

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE

CAMPUS ESTÂNCIA

DIRETORIA DE ENSINO

COORDENADORIA DE ENGENHARIA CIVIL

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

JÉSSICA SOARES DOS SANTOS PAES

**VERIFICAÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA COM USO DOS ELEMENTOS FINITOS
DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE PONTES
FERROVIÁRIAS**

MONOGRAFIA

ESTÂNCIA

2019

JÉSSICA SOARES DOS SANTOS PAES

**VERIFICAÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA COM USO DOS ELEMENTOS FINITOS
DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE PONTES
FERROVIÁRIAS**

Monografia apresentada como requisito parcial
à obtenção do título de Bacharel, da
Coordenação do Curso de Engenharia Civil, do
Instituto Federal de Sergipe – Campus Estância.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Alexandre
Noronha de Brito

ESTÂNCIA

2019

Paes, Jéssica Soares dos Santos.
P126v Verificação analítica e numérica com uso dos elementos finitos dos efeitos de segunda ordem em pilares de pontes ferroviárias. / Jéssica Soares dos Santos Paes. – Estância, 2019.
80f.; il.

Monografia (Graduação) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS. Coordenação do Curso de Engenharia Civil.
Orientador: Prof. Dr. Marcus Alexandre Noronha de Brito.

1. Pontes. 2. Efeitos de segunda ordem. 3. Método dos elementos finitos. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe - IFS. II. Brito, Marcus Alexandre Noronha de. III. Título.

CDU: 624:625.111

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
SERGIPE**

CAMPUS ESTÂNCIA

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

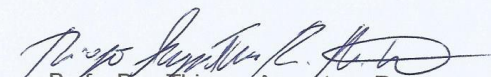
TERMO DE APROVAÇÃO

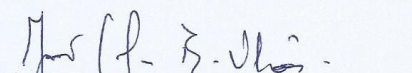
Título da Monografia N° 006

**VERIFICAÇÃO ANÁLITICA E NUMÉRICA COM USO DOS ELEMENTOS
FINITOS DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE PONTES
FERROVIÁRIAS**

JÉSSICA SOARES DOS SANTOS PAES

Esta monografia foi apresentada às 14 horas do dia 14 de junho de 2019 como requisito parcial para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.


Prof. Dr. Thiago Augustus Remacre
Munareto Lima – IFS/ Campus Estância


Prof. Dr. João Carlos Barleta Uchôa –
IFB/ Campus Samambaia


Prof. Dr. Marcus Alexandre Noronha de
Brito – IFS/ Campus Estância

Orientador


Prof. Dr. Carlos Mariano Melo Júnior -
IFS/ Campus Estância

Coordenador(a) da COEC

Carlos Mariano Melo Júnior
Coord. do Curso de Eng. Civil
SIAPE: 1493096
IFS - Campus Estância

AGRADECIMENTOS

À Deus, autor e consumidor da minha fé, pois foi Ele que nunca me deixou só mesmo nos momentos mais difíceis, Ele sempre me deu forças para continuar, meu pai, meu amigo e meu Senhor.

Aos meus familiares, pela compreensão nos inúmeros momentos de ausência. Agradeço aos meus pais, Antônio e Josefa, como sou grata à Deus pela vida de vocês, pelo companheirismo e por sempre terem me apoiado nessa longa jornada. Aos meus irmãos, Fábio, Antônio Júnior, Luiz Carlos, Adilson, Ana Paula, Ana Cláudia e Patrícia por sempre acreditarem em mim.

Ao meu esposo, Dirceu, que torna os meus dias mais felizes, pela compreensão, orações, pelo apoio em todos os momentos, obrigada por fazer parte da minha vida.

Ao meu amigo, Tiago, que sempre esteve comigo em todos os momentos mesmo distante, sempre acreditou em mim, mesmo quando eu não acreditava, obrigada pelos longos anos de amizade.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Marcus Alexandre por ter aceitado ao meu convite, pela paciência e sabedoria com que me guiou nessa jornada, e com prontidão sempre solucionar as minhas dúvidas.

Aos membros da banca por aceitarem meu convite, e dispor do seu tempo para avaliar e validar esta pesquisa.

Aos professores do curso de Engenharia civil, aos quais tenho muito apreço, por lecionar tão bem, passar seus conhecimentos e pelas experiências de vida.

Aos meus colegas de curso, em especial à Anny Salonny e Nilton Soares, companheiros de todas as horas, onde dividi momentos muito felizes, desejo sucesso a vocês.

Enfim, a todos que de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho.

RESUMO

PAES, J.S.S. **Verificação analítica e numérica com uso dos elementos finitos dos efeitos de segunda ordem em pilares de pontes ferroviárias.** 80f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Estância. 2019.

Desde os tempos remotos têm-se a necessidade de transportar bens e pessoas, e as pontes possuem essa função de ligar territórios e desde então seu uso tornou-se indispensável. Isso levou a dependência do uso das pontes para vencer vãos que com a tecnologia dos materiais, empregadas na fabricação do concreto e do aço, maior acesso a aditivos e exigências mínimas de resistência das NBR's, além da profundidade dos vales onde estão sobrepostas é necessário pilares com elevada altura, e essa altura acentuada faz com que os pilares tenham elevada esbeltez. Quando um elemento estrutural é muito esbelto as ações a este aplicadas tornam-se mais consideráveis. Por isso é necessário fazer análise de estabilidade, verificando efeitos de segunda ordem, que é análise feita com a estrutura deformada. A proposta da pesquisa é fazer análise de efeitos de segunda ordem apresentando um estudo de caso em pilares de duas pontes ferroviárias, usando o método analítico, pelo processo P-Delta, e a modelagem usando um software de análise em elementos finitos, o Sap2000 v.14, e fazer uma comparação dos dois métodos, além da análise com uso do coeficiente γ_z e comparação do pilar com seção vazada e maciça. Usar pilares com seção vazada além de diminuir o peso próprio, reduz o acréscimo de momento de segunda ordem, onde num dos casos com a seção maciça houve um aumento de 54% em relação a seção vazada e a modelagem apresentou maiores deformações e momentos de segunda ordem valores que o processo P-Delta.

Palavras-chave: Pontes. Efeitos de segunda ordem. Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

PAES, J.S.S. **Verificação analítica e numérica com uso dos elementos finitos dos efeitos de segunda ordem em pilares de pontes ferroviárias.** 80f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus Estância. 2019.

Since ancient times there has been a need to transport goods and people, and the bridges have this function of connecting territories and since then their use has become indispensable. This led to the dependence of the use of bridges to overcome spans that with the technology of materials, used in the manufacture of concrete and steel, greater access to additives and minimum requirements of resistance of NBRs, besides the depth of the valleys where they are overlapped pillars with high height, and this accentuated height makes the pillars have high slenderness. When a structural element is very slender the actions applied to it become more considerable. Therefore it is necessary to make stability analysis, verifying second order effects, which is analysis done with the deformed structure. The purpose of the research is to perform second-order effects analysis by presenting a case study on the pillars of two railway bridges, using the analytical method, by the P-Delta process, and modeling using finite element analysis software, Sap2000 v .14, and to make a comparison of the two methods, in addition to the analysis using the coefficient γ_z and comparison of the abutment with a massive and cast section. Using columns with a cast section in addition to reducing their own weight reduces the increase of second order moment, where in one of the cases with the massive section there was an increase of 54% in relation to the cast section and the modeling presented bigger deformations and moments of second order values than the P-Delta process.

Keywords: Bridge. Second order effects. Finite element method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estrutura de nós fixos.....	22
Figura 2: Estrutura de nós móveis.....	22
Figura 3: Diagrama tensão x deformação (a) linear (b) não linear	24
Figura 4: Deslocamento da barra horizontal devido a carga P	26
Figura 5: Barra vertical sujeita à forças horizontal e vertical	26
Figura 6: Reações da barra vertical deformada	27
Figura 7: iterações do processo P-delta.....	29
Figura 8 : Pilar submetido a ações vertical e horizontais	30
Figura 9: Momentos fletores.....	33
Figura 10: Domínio de integração de elementos finitos	34
Figura 11: Consolo curto: malha de elementos finitos e ações aplicadas	35
Figura 12: Campo de deslocamentos verticais.....	36
Figura 13: Elemento finito unidimensional com dois nós.....	37
Figura 14: Elemento finito plano com quatro nós	38
Figura 15: Gráficos das funções $Nix1, x2$ para um elemento com dimensões 2x2 ...	40
Figura 16: Elemento finito sólido com oito nós	41
Figura 17: Sistema de coordenadas locais	41
Figura 18: Gráfico do coeficiente de impacto x comprimento teórico	43
Figura 19: Coeficiente de arrasto, para vento de baixa turbulência	45
Figura 20: Fluxograma	48
Figura 21: Corte do pilar P14 e seção transversal	51
Figura 22: Isopletas da velocidade básica em m/s.....	52
Figura 23: Seção transversal da viga	53
Figura 24: Pilar P14 submetido a cargas axiais	53
Figura 25: Corte do pilar P11 e seção transversal	58
Figura 26: Pilar P11 submetido a cargas axiais	59
Figura 27: Janela “material”	63
Figura 28: Janela “frame sections”	64
Figura 29: Janela ‘load case’	64
Figura 30: Deformação no eixo x pilar de 15m.....	70
Figura 31: Deformação no eixo y pilar de 15m.....	71
Figura 32: Deformação no eixo x pilar de 42,5 m.....	71

Figura 33: Deformação no eixo y pilar de 42,5 m.....	72
--	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Características das funções $N1(x1, x2)$	39
Tabela 2: Valores de k em função do ângulo de incidência	46
Tabela 3: Informações sobre as pontes	50
Tabela 4: Iterações P-Delta no pilar de 15m, eixo x com seção vazada	54
Tabela 5: Iterações P-Delta no pilar 15m eixo y com seção vazada	55
Tabela 6: Iterações P-Delta no pilar de 15m, no eixo x seção maciça	56
Tabela 7: Iteração P-Delta no pilar de 15m, no eixo y seção maciça.....	56
Tabela 8: Iterações P-Delta no pilar de 42,5m, eixo x com seção vazada	60
Tabela 9: Iterações P-Delta no pilar 42,5m eixo y com seção vazada	60
Tabela 10: Iterações P-Delta no pilar de 42,5m, no eixo x seção maciça	61
Tabela 11: Iteração P-Delta no pilar de 42,5m, no eixo y seção maciça.....	62
Tabela 12: Análise feita com o software SAP2000.....	66
Tabela 13: Resultados utilizando o Coeficiente Gama-z.....	70

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Comportamento do processo P-Delta pilar de 15m no eixo x.....	67
Gráfico 2: Comportamento do processo P-Delta pilar de 15m no eixo y.....	68
Gráfico 3: Comportamento do processo P-Delta pilar de 42,5m no eixo x.....	68
Gráfico 4: Comportamento do processo P-Delta pilar de 42,5m no eixo y.....	69

LISTA DE ABREVIATURAS

MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
NLC	Não linearidade de contato
NLF	Não linearidade física
NLG	Não linearidade geométrica

LISTA DE SÍMBOLOS

σ	Tensão
ε	Deformação
σ_1	Tensão no ponto 1
σ_2	Tensão no ponto 2
σ_3	Tensão no ponto 3
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_{c_1}	Módulo de deformação do concreto relativo à σ_1
E_{c_2}	Módulo de deformação do concreto relativo à σ_2
E_{c_3}	Módulo de deformação do concreto relativo à σ_3
I_c	Momento de inércia da seção bruta do concreto
El_{sec}	Módulo de rigidez secante
El	Módulo de rigidez do concreto
F_H	Força horizontal
F_V	Força vertical
l_e	Comprimento efetivo
$A_{s'}$	Área de armadura de compressão
A_s	Área de armadura de tração
M_1	Momento de primeira ordem
M_2	Momento de segunda ordem
u_1	Deslocamento causado pela força horizontal
Δ_m	Acréscimo de momento devido o deslocamento causado pela força vertical
γ_z	Coeficiente de majoração dos esforços globais de 1ª ordem devidos aos carregamentos horizontais para obtenção dos esforços finais de 2ª ordem
$M_{1,tot,d}$	Momento de tombamento
$\Delta M_{tot,d}$	Soma dos produtos de todas as forças verticais
P_d	Ação vertical de projeto na extremidade do pilar
H_X	Força vertical na direção X
H_Y	Força vertical na direção Y

l	Comprimento do pilar
E_{ct}	Módulo de elasticidade
f_{ck}	Resistência característica do concreto
M_{1X}	Momento de primeira ordem em torno do eixo X
M_{2X}	Momento de segunda ordem em torno do eixo X
γ_c	Coeficiente de ponderação da resistência do concreto
I_X	Inércia na direção do eixo X
δ	Deslocamento devido à ação horizontal
e_r	Erro relativo
M_{1Y}	Momento de primeira ordem em torno do eixo Y
M_{2Y}	Momento de segunda ordem em torno do eixo Y
I_Y	Inércia na direção do eixo Y
M_R	Momento resultante
x	Coordenada cartesiana
n	Número de nós do elemento finito
L	Comprimento da barra
u	Campo dos deslocamentos
a	Deslocamento nodal
N	Função interpoladora
h	Espessura do elemento finito laminar
m	Número de direções consideradas
p_t	Pressão do empuxo de terra;
γ_n	Peso específico do solo;
h_0	Altura equivalente de solo;
φ_s	Ângulo de atrito interno
φ	Coeficiente de impacto
l_0	Comprimento teórico do elemento carregado
C	Fração da carga móvel
R	Raio da curva
V_k	Velocidade característica do vento
V_0	Velocidade básica do vento
S_1	Fator topográfico

S_2	Fator combinado da rugosidade, dimensões da construção e altura do terreno
S_3	Fator estatístico
q	Pressão dinâmica do vento
F_a	Força de arrasto
C_a	Coeficiente de arrasto
A_e	Área efetiva
p	Pressão estática
v_a	Velocidade da água
k	Coeficiente dimensional
f_{yk}	Resistência característica do aço passivo
f_{ptk}	Resistência característica do aço ativo
F_{maj}	Força horizontal majorada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
2	OBJETIVOS	19
2.1	OBJETIVOS GERAIS	19
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
2.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	19
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
3.1	EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM	21
3.2	NÃO LINEARIDADE	23
3.2.1	Não Linearidade Física.....	23
3.2.2	Não Linearidade Geométrica.....	25
3.3	COEFICIENTE Γ_Z	27
3.4	PROCESSO P-DELTA	28
3.5	MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	33
3.5.1	Elementos Finitos Unidimensionais.....	37
3.5.2	Elementos Finitos Bidimensionais.....	38
3.5.3	Elementos Finitos Tridimensionais.....	40
3.6	AÇÕES NA ESTRUTURA	42
3.6.1	Ações Permanentes	42
3.6.2	Ações Variáveis.....	43
3.6.3	Ações Excepcionais	46
4	METODOLOGIA.....	48
4.1	ESTUDO DE CASO.....	49
4.1.1	Ponte sob o Rio Jacaré – Rio Preguiça.....	50
4.1.1.1	Cargas atuando no pilar	51
4.1.1.2	Verificação dos efeitos de segunda Ordem Pelo Processo P-Delta.....	53
4.1.1.2.1	Cálculo em torno do eixo X.....	54
4.1.1.2.2	Cálculo em torno do eixo Y.....	55
4.1.1.2.3	Pilar com seção maciça.....	55
4.1.1.3	Coeficiente γ_z	57
4.1.1.3.1	Momento de segunda ordem em torno do eixo X.....	57
4.1.1.3.2	Momento de segunda ordem em torno do eixo Y.....	58
4.1.2	Ponte sob o Riacho Jacaré – Rio Preguiça.....	58
4.1.2.1	Levantamento das cargas	59

4.1.2.2	Verificação dos efeitos de segunda ordem pelo processo p-delta simplificado	59
4.1.2.3	Cálculo em torno do eixo X.....	60
4.1.2.4	Cálculo em torno do eixo Y.....	60
4.1.2.5	Pilar com seção maciça.....	61
4.1.2.5.1	Cálculo em torno do eixo X.....	61
4.1.2.5.2	Cálculo em torno do eixo Y.....	61
4.1.2.6	Coeficiente γ_z	62
4.1.3	Modelagem Sap2000	62
4.1.3.1	Pilar 15 metros	65
4.1.3.2	Pilar de 42,5 metros	65
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	67
5.1	PROCESSO P-DELTA	67
5.1.1	Pilar 15 Metros	67
5.1.2	Pilar 42,5 Metros	68
5.2	COEFICIENTE GAMA-Z.....	69
5.3	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS.....	70
5.3.1	Deformações Sofridas Pelo Pilar de 15 Metros.....	70
5.3.2	Deformações Sofridas Pelo Pilar de 42,5 Metros.....	71
6	CONCLUSÕES.....	73
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	73
	REFERÊNCIAS	74
	APÊNDICE A – PROCESSO P- DELTA	77
	ANEXO A – CORTE DA PONTE 16	78
	ANEXO B – PLANTA DE SITUAÇÃO DA PONTE 16.....	79
	ANEXO C – PONTE SOBRE A BARRAGEM DE PEDRA	80

1 INTRODUÇÃO

As pontes, por sua função de ligar territórios e comunidades, são uma das obras de infraestrutura mais importantes na sociedade. Desde os tempos mais longínquo têm-se a necessidade de facilitar o transporte de pessoas e bens (SILVA, 2008).

Essa necessidade de comunicação e ligação entre comunidades levou a uma dependência cada vez maior do uso das pontes para vencer vãos, que devido as tecnologias de construção aplicadas, dimensão dos vãos a vencer, e dos vales que esta está sobrepostas, conduzem a necessidade frequente de construir pilares cada vez mais altos (PINHEIRO, 2010).

Há algumas décadas, os materiais de uso recorrente eram o aço doce (CA-15) e o concreto C-15, sendo assim as seções transversais geravam pilares extremamente robustos, como consequência o problema de instabilidade quase não existia, já que os deslocamentos laterais não eram significativos. Com a evolução dos materiais, os aços de alta resistência, concreto de alto desempenho (CAD) tornaram-se usuais, e uma consequência disso é que as estruturas se tornaram mais leves, ou seja, para uma mesma solicitação tem-se menores seções transversais, aumentando assim a esbeltez desses elementos (BORGES, 1999).

Para suprir toda essa demanda, essas construções de elevada esbeltez vem despertando o interesse de profissionais da área para os possíveis problemas de instabilidade causados por ações tanto verticais quanto horizontais (CARMO, 1995).

Outro motivo para essa acentuada esbeltez é o avanço da tecnologia na área de engenharia, em materiais e ferramentas computacionais mais sofisticadas. Em estruturas com esbeltez elevada as ações a estas solicitadas, como vento por exemplo, provoca grandes efeitos, gerando esforços adicionais quando aplicados paralelamente com as demais ações atuantes na estrutura (SILVA & SILVA, 2017).

Para a segurança da estrutura, dos usuários é necessário indispensavelmente verificar a instabilidade devido as ações que são aplicadas a esses elementos (OLIVEIRA, 1998).

Embora fale-se muito, em análise de efeitos de segunda ordem em estruturas, ela não se restringe apenas à edifícios e estruturas em concreto armado, podem ser

feitas essas verificações em pilares de obras de infraestrutura, torres de transmissão de energia elétrica, em obras com estrutura metálica, torres de aproveitamento eólico.

A análise de efeitos de segunda ordem global das estruturas é indispensável muito mais nos dias de hoje do que antes, pois devido a limitação da tecnologia do concreto em épocas passadas, a facilidade de se ter acesso a aditivos, que proporcionam o ganho de resistências e até mesmo a exigência de resistência mínima para alguns materiais por algumas atualizações de NBR's, pois todo esses fatores permite a construir obras cada vez mais altas aumentando assim a esbeltez. E quando mais esbelta a estrutura, maior será a necessidade de análise de efeitos de segunda ordem (MONCAYO, 2011). A análise da estabilidade global na concepção estrutural é um dos mais importantes fatores para a garantia da segurança da estrutura (SILVA & SILVA, 2017).

Visto isso a não verificação dos efeitos de segunda ordem pode subdimensionar a estrutura, podendo causar problemas posteriores, como mau funcionamento da mesma ou até a ruína, causando grandes prejuízos. A verificação de estabilidade também visa garantir a segurança da estrutura perante o estado limite último (CARMO, 1995).

Além dos fatores citados no texto, a rampa ferroviária tem uma elevação menor se comparado com a rampa rodoviária, e quando é necessário transpor um obstáculo como um vale acaba tendo pontes muito altas. A carga ferroviária é elevada, e a força centrífuga gerada em curso é alta, nos trechos curvos, mesmo com baixa velocidade e tendo raios de 260 a 380m em média. A NBR referente a pontes ferroviárias não teve atualizações nos últimos anos. Todas essas questões fazem com que se deva ter uma atenção especial a pontes ferroviárias em relação a esbeltez, verificando os efeitos de segunda ordem.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

O presente trabalho tem por objetivo a análise de efeitos de segunda ordem e estabilidade global em dois pilares com comprimentos diferentes de duas pontes ferroviárias em concreto armado na etapa de construção apresentando um estudo de caso.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Verificar os efeitos de segunda ordem através do método p-delta simplificado, e também pela modelagem numérica realizando uma comparação entre os resultados dos dois métodos.

Fazer uma análise comparando as solicitações, quando são verificados efeitos de segunda ordem e quando é utilizado apenas os efeitos de primeira ordem.

Mostrar que ao fazer as verificações de efeitos de segunda ordem, as solicitações aumentam, culminando em utilização de uma maior quantidade de aço.

Verificar os efeitos de segunda ordem utilizando o método analítico coeficiente gama-z.

Avaliar o tipo de seção transversal em função da variação numérica do P-Delta dos pilares P14 e P11.

2.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O quarto capítulo traz a revisão bibliográfica onde são tratados temas pertinentes ao embasamento desse trabalho como efeitos de segunda ordem, qual a definição, quando é necessário ser usados, os métodos usados para determiná-lo, e os riscos de não se aplicar efeitos de segunda ordem como também a não linearidade que alguns materiais possuem, no caso do concreto a não-linearidade física e não-linearidade geométrica, trata da definição de método dos elementos finitos, e onde é aplicado em estruturas e as ações que agem na estrutura.

O quinto capítulo corresponde a metodologia onde será mostrado como pretende-se chegar aos objetivos.

O sexto capítulo traz o estudo de caso onde será aplicado os conceitos discutidos anteriormente, mostrando o porquê aplicar no elemento escolhido, e

desenvolver a verificação de efeitos de segunda ordem, tanto a analítica quanto a modelagem numérica.

O capítulo sétimo traz a análise de resultados, onde haverá uma comparação entre os resultados da verificação analítica com os resultados da modelagem numérica da computacional com o que se obtém de dados da estrutura real, e fazer a comparação quando são considerados os efeitos de segunda ordem e quando não.

O oitavo capítulo traz as conclusões a respeito desse trabalho, falando se os objetivos iniciais foram atingidos e o que se pode concluir da análise dos resultados.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

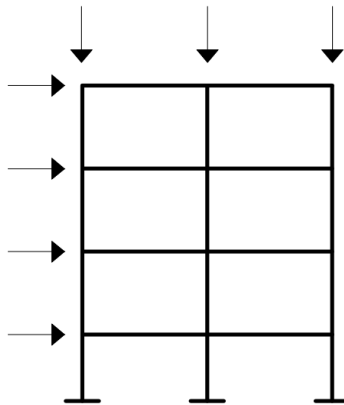
Ao falar sobre efeito de segunda ordem, se faz necessário falar sobre a análise em primeira ordem. Análise de primeira ordem é aquela onde é feita com a estrutura na posição indeformada, ou seja, na sua posição geométrica inicial. Só que esse tipo de avaliação não leva em consideração os esforços adicionais que aparecem devido os deslocamentos horizontais dos nós na estrutura e o carregamento vertical pré-existente. Sendo assim é necessário analisar a estrutura na sua posição deformada, ou seja, analisar os efeitos de segunda ordem (LIMA, 2001).

Efeitos de segunda ordem são o acréscimo de esforços devido as ações horizontais e verticais, que causa deslocamentos na estrutura, que quando combinados com o carregamento original, pode inviabilizar o uso da estrutura devido a sua instabilidade (CARMO,1995).

Existem dois tipos de esforços de segunda ordem: os globais e os locais. Os esforços globais são aqueles introduzidos pelo deslocamento dos nós da estrutura, e os locais, aqueles decorrentes da modificação nos eixos das barras, principalmente dos pilares, que deixam de ser retilíneos devido aos deslocamentos diferenciados de seus pontos extremos (LIMA, 2001).

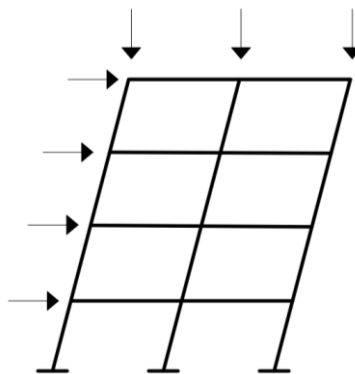
Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 15.4.2, para efeitos de cálculos as estruturas podem ser consideradas de nós fixos ou nós móveis.

A NBR 6118 (ABNT,2014) diz que as estruturas são consideradas de nós fixos: quando os deslocamentos horizontais são pequenos por decorrência dos efeitos globais de segunda ordem, ou seja, inferior a 10% dos esforços de primeira ordem, e nessas estruturas basta considerar apenas os efeitos locais de segunda ordem. A figura 1 mostra uma estrutura de nós fixos:

Figura 1: Estrutura de nós fixos

Fonte: Gonçalves (2017, p.7)

Na NBR 6118 (ABNT, 2014) tem-se que estruturas são consideradas de nós móveis: quando os deslocamentos horizontais não são pequenos e, como consequência os efeitos de segunda ordem são importantes, ou seja, superior a 10% dos esforços de primeira ordem, e nessas estruturas devem ser considerados tanto os esforços locais quanto os esforços globais de segunda ordem. A figura 2 exemplifica uma estrutura de nós móveis:

Figura 2: Estrutura de nós móveis

Fonte: Gonçalves (2017, p.8)

Ao não considerar esse acréscimo de solicitações o calculista subdimensiona a estrutura, podendo causar problemas estruturais posteriores, como o mal funcionamento da estrutura ou até a ruína, causando grandes prejuízos. A verificação de estabilidade também visa garantir a segurança da estrutura perante o estado limite último (CARMO,1995).

Os métodos mais usados para resolução dos efeitos de segunda ordem é o coeficiente γ_z e o processo p-delta. O parâmetro α , não mensura os efeitos de segunda ordem ele é usado para avaliar a estabilidade global de estruturas de concreto, sendo assim não será abordado neste trabalho.

3.2 NÃO LINEARIDADE

Um material dito não linear, quando a relação entre tensões e deformações não pode ser definida por uma constante, ou seja, apresenta uma relação não linear. O concreto armado é um exemplo de material com comportamento não-linear, mas para simplificação dos cálculos é comum considera-lo um material linear, sendo assim foram criados alguns métodos que juntos com a análise linear deixa a situação mais próxima da realidade, pois a análise não-linear exige esforços computacionais elevados (FONTES, 2005).

Na engenharia de estruturas existem três classes de análise de não linearidades que podem gerar um comportamento não linear na estrutura à medida que as solicitações são aplicadas: não linearidade física (NLF), não linearidade geométrica (NLG) e a não linearidade de contato (NLC). As mais consideradas em projetos são a NLF e a NLG (MONCAYO, 2011).

Segundo Pinto (1997), um dos motivos pelo qual é necessário verificar efeitos de segunda ordem em estruturas de concreto armado é devido ao comportamento não-linear em relação à sua constituição, denominado de não linearidade física, e também apresentar comportamento não linear em relação à sua geometria, denominado não linearidade geométrica.

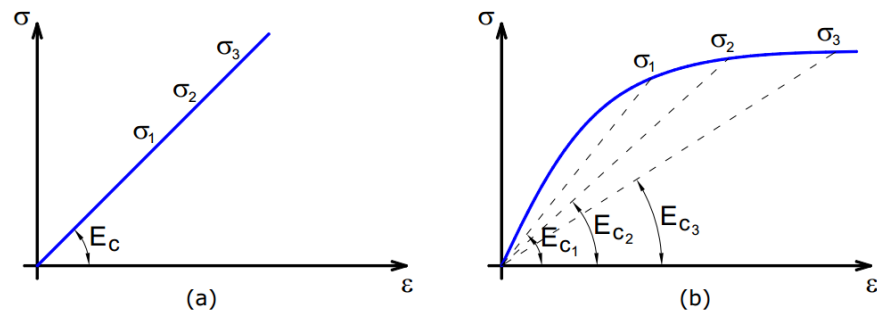
3.2.1 Não Linearidade Física

A não linearidade física está relacionada ao comportamento do material da estrutura, que no caso do concreto armado, os efeitos de fissuração, da fluência e escoamento da armadura lhe confere um comportamento não-linear (Pinto, 1997).

As figuras abaixo mostram o diagrama que relaciona tensão e deformação de comportamento linear na Figura 3 (a) e o diagrama com comportamento não linear Figura 3 (b) quando sujeitos à carregamento.

A maior diferença de ser ou não linear está relacionado com o módulo de elasticidade do concreto, pois para qualquer valor de tensão, por exemplo, na Figura 3 (a), σ_1 , σ_2 , σ_3 a resposta do concreto é a mesma, ou seja, o módulo de elasticidade E_c é constante. Já o diagrama de comportamento não linear para as tensões, na Figura 3 (b), a resposta ao concreto é diferente, pois para essas mesmas tensões, σ_1 , σ_2 , σ_3 , obtém-se E_{c1} , E_{c2} , E_{c3} nessa ordem (MONCAYO, 2011).

Figura 3: Diagrama tensão x deformação (a) linear (b) não linear



Fonte: Moncayo (2011, p.24)

O material é dito linear quando obedece a lei de Hooke ou seja, há proporcionalidade entre tensão e deformação Figura 3 (a). No caso da Figura 3(b) não há proporcionalidade devido as propriedades do material, é uma resposta da não linearidade tanto do concreto quanto do aço (BORGES, 1999).

A análise não linear sem a ajuda de um *software* é muito árdua, sendo assim a NBR 6118:2014 permite que se faça a análise linear com alguns ajustes, ou seja, deve ser considera a fluência e fissuração na análise da flecha é citado no item 14.6.4.1, além do uso do módulo de elasticidade secante. Para a análise global pode ser considerado um valor para a rigidez EI constante, usando um coeficiente redutor. Isso irá simular a variação da rigidez e mensurar aproximadamente os efeitos da não linearidade física (MONCAYO, 2011).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) traz no item 15.7.3 alguns coeficientes de redução, usadas em estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Nas Equações 1 a 4 são apresentados os coeficientes para cada elemento estrutural:

$$\text{Lajes} - (EI)_{sec} = 0,3 E_c I_c \quad (1)$$

$$\text{Vigas} - (EI)_{sec} = 0,4 E_c I_c \text{ para } A_{s'} \neq A_s \text{ e} \quad (2)$$

$$(EI)_{sec} = 0,5 E_c I_c \text{ para } A_{s'} = A_s \quad (3)$$

$$\text{Pilares} - (EI)_{sec} = 0,8 E_c I_c \quad (4)$$

Onde: I_c é o momento de inércia da seção bruta do concreto, incluindo mesas colaborantes;

E_c é o valor representativo do módulo de deformação do concreto, em MPa, dado pela Equação 5:

$$E_c = 5600 \cdot \sqrt[2]{f_{ck}} \quad (5)$$

$A_{s'}$ é área armadura de compressão;

A_s é área armadura de tração.

Numa estrutura de contraventamento que possua apenas vigas e pilares é permitido usar apenas um coeficiente nos dois elementos, o $(EI)_{sec}$ mostrado na Equação 6 (LIMA,2001):

$$(EI)_{sec} = 0,7 E_c I_c \quad (6)$$

3.2.2 Não Linearidade Geométrica

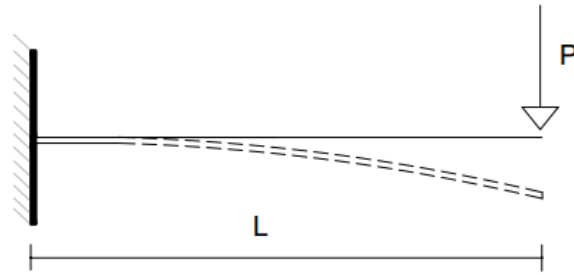
A não linearidade geométrica (NLG) é a análise feita onde se considera a estrutura na sua posição deslocada, ou seja, na sua posição final de equilíbrio (PINTO,1997).

A NLG tem a função de aferir e mensurar os acréscimos de deformações e solicitações que a estrutura sofre no decorrer do carregamento. (MARTINS, 1997 apud LACERDA *et al*, 2014)

Na não linearidade geométrica é necessário reformular as equações de equilíbrio inicial devido à perda de linearidade entre deslocamento e deformação. Existem dois tipos: as de pequenas deformações, que causa grande deslocamento ou rotações, e que ocorre normalmente em arcos, molas, barras de treliças, placas e cascas finas e as de grandes deformações, que é acompanhada normalmente da não linearidade física (LACERDA, 2014).

A Figura 4, mostra uma barra horizontal engastada na base e livre na outra extremidade. Quando esta é submetida a uma carga concentrada (P) na parte livre, ela muda de posição, sendo representada pela linha tracejada. Os efeitos da não linearidade geométrica são analisadas quando é considerado a posição da barra na linha tracejada (LACERDA, 2013).

Figura 4: Deslocamento da barra horizontal devido a carga P

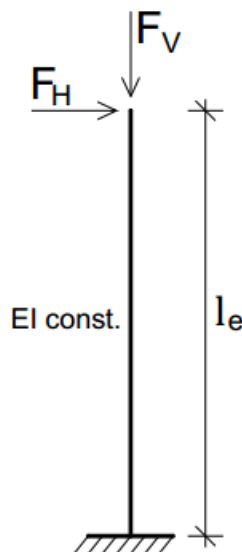


Fonte: Adaptado Lacerda (2013, p.19)

Os efeitos da não linearidade geométrica é analisado na estrutura na sua posição deformada, ou seja, quando nela incide forças horizontais.

Para entender a não linearidade geométrica, observe a Figura 5, onde a barra está submetida à forças horizontais e verticais:

Figura 5: Barra vertical sujeita à forças horizontal e vertical

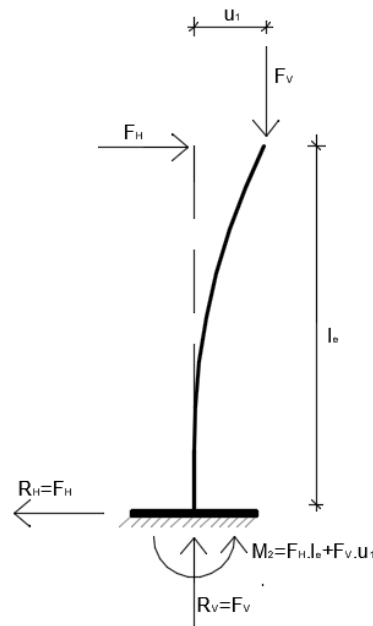


Fonte: Moncayo (2011, p.28)

Onde: F_H é a Força horizontal, F_V é a força vertical, EI é o módulo de rigidez e l_e é o comprimento efetivo.

Moncayo (2011) ressalta que para manter a estrutura indeformada é gerado um M_1 que é o momento de primeira ordem, que o produto da F_H por l_e . Só que a força horizontal causa um deslocamento u , gerando assim um acréscimo de momento na base $\Delta_m = F_V * u_1$, fazendo com que o valor do M_1 aumente gerando um M_2 , que é um momento de segunda ordem, como mostrado na Figura 6:

Figura 6: Reações da barra vertical deformada



Fonte: Adaptado Moncayo (2011, p. 29)

Esse acréscimo de momento é um efeito de segunda ordem onde é considerado a estrutura na posição deformada. Quando os efeitos de segunda ordem são analisados a não linearidade geométrica estará sendo ponderada (MONCAYO, 2011).

3.3 COEFICIENTE γ_z

O coeficiente γ_z é um processo simplificado usado para avaliar a estabilidade global de uma estrutura de concreto armado, e também estima de forma aproximada os efeitos de segunda ordem. Apresentado por Franco e Vasconcelos em 1991 que trouxe o parâmetro como um majorador de esforços de primeira ordem para se obter os efeitos de segunda ordem de forma mais simplificada (CARMO, 1995).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 15.5.3 ressalta que o “coeficiente γ_z é válido apenas para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares, que pode ser determinado a partir dos resultados de uma análise de primeira ordem, para cada caso de carregamento”, é dado pela Equação 7, onde:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (7)$$

Onde: $M_{1,tot,d}$ é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, em relação à base da estrutura;

$\Delta M_{tot,d}$ é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais em seus pontos de aplicação, obtidos em 1ª ordem.

A NBR 6118:2014 considera a estrutura como nós fixos quando $\gamma_z \leq 1,1$ e de nós móveis quando $\gamma_z > 1,1$.

Com o valor de γ_z segundo o item 15.7.2 da NBR 6118:2014, é possível obter um valor aproximado dos esforços finais (1ª ordem + 2ª ordem), com a majoração dos esforços horizontais, na combinação de carregamento considerada, por $0,95\gamma_z$. Sendo válido apenas para $\gamma_z \leq 1,3$.

Quando a estrutura possuir abaixo de quatro pavimentos e houver a necessidade de verificar estabilidade e efeitos de segunda ordem, sugere-se que utilize o parâmetro α para analisar a estabilidade do edifício, e o processo P- Δ para análise de efeito global de segunda ordem (MONCAYO,2011).

3.4 PROCESSO P-DELTA

O coeficiente γ_z , usado para mensurar os acréscimos gerados devido as solicitações, é um processo aproximado. Quando há a necessidade de um cálculo mais exato dos efeitos de segunda ordem, é adequado usar o processo p- Δ (RIBEIRO, 2010).

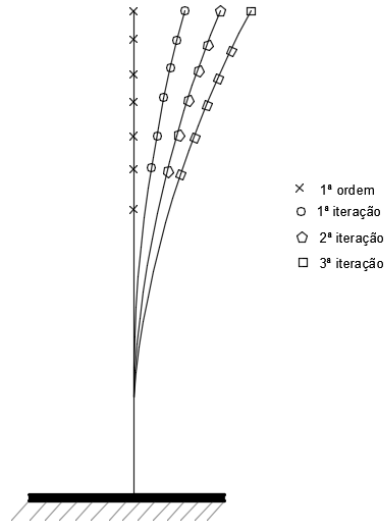
O processo P-Delta é um processo de análise não-linear geométrica. Ele mensura os efeitos de primeira e segunda ordem global, e após o processo é verificado a estabilidade da estrutura (MONCAYO,2011).

Segundo Lopes *et al* (2005), quando os elementos de uma estrutura estão submetidos à forças axiais ocorre o efeito P-Delta, e este processo relaciona a carga axial (P) com o deslocamento horizontal (Δ).

O processo p-delta também chamado de método da carga lateral fictícia, é um processo iterativo onde após a análise de primeira ordem são feitas as interações até que se chegue a uma posição de equilíbrio, que normalmente é fixado pelo operador, e o efeito dos deslocamentos sucessivos é transformado em forças

horizontais equivalentes (ASSIS, 2001). A Figura 7 mostra como é o efeito na estrutura com as iterações no processo p-delta.

Figura 7: iterações do processo P-delta

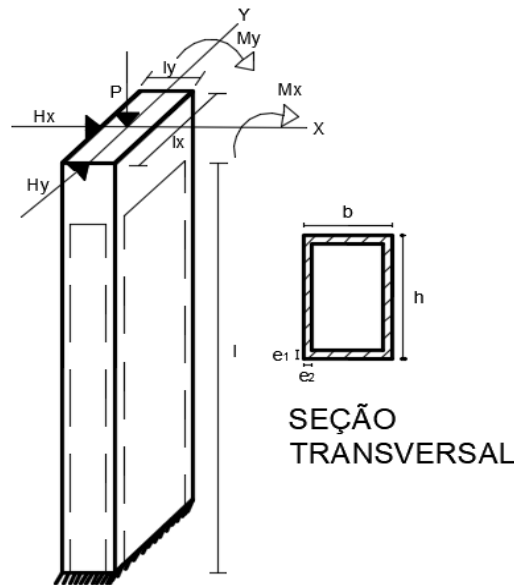


Fonte: Autor, 2018

Inicialmente, faz-se a análise da estrutura indeformada (primeira ordem), submetida às ações horizontais. O deslocamento resultante desta primeira análise é transformado em força fictícia gerando assim um novo deslocamento de menor proporção, até tender a chegar na posição de equilíbrio.

A Figura 8 mostra um pilar com base engastada submetido às ações horizontais e vertical, H_x , H_y e P , de seção transversal $b \times h$, através desse modelo será mostrado como se dá as iterações no processo p-delta.

Figura 8 : Pilar submetido a ações vertical e horizontais



Fonte: Autor, 2018

Na Figura 8 é mostrado um pilar, com forças horizontais na direção de X e Y, sendo assim haverá momentos fletores nas duas direções. O cálculo será dividido em duas partes.

- Para o cálculo do módulo de elasticidade é usada a Equação 8:

$$E_{ct} = 5600 \times \sqrt[2]{f_{ck}} \quad (8)$$

Onde: f_{ck} é a resistência característica do concreto;

Para as solicitações em torno do eixo X:

- Cálculo do momento de primeira ordem (M_1x), é usada a Equação 9, onde:

$$M_1x = H_{Yd} \times l \quad (9)$$

Sendo: H_{Yd} é uma ação de cálculo vertical na direção de y concentrada na extremidade livre;

l é o comprimento do pilar.

- Cálculo da inércia da seção transversal, é encontrada com a equação 10:

$$I_x = \frac{b \times h^3 - ((b - 2 \times e_2) \times (h - 2 \times e_1)^3)}{12} \quad (10)$$

Onde: b é a base, h é a altura, e_2 é a espessura 2, e_1 é a espessura 1 mostrado na Figura 8, na direção X.

- Cálculo do deslocamento horizontal devido à ação horizontal

Devido a NLF é usado apenas 70% do módulo de rigidez denominado $(EI)_{sec}$, e o deslocamento é dado pela Equação 11:

$$\delta = \frac{H_{Yd} \times l^3}{3(EI)_{sec}} \quad (11)$$

- Novo momento na base do pilar M_{2x} , é encontrado com a Equação 12:

$$M_{2x} = M_{1x} + P_d \times \delta_1 \quad (12)$$

Onde: P_d é a força vertical majorada, ou seja, a carga P multiplicado por γ_c .

- Cálculo da força fictícia, gerada pela a força P é dada pela Equação 13:

$$F_{f1,d} = \frac{P_d \times \delta}{l} \quad (13)$$

Quando a força horizontal gera o primeiro deslocamento, a carga vertical P passa a não estar aplicada no centro de gravidade da peça, gerando a força fictícia, que é inserida na direção horizontal e faz-se uma nova iteração.

A força fictícia gera um novo deslocamento, e assim o processo se repete até chegar na tolerância adotada.

Para o cálculo em torno do eixo Y:

- Cálculo do momento de primeira ordem (M_{1y}), é usada a Equação 14, onde:

$$M_{1y} = H_{Xd} \times l \quad (14)$$

Sendo: H_{Xd} é uma ação de cálculo vertical na direção do eixo x concentrada na extremidade livre;

l é o comprimento do pilar.

-Cálculo da inércia da seção transversal, é encontrada com a Equação 15:

$$I_Y = \frac{b \times h^3 - ((b - 2 \times e_2) \times (h - 2 \times e_1)^3)}{12} \quad (15)$$

Onde: b é a base, h é a altura, e_2 é a espessura 2, e_1 é a espessura 1 mostrado na Figura 8, na direção Y. O que muda em relação a Equação 10 é a orientação, b passa a ser h e vice e versa.

- Cálculo do deslocamento horizontal devido à ação horizontal

Devido a NLF é usado apenas 70% do módulo de rigidez denominado $(EI)_{sec}$, dado pela Equação 16:

$$\delta = \frac{H_{Xd} \times l^3}{3(EI)_{sec}} \quad (16)$$

- Novo momento na base do pilar M_{2y} , é encontrado com a Equação 17:

$$M_2 y = M_1 y + P_d \times \delta_1 \quad (17)$$

Onde: P_d é a força vertical majorada.

- Cálculo da força fictícia, gerada pela a força P é dada pela Equação 13:

$$F_{f1,d} = \frac{P_d \times \delta}{l}$$

A força fictícia gera um novo deslocamento, e assim o processo se repete até chegar na tolerância adotada. Normalmente são adotadas tolerância da ordem de 10^{-5} .

Obs.: A geometria do pilar também influenciará no resultado final. No caso de pilares com seção retangular o eixo de orientação onde este é disposto também indicará se a estrutura será estável ou não, sendo que a maior inércia utilizada gerará um menor deslocamento e assim a estrutura terá maior estabilidade, então as vezes há necessidade de rotacionar o pilar, para melhor eficiência da inércia, quando os efeitos de segunda ordem são analisados antes da concepção do elemento estrutural.

Uma forma de saber se foi escolhida a inércia mais adequada, e se os deslocamentos irão convergir, deve-se observar se estes estão diminuindo. Se o deslocamento aumentar em relação ao anterior, isso mostra que a estrutura não possui estabilidade.

Sendo assim:

$$\delta_2 < \delta_1 \text{ (OK)}$$

Obs.: Para saber se já chegou na tolerância fixada, é usada a Equação 18:

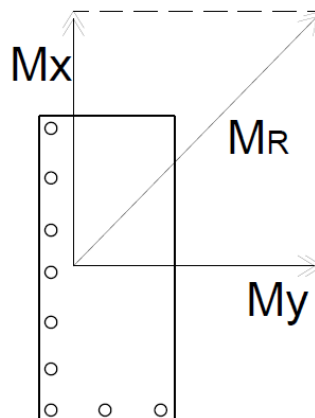
$$e_r = \frac{M_n - M_{n-1}}{M_n} \quad (18)$$

Onde: e_r é o erro relativo.

Quando o erro relativo for menor que a tolerância adotada as iterações são cessadas.

Sendo assim, no final teremos dois momentos fletores o M_x e M_y , onde o momento em torno do eixo x gerará a armadura na direção y e o momento em torno de y gerará a armadura na direção x. A Figura 9 mostra os momentos fletores nos respectivos eixos, e estes geram um momento resultante M_R .

Figura 9: Momentos fletores



Fonte: Autor, 2018

O momento resultante é encontrado pela Equação 19:

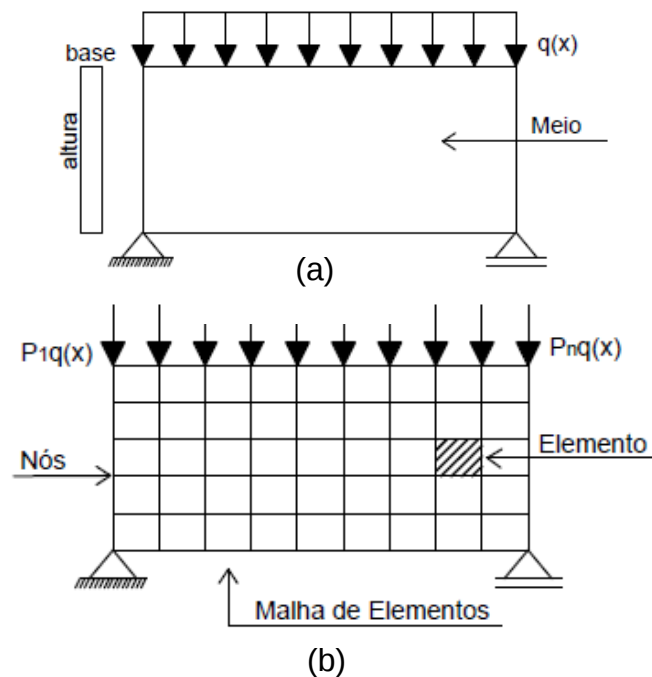
$$\vec{M}_r = \vec{M}_x + \vec{M}_y \quad (19)$$

3.5 MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O desenvolvimento do método de elementos finitos (MEF), segundo Oliveira (2000, p. 146) “teve origem no final do século XVIII. Em 1795 Gauss propôs a utilização de funções de aproximação para a soluções de problemas matemáticos”. E desde então houve pequena evolução, durante mais de um século, em consequência da limitação existente no processamento de equações algébricas. O desenvolvimento prático do MEF, ocorreu por volta de 1950, com o advento da computação, permitindo a determinação e concepção de sistemas de equações com maior complexidade. (GALLAGHER, 1975 *apud* LOTTI *et al*, 2006). Depois desse fato sua evolução foi enorme, e é aplicado em diversas áreas (OLIVEIRA, 2000).

O método dos elementos finitos é uma das ferramentas mais usadas para resolver problemas de análise em estruturas, que consiste na discretização de uma estrutura usando um número finitos de elementos já conhecidos, e assim, através de processos matemáticos realizados com computador, analisar o comportamento da estrutura como um todo (BARBOSA, 2017). A Figura 10 mostra como a discretização é feita:

Figura 10: Domínio de integração de elementos finitos



Fonte: Autor, 2018

Na Figura 10 (a) tem-se uma viga onde o domínio de integração possui um número infinito de variáveis. A Figura 10 (b) o elemento foi dividido em malha de elementos onde possui um número finito de regiões, onde são interconectados por nós. As ações que definem o comportamento de cada elemento são simplificadas facilitando a análise. Quanto maior o número de elementos discretos mais precisos serão os resultados, ou seja, mais próximos estarão da situação real.

Não conhecer as técnicas usadas na formulação do MEF, é um problema, pois tem-se a tendência de aceitar quaisquer resultados devido à confiança no software. É importante comparar os resultados provenientes do MEF com outros modelos, para melhor segurança, pois a estrutura analisada pode estar baseada em cálculos inadequados. Isso é comprovado pelo elevado número de acidentes em estruturas que acabaram de ser construídas e o excesso de reparos em construções recentes. Entender como funciona o MEF, conduzirá os futuros projetistas a uma utilização mais segura dos softwares para análise das estruturas (AZEVEDO, 2003).

Segundo Azevedo (2003) a formulação do MEF requer a existência de uma equação integral de forma que possa substituir o integral sobre um domínio complexo (de volume V) por um somatório de integrais estendidos a subdomínios de geometria mais simples (de volume V_i). A técnica é mostrada na Equação 20:

$$\int_V f dV = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f dV \quad (20)$$

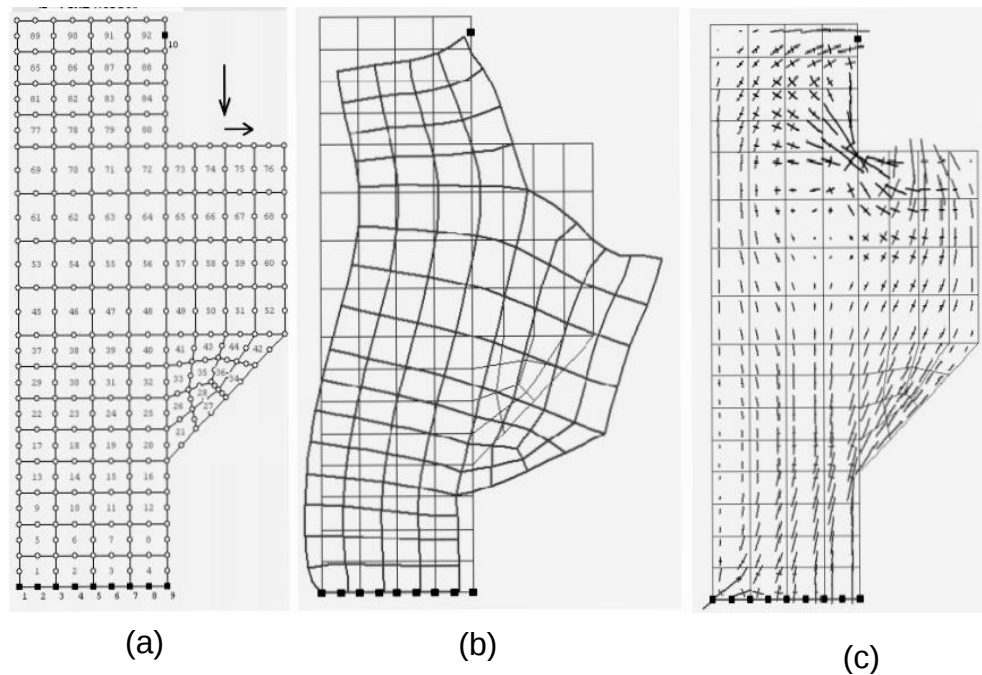
É pressuposto que a Equação 20 traz que:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (21)$$

Sendo muito mais simples calcular todos os integrais dos subdomínios V_i , basta efetuar o somatório de cada membro para se obter o integral de todo o domínio (Azevedo, 2003).

A seguir será mostrado um exemplo por Azevedo (2003) do livro Método dos Elementos Finitos onde é feita a análise de uma estrutura do tipo consola curta, sujeita ações indicadas na figura 11. Será representada a malha utilizada, constituída por 92 elementos finitos quadriláteros, sendo cada elemento definido por 8 nós, demonstrada na Figura 11(a).

Figura 11: Consolo curto: malha de elementos finitos e ações aplicadas



Fonte: Azevedo, (2003 p.7 e 8)

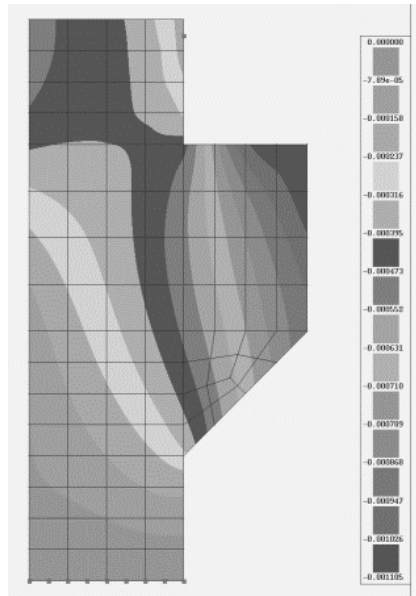
Depois de feita a análise por MEF pode-se conhecer os deslocamentos e as tensões instaladas na peça, lembrando que se trata de valores aproximados.

Na Figura 11(b) é mostrada a malha deformada devido as ações aplicadas a peça, os deslocamentos foram aumentados para melhor visualização.

As tensões internas são mostradas na Figura 11(c), percebe-se onde esta tem maior intensidade. A cor verde indica tração e a cor vermelha compressão, e em alguns locais há sobreposição de tensões, ou seja, estão agindo simultaneamente.

O valor do vetor deslocamento é mostrado na Figura 12 onde cada cor determina uma escala, ou seja, a ordem de grandeza do deslocamento vertical em cada ponto da estrutura.

Figura 12: Campo de deslocamentos verticais



Fonte: Azevedo (2003, p. 9)

A eficiência do método está diretamente ligada a quantidade de pontos de integração utilizados. Quanto mais elementos finitos, mais aproximado o resultado estará da estrutura real, ou seja, o cálculo de tensões fornecerá uma informação mais aprimorada dos estados de tensão em todo o elemento (MARLINELLI, 2003).

O MEF usado neste trabalho baseia-se no método dos deslocamentos e na discretização de subestruturas, onde cada subestrutura é chamada de elemento finito, e tendo este um comportamento conhecido, o comportamento do todo é a soma das partes menores. Cada elemento finito possui um número n de nós, e os deslocamentos são sob os nós. Para encontrar o deslocamento do restante dos pontos é feito interpolação (AZEVEDO, 2003).

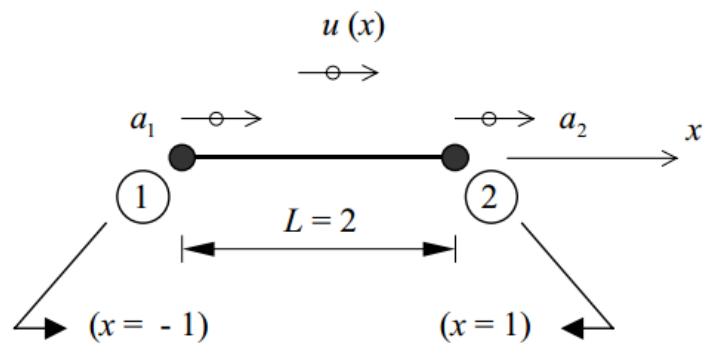
Os elementos finitos são classificados em: elementos finitos unidimensionais (barras), elementos finitos de placas (planos) e elementos finitos sólidos (volumétricos), que serão apresentados a seguir.

3.5.1 Elementos Finitos Unidimensionais

É pouco utilizado, pois quando se considera apenas uma dimensão o método resultante não tem grande interesse prático, ou seja, fica mais distante da realidade, mas serve para introduzir as técnicas de como funciona os elementos finitos (AZEVEDO, 2003).

A Figura 13 mostra um elemento finito de barra com dois nós e comprimento $L=2$.

Figura 13: Elemento finito unidimensional com dois nós



Fonte: Azevedo (2003, p.51)

O eixo de coordenadas usado é o eixo x , então os deslocamentos serão paralelos apenas a x . A função $u(x)$ corresponde ao campo de deslocamentos e é mostrada na Equação 22:

$$\begin{cases} u(-1) = a_1 \\ u(+1) = a_2 \end{cases} \quad (22)$$

Sendo a_1 e a_2 os deslocamentos nos nós.

Considerando com aproximação, que a variação dos deslocamentos entre os nós é linear. Sendo assim, a função $u(x)$ representa o campo de deslocamentos mostrado na Equação 23:

$$u(x) = \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_2 - a_1}{2}x \quad (23)$$

Colocando a_1 e a_2 em evidência chega-se a Equação 24 tendo assim uma soma de produto de funções lineares de x .

$$u(x) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x\right)a_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)a_2 \quad (24)$$

Escrevendo a Equação 24 em forma de matriz tem-se a Equação 25:

$$u(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Fazendo $N_1(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$ e $N_2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x$ chega-se a Equação 26:

$$u(x) = [N_1(x) \quad N_2(x)] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Fazendo $\underline{N} = [N_1(x) \quad N_2(x)]$ e $\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ tem-se a Equação 27:

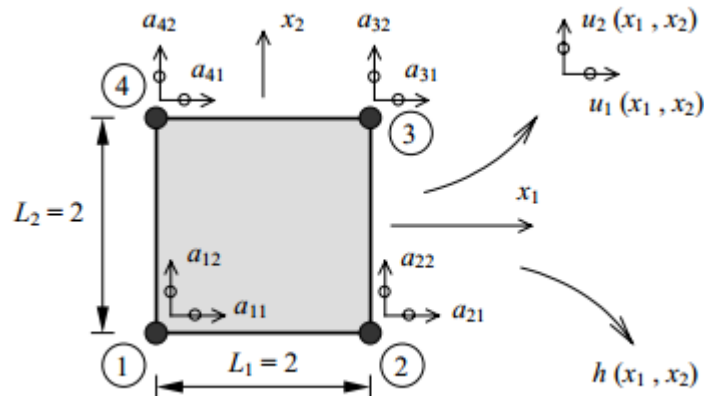
$$u = \underline{N} \underline{a} \quad (27)$$

Onde u é o campo deslocamento.

3.5.2 Elementos Finitos Bidimensionais

Suponha um elemento finito plano quadrilátero com dimensões $L_1 \times L_2 = 2 \times 2$, com quatro nós mostrado na Figura 14:

Figura 14: Elemento finito plano com quatro nós



Fonte: Azevedo (2003, p.85)

Onde: h é a espessura da lâmina;

A função $\underline{u}(\underline{x})$ corresponde ao campo de deslocamentos mostrado na Equação 28:

$$\underline{u}(\underline{x}) = \begin{Bmatrix} u_1(x_1, x_2) \\ u_2(x_1, x_2) \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Cada uma das componentes de $\underline{u}(\underline{x})$ é interpolada separada tendo por base as funções de forma $N_i(x_1, x_2)$ e nos deslocamentos dos nós, as funções u_1 e u_2 são mostradas nas Equações 29 e 30:

$$u_1(x_1, x_2) = N_1(x_1, x_2)a_{11} + N_2(x_1, x_2)a_{21} + N_3(x_1, x_2)a_{31} + N_4(x_1, x_2)a_{41} \quad (29)$$

$$u_2(x_1, x_2) = N_1(x_1, x_2)a_{12} + N_2(x_1, x_2)a_{22} + N_3(x_1, x_2)a_{32} + N_4(x_1, x_2)a_{42} \quad (30)$$

Os números de N_1 correspondem a quantidade de nós do elemento finito.

Será mostrada a resolução da função $u_1(x)$ e para resolver a $u_2(x)$ segue o mesmo raciocínio.

A função $u_1(x_1, x_2)$ deve assumir nos nós os valores nodais do campo de deslocamentos mostrado na Equação 31:

$$\begin{cases} u_1(-1, -1) = a_{11} \\ u_1(+1, -1) = a_{21} \\ u_1(+1, +1) = a_{31} \\ u_1(-1, +1) = a_{41} \end{cases} \quad (31)$$

Para que as condições expressas na Equação 31 sejam respeitadas, a Equação 29 deve assumir os valores mostrados na Tabela 1:

Tabela 1: Características das funções $N_1(x_1, x_2)$

Nó	1	2	3	4
(x_1, x_2)	$(-1, -1)$	$(+1, -1)$	$(+1, +1)$	$(-1, +1)$
$N_1(x_1, x_2)$	1	0	0	0
$N_2(x_1, x_2)$	0	1	0	0
$N_3(x_1, x_2)$	0	0	1	0
$N_4(x_1, x_2)$	0	0	0	1

Fonte: Azevedo (2003, p.87)

As funções polinomiais mostrada na Equação 32 respeitam as condições indicadas na Tabela 1, e a função N_i tem de assumir valor unitário no nó i e zero nos demais nós.

$$\begin{cases} N_1(x_1, x_2) = (1 - x_1)(1 - x_2)/4 \\ N_2(x_1, x_2) = (1 + x_1)(1 - x_2)/4 \\ N_3(x_1, x_2) = (1 + x_1)(1 + x_2)/4 \\ N_4(x_1, x_2) = (1 - x_1)(1 + x_2)/4 \end{cases} \quad (32)$$

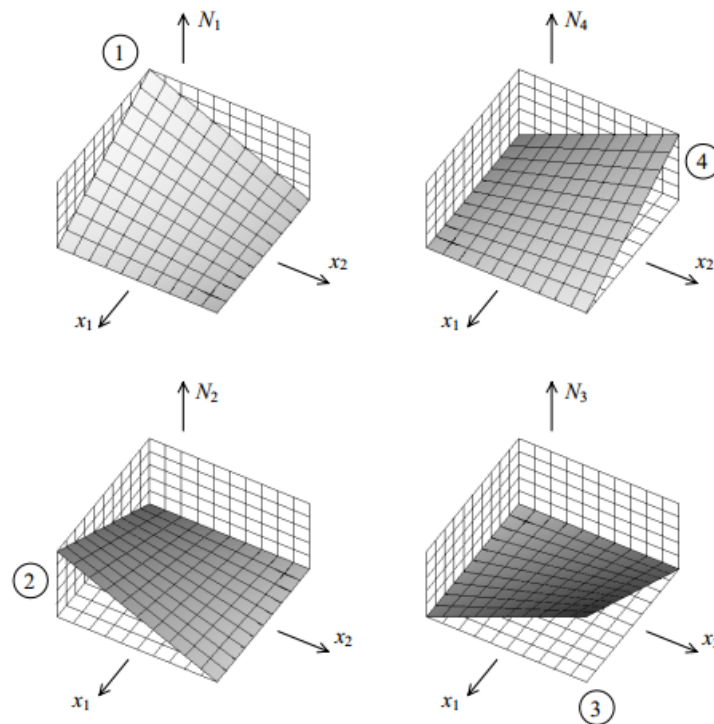
A função $N_1(x_1, x_2)$ pode ser reescrita na Equação 33:

$$N_1(x_1, x_2) = 0,25 - 0,25x_1 - 0,25x_2 + 0,25x_1x_2 \quad (33)$$

Para as demais funções segue o mesmo raciocínio.

A Figura 15 mostra como os gráficos das funções $N_i(x_1, x_2)$:

Figura 15: Gráficos das funções $N_i(x_1, x_2)$ para um elemento com dimensões 2x2

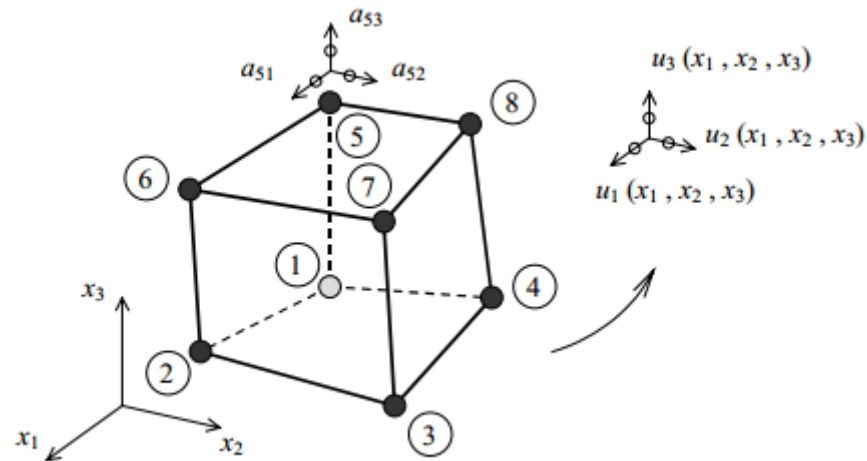


Fonte: Azevedo (2003, p.89)

3.5.3 Elementos Finitos Tridimensionais

Para o desenvolvimento de elementos sólidos será considerado três graus de liberdade (dois movimentos de translação e um de rotação), que é a quantidade de deslocamentos por nó. O elemento finito sólido possui 8 nós, sendo assim possui 24 graus de liberdade, que é a multiplicação da quantidade de nós pelo número de direção consideradas e é mostrado na Figura 16.

Figura 16: Elemento finito sólido com oito nós



Fonte: Azevedo (2003, p.177)

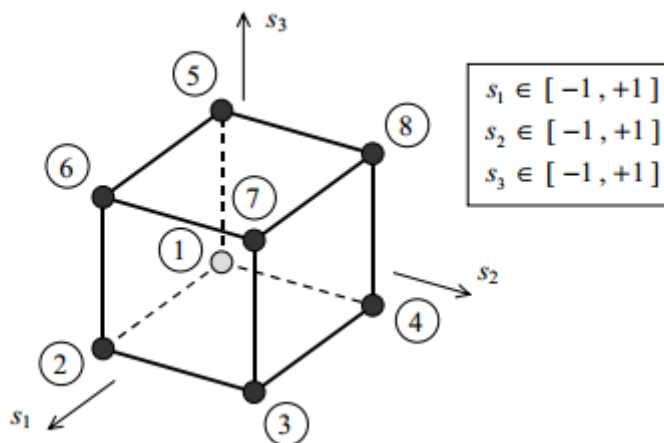
A matriz de rigidez do elemento ($\underline{K}$) é uma matriz $p \times p = 24 \times 24$.

Para melhor entendimento faz-se necessário a substituição de variáveis mostrada na Equação 34.

$$\begin{cases} x_1 \rightarrow x_1(s_1, s_2, s_3) \\ x_2 \rightarrow x_2(s_1, s_2, s_3) \\ x_3 \rightarrow x_3(s_1, s_2, s_3) \end{cases} \quad (34)$$

A Figura 17 mostra o sistema de coordenadas locais, e o novo domínio de integração.

Figura 17: Sistema de coordenadas locais



Fonte: Azevedo (2003, p.178)

O processo de resolução é muito parecido com o usado para elementos finitos bidimensionais, só que com um número maior de equações. Esses serão os elementos finitos escolhidos para serem usados neste trabalho.

3.6 AÇÕES NA ESTRUTURA

Segundo a NBR 8681(2003, p. 2) “ações são causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas”. A NBR 8681 classifica-as em permanentes, variáveis e excepcionais.

3.6.1 Ações Permanentes

As ações permanentes são classificadas em diretas: peso próprio dos elementos da construção, os pesos dos equipamentos fixos e os empuxos de terra, e as indiretas: recalque, protensão e retração dos materiais (NBR 8681,2003).

De acordo com Marchetti (2017), as ações permanentes em estruturas de pontes são: pavimentação, guarda-corpo, lastro, dormentes, trilhos, postes de iluminação, defensas, passeio, entre outros.

A NBR 7187:2003 traz algumas considerações:

Para cargas permanentes deve ser considerado o peso próprio dos elementos estruturais, sendo que o peso específico a ser considerado deve ser no mínimo 24kN/m³ para concreto simples e 25 kN/m³ para concreto armado ou protendido.

Para carga de pavimentação, o peso específico deve ser no mínimo 24kN/m³. Para lastro ferroviário, trilhos e dormentes deve ser considerado o peso específico de 18 kN/m³.

A NBR 7187(2003, p. 4) traz para verificação do empuxo de terra “o peso específico do solo úmido deve ser no mínimo 18 kN/m³ e o ângulo de atrito interno igual a 30°”.

Segundo Marchetti (2017), a determinação do empuxo de terra em pontes se faz necessária no dimensionamento de elementos de infraestrutura, pilares de encontro e de cortinas. E pode ser definida pela expressão de Coulomb na Equação 35:

$$p_t = \gamma_n * h_0 * \tan^2(45 - \frac{\varphi_s}{2}) \quad (35)$$

Onde: p_t é a pressão do empuxo de terra;

γ_n é peso específico do solo;

h_0 é a altura equivalente de solo;

φ_s é o ângulo de atrito interno.

“Empuxo de água e a subpressão deve ser considerado nas situações mais desfavoráveis para a verificação dos estados limites” (NBR 7187:2003 p. 5).

As forças de protensão, fluência e retração devem ser consideradas conforme disposto na seção 11 da NBR 6118:2014.

3.6.2 Ações Variáveis

São consideradas ações variáveis: as cargas acidentais da construção, força de frenagem, força centrífuga, efeitos do vento, variações de temperatura e pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas, que devido a sua probabilidade de ocorrência durante a vida útil são classificadas como normal ou especial (NBR 8681:2003).

Em pontes ferroviárias os valores característicos de carga móveis são fixados pela NBR 7189:1985. Esta norma foi cancelada em 2015, e não foi substituída.

A NBR 7189 (1985 p. 1) traz as seguintes classes dos trens-tipo:

TB-360: para ferrovias sujeitas a transporte de minério ou outros carregamentos; TB-270: para ferrovias sujeitas a transporte de carga geral; TB-240: para ser adotado na verificação de estabilidade e projeto de reforço de obras existentes; TB-170: para vias sujeitas exclusivamente ao transporte de passageiros em regiões metropolitanas ou suburbanas.

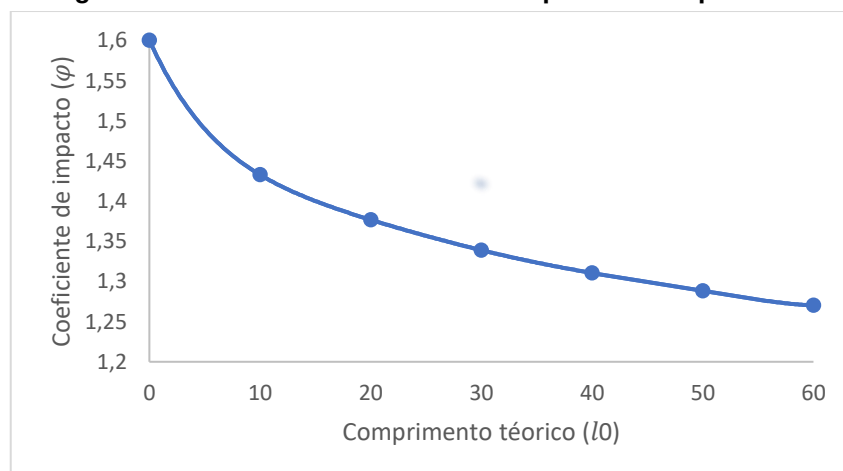
Para o efeito dinâmico das cargas móveis, a NBR 7187:2003 traz que é permitido associar as cargas móveis a cargas estáticas, através da multiplicação pelo coeficiente de impacto, que em obras ferroviárias é dado pela Equação 36.

$$\varphi = 0,001 \cdot (1600 - 60 \times \sqrt{l_0} + 2,25l_0) \geq 1,2 \quad (36)$$

Onde l_0 é o comprimento teórico do elemento carregado.

Esse coeficiente de impacto é elevado para pontes de pequenos vãos como é mostrado na Figura 18.

Figura 18: Gráfico do coeficiente de impacto x comprimento teórico



Fonte: Autor, 2019

Força centrífuga

Nas pontes ferroviárias em curva, a força centrífuga deve ser considerada no centro de gravidade do trem, sendo seu valor característico uma fração C da carga móvel pela Equação 37 para ponte com linhas de bitola larga (NBR 7187:2003).

$$\begin{aligned} C &= 0,15 \text{ se } R \leq 1200m \\ C &= \frac{180}{R} \text{ se } R > 1200m \end{aligned} \quad (37)$$

E para pontes de bitola estreita a equação 38.

$$\begin{aligned} C &= 0,10 \text{ se } R \leq 750m \\ C &= \frac{75}{R} \text{ se } R > 750m \end{aligned} \quad (38)$$

Sendo que R é o raio da curva.

Choque lateral

Segundo El Debs e Takeya (2009, p.39) “o choque lateral surge nas pontes ferroviárias como consequência a folga existente entre o friso das rodas e o boleto do trilho”. Seu valor é “equiparado a uma força horizontal móvel, aplicada na altura do topo do trilho [...] equivalente a 20% da carga do eixo mais pesado. Em pontes curvas em planta, não se deve somar o efeito do choque lateral a força centrífuga, considerando -se entre dois o que produzir maiores solicitações” (NBR 7187:2003 p.6).

Efeitos de frenagem e aceleração

Nas pontes ferroviárias, a força longitudinal devido à frenagem ou aceleração é aplicada no topo do trilho e é igual ao maior entre os valores: 15% da carga móvel para frenagem ou 25% do peso dos eixos dos motores para a aceleração (NBR 7187:2003).

Vento

A NBR 6123:1988 mostra como quantificar a ação do vento nas estruturas.

Para ação horizontal do vento segue-se os seguintes parâmetros:

V_k é a velocidade característica definida pela Equação 39.

$$V_k = V_0 \times S_1 \times S_2 \times S_3 \quad (39)$$

Onde: V_0 é a velocidade básica do vento em m/s, no local onde a estrutura será construída determinada de acordo com o mapa das isopletras na figura 1 da norma.

S_1 é o fator topográfico, levando em consideração o relevo do terreno;

S_2 é o fator combinado da rugosidade, dimensões da construção e altura do terreno;

S_3 é o fator estatístico baseado no grau de segurança requerido e a vida útil da edificação.

Com o resultado da velocidade característica pode-se definir a pressão dinâmica do vento dado pela Equação 40.

$$q = 0,613 \times V_k^2 \quad (40)$$

Onde q é a pressão dinâmica do vento em N/m^2 .

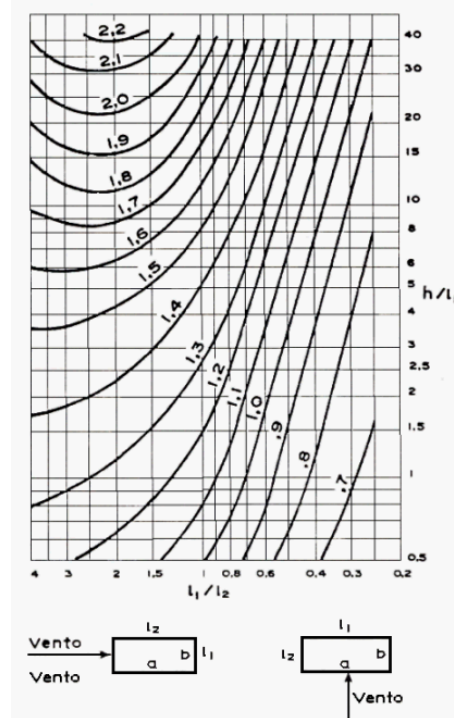
Para definir a força de arrasto, é usada a Equação 41.

$$F_a = C_a \times q \times A_e \quad (41)$$

Onde: C_a é o coeficiente de arrasto, encontrado na Figura 19.

A_e = Área total efetiva da projeção ortogonal da estrutura perpendicular à direção do vento

Figura 19: Coeficiente de arrasto, para vento de baixa turbulência



Fonte: NBR 6123 (2003, p. 20)

Pressão da água em movimento

A pressão da água sobre os pilares e elementos de fundação, é determinado pela equação 41 (NBR 7187:2003).

$$p = k \times v_a^2 \quad (41)$$

Sendo que:

p é pressão estática, em quilonewtons por metro quadrado;

v_a é a velocidade da água, em metros por segundos;

k é um coeficiente dimensional, que para pilares retangulares, o valor é em função do ângulo de incidência entre o movimento da água e o plano da face do elemento mostrado no Tabela 2.

Tabela 2: Valores de k em função do ângulo de incidência

Ângulo de incidência	k
90°	0,71
45°	0,54
0°	0

Nota: Para situações intermediárias, o valor de k deve ser interpolado.

Fonte: Adaptado NBR 7187 (2003, pg.7)

Variações da temperatura

A seção 11.4.2.1 da NBR 6118:2014 fala sobre variações de temperatura, e esta depende do local de implantação da construção e das dimensões dos elementos estruturais que a compõem. Podendo ser adotados os seguintes valores, NBR 6118 (2014 p. 62):

Para elementos estruturais cuja menor dimensão seja inferior a 50cm, deve ser considerada uma oscilação de temperatura em torno da média de 10°C a 15°C. Para elementos estruturais maciços ou ocos, com espaços vazios inteiramente fechados, cuja menor dimensão seja superior a 70cm, admite-se que a oscilação seja reduzida respectivamente para 5°C a 10°C. Para elementos estruturais cuja menor dimensão esteja entre 50cm e 70cm, admite-se que seja feita uma interpolação linear entre os valores acima indicados.

3.6.3 Ações Excepcionais

As ações excepcionais são decorrentes de explosão, choque de veículos, incêndios, enchentes ou sismos (NBR 8186:2003).

Choque de objetos móveis

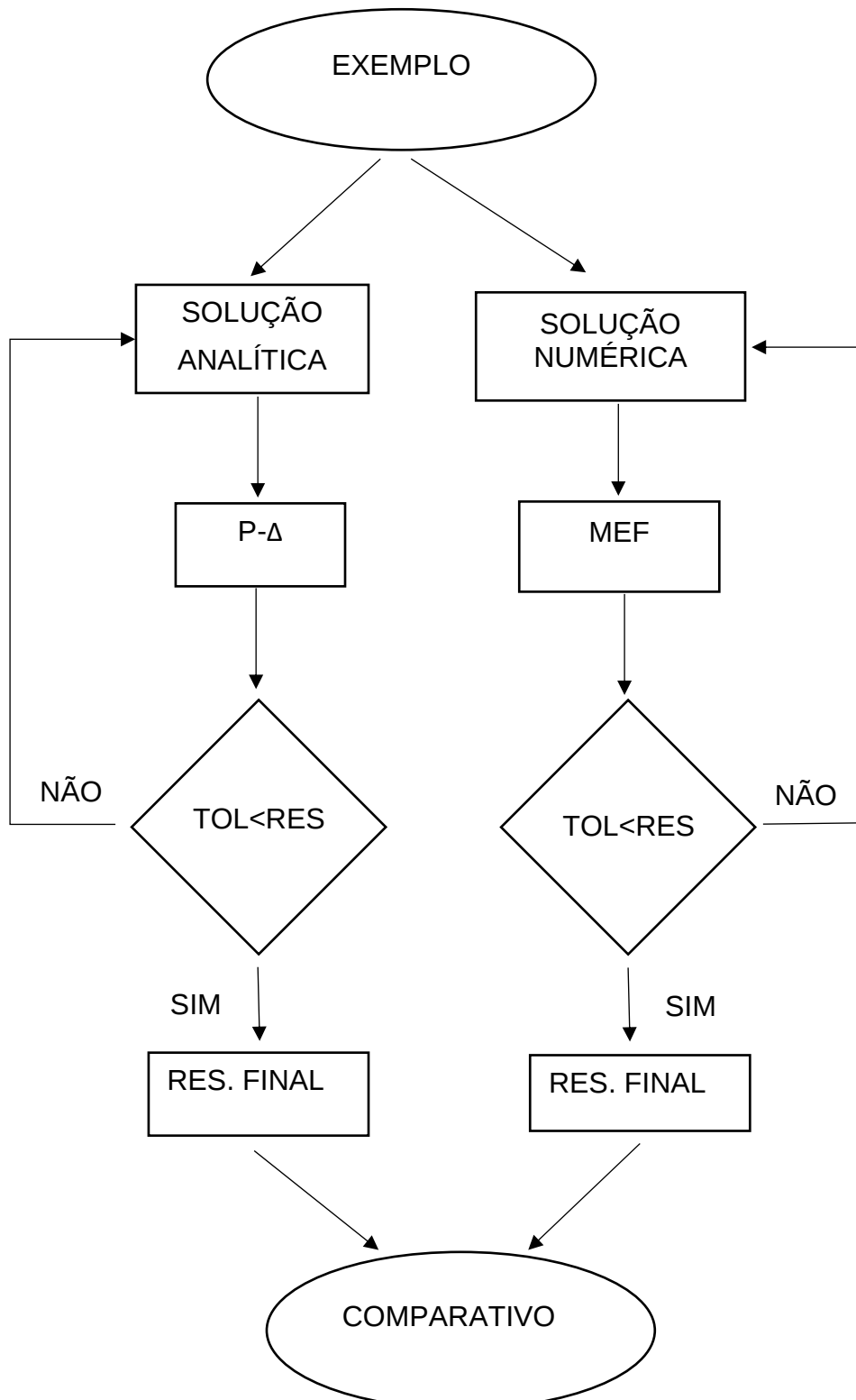
Os pilares que poderão ser atingidos por veículos rodoviários ou embarcações em movimento devem ter sua segurança verificada, esta é dispensada caso haja no

projeto o uso de dispositivos que proteja a estrutura contra esses choques (NBR 7187:2003).

4 METODOLOGIA

Com o exemplo a ser estudado, serão feitas duas análises, uma analítica usando o processo P-Delta simplificado, e outra numérica com uso dos elementos finitos com o software SAP2000 v. 14.

Figura 20: Fluxograma



O processo em ambos os casos é iterativo, onde será feita a análise analítica e se o resultado não for menor que a tolerância adotada, é realizada mais uma iteração, caso contrário têm-se o resultado final, do mesma forma com o software SAP2000 que usa elementos finitos, ao realizar a iteração se o resultado não for menor que a tolerância adotada será realizada uma nova iteração, caso contrário têm-se o resultado final. E com os resultados finais dos dois processos, são feitos os comparativos. Como mostrado no fluxograma da Figura 20. O *software* SAP2000 V.14 foi processado em um computador notebook SAMSUNG 275E4E/275E5E com o processador AMD E1-1500 APU with Radeon™ HD Graphics 1,48 GHz.

Será feito outra análise analítico usando o método analítico Gama-z. Além de verificar efeitos de segunda ordem com o processo P-Delta simplificado considerando a seção vazada e seção maciça dos pilares.

4.1 ESTUDO DE CASO

Com o objetivo de verificar os efeitos de segunda ordem em pilares de pontes ferroviárias foi realizado um estudo de caso que analisou dois pilares de duas pontes que fazem parte da ferrovia de integração oeste-leste no trecho Figueirópolis-TO à Ilhéus-BA.

Todos os pilares das pontes possuem a mesma seção transversal, sendo assim os pilares escolhidos para análise possuem o maior comprimento. Os pilares estão engastados em um bloco onde suas dimensões oferecem tamanha rigidez ao ponto de ser considerado um engaste perfeito.

A análise será feita na etapa de construção, pois nessa etapa o pilar possui a configuração engastado livre, sendo assim possui um maior comprimento de flambagem e como consequência há um aumento no índice de esbeltez. Sob o pilar estão as seguintes ações: peso próprio, força do vento e carga de deslocamento das vigas. Em relação a força de vento e a carga de deslocamento das longarinas, Schmid (2005, p. 7) traz que:

A força horizontal na direção do eixo da ponte necessária para o seu deslocamento é de até 6% do valor do peso a ser deslocado. A força horizontal transversal proveniente da ação do vento deve ser de no mínimo 1 a 2% da carga vertical em pontes retas. Em pontes curvas, deverá ser calculada de caso a caso.

Optou-se por esse processo construtivo de lançamento das vigas, pois os pilares possuem comprimento elevado, e para içar vigas com centenas de toneladas a essa altura necessitaria de um comprimento de lança elevado, e como se trata de pontes ferroviárias seria difícil transportar um guindaste com essa capacidade até o local da obra.

A Tabela 3 traz informações comuns às duas pontes de estudo.

Tabela 3: Informações sobre as pontes

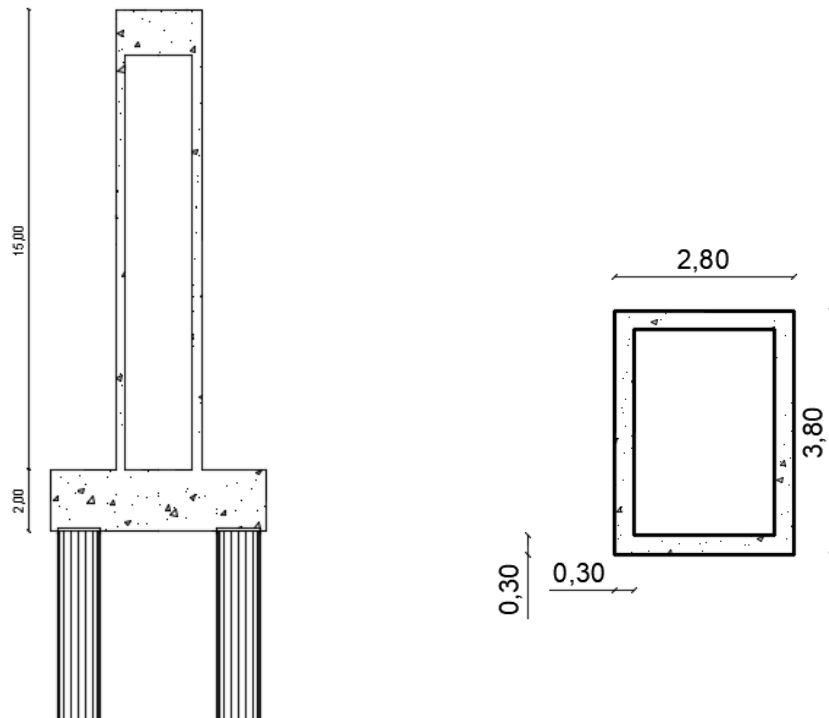
Peso específico do concreto armado/protendido	25kN/m ³
Peso específico da camada impermeabilizante	24kN/m ³
Peso específico do solo de aterro/brita	18kN/m ³
Carga móvel ferroviária	TB-360 KN*
Concreto das lajes, vigas e transversinas	$f_{ck} \geq 35$ MPa
Concreto dos pilares	$f_{ck} \geq 25$ MPa
Aço passivo CA-50	$f_{yk} \geq 500$ Mpa
Aço ativo CP-190 RB	$f_{ptk} \geq 1900$ Mpa
Classe de Agressividade II (moderada)	
Nota: * O trem tipo usado segundo a NBR 7189 (Essa NBR foi cancelada em 2015, mas essa carga móvel foi a utilizada no projeto estrutural, que teve sua concepção entre 2011 e 2012).	

Fonte: Autor, 2019

4.1.1 Ponte sob o Rio Jacaré – Rio Preguiça

O pilar analisado está na Ponte 16 mostrada no anexo A que mostra o corte da ponte e o anexo B mostra a planta de situação da mesma. Este pilar possui 15 metros de comprimento, feito em concreto armado e formato retangular de 3.8m por 2.8m de seção transversal, vazado mostrado na Figura 21.

Figura 21: Corte do pilar P14 e seção transversal



Fonte: Cedido pela VALEC, Projeto de integração Oeste-Leste

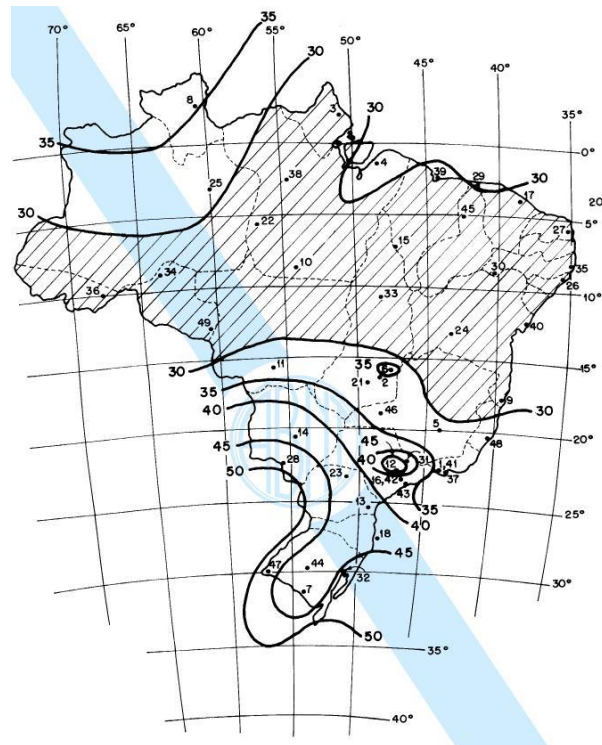
4.1.1.1 Cargas atuando no pilar

Na condição analisada a única carga vertical é o peso próprio do pilar de 1614,00 kN.

Cargas Horizontais

No eixo transversal tem-se força do vento, que é encontrada seguindo as orientações da NBR 6123:2003. Inicialmente é definida a velocidade básica do vento que varia dependendo da região do Brasil. Na Figura 22 é apresentado o mapa das isopletras.

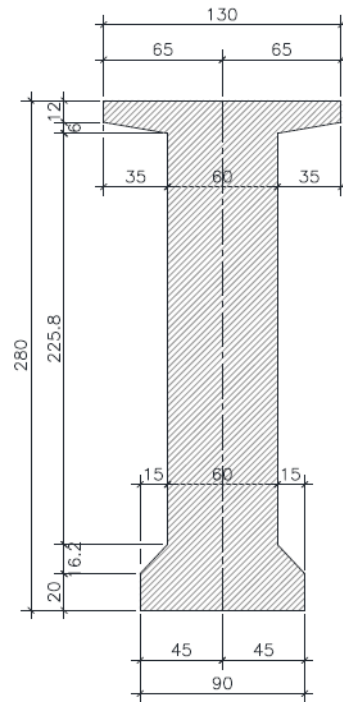
Figura 22: Isopletas da velocidade básica em m/s



Fonte: NBR 6123 (2003, p. 6)

Como a região onde a ponte está sendo construída é entre Bahia e Tocantins, a velocidade básica do vento é 30 m/s. Para encontrar a velocidade característica do vento é necessário definir alguns fatores. O fator topográfico será 1,0 pois o terreno é plano ou fracamente acidentado, quanto ao fator de rugosidade será usado 1,09 pois o terreno possui categoria 1, classe C, e a altura do terreno menor que 250m, e o fator estatístico 1,10 pois faz parte do grupo 1 que diz respeito a edificações onde a ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro as pessoas. Depois de encontrada a velocidade característica, é definido a pressão dinâmica do vento em N/m^2 , com a Figura 19 define-se o coeficiente de arrasto e por fim definida a força do vento que é 54,30 kN. Foi usado o coeficiente de arrasto sob baixa turbulência pois se trata de uma ponte ferroviária, e considerada a força do vento na condição mais desfavorável.

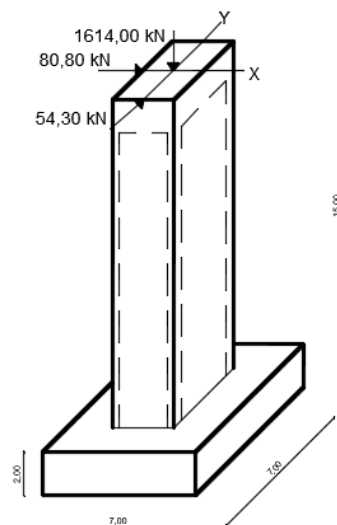
A carga no eixo longitudinal será a força necessária para deslocamento da viga, que é 6% do peso próprio da mesma (SCHMID,2005). A viga é em formato I, mostrada na Figura 23, com um vão de 30 metros, e peso próprio de 1345,95 kN, e assim a carga necessária para o deslocamento horizontal da viga será 80,80 kN.

Figura 23: Seção transversal da viga

Fonte: Cedido pela VALEC, Projeto de integração Oeste-Leste

4.1.1.2 Verificação dos efeitos de segunda Ordem Pelo Processo P-Delta

O pilar analisado está sujeito a cargas horizontais (força do vento e força necessária para o deslocamento das vigas) e vertical (peso próprio do pilar), mostrado na figura 22. Serão realizadas iterações até a tolerância chegar a ordem de 10^{-5} .

Figura 24: Pilar P14 submetido a cargas axiais

Fonte: Autor, 2019

As etapas do cálculo p-delta são mostradas a seguir:

O processo de cálculo usado no P-Delta foi descrito no capítulo 3 no item 4.

Módulo de Elasticidade é 28000000kN/m² pois a resistência do concreto é 25 MPa.

4.1.1.2.1 Cálculo em torno do eixo X

-Momento de primeira ordem é encontrado com a estrutura na posição indeformada, sendo utilizada a equação 9 para obter o resultado $M_{1x} = 1140,30kN.m$.

-Inércia da seção, para encontrar a inércia em torno do eixo x é usada a Equação 10, onde obtêm-se o seguinte resultado $I_x = 6,976m^4$.

- Deslocamento devido a ação horizontal

A força horizontal H_Y gera o primeiro deslocamento que é encontrado usando a Equação 11, $\delta_1 = 6,2549 \times 10^{-4}m$.

- Novo momento na base do pilar

Com o deslocamento devido a força horizontal, o peso próprio passa a ficar fora do eixo e isso gera um acréscimo de momento que é o momento de primeira ordem somado carga P de cálculo vezes o deslocamento, com a Equação 12, $M_{2x} = 1141,7133kN.m$

- Força horizontal fictícia

A carga vertical fora do eixo gera uma força fictícia que é encontrada com a Equação 13, $F_{f1} = 6,730233 \times 10^{-2}kN$.

A força fictícia gera um novo deslocamento, e o processo é repetido até a tolerância adotada. As demais iterações estão resumidas na Tabela 4.

Tabela 4: Iterações P-Delta no pilar de 15m, eixo x com seção vazada

Iterações	0	1	2
Momento Fletor (kN.m)	1140,3	1141,71334	1141,71510
Deformação (m)	$6,25486 \times 10^{-4}$	$7,75261345 \times 10^{-7}$	-
Força Horizontal Fictícia (kN)	-	$6,730233 \times 10^{-2}$	-

Fonte: Autor, 2019

- Erro relativo

Encontra-se usando a Equação 18, $e_r = 1,534341 \times 10^{-6}$, como o erro relativo é menor que a tolerância adotada as iterações serão cessadas.

4.1.1.2.2 Cálculo em torno do eixo Y

- Momento de primeira ordem, é encontrado usando a Equação 14,
 $M_{1y} = 1696,8 \text{ kN.m}$

- Inércia da seção

A inércia é em direção a Y então deve-se atentar-se a mudar a orientação da seção, usa-se a Equação 15, $I_Y = 4,112 \text{ m}^4$

- Deslocamento devido a ação horizontal, encontra-se usando a Equação 16,
 $\delta_1 = 1,579 \times 10^{-3} \text{ m}$

- Novo momento na base do pilar

Com o deslocamento será inserido um acréscimo de momento, encontrado com a Equação 17, $M_{2y} = 1700,3679 \text{ kN.m}$.

- Força horizontal fictícia

Encontrada usando a Equação 13, $F_{f1} = 0,16990064 \text{ kN}$.

A força fictícia gera um novo deslocamento e assim o processo se repete até o erro relativo ser menor que a tolerância. As demais iterações estão resumidas na Tabela 5.

Tabela 5: Iterações P-Delta no pilar 15m eixo y com seção vazada

Iterações	0	1	2
Momento Fletor (kN.m)	1696,8	1700,36791342412	1700,37541578516
Deformação (m)	$1,5790022 \times 10^{-3}$	$3,320216 \times 10^{-6}$	-
Força Horizontal Fictícia (kN)	-	0,16990064	-
$e_r = 4,4121 \times 10^{-6}$			

Fonte: Autor, 2019

- Momento resultante

Como foi gerado um momento em torno do eixo Y e em torno do eixo X, pode ser encontrado o momento resultante usando a Equação 19, $\vec{M}_r = 1844,54296 \text{ kN.m}$

4.1.1.2.3 Pilar com seção maciça

Foi feita a análise de efeitos de segunda ordem com o pilar maciço, será considerada a mesma situação de projeto, mas como 2% da carga vertical é maior

que a força do vento que incide no pilar será considerado o maior, (SCHMID,2005) além da força do vento será alterado o peso próprio do pilar e a inércia.

Peso próprio do pilar com a seção maciça vale 3990,00kN.

Força horizontal transversal, foi considerado 2% do peso próprio pois o valor excede a força do vento, 79,80kN (SCHMID,2005). A carga horizontal longitudinal será a mesma 80,80 kN.

- Módulo de Elasticidade, $E_{ct} = 28000000 \text{ kN/m}^2$.

4.1.1.2.3.1 Cálculo em torno do eixo X

A inércia da seção maciça é, $I_x = 12,80 \text{ m}^4$.

O processo P-Delta é exatamente igual, então os valores encontrados serão resumidos na Tabela 6.

Tabela 6: Iterações P-Delta no pilar de 15m, no eixo x seção maciça

Iterações	0	1	2
Momento Fletor (kN.m)	1675,8	1678,59845507812	1678,60312827948
Deformação (m)	$5,009765625 \times 10^{-4}$	$8,3659172 \times 10^{-7}$	-
Força Horizontal Fictícia (kN)	-	0,133259765625	-
$e_r = 2,7839 \times 10^{-6}$			

Fonte: Autor,2019

4.1.1.2.3.2 Cálculo em torno do eixo Y

A inércia em Y da seção maciça é $I_Y = 6,9514 \text{ m}^4$.

O resultado do processo P-Delta foi resumido na Tabela 7.

Tabela 7: Iteração P-Delta no pilar de 15m, no eixo y seção maciça

Iterações	0	1	2
Momento Fletor (kN.m)	1696,8	1702,01857	1702,03462
Deformação (m)	$9,3422 \times 10^{-4}$	$2,873243 \times 10^{-6}$	-
Força Fictícia (kN)	-	$7,64282 \times 10^{-4}$	-
$e_r = 9,4298 \times 10^{-6}$			

Fonte: Autor, 2019

- Momento resultante

$$\vec{M}_r = 2390,5293 \text{ kN.m}$$

4.1.1.3 Coeficiente γ_z

4.1.1.3.1 Momento de segunda ordem em torno do eixo X

Para o cálculo do coeficiente γ_z , será considerada a mesma situação mostrada na Figura 24, com a seção vazada. Inicialmente calcula-se o deslocamento causado pela ação horizontal transversal, usando a Equação 11 chega-se ao seguinte resultado: $\delta_1 = 6,2549 \times 10^{-4} \text{ m}$

Para o cálculo do γ_z , é usado a equação, onde o momento total é a carga vertical de projeto vezes o deslocamento e o momento de tombamento é o momento de primeira ordem, $\gamma_z = 1,0012$.

-Minoração do esforço horizontal com $0,95 \gamma_z$

A NBR 6118:2014, propõe uma solução aproximada para os esforços finais, consiste na multiplicação dos esforços horizontais por $0,95 \gamma_z$, sendo valido apenas para valores menores que 1,3. Após encontrado o valor do γ_z é obtido com a equação 7, é feita a minoração da carga horizontal, mostrado na Equação 42.

$$\gamma_z = 1,0012$$

$$F_{maj} = H_Y \times (0,95 \gamma_z) \quad (42)$$

$$F_{maj} = 51,65 \text{ kN}$$

Pode-se observar que a força minorada está menor que a força horizontal inicial, pois como o valor do γ_z deu muito próximo de 1, ao majorar com $0,95 \gamma_z$, o valor foi inferior.

Após a minoração da carga, calcula-se o momento na base do pilar, e esse momento já considera os efeitos de segunda ordem, usando a equação 7.

$$M_{2x} = 1084,6293 \text{ kN.m}$$

Lima (2001), Carmo(1995) e Pinto(1997), chegaram a conclusão que os esforços obtidos com $0,95 \gamma_z$ se distanciam mais dos resultados obtidos com o P-Delta, do que se usar o valor integral de γ_z .

Utilizando o valor integral do γ_z o momento de segunda ordem é 1141,6683 kN.m.

4.1.1.3.2 Momento de segunda ordem em torno do eixo Y

O processo de execução é igual, agora será considerado a carga na direção Y.

$$\gamma_z = 1,0021$$

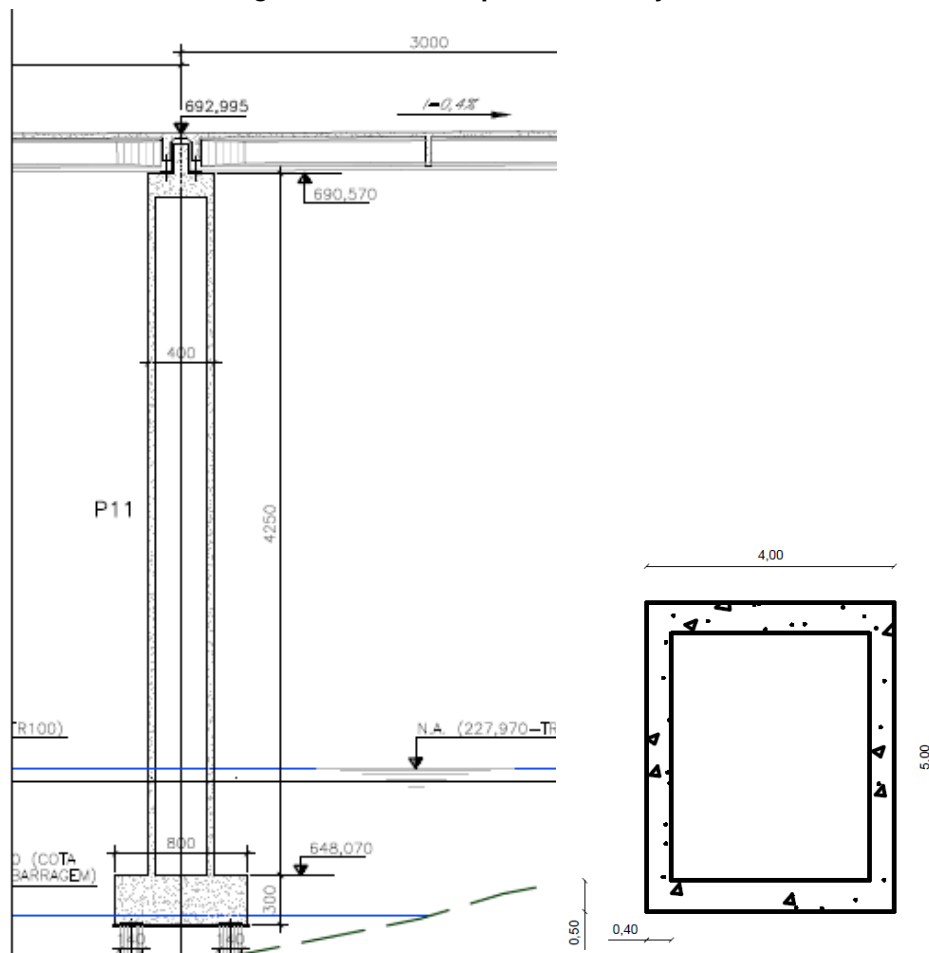
Para o momento com $0,95 \gamma_z$ obtêm-se $M_{2x}=1615,3557 \text{ kN.m}$

Com o valor integral de γ_z obtêm-se $M_{2x}=1700,3632 \text{ kN.m}$

4.1.2 Ponte sob o Riacho Jacaré – Rio Preguiça

O pilar analisado está na Ponte sobre a barragem de pedra mostrado no Anexo C, corte e vista da ponte. Este pilar possui 42,50 metros de comprimento, confeccionado em concreto armado e formato retangular de 4,00m por 5,00 m de seção transversal, vazado mostrados na Figura 23. Nos cálculos será considerado o N.A. mínimo, sendo assim a ação da água não terá efeitos sob o pilar.

Figura 25: Corte do pilar P11 e seção transversal



Fonte: Cedido pela VALEC, Projeto de integração Oeste-Leste

4.1.2.1 Levantamento das cargas

A única carga vertical atuando sob o pilar é o peso próprio de 8220,00 kN.

A carga horizontal transversal segue o mesmo processo demonstrado para o pilar de 15m, sendo 249,50 kN.

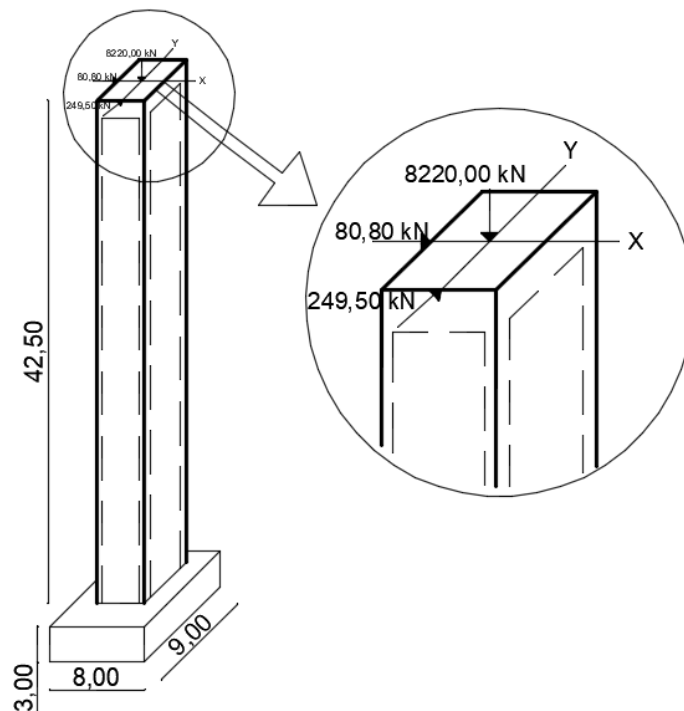
A carga horizontal longitudinal é 80,80 kN, equivalente a 6% da carga da viga, (SCHMID,2005).

4.1.2.2 Verificação dos efeitos de segunda ordem pelo processo p-delta simplificado

O pilar analisado está sujeito a cargas horizontais e vertical, mostrado na Figura 26.

Serão realizadas iterações até a tolerância chegar a ordem de 10^{-5} .

Figura 26: Pilar P11 submetido a cargas axiais



Fonte: Autor, 2019

As etapas do cálculo p-delta são mostradas a seguir.

- Módulo de Elasticidade

$$E_{ct} = 28000000 \text{ kN/m}^2$$

4.1.2.3 Cálculo em torno do eixo X

-Inércia da seção

$$I_x = 24,60m^4$$

O processo segue o mesmo princípio usado para o pilar de 15 metros, com as devidas alterações. O resultado do processo P-Delta está resumida na Tabela 8.

Tabela 8: Iterações P-Delta no pilar de 42,5m, eixo x com seção vazada

Iterações	0	1	2	3
Momento				
Fletor (kN.m)	14845,25	15058,58042	15061,64604	15061,69009
Deformação (m)				
	$1,853757 \times 10^{-2}$	$2,66390 \times 10^{-4}$	$3,828102 \times 10^{-6}$	-
Força				
Horizontal Fictícia (kN)	-	3,58538527	0,0515229	-
$e_r = 2,92489 \times 10^{-6}$				

Fonte: Autor, 2019

4.1.2.4 Cálculo em torno do eixo Y

-Inércia da seção

$$I_y = 15,74m^4$$

O processo p-Delta na direção de Y está resumido na Tabela 9.

Tabela 9: Iterações P-Delta no pilar 42,5m eixo y com seção vazada

Iterações	0	1	2	3	4
Momento Fletor (kN.m)					
	4807,6	4915,57519	4918,000236	4918,05470	4918,055924
Deformação (m)					
	0,00938262	0,000210726	$4,73277 \times 10^{-6}$	$1,06294 \times 10^{-7}$	-
Força Fictícia (kN)					
	-	1,8147091	0,0407570	0,0009153	-
$e_r = 2,4872 \times 10^{-7}$					

Fonte: Autor, 2019

- Momento resultante

$$\vec{M}_r = 15844,2981 \text{ kN.m}$$

4.1.2.5 Pilar com seção maciça

Foi feita a análise de efeitos de segunda ordem com o pilar maciço, será considerada a mesma situação de projeto, o único valor que será alterado é o peso próprio do pilar e a inércia. Como 2% da carga vertical, é maior que a ação do vento (SCHMID,2005) será usado par a carga horizontal transversal 425kN.

Peso próprio do pilar

$$21250,00 \text{ kN}$$

- Módulo de Elasticidade

$$E_{ct} = 28000000 \text{ kN/m}^2$$

4.1.2.5.1 Cálculo em torno do eixo X

-Inércia da seção

$$I_x = 41,667 \text{ m}^4$$

O processo P-Delta está resumido na Tabela 10.

Tabela 10: Iterações P-Delta no pilar de 42,5m, no eixo x seção maciça

Iterações	0	1	2	3
Momento				
Fletor (kN.m)	25287,5	25842,22039	25854,38904	25854,65598
Deformação				
(m)	$1,8646063 \times 10^{-2}$	$4,09030 \times 10^{-4}$	$8,972710 \times 10^{-6}$	-
Força				
Horizontal	-	9,3230318	$4,4863 \times 10^{-3}$	-
Fictícia (kN)				
$e_r = 1,03245 \times 10^{-5}$				

Fonte: Autor, 2019

4.1.2.5.2 Cálculo em torno do eixo Y

-Inércia da seção

$$I_y = 26,667 \text{ m}^4$$

O processo P-Delta está resumido na Tabela 11.

Tabela 11: Iteração P-Delta no pilar de 42,5m, no eixo y seção maciça

Iterações	0	1	2	3	4
Momento Fletor (kN.m)	4807,6	4972,3994	4978,04857	4978,2422	4978,2488
Deformação (m)	$5,5395 \times 10^{-3}$	$1,8988 \times 10^{-4}$	$6,509137 \times 10^{-6}$	$2,231263 \times 10^{-7}$	-
Força Fictícia (kN)	-	2,769738	$9,49432 \times 10^{-2}$	$3,254568 \times 10^{-3}$	-
$e_r = 1,3334 \times 10^{-7}$					

Fonte: Autor, 2019

- Momento resultante

$$\vec{M}r = 26329,5688 \text{ kN.m}$$

4.1.2.6 Coeficiente γ_z

O processo de cálculo é exatamente igual ao mostrado para o pilar de 15m, mas as cargas serão as consideradas na Figura 26.

- Momento de segunda ordem em torno do eixo X

Minorando com 0,95 γ_z obtem-se o momento de segunda ordem 14308,6061 kN.m

Minorando a carga horizontal com o valor integral de γ_z obtem-se 15061,6372 kN.m

- Momento de segunda ordem em torno do eixo Y

Minorando com 0,95 γ_z obtem-se o momento de segunda ordem 4672,1483 kN.m

Minorando a carga horizontal com o valor integral de γ_z obtem-se 4918,0558 kN.m

4.1.3 Modelagem Sap2000

Para o cálculo número será usado a versão 14 do Sap2000. Com o *software* é possível fazer análises não lineares geométricas considerando os efeitos p-delta. Para determinação das forças axiais através de uma análise iterativa de uma estrutura reticulada, é feita uma análise preliminar da estrutura. Depois de definidas as forças

axiais, as equações de equilíbrio são resolvidas novamente, as iterações são repetidas até que as forças axiais convirjam numa tolerância de 0,01. O manual do software argumenta que apesar de ser possível analisar os efeitos globais e locais, é recomendado analisar os efeitos globais e usar majoração para determinar os efeitos locais nos elementos (LOPES *et al*, 2005).

Sobre a utilização do *software*, é possível desenhar na interface ou importar um modelo. Na definição do material, o software dispõe de materiais como, alumínio, concreto, aço, dentre outros. e pode ser definida uma estrutura mista (aço+concreto).

A janela de definição do material é mostrado na Figura 27, onde é inserido dados referentes ao material como peso próprio, modulo de elasticidade que foi reduzido a 0,7 para considerar a não linearidade física (NBR 6118:2014), resistência do concreto.

Figura 27: Janela “material”

Material Property Data

General Data	
Material Name and Display Color	Concreto ■
Material Type	Concrete ▾
Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	25
Mass per Unit Volume	2,5493
Units	
KN, m, C ▾	
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	19,6E+06
Poisson's Ratio, U	0,2
Coefficient of Thermal Expansion, A	1E-05
Shear Modulus, G	8166667,
Other Properties for Concrete Materials	
Specified Concrete Compressive Strength, f _c	25000
☐ Lightweight Concrete	
Shear Strength Reduction Factor	
☐ Switch To Advanced Property Display	
OK Cancel	

Fonte: Sap 2000 v.14, 2019

Em seguida é definida a seção mostrado na Figura 28.

Figura 28: Janela “frame sections”

Fonte: Sap2000 v.14, 2019

Depois de definida a seção, é definido os ‘load cases’ ou casos de análise, onde é definido a análise não linear de efeitos de segunda ordem pelo processo p-delta, mostrado na Figura 29.

Figura 29: Janela ‘load case’

Load Type	Load Name	Scale Factor
Load Pattern	DEAD	1.4
Load Pattern	DEAD	1.4

Fonte: Sap 2000 v.14, 2019

Definido o caso de análise, são lançadas as cargas e feita análise.

4.1.3.1 Pilar 15 metros

Depois de ter feito o processo no sap2000, em torno do eixo x foram obtidos os seguintes resultados.

Para o momento em torno do eixo x, acréscimo de 0,258% em relação ao momento de primeira ordem

Table: Element Forces - Frames

Table: Element Forces - Frames						
Station m	OutputCase	CaseType	StepType	P KN	V2 KN	M3 KN-m
0,00000	ASO	NonStatic	Max	-4149,600	76,019	1143,2172
7,50000	ASO	NonStatic	Max	-3204,600	76,019	572,1093
15,00000	ASO	NonStatic	Max	-2259,600	76,019	-9,194E-04
0,00000	ASO	NonStatic	Min	-4149,600	76,019	1143,2172
7,50000	ASO	NonStatic	Min	-3204,600	76,019	572,1093
15,00000	ASO	NonStatic	Min	-2259,600	76,019	-9,194E-04

Fonte: Sap 2000 v.14, 2019

Em torno do eixo y, acréscimo de 0,416%.

Table: Element Forces - Frames

Table: Element Forces - Frames						
Station m	OutputCase	CaseType	StepType	P KN	V3 KN	M2 KN-m
0,00000	ASO	NonStatic	Max	-4149,600	113,118	1703,8607
7,50000	ASO	NonStatic	Max	-3204,600	113,118	853,1634
15,00000	ASO	NonStatic	Max	-2259,600	113,118	-0,0037
0,00000	ASO	NonStatic	Min	-4149,600	113,118	1703,8607
7,50000	ASO	NonStatic	Min	-3204,600	113,118	853,1634
15,00000	ASO	NonStatic	Min	-2259,600	113,118	-0,0037

Fonte: Sap 2000 v.14, 2019

4.1.3.2 Pilar de 42,5 metros

Eixo x, acréscimo de 2,938%

Table: Element Forces - Frames

Table: Element Forces - Frames						
Station m	OutputCase	CaseType	StepType	P KN	V2 KN	M3 KN-m
0,00000	ASO	NonStatic	Max	-22218,000	349,288	15281,4226
21,25000	ASO	NonStatic	Max	-16863,000	349,288	7720,7341
42,50000	ASO	NonStatic	Max	-11508,000	349,288	-0,0528
0,00000	ASO	NonStatic	Min	-22218,000	349,288	15281,4226
21,25000	ASO	NonStatic	Min	-16863,000	349,288	7720,7341
42,50000	ASO	NonStatic	Min	-11508,000	349,288	-0,0528

Fonte: Sap 2000 v.14, 2019

Eixo y, acréscimo de 4,63%.

Table: Element Forces - Frames

Table: Element Forces - Frames						
Station m	OutputCase	CaseType	StepType	P KN	V3 KN	M2 KN-m
0,00000	ASO	NonStatic	Max	-22218,000	113,106	5030,3196
21,25000	ASO	NonStatic	Max	-16863,000	113,106	2556,4624
42,50000	ASO	NonStatic	Max	-11508,000	113,106	-0,0640
0,00000	ASO	NonStatic	Min	-22218,000	113,106	5030,3196
21,25000	ASO	NonStatic	Min	-16863,000	113,106	2556,4624
42,50000	ASO	NonStatic	Min	-11508,000	113,106	-0,0640

Fonte: Sap 2000 v.14, 2019

Todas as tabelas foram retiradas do software, após ter sido feita a análise.

Para melhor entendimento os resultados encontrados com a modelagem estão resumidos na Tabela 12.

Tabela 12: Análise feita com o software SAP2000

Pilar seção vazada	Momento de 1ª ordem		Momento de 2ª ordem	
	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y
P14	1140,3	1696,8	1143,2172	1703,8607
P11	14845,25	4807,6	15281,4226	5030,3196

Fonte: Autor, 2019

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

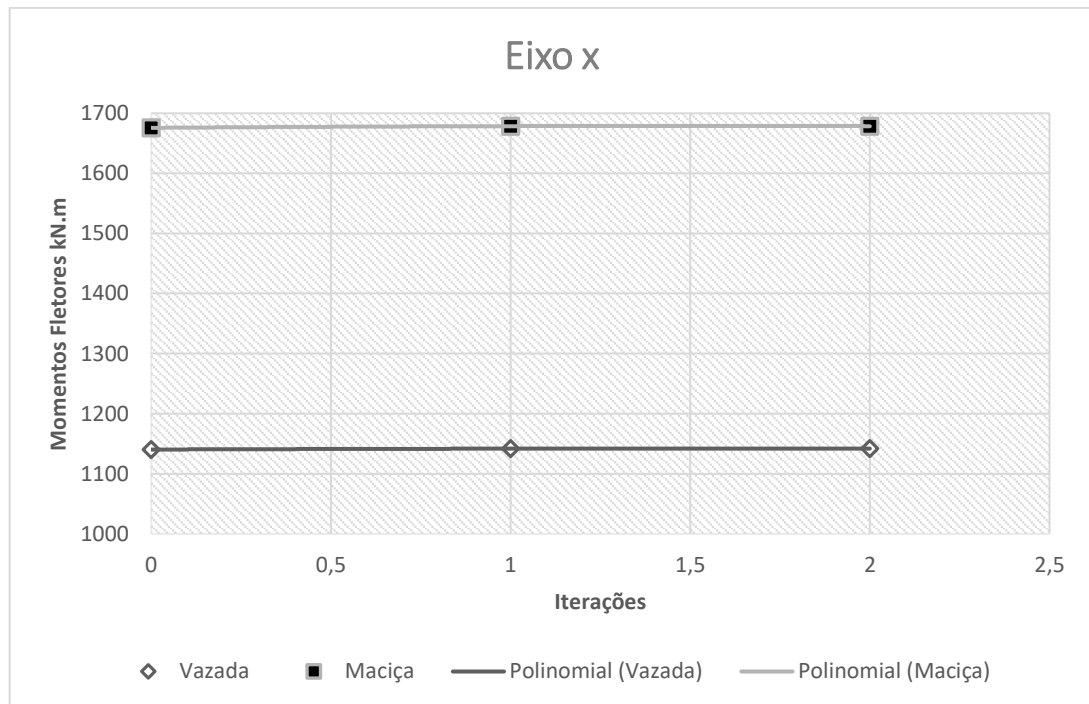
Neste capítulo serão mostrados os resultados das análises de efeitos de segunda ordem nos pilares estudados.

5.1 PROCESSO P-DELTA

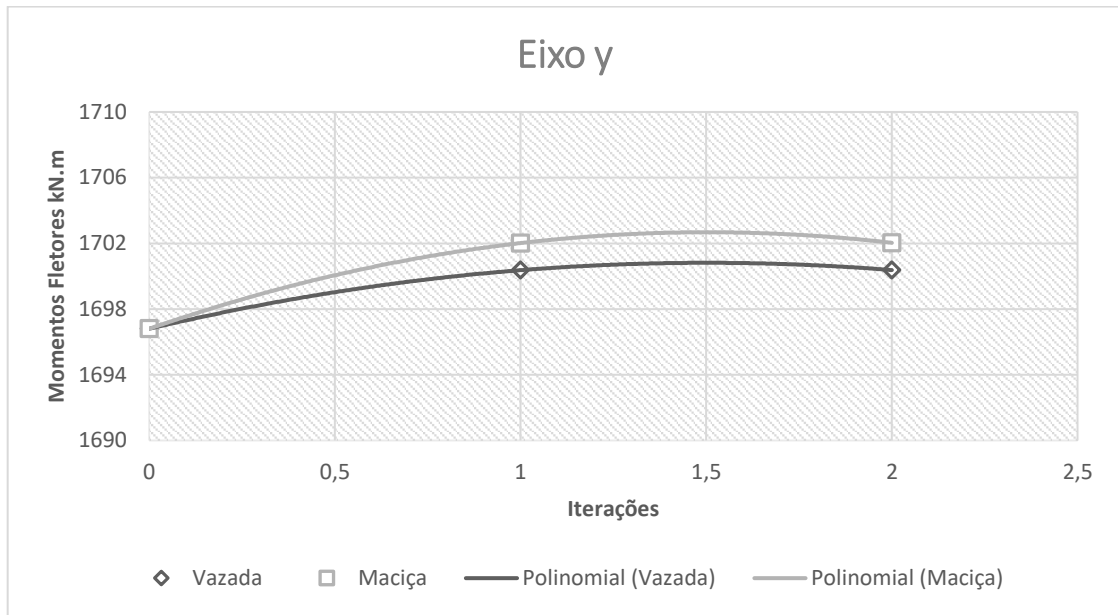
Na análise analítica, foi considerada a seção real do pilar, que é retangular vazada e a seção do pilar maciço. No Apêndice A, está resumido os resultados encontrados usando o processo P-Delta.

5.1.1 Pilar 15 Metros

Gráfico 1: Comportamento do processo P-Delta pilar de 15m no eixo x



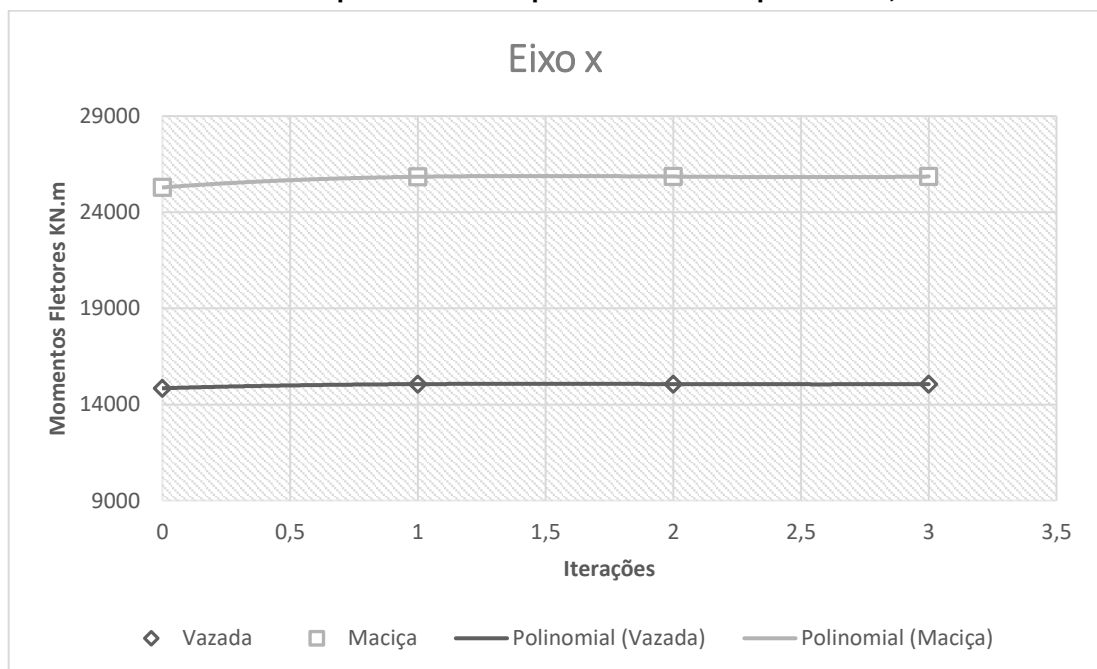
No eixo X, o pilar com seção vazada houve um aumento de 0,124% em relação ao momento de primeira ordem, e a seção maciça 0,167%, havendo um acréscimo de 34,68% comparada com a seção vazada.

Gráfico 2: Comportamento do processo P-Delta pilar de 15m no eixo y

Fonte: Autor, 2019

No eixo Y, o pilar com seção vazada houve um aumento de 0,211% em relação ao momento de primeira ordem, e a seção maciça 0,308%, com um acréscimo de 45,97% comparada com a seção vazada.

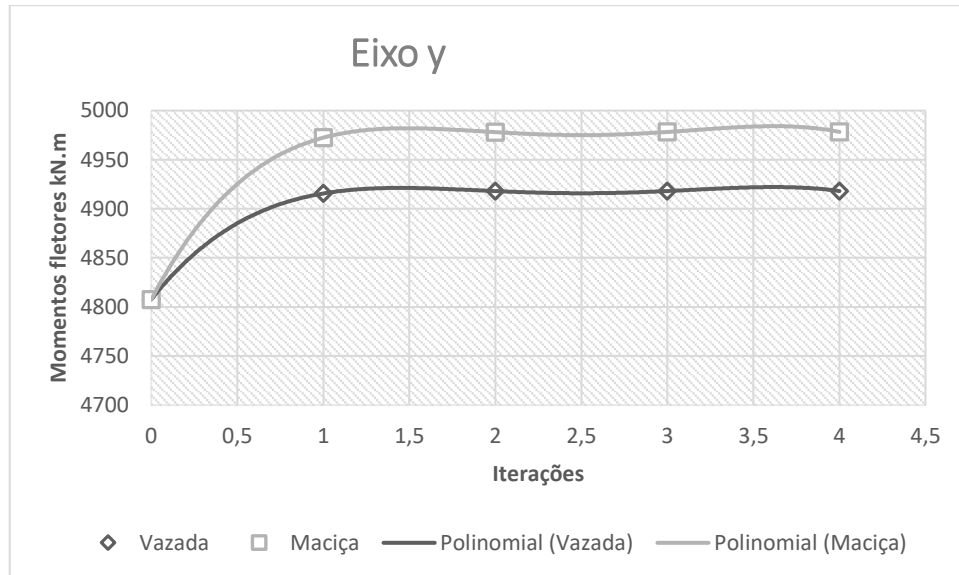
5.1.2 Pilar 42,5 Metros

Gráfico 3: Comportamento do processo P-Delta pilar de 42,5m no eixo x

Fonte: Autor, 2019

No eixo x, o pilar com seção vazada houve um aumento de 1,458% em relação ao momento de primeira ordem, e a seção maciça 2,231%, com acréscimo de 53,02%.

Gráfico 4: Comportamento do processo P-Delta pilar de 42,5m no eixo y



No eixo Y, o pilar com seção vazada houve um aumento de 2,298% em relação ao momento de primeira ordem, e a seção maciça 3,549%, com acréscimo de 54,44%.

Os pilares com seção vazada apresentaram valores menores de acréscimos de momento de segunda ordem quando comparado com pilares com seção maciça. Embora a seção maciça aumente consideravelmente o momento de inércia, esta não é suficiente para combater a deformação causada pelo processo P-Delta, devido a carga horizontal que é o peso próprio. Sendo assim, os pilares com seção vazada além de aliviar as cargas transferidas para a fundação, reduzem o momento de segunda ordem.

5.2 COEFICIENTE GAMA-Z

Os resultados encontrados com o coeficiente gama-z, estão dispostos na Tabela 13.

Tabela 13: Resultados utilizando o Coeficiente Gama-z

Pilar seção vazada	Momento de 1ª ordem		0,95 gama-z		gama-z	
	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y
P14	1140,3	1696,8	1084,6293	1615,3557	1141,6683	1700,3632
P11	14845,25	4807,6	14308,6061	4672,1483	15061,6372	4918,0558

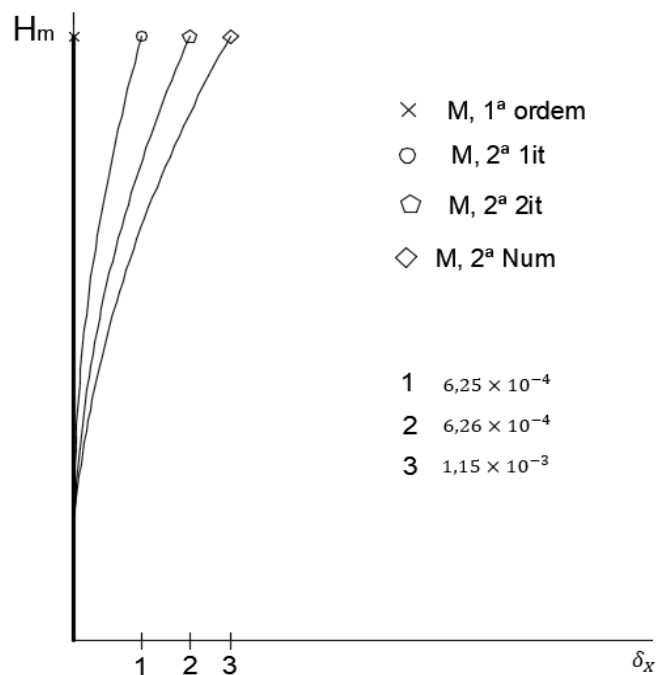
Fonte: Autor,2019

Como pode ser observado na Tabela 13, os valores do momento de segunda ordem minorando com 0,95 gama-z foram menores que os momentos de primeira ordem, sendo assim não poderia ser considerado. Isso mostra que parâmetros estatísticos nem sempre aplicáveis, como mostrado no exemplo estudado.

5.3 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS

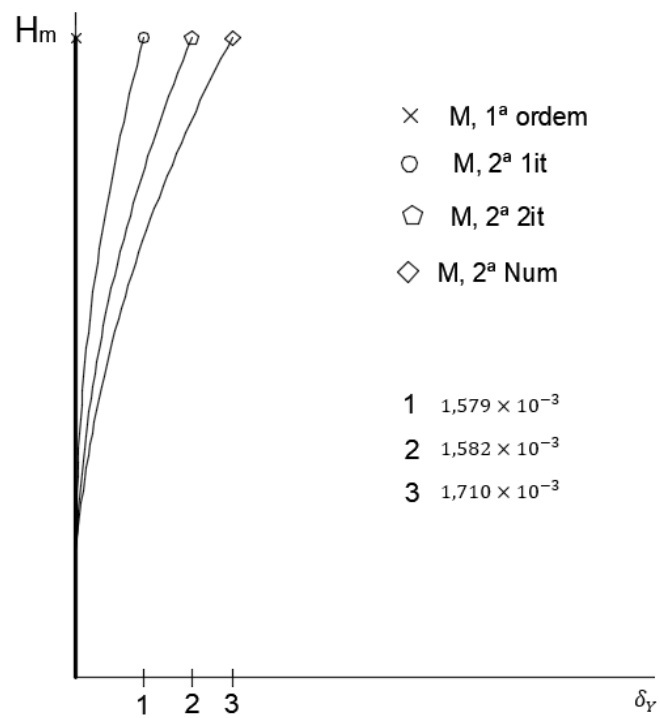
A seguir são mostrados os resultados das deformações sofridas pelos pilares, de 15 metros e 42,5 metros, as deformações tanto em x quanto em y estão em metros. A comparação é feita entre o processo P-Delta e a modelagem utilizando o *software* SAP2000 v.14.

5.3.1 Deformações Sofridas Pelo Pilar de 15 Metros

Figura 30: Deformação no eixo x pilar de 15m

Fonte: Autor,2019

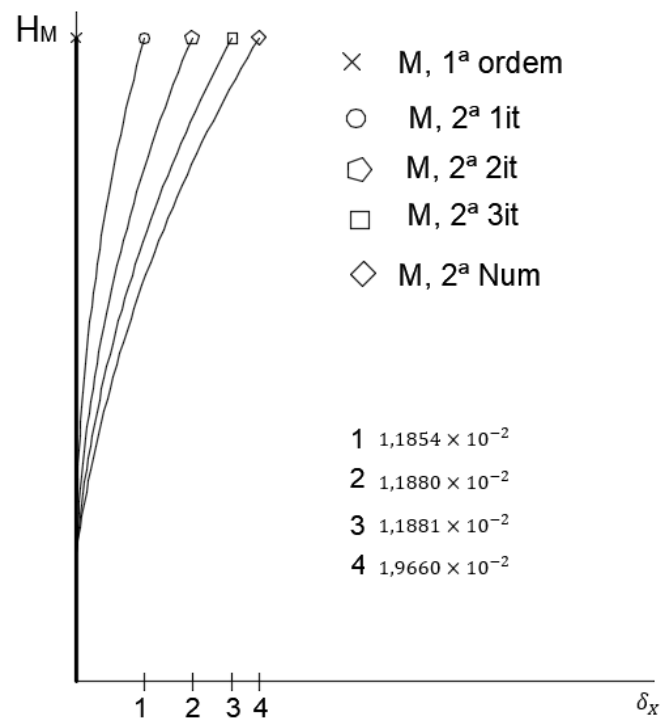
Figura 31: Deformação no eixo y pilar de 15m



Fonte: Autor,2019

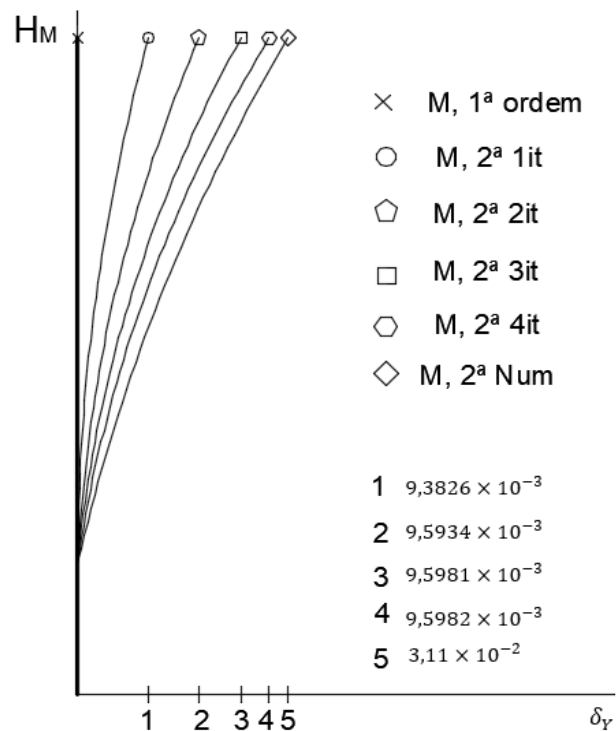
5.3.2 Deformações Sofridas Pelo Pilar de 42,5 Metros

Figura 32: Deformação no eixo x pilar de 42,5 m



Fonte: Autor,2019

Figura 33: Deformação no eixo y pilar de 42,5 m



Fonte: Autor, 2019

Os momentos de segunda ordem usando a modelagem, foram próximos ao p-Delta analítico, só que ligeiramente maiores.

Para o pilar de 15 metros uma diferença de 0,134% eixo x, 0,20% no eixo y. No pilar de 42,5 metros a diferença foi de 1,480% no eixo x e o eixo y 2,332%. O momento de segunda ordem foi maior, e as deformações também.

O *software* SAP2000 v.14 utiliza os elementos finitos, isso faz com que a precisão dos resultados sejam melhores, ou seja, possui um erro mais próximo de zero do que um método analítico.

6 CONCLUSÕES

Através dos exemplos aqui apresentados, pode-se identificar que a escolha em usar pilares com a seção vazada, além de reduzir o peso transmitido para as fundações reduz significativamente os efeitos de segunda ordem, houve um acréscimo de momento de segunda ordem de até 54% no pilar com seção maciça.

Os acréscimos de deformações e momentos de segunda ordem reduzidos devido a inércia, pois a inércia interfere diretamente na esbeltez e como consequência diminui a deformação do pilar na análise. Isso é demonstrado que na direção que possuía menor inércia o acréscimo de momento foi maior.

Quanto aos resultados obtidos com o coeficiente gama z, não foram satisfatórios se minorados como a NBR 6118:2014 orienta, pois como o valor do gama z foi muito próximo de 1, ao minorar a carga com 0,95 gama z foi menor que o momento de primeira ordem, mas se minorado com o valor integral os resultados ficam próximos dos obtidos com o P-Delta.

Com os resultados do processo P-Delta é possível verificar a estabilidade do elemento. Se o acréscimo de momento e deformação for diminuindo a cada iteração isso mostra que a estrutura é estável, caso contrário se divergir a estrutura possui instabilidade.

A modelagem apresentou valores próximos aos obtidos com o P-Delta analiticamente, apresentou maiores deformações e como consequência maiores momentos de segunda ordem.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Aplicar a pontes rodoviárias;
- Comparar a modelagem com outro método analítico.
- Aplicar análise de segunda ordem em torres metálicas de transmissão;
- Aplicar análise de segunda ordem a torres de geração de energia eólica.

Artigo publicado

PAES, J. S. S.; BRITO, M. A. N. **A importância da introdução de efeitos de segunda ordem em elementos de elevada esbeltez.** Cadernos de Resumos VIII Semana de Produção Científica, Brasília (DF). 07 a 10 de agosto de 2018. ISSN(2318-6038). Editora IFB, 2018.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças devido ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7189: Cargas móveis para projeto estrutural de obras ferroviárias**. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSIS, V. M. de. **Análise de Edifícios de Andares Múltiplos com Estrutura Metálica**. 133f. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

AZEVEDO, A. F. M. **Método de Elementos Finitos**. 1 ed. Portugal: Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, 2003.

BARBOSA, P. R. N. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 197f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto alegre, RS, 2017.

BORGES, A. C. L. **Análise de pilares esbeltos de concreto armado solicitados a flexo-compressão oblíqua**. 110f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1999.

CARMO, R. M. S. **Efeitos de Segunda Ordem em Edifícios Usuais de Concreto Armado**. 112f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1995.

EL DEBS, M. K.; TAKEYA, T. **Introdução às pontes de concreto. Notas de aula**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

FONTES, F. F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. 137f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2005.

GONÇALVES, M. M. O. **Análise dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado aplicando o método dos elementos finitos**. 74f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

LACERDA, E. G. M. **Análise não linear de treliças pelo método dos elementos finitos posicional**. 92f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2014.

LACERDA, M. M. S.; FLORÊNCIO, A. C.; SILVA, W. A.; DELALIBERA, R. G. **Avaliação dos critérios para análise da estabilidade global em edifícios de concreto armado: estudo de caso**. REEC- Revista Eletrônica de engenharia civil. V. 9. nº 2. p. 24-37, Universidade Federal de Goiás, 2014.

LACERDA, M. M. S. **Análise de estabilidade global em estruturas de concreto armado**. 74f. Monografia(Graduação) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2013.

LIMA, J. S. **Verificações da punção e da estabilidade global de edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 225p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

LOPES, A. P.; SANTOS, G. O.; SOUZA, A. L. A. C. **Estudo sobre diferentes Métodos de análise p-delta = Study on different methods of p-delta analysis**. Teoria e Prática na Engenharia Civil. Brasília, n.7, p.9-19, set. 2005.

LOTTI, R. S.; MACHADO, A. W.; MAZZIEIRO, E. T.; LANDRE JÚNIOR, J. **Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos**. R Dental Press Ortodon Ortop Facial. Maringá, v. 11, n.2, p. 35-43 mar/abril 2006.

MARCHETTI, O. **Pontes de concreto armado**. 1 ed. São Paulo: Blucher, 2017.

MARLINELLI, M. **Modelagem em situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 168f. Dissertação (Mestre em Engenharia) - Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2003.

MONCAYO, W. J. Z. (2011). **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. 221p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

OLIVEIRA, J. C. A. **Estimativa do índice global de esbeltez de edifícios altos de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil, Distrito Federal, 1998.

PINHEIRO, R. M. C. **Estudo experimental da erosão de pilares de pontes**. 166f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2010.

PINTO, R. S. **Não linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 1997.

RIBEIRO, J. F. **Estabilidade global em edifícios: Análise dos efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SCHMID, M. T. **A construção e o lançamento de pontes pelo processo dos segmentos empurrados** – Publicação Técnica. 3ª edição. São Paulo: Rudloff Industrial Ltda, 2005.

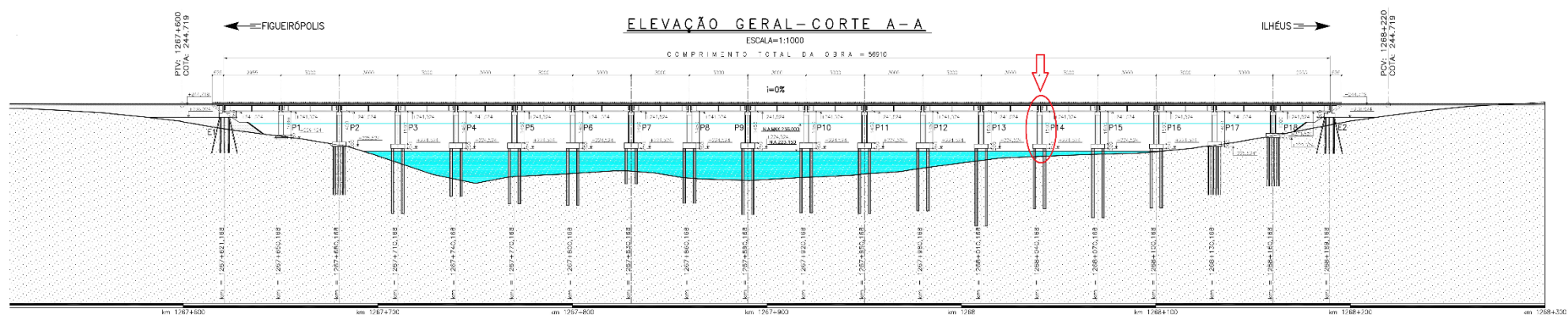
SILVA, L. R.; SILVA, W. A. **Estudo da estabilidade global de um edifício em concreto armado considerando a base elástica.** V Seminário de Pesquisa, Pós-graduação e Inovação da UFG (V SPPGI) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, Goiás, 2017.

SILVA, R. P. S. N. **Estudo da erosão em pilares de pontes.** 359f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.

APÊNDICE A – PROCESSO P- DELTA

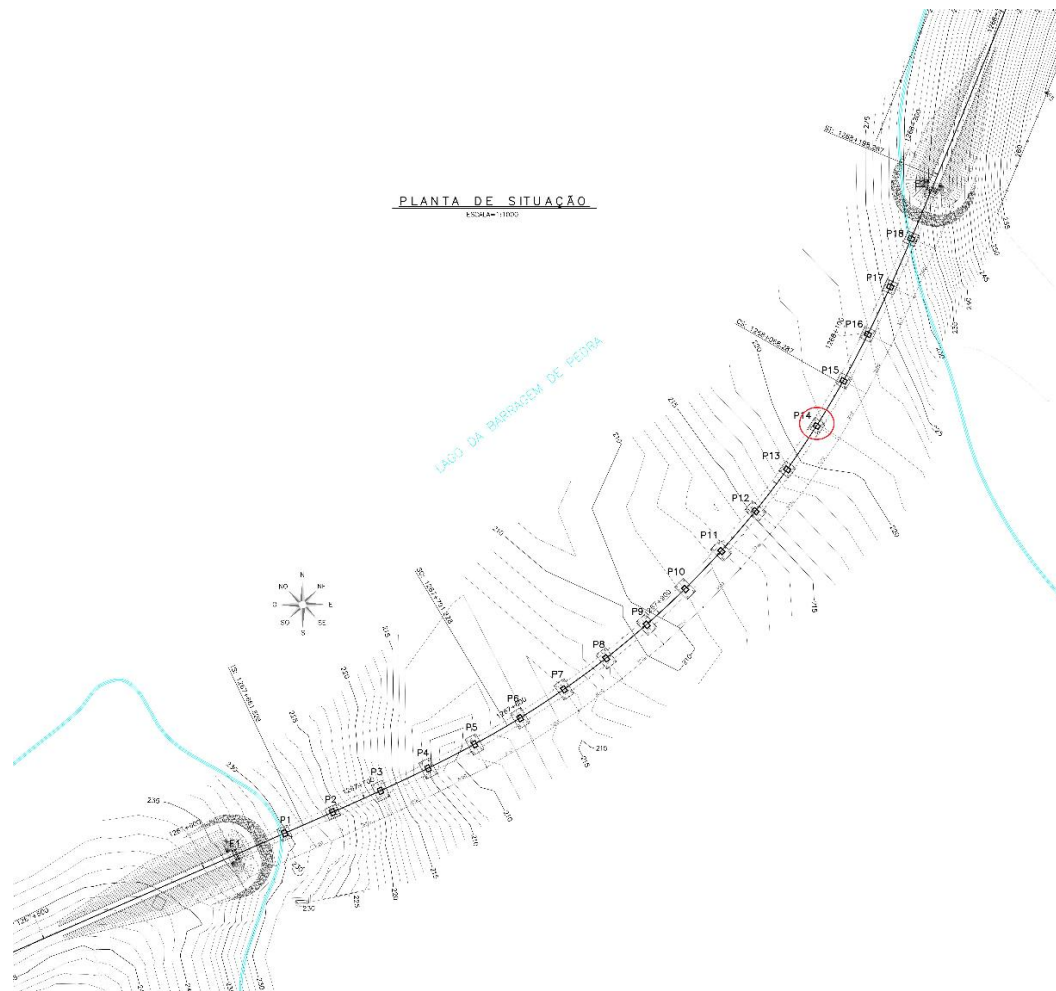
Pilar seção vazada	Momento primeira ordem (kN)		Nº de iterações		Momento segunda ordem (kN)	
	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y
P14	1140,3	1696,8	2	2	1141,7151	1700,3754
P11	14845,25	4807,6	3	4	15061,6901	4918,0559
Pilar seção maciça	Momento primeira ordem (kN)		Nº de iterações		Momento segunda ordem (kN)	
	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y	Eixo x	Eixo y
P14	1675,8	1696,8	2	2	1678,6031	1702,0346
P11	25287,5	4807,6	3	4	25854,65598	4978,2488

ANEXO A – CORTE DA PONTE 16



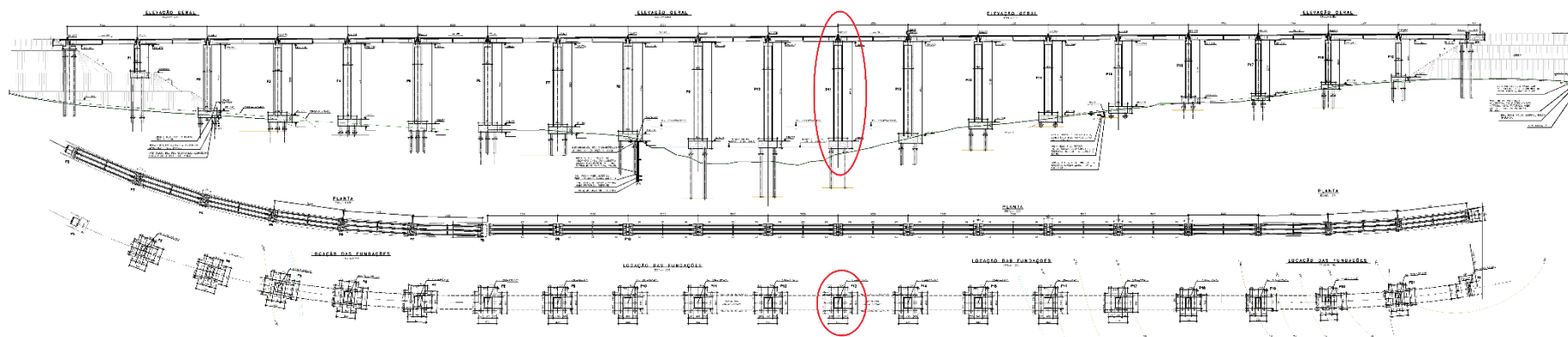
Fonte: Cedido pela VALEC, Projeto de integração Oeste-Leste

ANEXO B – PLANTA DE SITUAÇÃO DA PONTE 16



Fonte: Cedido pela VALEC, Projeto de integração Oeste-Leste

ANEXO C – PONTE SOBRE A BARRAGEM DE PEDRA



Fonte: Cedido pela VALEC, Projeto de integração Oeste-Leste