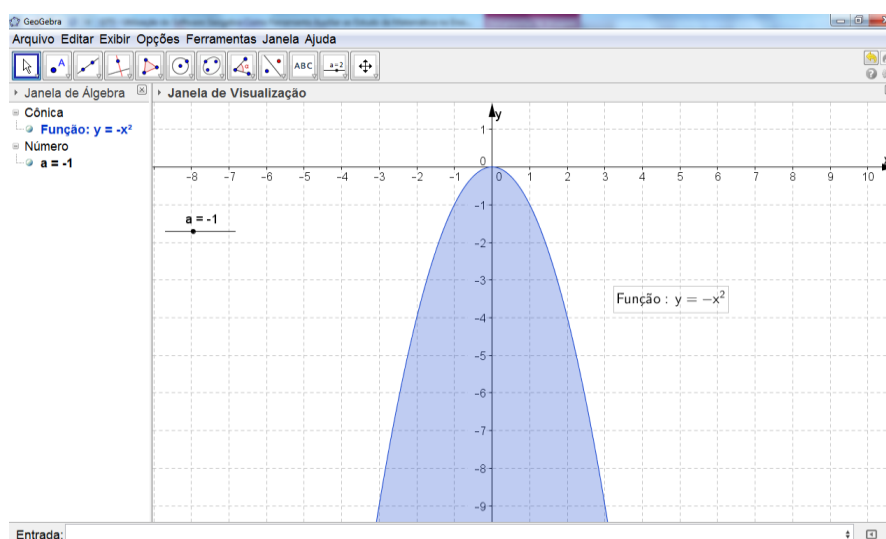


Figura 4 – Gráfico da função $y = -x^2$.
(Fonte: Autores.)

No campo de entrada, deve-se digitar a função desejada e apertar a tecla “Enter” do teclado do computador, de forma que o Geogebra automaticamente exiba o gráfico da função quadrática. Caso o valor do coeficiente “a” da função da figura 3 seja aumentado, resulta em um estreitamento da parte interna da parábola (figura 5).

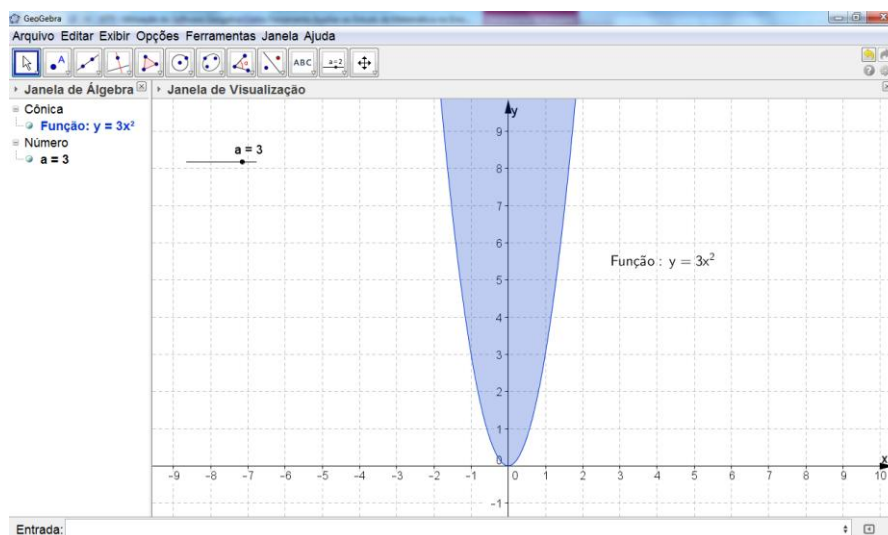


Figura 5 - Esboço gráfico da função $y = 3x^2$.
(Fonte: Autores.)

O discente perceberá com clareza que, ao incrementar positivamente o coeficiente “a” da função quadrática, a parábola ficará mais “fechada”. A interferência do termo “a” causa uma modificação no sentido de abrir ($1 > |a| > 0$) ou fechar ($|a| > 1$) a parte interna curva.

3.2.2.3. Obtenção dos valores dos pontos de máximo e de mínimo

Agora a proposta fundamenta-se em utilizar o Geogebra para exercitar a teoria que abrange o conteúdo sobre as funções de segundo grau com o fim de estabelecer uma percepção dinâmica dos resultados que cada coeficiente da função exerce sobre a construção do gráfico da parábola e encontrar os pontos de máximo ou mínimo.

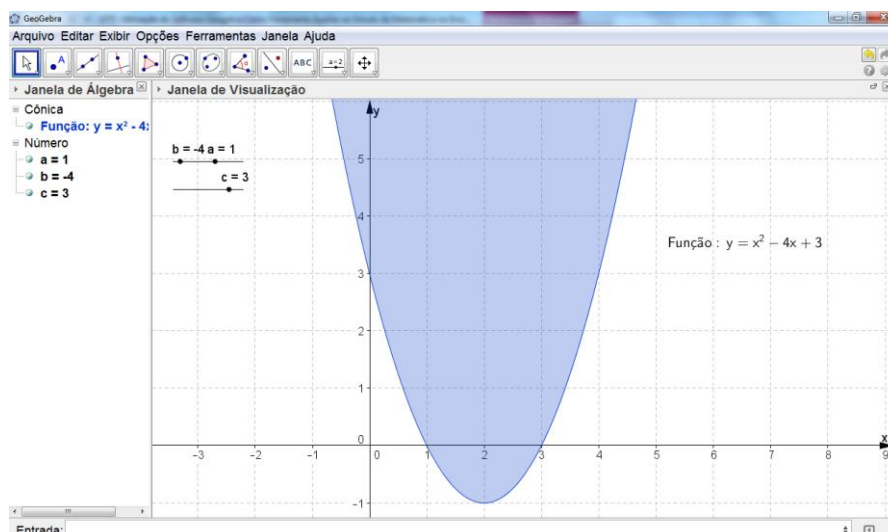


Figura 6 - Gráfico da função $y = x^2 - 4x + 3$
(Fonte: Autores.)

De acordo com a figura 6, o aluno deverá clicar na janela “Novo Ponto” e na opção “intersecção entre dois objetos”, clicar na parábola e logo após no eixo horizontal para a obtenção dos pontos que representam as raízes da função quadrática, e no eixo vertical para obter o valor do coeficiente “c” da função. Observa-se que a curva intercepta o eixo vertical no ponto (0,3), conforme apresentado no gráfico. Se na função $y = x^2 - 4x + 3$, o valor de x é zero, então, $f(0) = c = 3$.

O passo seguinte será clicar na ferramenta “Novo Ponto” e na opção “intersecção entre dois objetos” para encontrar o ponto referente ao vértice da parábola que será o ponto de mínimo dela. A figura 7 mostra como ficará o gráfico.

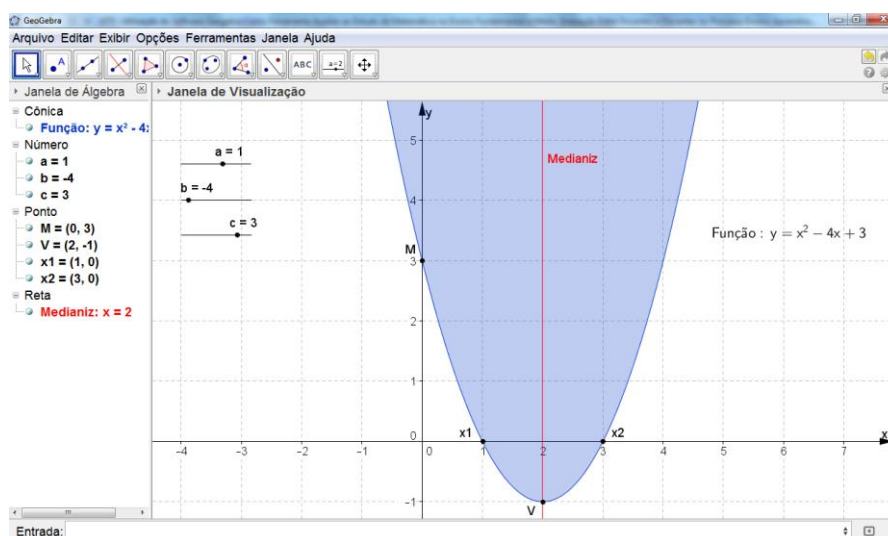


Figura 7 - Gráfico da figura 6, contendo todos os pontos notáveis.
(Fonte: Autores.)

3.2.2. Segunda Situação-problema

- 1) O movimento de um projétil lançado para cima, verticalmente, é descrito pela equação $y = -4x^2 + 20x$. Onde y é a altura, em metros, atingida pelo projétil, x segundos após o lançamento.
 - a) Que altura máxima o objeto atingiu?
 - b) Quanto tempo ele levou para atingir esta altura?
 - c) Quanto tempo o projétil levou para subir? E para descer?

O primeiro passo para o completo entendimento do que é pedido é a construção do gráfico, que deverá ficar conforme a figura 8:

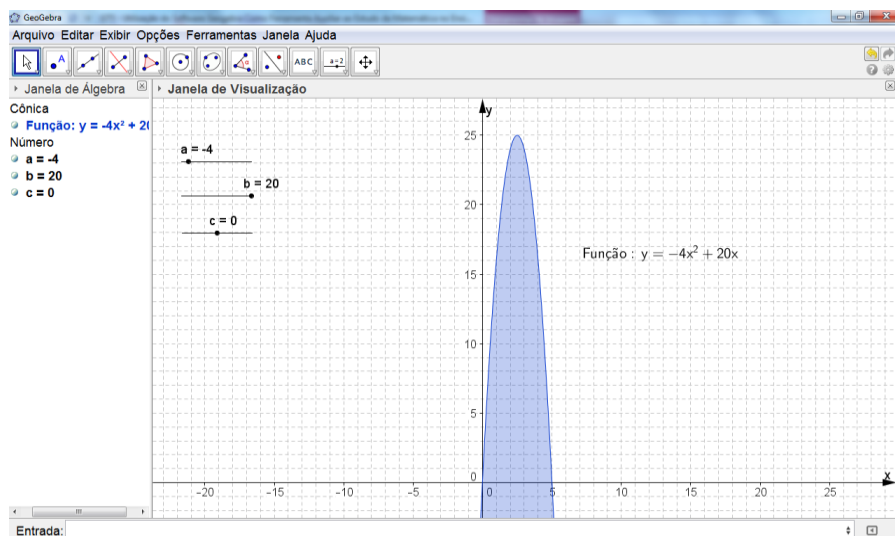


Figura 8 - Gráfico da Curva $y = -4x^2 + 20x$
(Fonte: Autores.)

Analisando o gráfico, percebe-se facilmente que se y é a altura, então o maior valor que y pode alcançar é 25 m. A resposta ao item b pode ser verificada no gráfico da figura 9, visto que o tempo está no eixo da abscissa x . Por não está assinalado o valor do ponto de máximo no eixo das ordenadas, ou seja, o vértice da parábola; é possível marcar as coordenadas desse ponto para se ter os valores tanto y_v (altura máxima) e também x_v (tempo da altura máxima).

Para obter os valores do par ordenado x_v, y_v , que é a solução dos itens a e b da questão proposta é possível lançar mão de um artifício interessante: traça-se a mediatriz dos pontos A

e B (observar no gráfico da figura 9) e marca-se o ponto C, onde a coordenada de x é o tempo gasto para se atingir a altura máxima e o ponto D, que contém o par ordenado procurado.

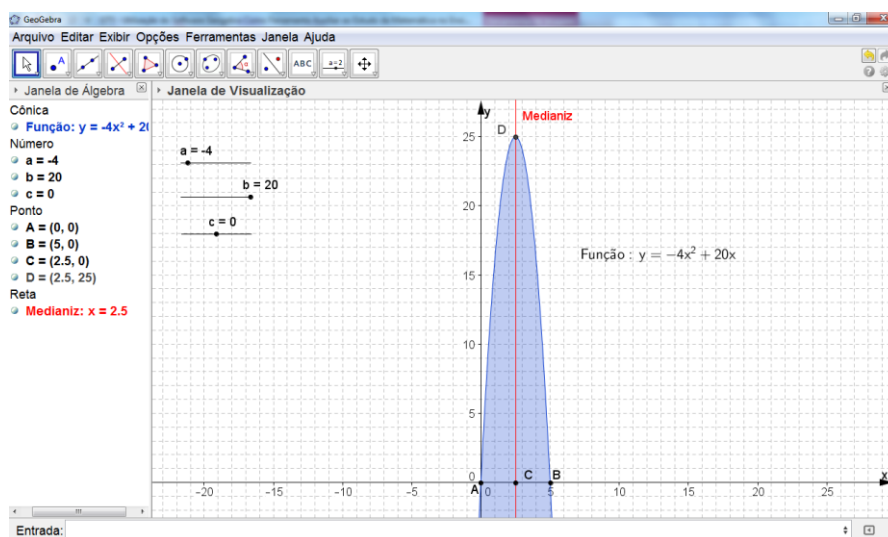


Figura 9 - Resolução Gráfica da Equação $y = -4x^2 + 20x$.
(Fonte: Autores.)

Agora é possível perceber facilmente que, na altura máxima alcançada pelo projétil, o tempo de subida é de 2,5 s. A resposta pedida pelo item c é imediata: Como o projétil começou no tempo $t_0 = 0$ (ponto A), então ele levou 2,5 s para subir (pontos C e D) e mais 2,5 s para descer (ponto B). Pela figura 9, é claramente visível que ele fez o trajeto de subida e descida em 5 s (distância horizontal do ponto A ao ponto B).

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o bom uso e aplicação de qualquer recurso didático, tecnológico ou não, há a necessidade da visão crítica e consciente do professor na busca do alcance de seus objetivos. O uso da informática na prática educativa com a explanação do professor sobre as funções quadráticas e a coroação do seu trabalho, ao ver os alunos responderem dinamicamente as atividades utilizando o Geogebra, torna a educação mais atraente e divertida, tanto para o estudante como para o professor.

Ao utilizar recursos dinâmicos, o professor propicia aos seus alunos resultados muito mais satisfatórios, o qual não obteria sem o uso adequado das ferramentas computacionais disponíveis. Portanto, o uso de novas tecnologias e ferramentas educacionais não é meramente um “luxo”, pois além de exigir uma qualificação do professor para o domínio correto da tecnologia, a fim de aproveitar ao máximo as suas potencialidades, também favorece o aprendizado dos alunos.

Além disso, verifica-se que o software Geogebra, permite “despertar” nos educando a curiosidade e o interesse para aprender conteúdos matemáticos, particularmente, com a aplicação dos recursos da geometria analítica, sendo possível comprovar as propriedades das funções quadráticas por meio de gráficos. Um trabalho eficiente, utilizando recursos tecnológicos garante aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

A utilização do software como um recurso meramente acessório e ilustrativo, de forma não sistematizada, contribui com a melhoria da motivação discente, entretanto, sem nada acrescentar ao desenvolvimento intelectual dos estudantes. O Geogebra proporciona condições que permitem a elaboração de situações onde o próprio aluno constrói conhecimentos, configurando bom rendimento. Além de preparar melhor, frente ao conteúdo ministrado com o uso do software educativo aqui apresentado.

No desenvolvimento de uma aula com o auxílio do Geogebra, surgem muitas dúvidas sobre as opções e possibilidades que o aplicativo oferece: os menus, as barras de ferramentas, as diversas janelas e os botões do programa e o funcionamento do mesmo. Apesar de o software possuir uma interface intuitiva, totalmente em português brasileiro, ele possui diversas opções que permitem ajustes nos gráficos e nos seus componentes internos. Dessa forma, é imprescindível que o professor, antes de utilizá-lo na ministração de suas aulas, estude o tutorial do software encontrado no site do desenvolvedor: <http://www.geogebra.org>.

REFERÊNCIAS

- ANTUNES, Celso, Manual de técnicas e dinâmica de grupo de sensibilização de ludo pedagogia, Vozes, 1999.
- ARAÚJO, L. C; NÓBRIGA, J. C. Aprendendo matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.
- BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, H. Matemática. São Paulo: Moderna, 1995. 3 vol.
- BOSQUILHA, Alessandra; CORRÊA, Marlene; VIVEIRO, Tânia. Minimanual Compacto de Matemática: Ensino Médio - Teoria e Prática. 2. ed. São Paulo, SP: Rideel, 2003.
- DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. São Paulo: Ática, 2010.
- DAMM, R.F. Registros de Representação. In: Educação Matemática: Uma introdução. Silvia Maria Machado et all (Org). (pp. 135-153). São Paulo: EDUC, 1999.
- FREIRE, Paulo, Pedagogia da Autonomia, Saberes necessários para a prática educativa, Paz e terra, 1998.
- GIOVANNI, RUY JOSÉ. Matemática. São Paulo: FDT, 2002. Volume Único.
- JÚNIOR, Edilson. ***Uso do Geogebra no Ensino das Funções Quadráticas: Uma proposta para a sala de aula.*** João Pessoa, PB: Monografia de Graduação, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, UFPB, 2011.
- MATTOS, Fernando. ***Comunicação, Educação, Economia e Sociedade no Brasil.*** Aracaju, SE: Edufs, 2008.
- Software de GeoGebra 3.0 - Dynamic Mathematics for Schools: Markus Hohenwarter, 2001-2007
- BRASIL. ***Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM): ciências da natureza matemática e suas tecnologias.*** Secretaria de Educação Média. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- PIERRE, Lévy. ***As tecnologias da Inteligência, o futuro do pensamento na era da informática.*** Rio de Janeiro, RJ: Ed. 34, 1993.
- MORAN, Jose Manuel. A educação que desejamos: novas desafios e como chegar La. 2ª Ed. Campinas: Papirus, 2007.