

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE

CAMPUS ARACAJU

DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO DE ENSINO

COORDENADORIA DE ENGENHARIA CIVIL

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

MAIC ARAÚJO DA CONCEIÇÃO DE MORAIS

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO ESTUDO DE
TENSÕES EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO: COMPORTAMENTO NÃO-
LINEAR**

MONOGRAFIA

ARACAJU

2017

MAIC ARAÚJO DA CONCEIÇÃO DE MORAIS

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO ESTUDO DE
TENSÕES EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO: COMPORTAMENTO NÃO-
LINEAR**

Monografia apresentada como requisito parcial
à obtenção do título de Bacharel, da
Coordenação do Curso de Engenharia Civil, do
Instituto Federal de Sergipe – Campus Aracaju.

Orientador: Prof. Me. Marcilio F. G. Silva

ARACAJU

2017

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE

CAMPUS ARACAJU

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

TERMO DE APROVAÇÃO

Título da Monografia Nº XXX

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO ESTUDO DE
TENSÕES EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO: COMPORTAMENTO NÃO-
LINEAR**

MAIC ARAÚJO DA CONCEIÇÃO DE MORAIS

Esta monografia foi apresentada às 08:30 horas do dia 25 de janeiro de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Me. Rodolfo Santos da Conceição
(Instituto Federal de Sergipe)

Prof. Dr. David L. N. De F. Amorim
(Universidade Federal de Sergipe)

Prof. Me. Marcilio F. Goivinho da Silva
(Instituto Federal de Sergipe)
Orientador(a)

Prof. Me. Rodolfo Santos da Conceição
(IFS – Campus Aracaju)
Coordenador(a) da COEC

Dedico este trabalho à minha família,
por todo apoio e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Aqui resume-se o fim de uma grande etapa da vida, embora árdua, muito gratificante, que é a graduação. Tenho imensa gratidão à uma série de pessoas que colaboraram para que chegasse a esse ponto, então agradeço:

A minha família, por todo esforço e sacrifício feito por todos esses anos, sobretudo a compreensão pela minha ausência;

Aos amigos e colegas do IFS, sobretudo um certo grupinho;

Ao meu orientador Me. Marcilio F. G. Silva, por toda paciência e sabedoria;

A Coordenação do Curso, pela cooperação;

Aos amigos que agregaram toda minha vida acadêmica;

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

A ciência é o que nós compreendemos
suficientemente bem para explicar a
um computador. A arte é tudo mais.
(Donald Knuth)

RESUMO

MORAIS, Maic Araújo da Conceição. **Aplicação do método dos elementos finitos no estudo de peças de concreto armado:** Comportamento não-linear. 56 p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2017.

Diversos problemas de engenharia podem ser discretizados e solucionados por métodos numéricos, e o método dos elementos finitos é um dos métodos que mais podem contribuir para engenharia. Porém, nem tudo é simples de ser representado e parametrizado para ser simulado usando o método dos elementos finitos. Materiais como o solo e o concreto, que são de amplo uso na engenharia civil, figuram como sendo de comportamento não-linear e complexo. A presente pesquisa parametriza o material concreto (através da literatura) e simula através do software Abaqus modelos de concreto armado, a fim de conhecer melhor seu comportamento, assim como fazer uma introdução do uso do método dos elementos finitos para o desenvolvimento de pesquisas com concreto armado. São modelados um corpo de concreto para ensaio de arrancamento de aço e uma viga de concreto armado. Para o ensaio de arrancamento, pode-se observar a distribuição de tensões de forma detalhada no concreto. O ensaio da viga demonstrou que pode-se chegar a valores bastante próximos aos especificados em norma, desde que as devidas considerações sobre as hipóteses de dimensionamento sejam observadas.

Palavras-chave: Elementos finitos, MEF, concreto armado, plasticidade, não-linearidade, Pull out test.

ABSTRACT

MORAIS, Maic Araújo da Conceição. **Aplicação do método dos elementos finitos no estudo de peças de concreto armado:** Comportamento não-linear. 56 p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Aracaju. 2017.

Several engineering problems has been discretized and solved using numerical methods, and the finite element method is one of the methods that can contribute most to engineering. However, not everything is simple to represent and parameterized to be simulated using the finite element method. Materials such as ground and concrete, which are widely used in civil engineering, appear to be non-linear and complex behavior. The present study, that parameterizes the concrete material (through the literature) and simulation through the software Abaqus models of reinforced concrete, in order to understand better its behavior, as well as to make an introduction of the use of the finite element method for the development of researches with reinforced concrete. A concrete body for Pull Out Test and an reinforced concrete beam is modeled. For the pullout test, a detailed stress distribution can be observed in the concrete. The test of the beam has shown that different values can be reached for specified in norm, since as due consideration as sizing hypothesis are observed.

Keywords: Finite elements, FEM, reinforced concrete, plasticity, non-linearity, Pull out test.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Gráfico genérico de tensão e deformação do concreto	15
Figura 2- Curva típica tensão-deformação uniaxial do concreto.....	17
Figura 3- Curva proposta para o diagrama tensão x deformação	18
Figura 4- Digrama tensão-deformação idealizado.....	18
Figura 5- Diagrama tensão deformação do concreto até C50	19
Figura 6- Aderência por adesão.....	21
Figura 7- Aderência por atrito	22
Figura 8- Aderência mecânica.....	22
Figura 9- Modelo de fissura	23
Figura 10- Relação tensão x deslizamento	26
Figura 11- Esquematização do Pull out test	27
Figura 12- Viga biapoiada e diagramas de esforços solicitantes.....	28
Figura 13- Comportamento resistente de uma viga biapoiada	29
Figura 14- Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal	31
Figura 15- Distribuição de tensões de compressão segundo os diagramas parábola-retângulo e retangular simplificado.	33
Figura 16- Discretização de pavimento tipo e deformações.....	36
Figura 17- Momentos Fletores analogia de grelhas e método dos elementos finitos.....	36
Figura 18- Esquema detalhado e foto dos corpos de prova pull-out recém moldados.....	40
Figura 19- Curva tensão-deformação do concreto	40
Figura 20- Superfície de ruptura sob tensão biaxial usada no modelo de plasticidade do dano do concreto.	42
Figura 21- Molde inicial de concreto, molde com corte das nervuras e barra nervurada de 20mm.	43
Figura 22- Conjunto Aço x Concreto, com e sem	44
Figura 23 - Elemento Hexagonal.....	44
Figura 24- Etapa inicial de carregamento no ensaio de <i>Pull Out</i> , e tensões com 25% do carregamento	46
Figura 25- Armadura da viga.....	48
Figura 26- Viga com armadura de tração	49
Figura 27- Viga com barras porta-estribos	49
Figura 28- Viga com estribos	49

Figura 29- Apoio cilíndrico	50
Figura 30- Viga montada.....	50
Figura 31- Carregamento no modelo.....	51
Figura 32- Tensão normal Viga 1 para carregamento total.....	51
Figura 33- Tensão normal na Viga 2 para carregamento total	52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Diagrama Tensão-Deformação plástica	42
Gráfico 2- Variação da tensão ao longo do deslocamento nas nervuras	46
Gráfico 3- Variação da força	47
Gráfico 4- Compressão ao longo do carregamento	52
Gráfico 5- Variação da tensão ao longo da altura	53
Gráfico 6- Variação da tensão ao longo do topo da viga.....	54
Gráfico 7- Variação da tensão ao longo da base da viga.....	54

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	7
LISTA DE GRÁFICOS	9
SUMÁRIO.....	10
1 INTRODUÇÃO	12
1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS	13
1.2 METODOLOGIA.....	14
2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	15
2.1 COMPORTAMENTO DO CONCRETO	16
2.1.1 Equacionamento da tensão deformação do concreto comprimido	17
2.1.2 Módulo de elasticidade do concreto	19
2.2 PROPRIEDADES DA ADERÊNCIA ENTRE AÇO E CONCRETO	21
2.2.1 Mecanismos de aderência.....	21
2.2.2 Dimensionamento.....	24
2.3 ENSAIO ARRANCAMENTO.....	26
2.4 VIGAS DE CONCRETO ARMADO	27
2.4.1 Hipóteses Básicas Para o Cálculo.....	30
2.4.2 Dimensionamento.....	33
2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	35
2.5.1 Aplicações no dimensionamento	35
2.5.2 Restrições de normativas	37
2.5.3 Aplicações no desenvolvimento de estudos	38
3 MODELAGEM NUMÉRICA DE ELEMENTOS EM CONCRETO ARMADO	39
3.1.1 Introdução.....	39
3.1.2 Modelos geométricos (concreto armado)	39
3.1.3 Concreto	40
3.1.4 Barras de aço	41

3.1.5 Propriedades dos materiais	41
3.2 ENSAIO DE ARRANCAMENTO	43
3.2.1 Resultados e análises	45
3.3 ENSAIO DE VIGA	48
3.3.1 Modelagem	49
3.3.2 Resultados.....	51
4 CONCLUSÕES.....	55
REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

Embora o concreto, como se conhece hoje, tenha surgido no século XIX (OLIVEIRA FILHO, 2005), existem relatos do uso do concreto desde o império romano século IV a.C (KAEFER, 1998). Desde seu surgimento até os dias atuais, o concreto tem passado por evoluções constantes acerca da sua composição, estas evoluções permitem que, atualmente, consigam-se resistências muito elevadas, se compararmos com as resistências obtidas nos concretos na época de seu surgimento. Devido a isso, as normas que regem a elaboração de projetos de estruturas em concreto armado tiveram que evoluir, junto com sua matéria-prima, um exemplo disso é a atualização que a norma NBR-6118 recebeu no ano de 2014. Nessa atualização a norma passou a contemplar na elaboração de projetos em concreto armado, o uso de concretos de resistência característica à compressão (f_{ck}) superior a 50 MPa, variando até o valor de 90 MPa. Além disso, essa atualização modificou a forma de se calcular o módulo de elasticidade do concreto, levando em consideração o tipo de agregado gráúdo empregado.

Outro fato interessante observado nos últimos anos é que a tecnologia tem permitido a obtenção de concretos de alta resistência com baixo consumo do cimento Portland (REBMANN, 2011), isso representa uma grande evolução, sobretudo numa perspectiva ambiental, já que a produção de cimento portland exige um alto consumo de matérias-primas, e acarreta em um impacto significativo na emissão de gás carbônico (PEREIRA, 2010), o que é muito relevante. Por outro lado, há alguma desconfiança que a redução elevada do cimento possa reduzir a vida útil das estruturas em concreto armado, já que isso implicaria numa redução do PH, que poderia deixar as barras de aço mais suscetíveis à corrosão (REBMANN, 2011), mas esta é uma questão que também vem sendo investigada.

A evolução exponencial que a informática teve nas últimas décadas foi um fator decisivo para uma significativa mudança na forma como os projetos de engenharia são elaborados (FISH e BELYTSCHKO, 2000), isso porque a tecnologia tornou-se acessível para qualquer empresa de engenharia. Enquanto no início da década de 90 era uma vantagem uma empresa possuir um computador com recursos para o uso de projetos de engenharia, e uma boa parte das empresas ainda trabalhar de forma manual, hoje é impensável uma empresa de projetos não usar as ferramentas computacionais disponíveis.

Isso foi possibilitado graças a facilitação do acesso à informática, que foi barateada de forma esplêndida. Além de acessíveis, os computadores modernos conseguiram ultrapassar em desempenho seus antecessores de forma exponencial (FISH E BELYTSCHKO, 2000). Essa evolução alavancou o uso de ferramentas computacionais nas engenharias de forma geral, muitas empresas trabalham desenvolvendo ferramentas que ajudem a solucionar problemas de engenharia.

O método dos elementos finitos, que será melhor explanado nos próximos capítulos, é uma das tecnologias que foi beneficiada com os avanços da informática, à nível de *hardware* e *software*. Por ser altamente oneroso do ponto de vista computacional, algumas décadas atrás seu uso era restrito à grandes empresas, sobretudo empresas ligadas às indústrias automobilísticas e aeroespacial, e o que só era possível em supercomputadores, hoje pode ser realizado em um computador pessoal (FISH E BELYTSCHKO, 2000). Atualmente é uma tecnologia bastante difundida, chegando a atender desde empresas espaciais a empresas que fabricam próteses humana. A engenharia civil também se beneficiou disso tudo e tem explorado o uso desta tecnologia para desenvolver soluções, embora ainda haja um grande potencial a ser explorado.

1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

O presente trabalho tem como objetivo principal estudar o comportamento de peças de concreto armado utilizando o método dos elementos finitos. O estudo está delimitado a uma breve análise da aderência entre o aço e concreto, com a modelagem do *Pull Out Test* (ensaio de arracamento de uma barra de aço do concreto), e a uma análise do comportamento de vigas de concreto armado.

Embora os recursos atuais possibilitem um vasto uso do método dos elementos finitos, a engenharia civil ainda utiliza muito pouco do seu potencial, sobretudo no Brasil. Sob esse ponto de vista, a pesquisa contribui para o desenvolvimento de novos estudos utilizando métodos dos elementos finitos para compreender melhor as estruturas de concreto armado.

1.2 METODOLOGIA

O presente trabalho de pesquisa está dividido em frentes distintas de pesquisa: revisão da literatura técnica pertinente, em busca de dados numéricos e experimentais, além daqueles recomendados pelas normas vigentes, e uma investigação numérica própria.

Na investigação literária, será feito um levantamento teórico sobre o comportamento geral das estruturas de concreto armado, e o estudo particular da aderência aço concreto, e das propriedades mecânicas do concreto, objetivando uma parametrização numérica que deverá ser utilizada na elaboração dos modelos numéricos na fase da investigação numérica.

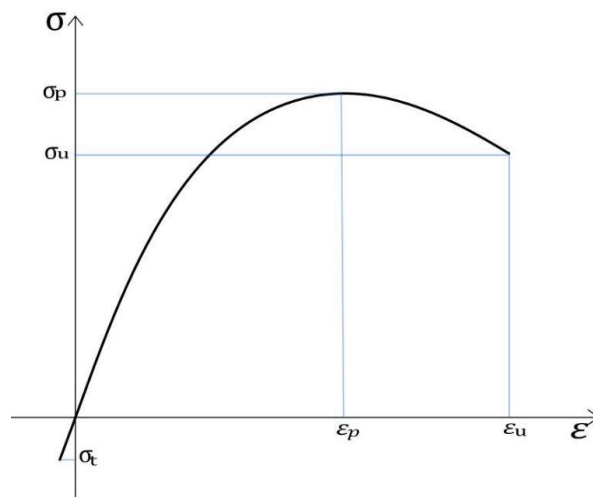
A investigação numérica baseia-se na literatura levantada para modelar e simular, com métodos dos elementos finitos, peças de concreto armado, a fim de estudar seu comportamento na variação de alguns parâmetros.

2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

O concreto é um material de uso estrutural, definido por Neville (2013) como sendo qualquer produto ou massa produzido a partir do uso de um meio cimentante. O concreto comercialmente utilizado é composto basicamente de agregado graúdo (brita), agregado miúdo (areia), aglomerante (cimento Portland) e água. Além desses componentes, muitos outros podem ser incorporados para melhorar determinada característica do concreto.

Dentre as propriedades do concreto, vale salientar seu bom desempenho quando solicitado à compressão, com resistências que podem chegar até 90 Mpa, conforme as normas brasileiras (esse valor é apenas o limite atendido pelas normas brasileiras, na prática, pode-se atingir valores superiores à esse), porém, de baixa resistência à tração, algo que gira em torno de 10% de sua resistência à compressão. Esse fenômeno concede às estruturas de concreto uma ruptura frágil quando solicitado à tração simples, ou à tração devido à flexão. Se observarmos o gráfico de tensão deformação de um concreto convencional, pode-se notar esse comportamento do concreto, conforme a Figura 1.

Figura 1- Gráfico genérico de tensão e deformação do concreto



Fonte: Autor desta monografia

Esse comportamento do concreto, que se deve a sua composição heterogênea, o torna um elemento de propriedades complexas, um pouco diferente do aço, que tem suas propriedades físicas bem definidas na literatura (OLIVEIRA FILHO, 2005). Ainda segundo Oliveira Filho (2005), entender completamente cada um desses materiais (aço e concreto), e o seu devido funcionamento em conjunto continua sendo uma preocupação constante e atual.

2.1 COMPORTAMENTO DO CONCRETO

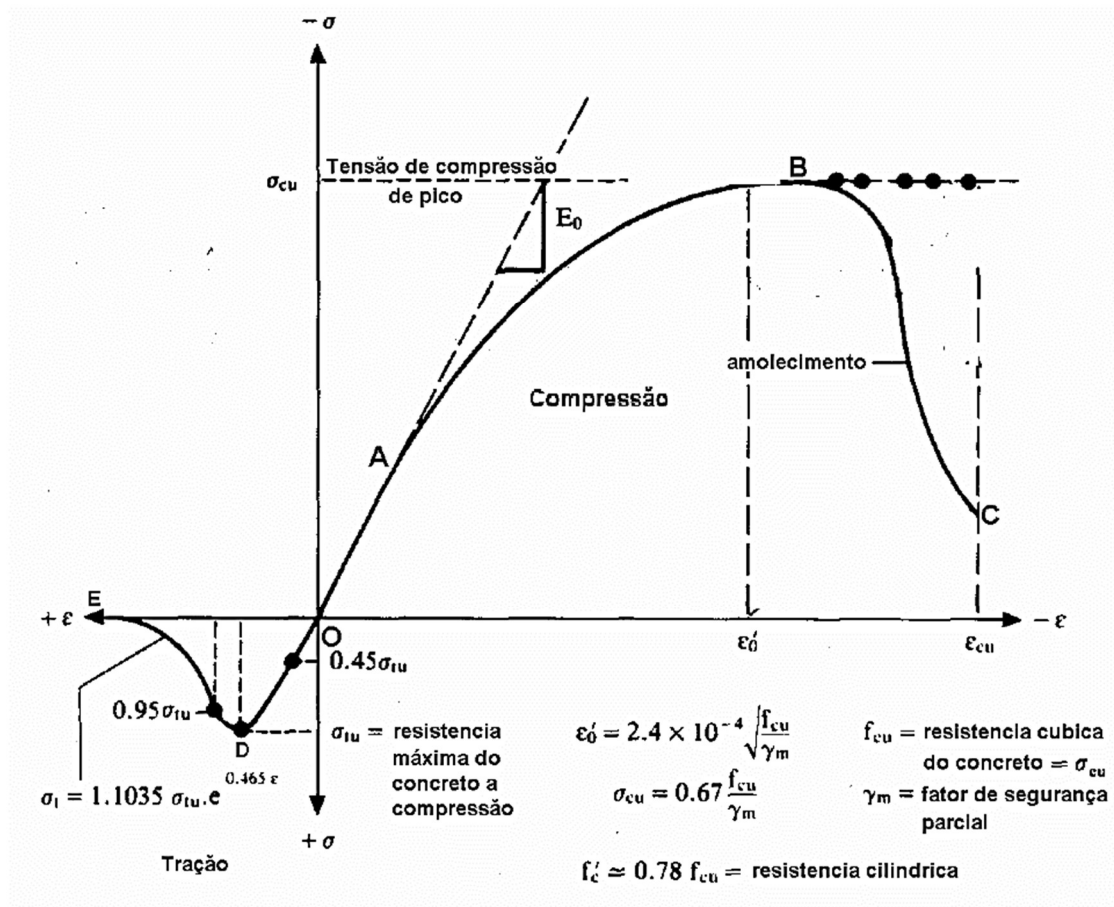
O Concreto é um material de construção de comportamento complexo, responde de forma diferenciada frente às solicitações, conforme seja sua idade na data do carregamento, a intensidade e a natureza das tensões solicitantes (MADUREIRA, 2007). Por se tratar de um material composto por diversos elementos, cada um deles, individualmente, responde de forma diferente às solicitações. Suas propriedades ainda variam conforme a variação do tempo, seja devido às propriedades viscoelásticas, ou o surgimento de fissuras devido ao carregamento, e ainda pode ser afetado por patologias.

Embora o aparecimento de fissuras no concreto possa ser notado em idades mais avançadas, seja devido ao esforço estático, dinâmico, ou devido a patologias, é comum que ocorram microfissuras já nas no início da sua vida útil (OLIVEIRA FILHO, 2005). Isso ocorre em resposta, principalmente, aos fenômenos de retração que ocorre durante a hidratação do cimento. A fissuração no concreto contribui significativamente para seu comportamento não-linear sob solicitações, mesmo que em baixa intensidades, esse comportamento pode ser descrito por funções parabólicas para a solicitação de compressão, em boa parte do diagrama tensão x deformação.

A curva da Figura 2 é uma representação gráfica do comportamento tensão deformação uniaxial típico para o concreto, segundo BANGASH (1989). Para a compressão é possível resumir a curva de tensão deformação em três trechos principais. No trecho OA, o concreto apresenta um comportamento elástico linear, nesta a fase a energia interna é inferior àquela necessária para produzir novas fissuras, de forma que existem apenas as microfissuras referentes ao estágio inicial de fissuração, devido à hidratação do cimento (MADUREIRA, 2007). A partir desta reta inicial obtém-se o módulo de elasticidade tangencial.

A partir do trecho AB, a relação entre a tensão e a deformação deixa de se comportar de forma linear, assumindo para esse trecho um comportamento parabólico. “O concreto apresenta-se em estado micro-fissurado e tal estágio é denominado de trecho de endurecimento (*strain hardening or work hardening*)” (MADUREIRA, 2007). Ao se traçar um segmento de reta entre os pontos O e B, tem-se o módulo de elasticidade secante do concreto.

Figura 2- Curva típica tensão-deformação uniaxial do concreto



Fonte: BANGASH (1989).

No trecho de amolecimento, compreendido entre B e C, o concreto encontra-se em um estado de macro fissuração, chegando à falha do material por esmagamento no ponto C. Embora parte do diagrama de tensão deformação no concreto na tração não seja linear, é comum que seja feita a simplificação para o comportamento elástico linear, pelo fato do trecho não linear não contribuir significativamente.

2.1.1 Equacionamento da tensão deformação do concreto comprimido

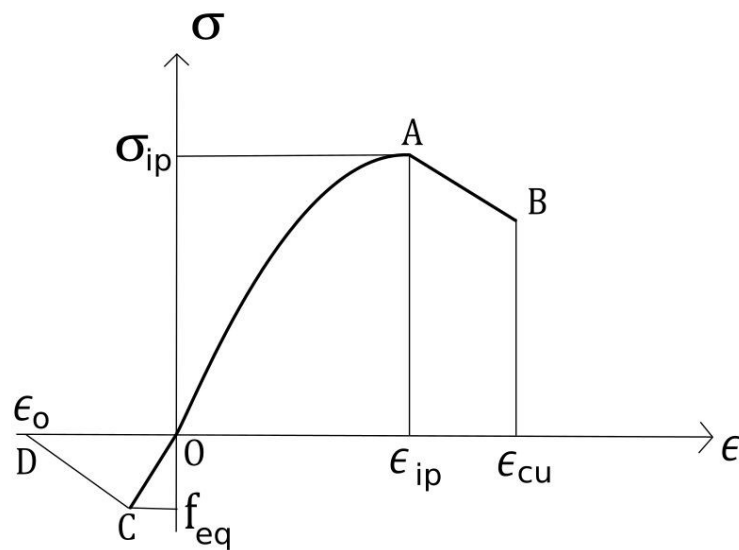
A representação numérica da relação tensão x deformação vista na Figura 2 para uma modelagem de estruturas em concreto armado resulta em um esforço de cálculo demasiado, e por esse motivo faz-se necessário que haja uma simplificação. Pode ser adotada a forma proposta por Hognestad (1951), Figura 3, onde o trecho de endurecimento é representado por

uma função parabólica e o trecho de amolecimento será representado por uma reta, quando não se disponha de dados experimentais.

$$\sigma = \frac{2\sigma_p}{\epsilon_p} \left(1 - \frac{\epsilon}{2\epsilon_p} \right) \epsilon, \text{ para } 0 < \epsilon < \epsilon_p \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_p \left(1 - \frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_{cu} - \epsilon_p} \right) \epsilon, \text{ para } \epsilon_p < \epsilon < \epsilon_{cu} \quad (2)$$

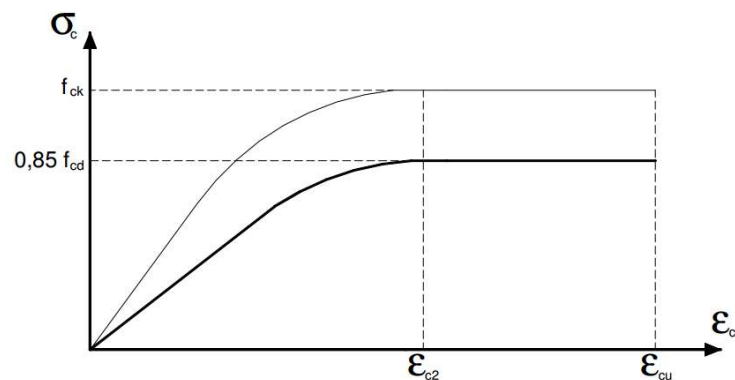
Figura 3- Curva proposta para o diagrama tensão x deformação



Fonte: Autor desta monografia, adaptado de Hognestad (1951).

A ABNT NBR 6118:2014 faz uma abordagem um pouco diferente para o comportamento do concreto à compressão, considera-se um comportamento perfeitamente plástico acima da tensão de escoamento, conforme Figura 4

Figura 4- Digrama tensão-deformação idealizado



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

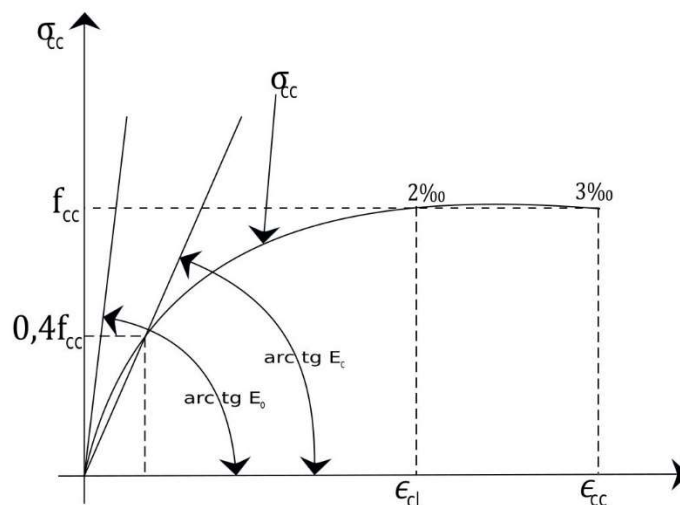
$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \left[1 \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (3)$$

- Para concretos de classes até C50:
 $\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}$;
 $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$
 $n = 2$.
- Para concretos de classes C55 até C90:
 $\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$
 $\varepsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} \cdot \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4$
 $n = 1,4 + 23,4 \cdot \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4$

2.1.2 Módulo de elasticidade do concreto

Devido ao comportamento não linear do concreto na compressão, o seu módulo de elasticidade (módulo tangente) é variável de acordo com a curva de Tensão-Deformação, e equivale a reta tangente à curva no determinado ponto. Além do módulo tangente, tem-se o módulo de deformação tangente na origem (E_0), ou módulo de deformabilidade inicial, que é dado pela inclinação da reta tangente à curva de deformação na origem; e o módulo secante ou módulo de deformação longitudinal à compressão (E_{cs}), que é variável para cada ponto, e é obtido pela inclinação da reta que une o ponto à origem, na Figura 5 pode-se observar os diferentes módulos de elasticidade.

Figura 5- Diagrama tensão deformação do concreto até C50



Fonte: Autor desta monografia, adaptado de Carvalho e De Figueiredo Filho (2015).

A ABNT NBR 6118:2014, em seu item 8.2.2, faz considerações sobre o módulo de elasticidade do concreto. O módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) deve ser determinado segundo o método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522:2008, considerado aos 28 dias de idade. Porém, quando não houver dados experimentais sobre o módulo de elasticidade, o mesmo poderá ser estimado pelas seguintes equações:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{Para } f_{ck} \text{ entre 20 e 50 Mpa} \quad (4)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Para } f_{ck} \text{ entre 55 e 90 Mpa} \quad (5)$$

O α_E é um coeficiente introduzido para corrigir uma variação do módulo de elasticidade devido à composição do agregado gráudo, onde:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásico;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

Permite-se, também, que o módulo de elasticidade secante seja obtido conforme especificado na ABNT NBR 8522:2008, ou ainda que seja estimado pela seguinte equação:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \leq E_{ci} \quad (6)$$

Onde α_i depende da classe de resistência do concreto, conforme o Quadro 1:

Quadro 1- Reprodução da Tabela 8.1 da ABNT NBR 6118:2014

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,92	0,95	0,98	1,00	1,00

2.2 PROPRIEDADES DA ADERÊNCIA ENTRE AÇO E CONCRETO

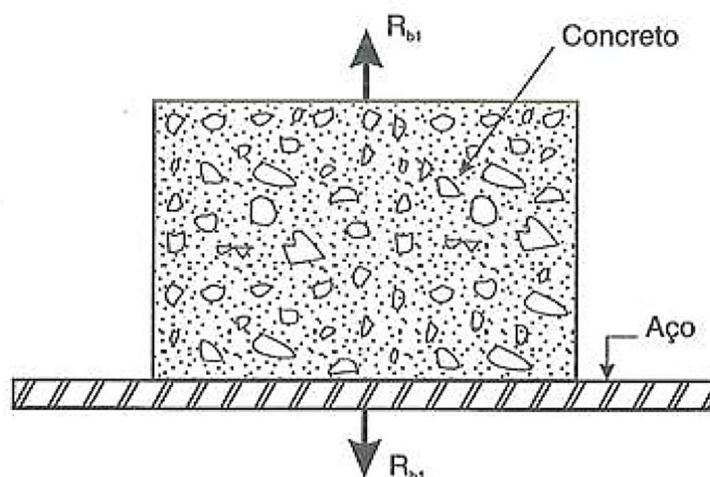
Em peças de concreto armado o aço desempenha o papel de material que resiste à tração, e o concreto, à compressão. Mas para que isso ocorra, deve existir entre os materiais uma aderência que permita que os esforços sejam transmitidos de um para o outro. Segundo Oliveira Filho (2005), o fenômeno da aderência é a base sobre a qual se apoia o funcionamento das estruturas em concreto armado. Isso porque é esse fenômeno que permite que os esforços de tração possam ser transmitidos para as barras de aço, sem isso as barras ficam livres para deslizar, e o concreto iria absorver todos os esforços de tração, levando a estrutura à uma ruptura rápida e frágil, dada a baixa resistência à tração do concreto.

O fenômeno da aderência entre o aço e o concreto é, na realidade, resultado de diversas parcelas de diferentes fenômenos que atuam na ligação entre esses materiais (FUSCO, 1995). Esses fenômenos podem ser classificados em três categorias: Aderência por adesão, aderência por atrito dinâmico e aderência mecânica, os quais serão melhor elucidados nos tópicos seguintes.

2.2.1 Mecanismos de aderência

A aderência por adesão ocorre no processo de pega do concreto, onde há uma série de reações entre a superfície do aço com o concreto ainda fresco, formando uma ligação físico-química, que se opõe ao deslizamento desses materiais, quando o concreto endurece. Na Figura 6 tem-se um pequeno esquema de um ensaio que avalia a aderência por adesão.

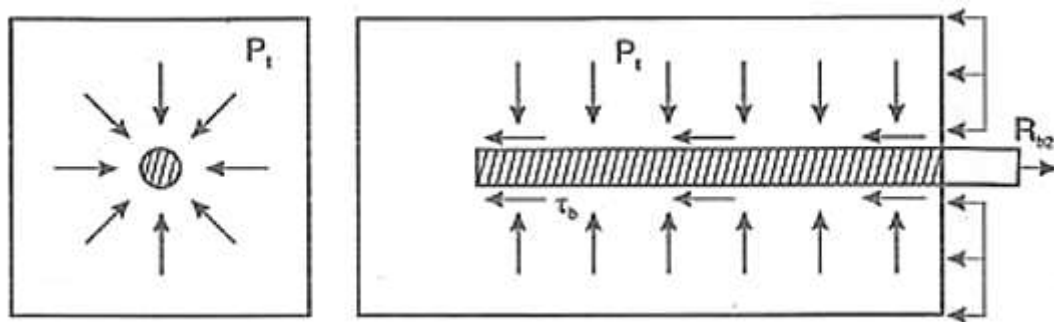
Figura 6- Aderência por adesão



Fonte: FUSCO (1995)

A aderência por atrito dinâmico ocorre entre as barras de aço e o concreto, devido a pressões normais de confinamento que surgem na retração do concreto (FUSCO, 1995). Durante a retração do concreto, o aço impede que parte do concreto se deforme, gerando assim uma pressão normal entre o aço e o concreto, sempre que houver uma força que tente deslocar a barra de aço em relação ao concreto que a envolve, essa pressão normal, aliada ao coeficiente de atrito entre os materiais, irá oferecer resistência a esse deslocamento por meio do atrito dinâmico que surge, conforme Figura 7.

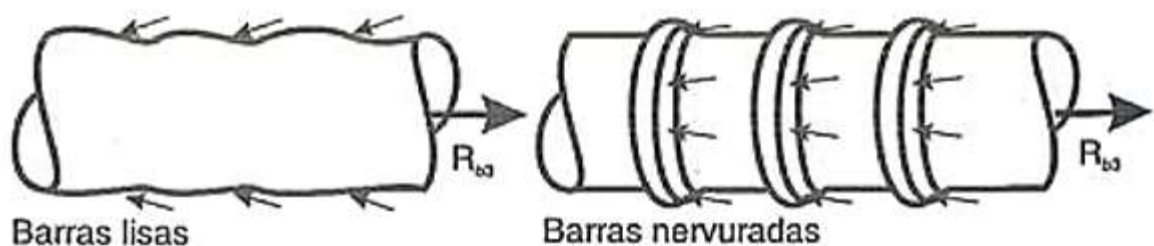
Figura 7- Aderência por atrito



Fonte: FUSCO (1995)

A componente de aderência mecânica se dá pelo conjunto de forças concentradas que surgem nas faces das nervuras, de forma perpendicular a essas superfícies, comprimindo o concreto nessa região, conforme Figura 8.

Figura 8- Aderência mecânica



Fonte: FUSCO (1995)

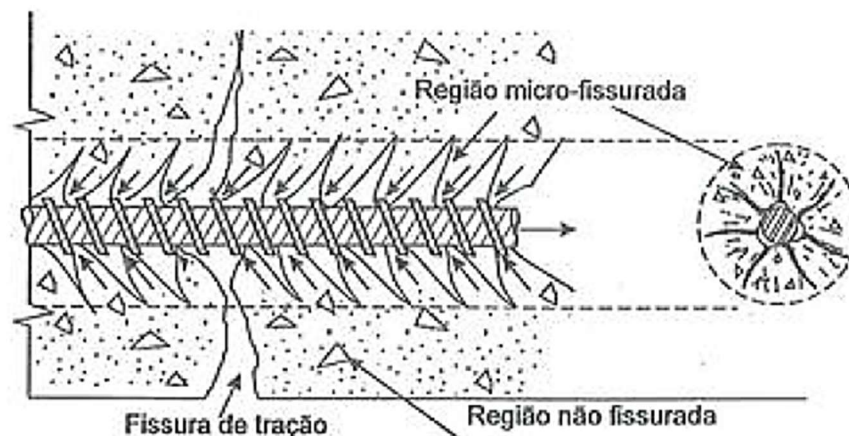
Esses mecanismos que promovem a aderência entre o aço e o concreto dependem de uma série de fatores, relacionados às propriedades físico-químicas destes, e também das propriedades geométricas (PEREIRA, 2014). A força de aderência resultante, ou força de ancoragem, depende principalmente dos seguintes fatores:

- Propriedades mecânicas dos materiais

- Superfície das barras
- Diâmetro das barras
- Geometria das barras
- Comprimento de ancoragem

As propriedades mecânicas dos materiais como módulo de elasticidade, resistência a compressão, resistência à tração, resistência ao cisalhamento e rugosidade são propriedades que regem o comportamento da aderência entre os materiais (PEREIRA, 2014). Na aderência mecânica por exemplo, surgem forças de compressão e cisalhamento no concreto, e esta aderência deixa de existir quando o material concreto falha. Na Figura 9 pode-se verificar o estado de fissuração do concreto em uma viga de concreto armado.

Figura 9- Modelo de fissura



Fonte: FUSCO (1995)

A superfície das barras é um fator determinante para a aderência por adesão e a aderência por atrito, visto que, para que haja a aderência por adesão, deve haver uma reação entre o concreto e o aço, de forma que se forme uma camada adesiva de concreto sobre o aço (PEREIRA, 2014). Barras de aço com tratamentos especiais de sua superfície podem perder a contribuição da aderência por adesão para a resultante de aderência, um exemplo disso são as barras revestidas com tintas epóxi. Além de perder a adesão, as barras revestidas também perder aderência por atrito, já que o revestimento epóxi geralmente apresenta uma superfície lisa, tornando o atrito desprezável. Nestas condições, apenas a aderência mecânica contribui de forma significativa. Em barras não nervuradas há a predominância da aderência por adesão e a aderência por atrito dinâmico.

O diâmetro das barras determina a dimensão da superfície de contato, influenciando de forma direta a adesão e o atrito. Quanto maior o diâmetro, maior será a superfície que irá reagir com o concreto para formar a adesão, da mesma forma, maior será a superfície de atrito (PEREIRA, 2014).

A área de concreto que irá ser solicitada pelas nervuras das barras também aumenta de forma significativa, reduzindo as tensões no concreto e aumentando de forma direta a resistência ao deslizamento das barras.

O fator geométrico também influencia de forma direta a aderências entre as barras de aço e o concreto (FUSCO, 1995), conforme já mencionado, em barras nervuradas há uma grande contribuição mecânica, pelo engrenamento que ocorre entre o aço e concreto junto as nervuras, e essa contribuição depende da geometria das nervuras, do seu tamanho e do afastamento entre as nervuras, assim como da sua inclinação em relação ao eixo das barras.

A força de ancoragem entre a barra de aço e o concreto é diretamente proporcional ao comprimento de ancoragem, ou o comprimento da barra que está envolta por concreto. Isso porque esse comprimento determina a área de adesão, a área de atrito e o número de nervuras que irão contribuir para a aderência. Nas ligações entre elementos de concreto armado, definir o comprimento mínimo necessário para ancorar um elemento no outro é premissa básica.

2.2.2 Dimensionamento

Conhecer individualmente a contribuição de cada elemento citado acima para a aderência total entre uma barra de aço e um determinado concreto é demasiadamente complexo, e por esse motivo, a aderência total é verificada experimentalmente para determinadas configurações, a fim de obter-se simplificações que possam levar ao cálculo da ancoragem.

2.2.2.1 CEB-FIP Model Code 1990

O CEB-FIP Model Code 1990 é um documento que tem por objetivo fornecer as diretrizes dos códigos de dimensionamento de estruturas de concreto de diversos países (PEREIRA, 2014). Embora o CEB tenha sido atualizado no ano de 2010, os parâmetros utilizados para o cálculo da tensão de aderência continuam os mesmos do apresentado no documento de 1990:

$$f_b = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{cta} \quad (7)$$

Onde f_b é a tensão de aderência, η_1 representa o tipo de reforço: 1,0 para barras lisas; 1,4 para barras com nervuras maquinadas e 2,25 para barras nervurados comerciais; η_2 tem em consideração a posição da barra durante a concretagem 1,0 para boas condições de ligação e 0,7 para as restantes; η_3 está relacionada com o diâmetro da barra: 1,0 para $\phi \leq 32\text{mm}$ e $\eta_3 = (132 - \phi)/100$ para $\phi > 32\text{mm}$ e f_{cta} é o valor de cálculo da resistência máxima do concreto à tração.

O comprimento l_b de ancoragem de uma barra de diâmetro ϕ e tensão de escoamento f_{yd} é dada pela seguinte equação:

$$l_b \cdot f_b \cdot \phi \cdot \pi = f_{yd} \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \quad (8)$$

Dada uma viga, com uma determinada área de aço calculada, o comprimento de ancoragem $l_{b,net}$ é dado por:

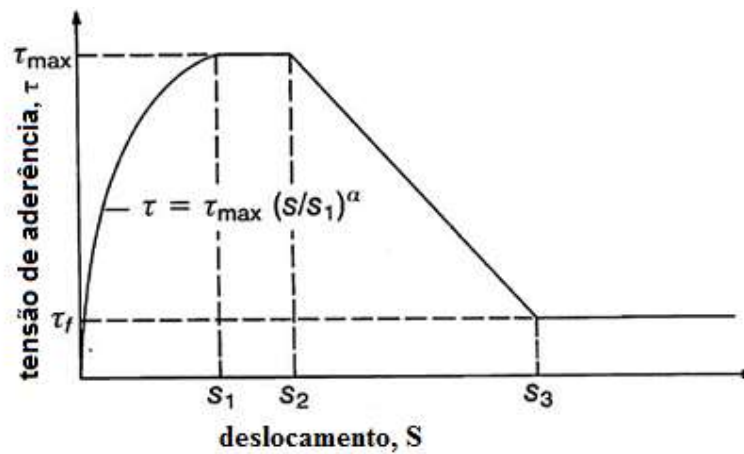
$$l_{b,net} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \quad (9)$$

Onde:

- $A_{s,cal}$ corresponde à seção de aço necessário de acordo com os cálculos.
- $A_{s,ef}$ corresponde à seção de aço realmente utilizado na estrutura.
- α_1 é o coeficiente que tem em consideração a forma da barra (0,7 – 1,0).
- α_2 é o coeficiente que considera a influência do reforço transversal existente sobre o comprimento da ancoragem (valor recomendável 0,7).
- $\alpha_3 = 1 - 0,15 \cdot (c_d - \phi)/\phi$, c_d é a espessura do recobrimento.
- α_4 é o coeficiente que têm em consideração o efeito do confinamento por reforço transversal.
- α_5 é o coeficiente que têm em consideração o efeito da pressão lateral sobre o plano da fissura longitudinal, tal que $\alpha_5 = 1 - 0,04 \cdot p$ com $0,7 \leq \alpha_5 \leq 1,0$, sendo p a pressão lateral.

O CEB-90 ainda traz uma representação gráfica, onde pode-se observar a relação entre a tensão de aderência com o deslizamento da barra de aço, Figura 10.

Figura 10- Relação tensão x deslizamento



Fonte: Autor desta monografia, adaptado do CEB (1990).

2.2.2.2 ABNT NBR-6118

A NBR-6118 faz considerações muito semelhantes ao CEB-90 para o cálculo da ancoragem das armaduras, diferindo apenas no cálculo do $l_{b,net}$, que é calculado da seguinte forma:

$$l_{b,net} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (10)$$

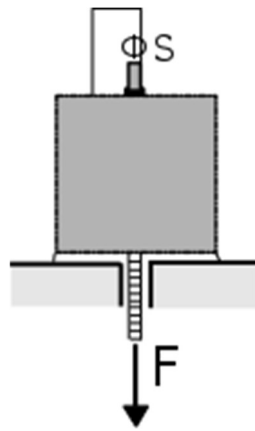
Onde:

- $\alpha = 1,0$ para barras sem gancho;
- $\alpha = 0,7$ para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;
- $\alpha = 0,7$ quando houver barras transversais soldadas conforme item 9.4.2.2 da referida norma;
- $\alpha = 0,5$ quando houver barras transversais soldadas conforme item 9.4.2.2 da referida norma e gancho com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;
- l_b é calculado conforme item 9.4.2.4 da referida norma;
- $l_{b,min}$ é o maior valor entre $0,3 l_b$, 10ϕ e 100 mm .

2.3 ENSAIO ARRANCAMENTO

O ensaio de arrancamento simples consiste em colocar uma barra, lisa ou nervurada, no centro de um corpo de prova de concreto (cilíndrico ou prismático), e após a solidificação e cura do concreto à barra de aço é aplicada uma carga crescente na sua extremidade livre, monótona ou cíclica, até se atingir a ruptura do conjunto (Pereira, 2014). A ruptura pode ocorrer tanto pela extração total da barra de aço, processo que recebe o nome de falha por arrancamento (*“pullout failure”*), como pela microfissuração do concreto, ainda pode ocorrer o escoamento da barra de aço. Na Figura 11, pode-se observar a esquematização do ensaio.

Figura 11- Esquematização do Pull out test



Fonte: Autor desta monografia, adaptado de PEREIRA (2014).

Este ensaio destina-se a caracterização experimental do comportamento de aderência entre o aço e o concreto numa peça de concreto armado. Pereira (2014) faz algumas críticas a esse modelo de ensaio:

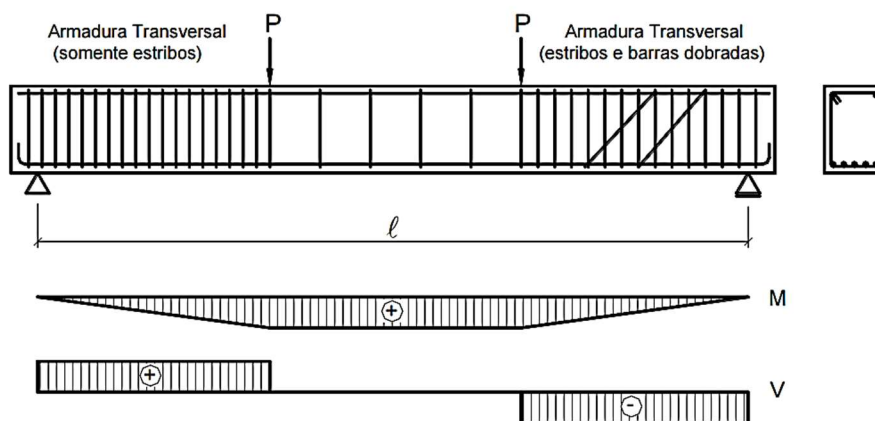
- o tipo de carregamento é unicamente associado à compressão ou à tração, outros tipos de solicitações como flexão e cisalhamento não são ensaiados;
- as condições geométricas do ensaio não representam a real condição das estruturas de concreto, onde o efeito de confinamento geralmente é menor;
- a interpretação dos resultados experimentais não tem em consideração o comportamento da estrutura.

2.4 VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Vigas são “elementos lineares em que a flexão é preponderante” (NBR 6118). Elementos lineares, ou barras, são aqueles em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção (BASTOS, 2015).

Esses elementos são solicitados, principalmente, por esforços de flexão, e por esse motivo faz-se importante conhecer como o concreto é solicitado e como ele se comporta diante estas solicitações. Considere uma viga de concreto armado biapoiada (Figura 12), onde duas forças concentradas crescentes são aplicadas em igual intensidade. Essa viga tem sua armadura composta por: armadura longitudinal, resistente às tensões de tração provenientes da flexão, e armadura transversal, dimensionada para resistir aos esforços cortantes, composta por estribos verticais. Além de ser composta também por uma armadura longitudinal construtiva, ou porta estribos.

Figura 12- Viga biapoiada e diagramas de esforços solicitantes.

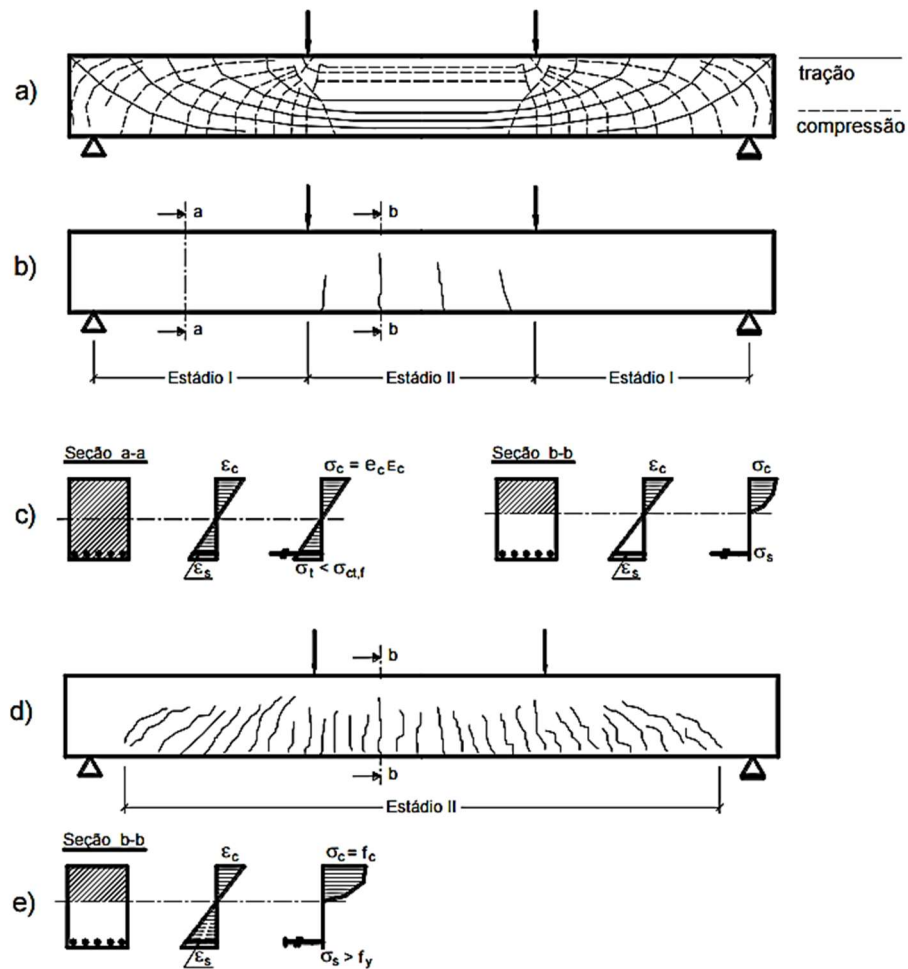


Fonte: LEONHARDT e MÖNNIG (1982)

Como o carregamento é crescente, pode-se observar a variação do comportamento da estrutura conforme aumenta-se as solicitações. Inicialmente, quando a tensão de tração solicitante não supera a tensão resistente de tração do concreto, o concreto encontra-se sem fissuras, exceto aquelas oriundas do processo de hidratação, que são microfissuras. Para esse nível de solicitação, o concreto comporta-se de forma elástica, e denomina-se como sendo o estágio I.

No estágio II, as tensões de tração superam a resistência à tração do concreto (f_{ctk}), e surgem assim as primeiras fissuras devido à flexão. Nesse momento, parte da viga encontra-se no estágio II (Figura 13.b), próximo ao centro da viga, onde tem-se o maior momento fletor, e outra parte encontra-se no estágio I, próximo aos apoios, onde a tensão de tração ainda é pequena. No estágio II, despreza-se a contribuição do concreto tracionado para a resistência final da seção, por esse encontrar-se fissurado.

Figura 13- Comportamento resistente de uma viga biapoada



Fonte: LEONHARDT e MÖNNIG (1982)

No Figura 13 c, pode-se verificar o que a distribuição de tensão para o estágio I dá-se de forma linear e contínua para o concreto, enquanto que no estágio II, a parte comprimida do concreto passa a apresentar uma distribuição parabólica.

Se as solicitações continuarem a aumentar, o estado de fissuração irá aumentar e espalhar-se por quase todo comprimento da viga (Figura 13 d), posteriormente, aumentando-se ainda mais as solicitações, as tensões chegaram a valores que irão provocar a ruína da estrutura. O concreto chega a sua tensão máxima na compressão, com encurtamento de 2‰ (concretos até C50), e continua a encurtar até o valor máximo de 3,5‰ (concretos até C50), mas sem aumentar o valor da tensão, o diagrama de tensão no concreto tende a ficar uniforme, em seu valor máximo (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2015), diz-se que o concreto está no estágio III.

2.4.1 Hipóteses Básicas Para o Cálculo

O Estádio III corresponde ao estado limite último (ELU), e as hipóteses de cálculo nesse estado para elementos lineares são dispostos pela ABNT NBR 6118:2014 em seu item 17.2.2, as quais são transcritas a seguir:

- a) as seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- b) a deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser a(o) mesma(o) do concreto em seu entorno;
- c) para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

- para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:
 $\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100\rho_p$, em megapascal, não podendo ultrapassar 420 MPa
- para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:
 $\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300\rho_p$, em megapascal, não podendo ultrapassar 210 Mpa

Onde:

- $\rho_p = \frac{A_p}{b_c d_p}$
 - $\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em megapascal (MPa);
 - ρ_p é a taxa geométrica da armadura ativa;
 - b_c é a largura da mesa de compressão;
 - d_p é a altura útil referida à armadura ativa;
- d) as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
 - e) a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido no item 8.2.10.1 da NBR 6118, com tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$, com f_{cd} definido em 12.3.3. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:
 - $\lambda = 0,8$, para $f_{ck} \leq 50$ MPa; ou
 - $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$, para $f_{ck} > 50$ MPa.
- e onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:
- $\alpha_c f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;

- $0,9 \alpha_c f_{cd}$, no caso contrário.

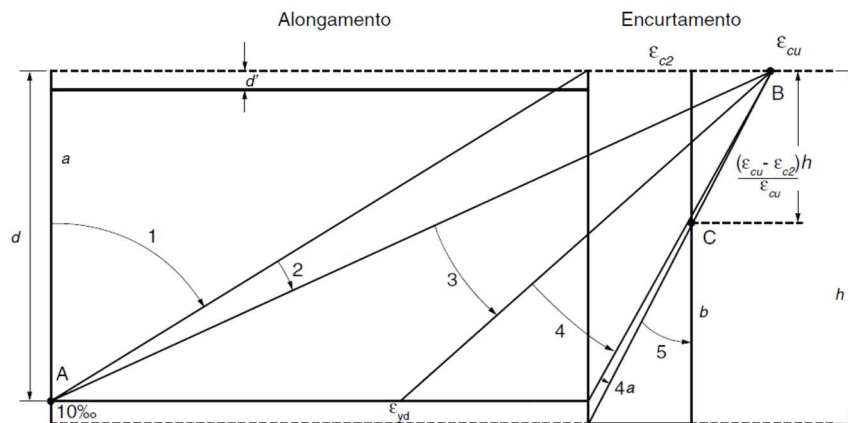
sendo α_c definido como:

- para concretos de classes até C50, $\alpha_c = 0,85$
- para concretos de classes de C50 até C90, $\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50) / 200]$

As diferenças de resultados obtidos com esses dois diagramas são pequenas e aceitáveis, sem necessidade de coeficiente de correção adicional.

- a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo definidos nos itens 8.3.6 e 8.4.5 da NBR 6118.
- o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 14.

Figura 14- Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

“As deformações nos materiais componentes das vigas de Concreto Armado submetidas à flexão simples encontram-se nos domínios de deformações 2, 3 ou 4, conforme definidos na NBR 6118 (item 17.2.2)” (Bastos, 2015).

No domínio 2 a deformação de alongamento (ϵ_{sd}) na armadura tracionada (A_s) é fixa e igual a 10 ‰, e a deformação de encurtamento (ϵ_{cd}) na fibra mais comprimida de concreto varia entre zero e ϵ_{cu} , considerando que, para os concretos do Grupo I de resistência ($f_{ck} \leq 50$ MPa), ϵ_{cu} assume o valor de 3,5 ‰. Sob a deformação de 10 ‰ a tensão na armadura corresponde à máxima permitida no aço (f_{yd}), como se pode verificar no diagrama $\sigma \times \epsilon$ do aço mostrado na Figura 6. No domínio 2, portanto, a armadura tracionada é econômica, isto é, a máxima tensão possível no aço pode ser implementada nessa armadura. Na questão relativa à segurança, no caso de vir a ocorrer a ruptura, ou seja, o colapso da viga, será com “aviso prévio”, porque como a armadura continuará escoando além dos 10 ‰, a fissuração na viga será intensa e ocorrerá antes de uma possível ruptura por esmagamento do concreto na região comprimida. A intensa fissuração será visível e funcionará como um aviso aos usuários de que a viga apresenta um problema sério, alertando-os, de modo que sejam tomadas medidas visando a evacuação do local, antes que a ruptura venha a ocorrer (BASTOS, 2015).

O domínio 3 inicia-se com o máximo encurtamento do concreto e alongamento máximo do aço, conforme terminou o domínio 2, e a deformação no aço varia do seu valor máximo até o valor de escoamento do aço (ϵ_{sd}). Neste domínio, diz-se que a ruptura ocorre com aviso prévio, já que o escoamento do aço gera fissuras visíveis no concreto, muito antes do concreto ser esmagado na zona comprimida, também é comum dizer que a ruptura é dúctil. A NBR 6118 indica que uma seção de concreto dimensionada no domínio 3 encontra-se num estado subarmada, embora imagine-se, em um primeiro momento, que isto significa que a seção não possui aço suficiente para comportar-se de forma segura, isso não é verdade.

No domínio 4, o concreto continua com seu encurtamento máximo na fibra mais comprimida, porém o aço está sendo solicitado a uma tensão inferior a tensão de escoamento (f_{yd}). O mal aproveitamento da resistência do aço, leva a conclusão de que o dimensionamento de seções no domínio 4 é antieconômica e deve ser evitada. Além disso, a ruína ocorre por esmagamento do concreto na fibra mais comprimida, é uma ruína frágil, ocorre sem que maiores deformações sejam observadas, o que pode configurar uma situação de risco.

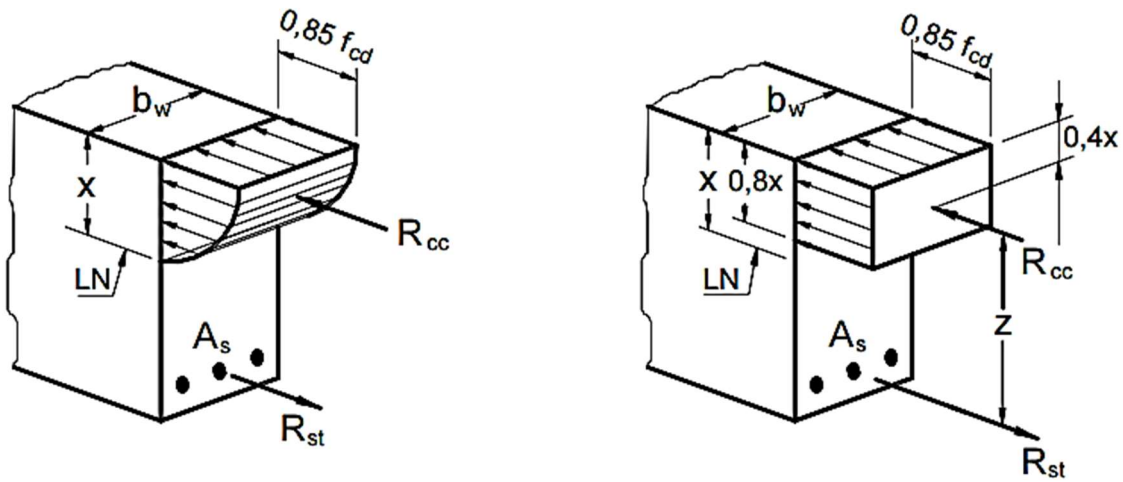
É importante observar ainda que a NBR 6118 apresenta limites para a posição da linha neutra, definidos como limites de ductilidade. Quanto menor for a relação x/d (x = posição da linha neutra, d = altura útil da viga), maior será a ductilidade. Os limites são:

- $x/d \leq 0,45$ para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
- $x/d \leq 0,35$ para concretos com $f_{ck} > 50$ MPa.

2.4.2 Dimensionamento

Dimensionar uma seção de concreto armado para flexão é calcular a área mínima de aço e sua posição, para que a seção resista a um momento solicitante M_k , levando em consideração as hipóteses básicas definidas em 2.4.1. O equacionamento apresentado a seguir será feito segundo o diagrama retangular simplificado (Figura 15), que conduz a equações mais simples e com resultados muito próximos daqueles obtidos com o diagrama parábola-retângulo.

Figura 15- Distribuição de tensões de compressão segundo os diagramas parábola-retângulo e retangular simplificado.



Fonte: BASTOS (2015)

Considerando-se que não existem esforços normais solicitantes, além daqueles devidos à flexão, então, pode-se fazer o equilíbrio das forças para a seção:

$$R_{cc} = R_{st} \quad (11)$$

De resistência dos materiais, tem-se que $\sigma = R/A$, logo:

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot A_c \quad (12)$$

Da simplificação da Figura 15, pode-se reescrever a equação da força no concreto em função da linha neutra x .

$$R_{cc} = \sigma_{cd}(0,8x \cdot b_w) \quad (13)$$

$$R_{cc} = 0,85 \cdot f_{cd}(0,8x \cdot b_w) \quad (14)$$

$$R_{cc} = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \quad (15)$$

E a força resultante na armadura tracionada:

$$R_{st} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (16)$$

Essas forças formam um binário que equilibra o momento solicitante ao momento resistente:

$$M_{sd} = M_{rd} \quad (17)$$

$$M_{rd} = R_{cc} \cdot Z \quad (18)$$

$$M_{rd} = 0,68x \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot Z \quad (19)$$

Pode-se escrever Z como sendo $d - 0,4x$, logo:

$$M_{rd} = 0,68x \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot (d - 0,4x) \quad (20)$$

$$M_{rd} = (0,68x \cdot d - 0,272x^2) \cdot b_w \cdot f_{cd} \quad (21)$$

De forma análoga a expressão anterior, pode-se isolar o momento resistente devido à força atuante no aço:

$$M_{rd} = \sigma_{sd} \cdot A_s \cdot (d - 0,4x) \quad (22)$$

$$A_s = \frac{M_{rd}}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0,4x)} \quad (23)$$

Isolando-se x na equação 22, tem-se a posição da linha neutra:

$$x = \frac{0,68 \pm \sqrt{(0,68d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_{rd}}{b_w \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544} \quad (24)$$

Vale ressaltar que a área de aço construtiva, ou porta estribos, não é levada em consideração na hora de dimensionar uma seção para resistir a flexão simples. Embora que para o caso de armadura dupla, definida em norma para quando a seção de concreto não atende aos limites especificados de ductilidade, a armadura comprimida entra no cálculo para equilíbrio das forças na seção, e consequentemente para o dimensionamento.

2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é uma aproximação numérica com o qual pode-se solucionar equações diferenciais parciais que são muito complexas para serem resolvidas por meios analíticos clássicos (FISH E BELYTSCHKO, 2000). “A ideia básica do Método dos Elementos Finitos consiste em subdividir, inicialmente, o domínio do problema, em subdomínios de dimensões finitas tais que, o conjunto de todos os subdomínios seja igual ao domínio original” (ALVES, 2007).

Segundo Alves (2007), o trabalho de Turner et. al (“*Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures*”) publicado em 1956 é reconhecido como um dos primeiros a apresentar os fundamentos do Método dos Elementos Finitos.

Devido à complexidade do comportamento material (tem-se o concreto como um grande exemplo disso) da geometria, das cargas, ou de outros fatores, há muitos problemas de engenharia para os quais não são conhecidas soluções analíticas (COSTA E BILESKY, 2014). Nestes casos, onde os métodos analíticos não são suficientes para solucionar os problemas de engenharia, utiliza-se os métodos numéricos para obtenção de soluções aproximadas (RIBEIRO, 2004).

Atualmente, o objetivo de um programa de elementos finitos é simular o comportamento das estruturas próximo da realidade. Esse comportamento é obtido baseado nos princípios da mecânica para qualquer forma geométrica, propriedades dos materiais e carregamentos, criando uma ferramenta mais geral e complexa do que uma simples fórmula. (LYRA, 2011).

Embora a engenharia moderna enseje pelo dia em que seja possível simular estruturas tão próximas da realidade quanto se queira, na engenharia civil, dada a complexidade dos elementos e materiais constituintes dos empreendimentos, ainda há muito a evoluir para que se chegue a isso.

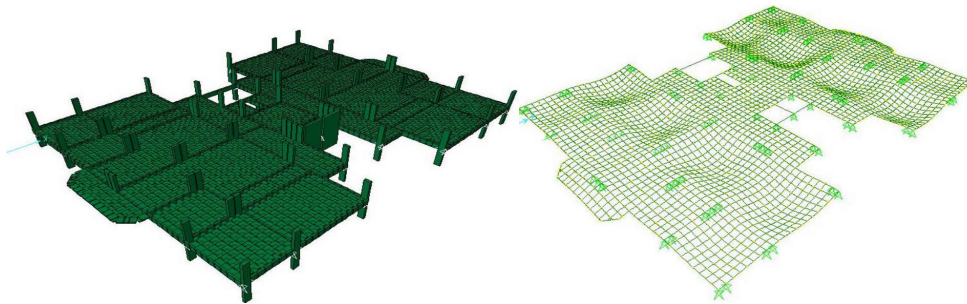
2.5.1 Aplicações no dimensionamento

A grande complexidade dos modelos de estruturas da engenharia civil, impossibilita que estes sejam descritos numericamente de forma precisa, e mesmo que fosse possível fazer, o custo computacional envolvido para solucionar o problema tende a tornar inviável o uso para fins tão diretos.

Para o dimensionamento de estruturas, o que se observa no mercado são *softwares* que utilizam o método dos elementos finitos para resolver modelos analíticos, que são simplificações dos modelos reais, já que a representação realística de uma estrutura é demasiadamente complexa. Em um edifício, por exemplo, as vigas e pilares são representados em forma de elementos unidimensionais, nos quais são calculados seus esforços solicitantes. As lajes e similares, são simplificados como elementos de chapa (bidimensionais), e da mesma forma, é utilizado o método dos elementos finitos para calcular os esforços solicitantes.

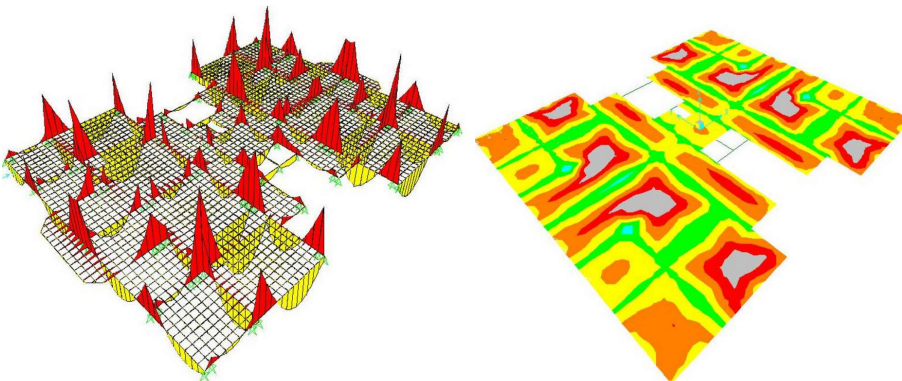
Embora haja limitações para o uso do método dos elementos finitos no dimensionamento de estruturas, é notável que mesmo assim os resultados obtidos podem ser precisos. E, em elementos não usuais, a precisão pode ser maior do que os métodos analíticos padrões, como pode-se observar na Figura 16 e Figura 17:

Figura 16- Discretização de pavimento tipo e deformações



Fonte: OLIVEIRA e OLIVEIRA (2015)

Figura 17- Momentos Fletores analogia de grelhas e método dos elementos finitos



Fonte: OLIVEIRA e OLIVEIRA (2015)

A partir de imagens como da Figura 17, pode-se observar melhor a distribuição do momento fletor, e também das tensões normais na flexão. A precisão das informações depende, além de outros fatores, do tamanho da malha dos elementos finitos, Malhas menores tendem a gerar resultados mais precisos, entretanto, malhas muito pequenas podem levar a perda do significado físico do elemento ou do modelo físico. O tempo de processamento computacional é função direta do número de elementos finitos.

2.5.2 Restrições de normativas

A NBR 6116:2014 faz referências ao uso dos resultados obtidos por meio do método dos elementos finitos para o dimensionamento de peças de concreto armado, em seu item 14.2.3 tem-se:

Os resultados obtidos na análise estrutural, particularmente com modelos bi e tridimensionais em elementos finitos, podem ser aplicados em projeto somente em duas situações:

a) para a visualização do caminhamento das cargas via, por exemplo, trajetória de tensões principais, separando trechos comprimidos de tracionados, de modo a facilitar a criação de modelos de bielas e tirantes, conforme definido em 21.2;

b) para a determinação de esforços solicitantes em elementos estruturais, em geral por integração de campos de tensões. O dimensionamento desses elementos deve ser feito para esses esforços solicitantes pela teoria de concreto estrutural, conforme definido pelos critérios gerais desta Norma, especificamente das Seções 16, 17 e 19, bem como os requisitos de detalhamento das Seções 9, 18 e 20.

O dimensionamento das armaduras não pode ser realizado apenas a partir dos esforços ou das tensões resultantes desta análise, por exemplo de tração, numa certa região do modelo. As armaduras devem sempre respeitar as quantidades necessárias, mínimas e máximas exigidas por esta Norma segundo a teoria de concreto estrutural, bem como os critérios de detalhamento prescritos por ela. (ABNT NBR 6118:2014)

Vale salientar que para algumas peças como viga-parede, blocos, lajes lisas e lajes-cogumelo, a mesma norma trata de forma diferente, por trata-se de elementos mais complexos, onde o método dos elementos finitos pode contribuir de forma mais significativa para entender os esforços solicitantes, necessários para o dimensionamento.

2.5.3 Aplicações no desenvolvimento de estudos

O método dos elementos finitos tem permitido que análises mais detalhadas, antes inviáveis de serem feitas por meio dos métodos analíticos clássicos (PEREIRA, 2014), sobretudo para elementos não usuais. Pode-se destacar estudos que envolve o comportamento não-linear do concreto, do concreto armado, estudo de ligações entre elementos diferentes, estudo do comportamento mecânico dos solos, das rochas, da troca de calor, da ação dos ventos, da fadiga de materiais, da fratura e fissuração, etc.

3 MODELAGEM NUMÉRICA DE ELEMENTOS EM CONCRETO ARMADO

Adiante está descrita a modelagem numérica, realizada utilizando-se do método dos elementos finitos, de dois modelos distintos em concreto armado: um corpo de prova para o ensaio de arrancamento da barra de aço, onde foi observada a distribuição de tensões no concreto; e um modelo de viga solicitada a flexão e dimensionada conforme os parâmetros normativos da ABNT NBR 6118:2014, onde foi dada uma atenção maior para a variação da linha neutra de acordo com o carregamento e com os arranjos da armadura.

3.1.1 Introdução

Para a modelagem no presente trabalho escolheu-se o ABAQUS® como *software* para desenvolver ambos os modelos citados, por este apresentar uma série de modelos constitutivos para o concreto armado, e por serem vastos os exemplos de utilização desta ferramenta na bibliografia.

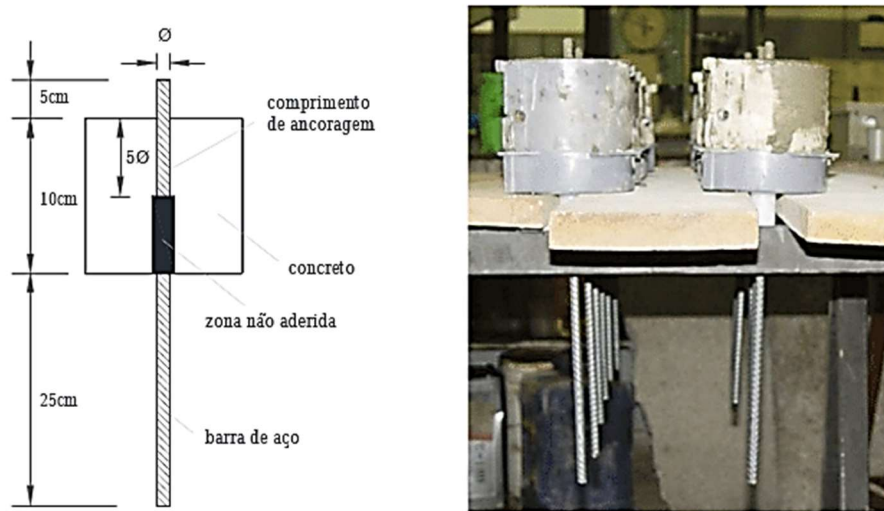
Szczecina e Winnicki (2015) deixa claro em seu trabalho a importância de que seja feita uma perfeita calibragem dos modelos escolhidos para o material, e de como isso pode afetar os resultados dos ensaios, para isso, utilizou-se tanto de dados contidos na literatura, quanto expressões indicadas no manual de uso do *software*.

3.1.2 Modelos geométricos (concreto armado)

Para modelagem do ensaio ‘*Pull Out*’ (arrancamento), escolheu-se usar um modelo semelhante ao apresentado por Dal Bosco (2012), onde uma barra de aço é concretada no centro de um corpo de prova de concreto, cilíndrico, obedecendo aos parâmetros da Figura 18, apenas a extensão do corpo de prova foi adaptada, devido ao diâmetro da barra. Neste modelo, a barra de aço foi modelada tridimensionalmente, com nervuras que obedecem às medidas especificadas em norma.

Já para a viga de concreto armado, escolheu-se uma seção retangular, e as barras de aço utilizadas foram modeladas em formato unidimensional (wire).

Figura 18- Esquema detalhado e foto dos corpos de prova pull-out recém moldados.



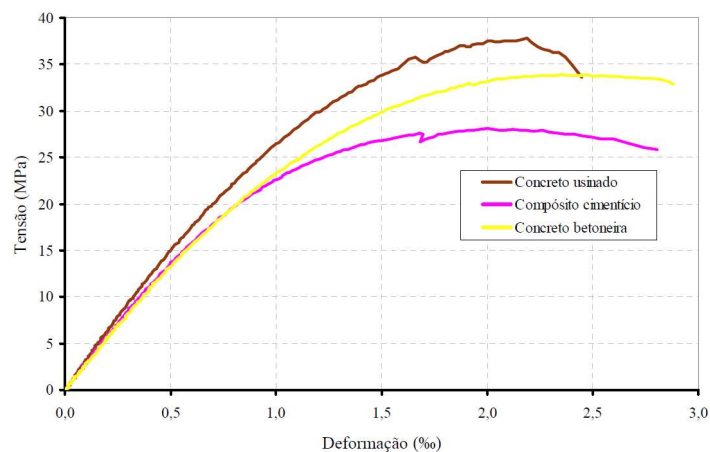
Fonte: DAL BUSCO (2012)

3.1.3 Concreto

Escolhe-se um concreto de 30 MPa de resistência característica à compressão (f_{ck}), tanto pelo fato de ser um concreto largamente utilizado nas edificações atuais, como também por ter alguns dados das suas propriedades disponível na literatura.

Os dados das propriedades do concreto selecionado foram obtidos a partir do trabalho realizado por Ferrari (2007), tem a curva de tensão x deformação mostrada na Figura 19, denominado concreto betoneira.

Figura 19- Curva tensão-deformação do concreto



Fonte: FERRARI (2007)

Para este concreto, Ferrari (2007) obteve alguns dados importantes que serão usados no modelo elaborado nesse trabalho (Figura 19 e Gráfico 1)

3.1.4 Barras de aço

As barras de aço têm uma geometria complexa, e sua modelagem tridimensional exige um esforço na modelagem de sua geometria e na análise. A viga de concreto armado é composta por barras horizontais retas e barras dobradas na vertical (estribos), esse conjunto de características juntas, tornam o modelo de uma viga demasiadamente complexo, se as barras fossem modeladas em 3 dimensões.

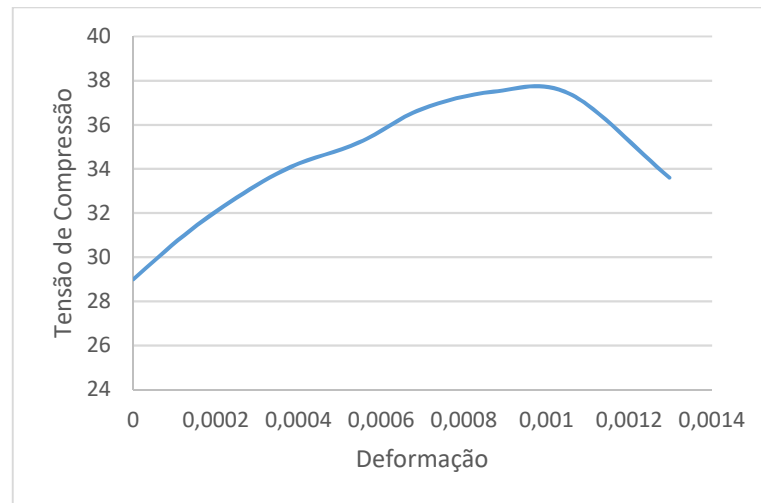
Porém, para a análise da aderência entre o aço e o concreto, faz-se necessário para uma boa análise, que a barra de aço seja modelada tridimensionalmente. Por este motivo, optou-se por representar a barra tridimensionalmente no ensaio de *Pull Out*, e de forma unidimensional (*wire*) para o modelo da viga.

3.1.5 Propriedades dos materiais

O aço utilizado foi o CA-50, que tem tensão de escoamento característica de 500 MPa, e um coeficiente de Poisson igual a 0,3, e módulo de elasticidade longitudinal igual à 210 GPa.

O comportamento do concreto não é algo simples de se representar, porém, segundo Malm (2006), existem três modelos para o concreto que são encontrados no Abaqus nativamente, são eles: *concrete damaged plasticity* (CDP), *Concrete Smeared Cracking* e o *Brittle Cracking*, este terceiro destina-se apenas a análises dinâmicas. Optou-se em usar *concrete damaged plasticity* (CDP), por ser um modelo mais completo para a análise estática, contendo parâmetros plásticos e de dano do concreto. No Gráfico 1 têm-se a relação de tensão e deformações plásticas.

Gráfico 1- Diagrama Tensão-Deformação plástica

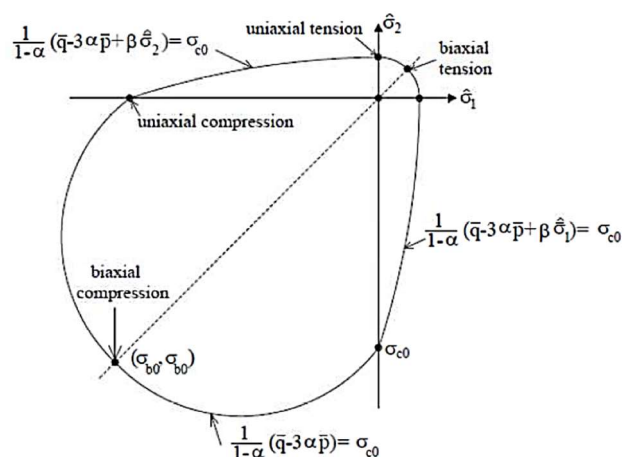


Fonte: Autor desta monografia, com dados de Ferrari (2007).

O escoamento potencial e a função de ruptura (Figura 20) são definidos recorrendo aos seguintes parâmetros:

- ângulo de dilatação (ψ)
- excentricidade (e);
- razão entre a resistência à compressão biaxial inicial e a resistência à compressão uniaxial inicial (σ_{b0}/σ_{c0});
- superfície inicial de escoamento Kc . A superfície potencial de escoamento plástico no modelo CDP é a mesma da função hiperbólica do modelo constitutivo de Drucker-Prager (PEREIRA, 2014).

Figura 20- Superfície de ruptura sob tensão biaxial usada no modelo de plasticidade do dano do concreto.



Fonte: PEREIRA (2014)

Com base na pesquisa de Pereira (2014) e as considerações de Szczecina e Winnicki (2015), os parâmetros utilizados para o modelo CDP foram:

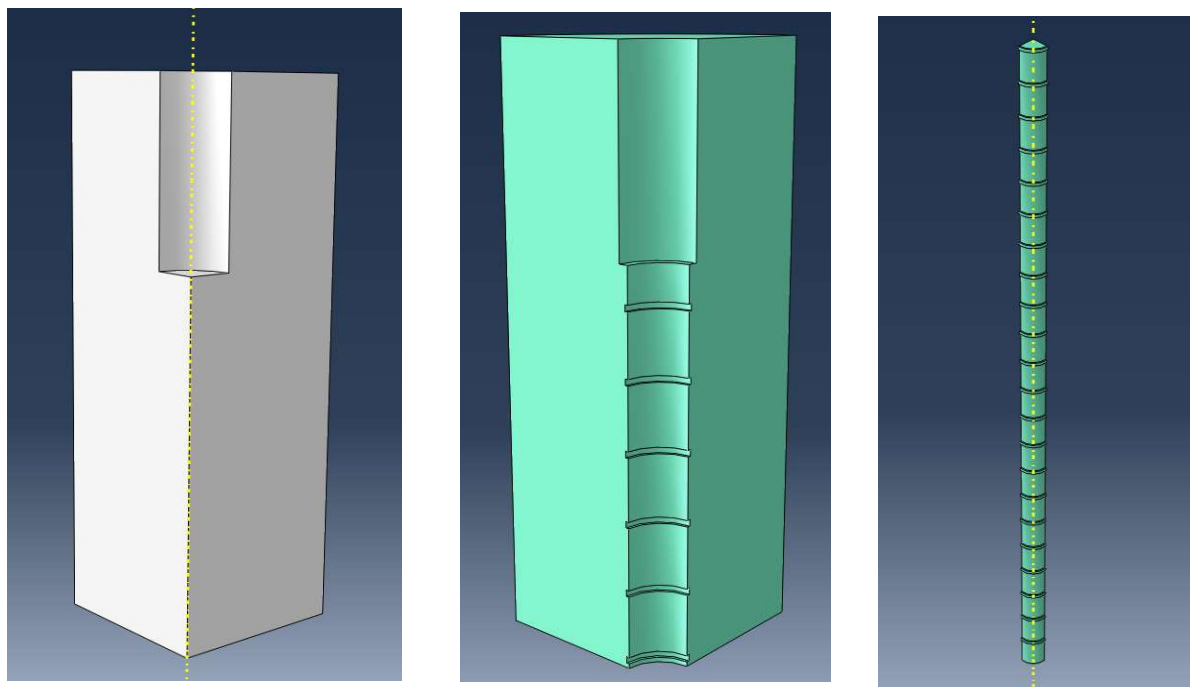
- $\psi=38^\circ$
- $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} = 1.16$
- $K_c=0.666$
- Viscosidade = 0

Além desses dados foi necessário alimentar o modelo com a resistência à tração do concreto ($f_t = 2.04$ MPa), e o comportamento inelástico do concreto, conforme Figura 19.

3.2 ENSAIO DE ARRANCAMENTO

O modelo utilizado foi simplificado para um quarto do modelo original, já que foi possível utilizar as condições de simetria. Isto gera economicidade do no processamento computacional. Na Figura 21 tem-se o esquema dos modelos utilizados:

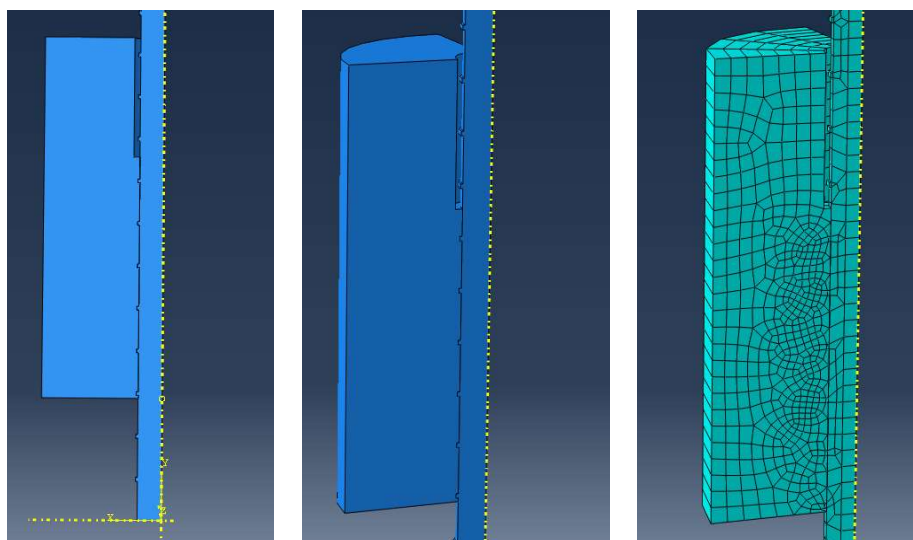
Figura 21- Molde inicial de concreto, molde com corte das nervuras e barra nervurada de 20mm.



Fonte: Autor desta monografia

O procedimento utilizado na modelagem foi desenhar as superfícies de simetria no plano XY, e fazer uma revolução de 90° destas superfícies, obtendo-se assim os modelos vistos na Figura 21. Após a modelagem, os modelos foram montados juntos, onde usou-se uma para cortar o concreto em intersecção com o aço, resultando no molde com nervura, pode-se ver o resultado da montagem na Figura 22.

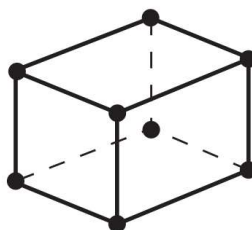
Figura 22- Conjunto Aço x Concreto, com e sem



Fonte: Autor desta monografia

Os elementos foram definidos como sendo C3D8R (Figura 23), que é um elemento hexagonal de 8 nós, linear. Inicialmente, tinha-se utilizado elementos tetraédrico, porém dado a complexidade dos corpos, a geração da malha criava elementos distorcidos, que levava a análise a resultados inconsistentes.

Figura 23 - Elemento Hexagonal



Fonte: ABAQUS (2012)

Este não é um problema necessariamente do elemento, mas da geração de malha de elementos, que para atender a geometria complexa gera elementos com dimensões distorcidas. A correção deste problema necessita de um estudo de técnicas para que essa malha seja melhor trabalhada. Os elementos inicialmente tiveram seu tamanho máximo limitado a 10.8 mm,

levando-se como parâmetro o diâmetro total da barra. A malha em volta das nervuras não é estruturada devido a condição geometria desta região.

Foram inseridas propriedades para o contato normal e tangencial, onde o contato normal foi o *Hard Contact* com penalidade. E o contato tangencial, com coeficiente de atrito (0.45), também com penalidade.

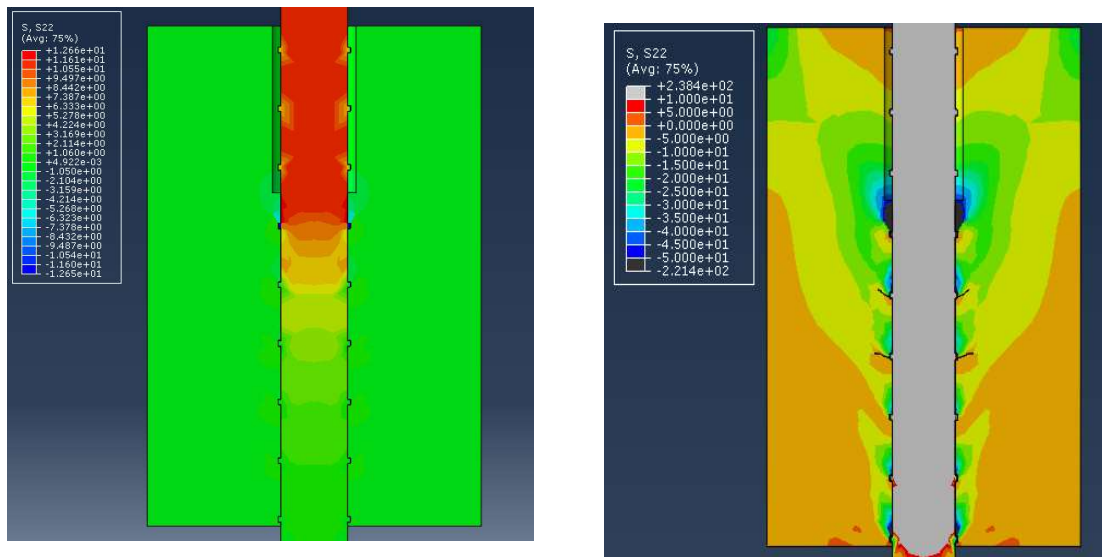
Nas condições de contorno, tem-se o topo do corpo de concreto engastado, e as superfícies de simetria receberam a condição de contorno de simetria normal a superfície, no topo da barra de aço, aplicou-se um deslocamento de 2 mm, o qual foi aplicado de forma crescente, para que as análises de tensões pudessem ser realizadas.

3.2.1 Resultados e análises

A análise com a discretização inicial foi interrompida devido a um erro antes que pudesse chegar ao deslocamento total de 2 mm, no relatório de *output* da análise, é reportado que os incrementos necessários para continuar a análise eram demasiadamente superiores ao determinado para a análise. O tamanho da malha foi alterado para metade (5,4mm), e chegou-se a um incremento total que equivale a 25% do total especificado, e é sobre esse resultado que se prossegue essa análise.

Na Figura 24, tem-se os estados inicial e final de solicitação (25%), na imagem o modelo encontra-se espelhado em uma das superfícies de simetria. Para melhorar a visualização, no fim do carregamento, a escala de cores foi alterada para que pudesse ser observada a distribuição de tensão no concreto, e por esse motivo a barra de aço é visualizada no tom cinza.

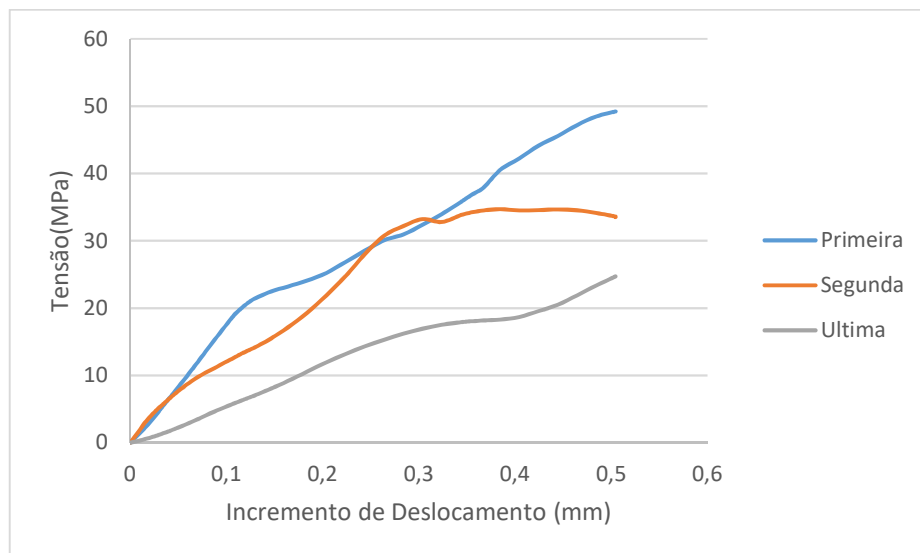
Figura 24- Etapa inicial de carregamento no ensaio de *Pull Out*, e tensões com 25% do carregamento



Fonte: Autor desta monografia:

Nota-se uma semelhança entre a distribuição de tensões (MPa) visto na Figura 24 e o idealizado por Fusco (1995) na Figura 9. A fim de entender a variação de tensões no concreto ao longo do deslocamento imposto, adotou-se alguns pontos onde a tensão no concreto mostrou-se crítica. No Gráfico 2 pode-se observar a variação da tensão no concreto junto a primeira nervura do aço, região que se mostrou ser a mais solicitadas.

Gráfico 2- Variação da tensão ao longo do deslocamento nas nervuras



Fonte: Autor desta monografia

Pelo Gráfico 2, nota-se que a tensão chegou próximo ao valor de 50 MPa, tensão mais que suficiente para levar o concreto a ruptura, porém o carregamento é distribuído por toda a área de contato entre o aço e o concreto, e por esse motivo, a barra não é arrancada do concreto até que todo concreto envolvente da barra ceda.

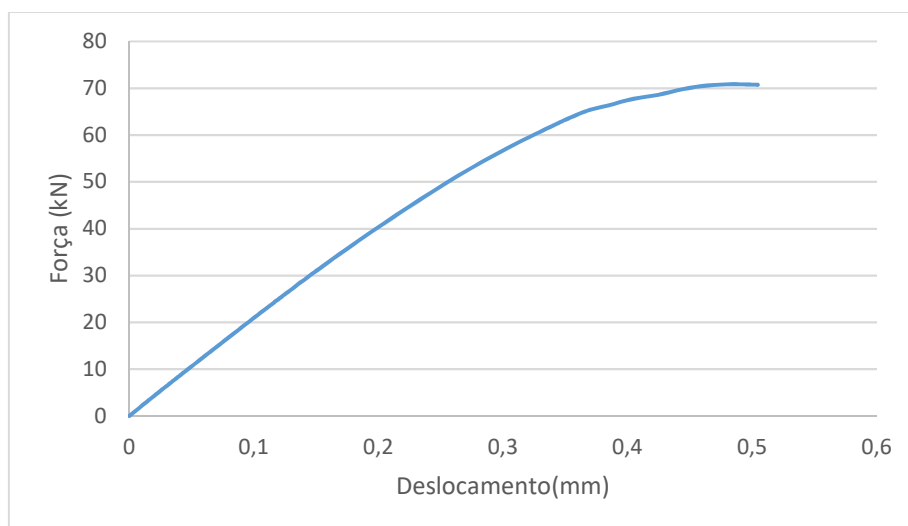
É perceptível que, para a segunda nervura, inicialmente a variação da tensão foi mais acentuada, ao passo que se aumenta o deslocamento, espera-se que os elementos distantes da superfície solicitada comecem a contribuir para a resistência. Assim que ultrapassou a sua resistência, não houve aumento de tensão para este elemento.

Na última nervura nota-se que inicialmente o incremento de tensão é suave, isto porque este é um elemento que se encontra distante do plano de aplicação do carregamento.

A partir da tensão em um ponto médio da barra de aço, foi possível calcular qual a variação da força resultante com a aplicação do deslocamento. A variação da força ao longo do tempo (Gráfico 3) manteve-se linear para quase todo o período. Antes que a análise encerrasse, notou-se que os incrementos se tornaram demasiadamente pequenos para atender a precisão dos cálculos.

Embora não tenha ocorrido a ruptura, com o arrancamento da barra de aço do concreto, pode-se perceber que as tensões no concreto se aproximavam dos seus limites, ocasionando a perda de instabilidade numérica, pode-se dizer que o sistema estava na iminência da ruína.

Gráfico 3- Variação da força



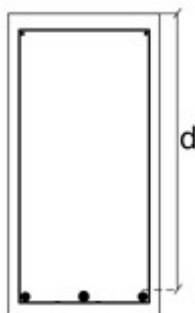
Fonte: Autor desta monografia

3.3 ENSAIO DE VIGA

Para a modelagem da viga procede-se primeiramente os cálculos para o dimensionamento de uma viga de 4 metros de vão e 15x30 centímetros de seção transversal, com cobrimento das armaduras de 2,5 centímetros. Adotou-se a hipótese que a viga seria dimensionada para um valor próximo ao máximo valor de carregamento dentro do limite de ductilidade estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014, que equivale a uma relação de $x/d = 0,45$, para que fosse possível fazer uma correlação com os resultados obtidos com a simulação e os cálculos normativos.

Utilizando-se da equação (21), os parâmetros geométricos da viga citada, e a resistência do concreto previamente modelado, chegou-se a um valor de armadura de 6 cm² de aço para resistir à tração, que foram distribuídas em 3 barras de 16 mm de diâmetro, e duas barras de 4.2 mm como porta estribos.

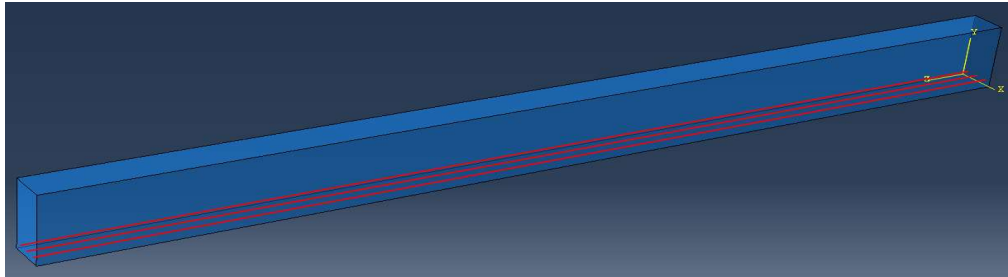
Figura 25- Armadura da viga



Fonte: Autor desta monografia

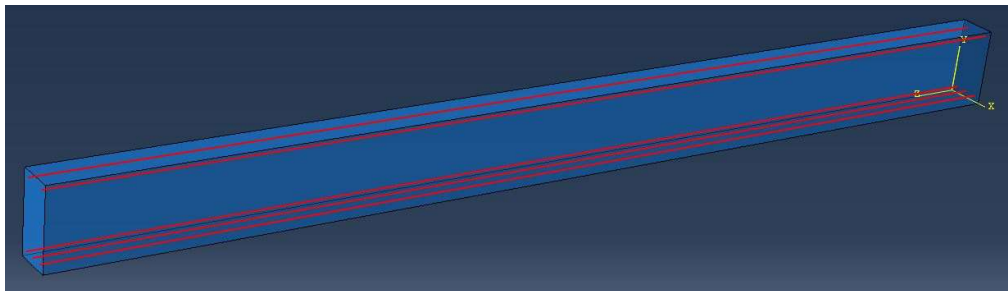
Foram realizadas três análises distintas, na primeira análise, a viga foi modelada apenas com a armadura principal de tração (Figura 26), na segunda análise adicionou-se as barras porta-estribos (Figura 27), e na terceira análise, adicionou-se os estribos (Figura 28). A intenção das três análises foi verificar qual a influência dos elementos para o comportamento da viga solicitada.

Figura 26- Viga com armadura de tração



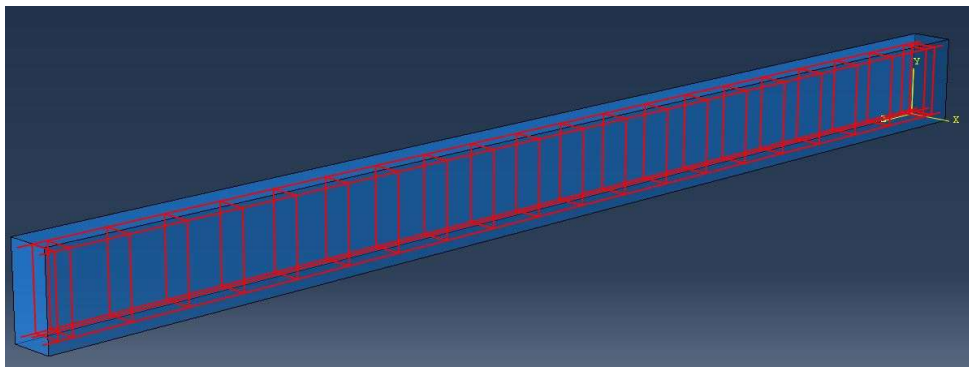
Fonte: Autor desta monografia

Figura 27- Viga com barras porta-estribos



Fonte: Autor desta monografia

Figura 28- Viga com estribos



Fonte: Autor desta monografia

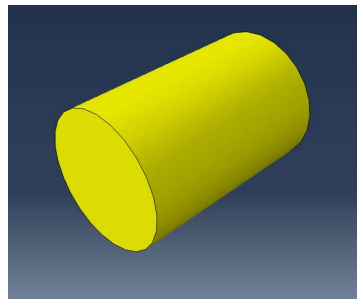
3.3.1 Modelagem

A viga de concreto foi modelada a partir da extrusão da seção transversal. Como já citado anteriormente, optou-se em utilizar elementos unidimensionais (wire) para modelar as barras de aço, a fim de obter-se um modelo simplificado, que exigisse um menor esforço computacional, modelar as barras como elementos tridimensionais iria exigir um processamento muito maior. Nota-se também, que como as ações no aço e no concreto têm a

mesma direção, não é uma grande preocupação para uma viga as forças de deslizamento do aço em relação ao concreto. E por esse motivo, admitiu-se a perfeita adesão entre os materiais.

Além dos elementos constituintes da viga, modelou-se também um elemento cilíndrico de 5 centímetros de raio (Figura 29), o qual recebeu um módulo de elasticidade demasiadamente grande, para servir de apoio rígido para a viga. O apoio teve suas duas superfícies planas engastadas.

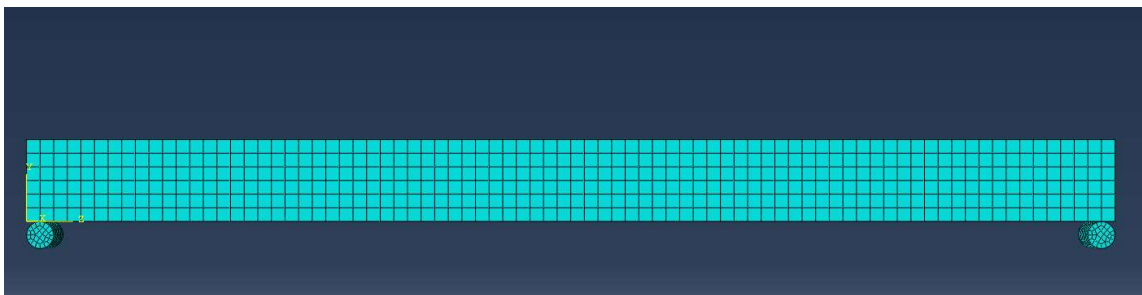
Figura 29- Apoio cilíndrico



Fonte: Autor desta monografia

Na Figura 30 pode-se observar todo o conjunto montado, os apoios rígidos foram engastados nas extremidades. Optou-se por usar esse tipo de apoio para evitar a concentração de tensões que são relatadas por Junqueira (2014), que ocorre ao fixar os deslocamentos das faces da viga, embora surjam tensões concentradas nos apoios, as deformações ao longo da viga não ficam restritas, como ocorreria ao se aplicar a condição de deslocamento nas faces.

Figura 30- Viga montada



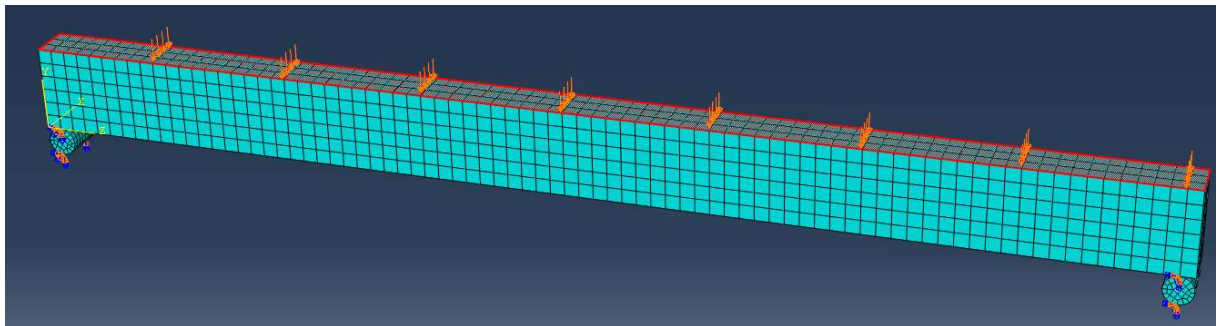
Fonte: Autor desta monografia

A princípio, utilizou-se elementos com tamanho de 40 mm, porém, com essa configuração, a viga apresentava erros relativos ao tamanho do incremento necessário para que a análise continuasse, falhando em torno de 30% do carregamento. Então a malha foi ajustada para um tamanho de 50 mm, e a análise foi concluída com êxito.

Vale salientar que, apesar do modelo ensaiado simular o surgimento de fissuras, a direção e o tamanho dessas fissuras não correspondem fielmente à um modelo real. Para que as fissuras sejam determinadas de forma precisa, faz-se necessário incrementar o modelo para que se chegue a esse resultado, o que não é o objetivo desse trabalho.

O carregamento (Figura 31) foi distribuído sobre toda a viga na forma de pressão uniformemente distribuída.

Figura 31- Carregamento no modelo

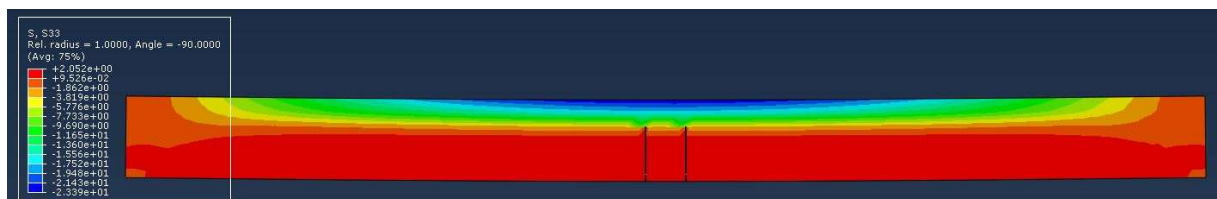


Fonte: Autor desta monografia

3.3.2 Resultados

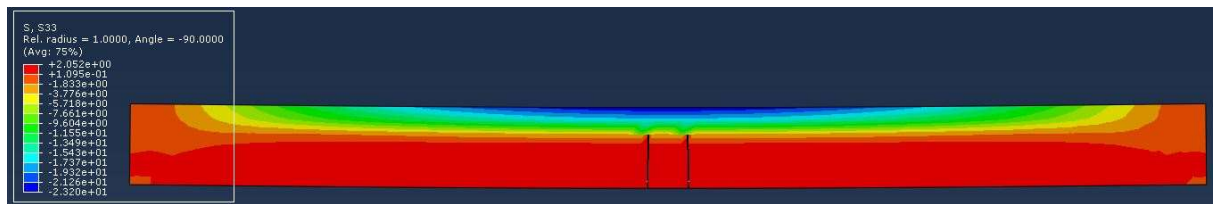
Apenas a primeira e a segunda análise ocorreram de forma contínua e satisfatória, a terceira análise (com estribos, também modelados com elementos unidimensionais), falhou antes de chegar ao incremento total de carregamento, pois incremento necessário se tornou demasiadamente pequeno, por motivos que podem variar desde o tamanho da malha (foram testadas ainda elementos menores e maiores, sem êxito), a falha na análise também pode ser fruto do surgimento de tensões pontuais nas pontas e dobras dos estribos, devido a condição de uni-dimensionalidade do elemento usado. Na Figura 32 e Figura 33 tem-se a tensão normal para a viga com e sem armadura construtiva (Viga 1 e Viga 2, respectivamente).

Figura 32- Tensão normal Viga 1 para carregamento total



Fonte: Autor desta monografia

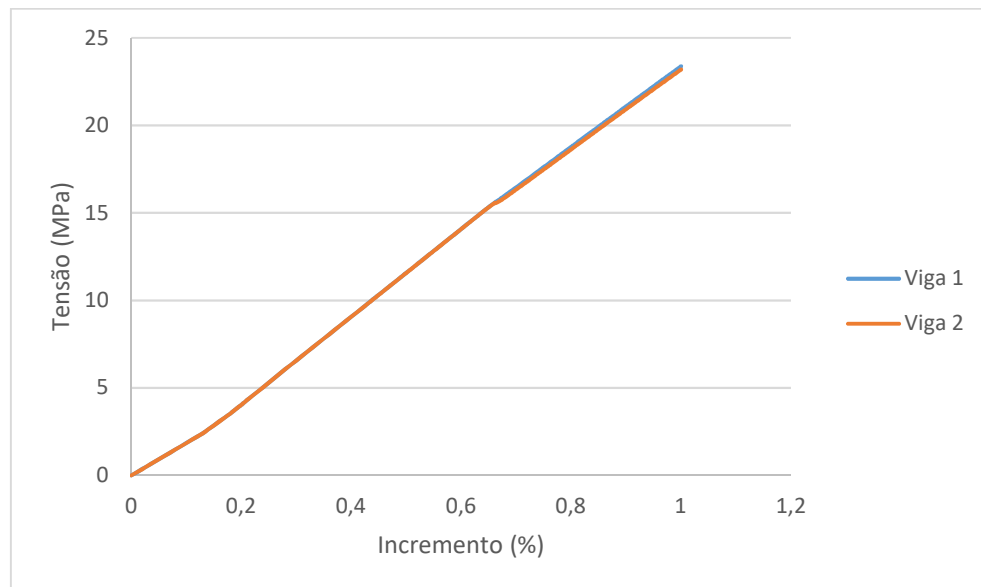
Figura 33- Tensão normal na Viga 2 para carregamento total



Fonte: Autor desta monografia

Em ambos os casos, o concreto mais comprimido encontra-se à uma solicitação de pouco mais de 23 MPa, o que é uma tensão relativamente inferior à tensão de máximo encurtamento, porém, esse valor é explicado pelos coeficientes de ponderação da norma para as tensões resistentes dos materiais. Pegando-se um ponto central no topo da seção, onde o concreto encontra-se em máxima compressão, pode-se comparar a evolução da solicitação ao variar o incremento (Gráfico 4), para a viga com armadura construtiva (Viga 1) e a sem armadura construtiva (Viga 2), não percebe-se grandes diferenças na solicitação do concreto comprimido. Na parte central da viga nota-se o aparecimento de fissuras, indicando que o concreto está em sua máxima tensão de tração.

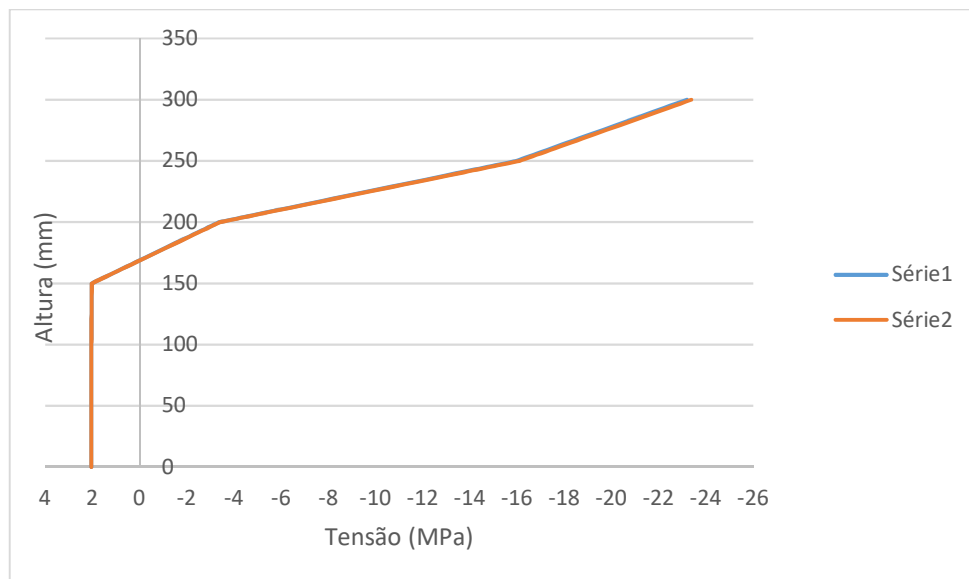
Gráfico 4- Compressão ao longo do carregamento



Fonte: Autor desta monografia

É possível também analisar-se o comportamento da linha neutra em ambos os casos, para isso, traça-se com a ajuda do próprio Abaqus, a variação da tensão ao longo da altura (Gráfico 5), fica evidente que qualquer variação é mínima para a barra de 4.2 mm que foi utilizada como porta estribo.

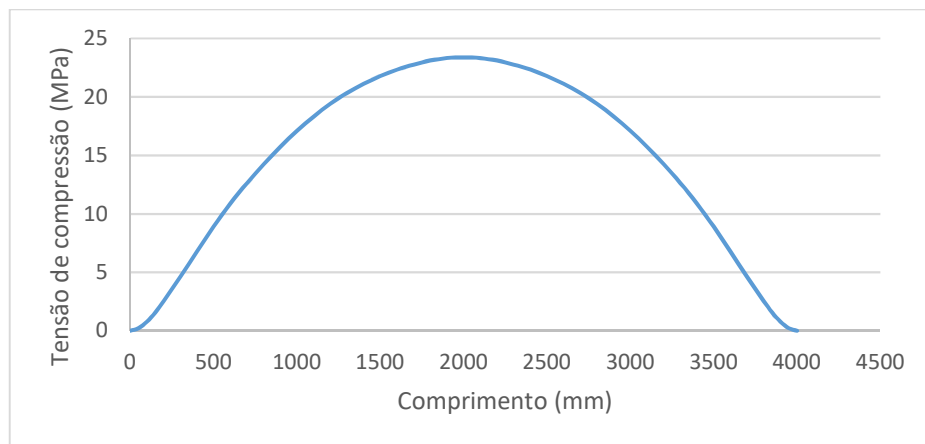
Gráfico 5- Variação da tensão ao longo da altura



Fonte: Autor desta monografia

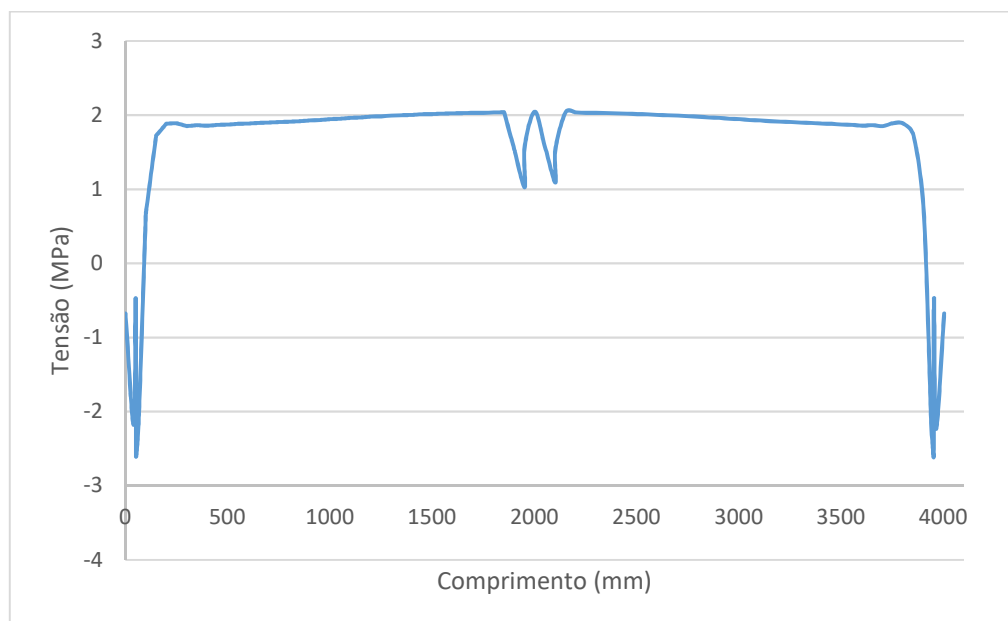
Para um valor de $x/d = 0,45$, como especificado na norma, tem-se um valor de $x=11,9$ cm como profundidade para a linha neutra, interpolando-se os valores de x para o Gráfico 5, tem-se um valor de x igual a 13,12 e 13,36 cm, logo x/d resulta em 0,495 e 0,496. Esses valores estão sutilmente acima do limite especificado de 0,45, porém, a ausência de estribos no modelo pode explicar essa diferença. E como a tensão verificada ainda se encontra longe do seu valor de ruptura, essa diferença não representa grande problema para a ruína da estrutura, entretanto, nesta configuração a viga estará trabalhando fora do limite de ductilidade estabelecido pela norma.

Outro dado interessante que se pode observar foi a variação parabólica (Gráfico 6) da tensão de compressão ao longo do comprimento da viga, em sua face superior, nota-se ainda que não há nenhum sinal de descontinuidade, comprovando que não houve esmagamento do concreto.

Gráfico 6- Variação da tensão ao longo do topo da viga

Fonte: Autor desta monografia

No Gráfico 7 tem-se a variação da tensão na base da viga ao longo do seu comprimento. Em grande parte do comprimento a tensão se mantém próximo ao limite do concreto, com exceção dos pontos próximos aos apoios, e também no ponto central da viga, onde há uma descontinuidade devido a fratura existente.

Gráfico 7- Variação da tensão ao longo da base da viga

Fonte: Autor desta monografia

4 CONCLUSÕES

A partir dos resultados da simulação do ensaio *Pull Out*, pode-se observar o comportamento das tensões solicitantes no concreto, de forma que foi possível relacionar com o que é descrito na bibliografia. É perceptível, porém, e que a distribuição de tensões ao longo da superfície de contato entre o aço e o concreto não se deu de forma uniforme, variando conforme distancia-se da superfície de aplicação do carregamento. Isto se deve ao fato de que as regiões mais distantes da superfície, só passam a serem solicitadas a partir do momento que há deslocamento da barra de aço em relação ao concreto. E este deslocamento aumenta conforme varia-se as tensões.

A distribuição das tensões ao longo modelo pode ser observada em múltiplos planos , como o da Figura 24, a partir destes gráficos de tensões é possível detectar pontos de elevadas tensões ou deslocamentos. A partir destas observações, se possibilita que sejam dadas soluções, individuais ou gerais, para contornar as condições críticas de solicitação.

Os resultados da simulação da viga evidenciaram que tomando como princípio as hipóteses básicas de cálculo da norma NBR 6118, chega-se a valores muito próximos aos esperados por norma para a ductilidade, e que as tensões solicitantes no concreto são reduzidas de forma significativa, devido aos coeficientes de ponderação da norma.

Para trabalhos futuros, sugere-se que os modelos utilizados para a representar os materiais sejam ajustados e calibrados a partir de dados experimentais, a fim de obter-se resultados mais próximos da realidade.

Sugere-se ainda que seja feito um maior refinamento dos parâmetros necessários para uma boa convergência na análise, como o tipo de elemento, tamanho da malha, não linearidade dos incrementos, e um modelo de fissuração mais preciso.

REFERÊNCIAS

ABAQUS Version 6.11, User's Manual. RI: Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc, 2012.

ALVES, L. M., **Métodos dos Elementos Finitos**, Curitiba, 2007, Apostila organizada como resultado do estudo das aulas para obtenção de créditos da Disciplina de Método dos Elementos Finitos do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Paraná.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR. 8522: Concreto–Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto: Procedimentos, Rio de Janeiro, 2014.

BANGASH, M. Y. H. **Concrete and concrete structures: Numerical modelling and applications**. 1989.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Flexão Normal Simples-Vigas**. Bauru: Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, 2015.

CARVALHO, Roberto Chust; DE FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118: 2014**. 4.^a Ed. EdUFSCar, 2015.

COSTA, Marcelo Sidney Mendes; BILESKY, Luciano Rossi. **MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO A ENGENHARIA CIVIL**.

DAL BOSCO, Victor Ivan et al. **Comparativo experimental entre os métodos de ensaios pull-out e push-out para determinação da tensão de aderência aço-concreto**. In: 54^o Congresso Brasileiro do Concreto. 2012.

FERRARI, Vladimir José. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com manta de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) aderido a substrato de transição constituído por compósito cimentício de alto desempenho**. 2007. Tese (Doutorado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Grupo Gen-LTC, 2000.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. Pini, 1995.

HOGNESTAD, Eivind. **Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members**. University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering. Engineering Experiment Station., 1951.

JUNQUEIRA, Renan Gustavo. **Estudo do comportamento de viga de concreto armado convencional e de viga reforçada com manta de PRFC usando-se o MEF**. Maringá, 2014.

KAEFER, Luís Fernando. **A evolução do concreto armado**. São Paulo-Brasil, 1998.

LEONHARDT, Fritz; MONNIG, E. **Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização**. 1982.

LYRA, Pedro Henrique Cerento de. **Modelagem numérica de estruturas de concreto armado utilizando o programa ATENA**. 2011. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

MADUREIRA, Edmilson Lira. **Simulação numérica do comportamento mecânico de elementos de concreto armado afetados pela reação álcali-agregado**. 2007.

MADUREIRA, Edmilson Lira; ÁVILA, José Inácio Souza Leão. **Numerical simulation of the mechanical performance of deep beam**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 5, n. 6, p. 737-756, 2012.

MALM, R. **Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses**. 1. ed. Estocolmo: Royal Institute of Technology (KTH), 2006. ISSN 1103-4270, ISRN KTH/ BKN/ B 88 SE.

MC90, CEBFIP. Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP Model Code 1990. **Bulletin D'Information**, n. 215, 1993.

NEVILLE, Adam M. **Tecnologia do concreto**. Bookman Editora, 2013.

OLIVEIRA FILHO, Josafá. **Estudo teórico-experimental da influência das cargas cíclicas na rigidez de vigas de concreto armado**. 2005. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, Maria das Graças Duarte; OLIVEIRA, Janes Cleiton AO. Utilização de Métodos Numéricos no Dimensionamento de Estruturas de Edifícios em Concreto Armado. 2015. **Artigo científico publicado no portal ResearchGate. Disponível em:** < <http://www.researchgate.net/publication/228356430>>. Acesso em 01/2017, v. 11.

PEREIRA, Tobias Azevedo da Costa. **Concreto auto-adensável, de alta resistência, com baixo consumo de cimento Portland e com adições de fibras de lã de rocha ou poliamida**. 2010. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

PEREIRA, Hélder Filipe Sousa Gomes. **Modelação numérica do comportamento de aderência em estruturas de betão armado**. 2014.

REBMANN, Markus Samuel. **Durabilidade de concretos estruturais com baixo consumo de cimento Portland e alta resistência**. 2011. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

RIBEIRO, J. C. L., **Simulação via método de elementos finitos da distribuição tridimensional de temperatura em estrutura em situação de incêndio**, Belo Horizonte, 2004.

SZCZECINA, Michał; WINNICKI, Andrzej. **Calibration of the CDP model parameters in Abaqus**. 2015.